

# Regnestrategier og de udfordrede elever i matematik – eksempel fra 6. klasse



Lóa Björk Jóelsdóttir,  
VIA University  
College og Aarhus  
Universitet, Trygfondens  
Børneforskningscenter



Pernille Bødtker Sunde, VIA  
University College og KU  
Leuven

**Abstract:** Dette studie undersøger lavt præsterende elevers strategier for regning med flercifrede tal sammenlignet med højere præsterende elever. Lavt præsterende elever defineres som de elever, der er blandt de 35 % lavest scorende i nationale tests i matematik. Data om 685 danske 6.-klasseelevers brug af talbaserede strategier og standardalgoritmer i flercifret addition, subtraktion og multiplikation blev sammenlignet mellem de fem præstationsgrupper i nationale tests. Resultaterne viste en stigende brug af talbaserede strategier for hvert præstationsniveau, men ingen signifikante forskelle mellem præstationsgrupper i brug af standardalgoritme. Talbaserede strategier resulterede oftere i korrekt resultat end standardalgoritmen for alle præstationsgrupper undtagen de 10 % Olavest scorende.

## Introduktion

Udvikling af fleksibilitet i matematikundervisningen er en del af mål og læseplaner (curriculum aims) i forskellige lande, fx USA, Australien, Singapore (Rittle-Johnson et al., 2012), Holland (Hickendorff, 2018), Belgien (Torbeyns et al., 2018) og Danmark (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019). Flexibilitet forstås som elevernes viden om flere forskellige strategier til løsning af et problem samt evnen til at skifte mellem disse (Verschaffel et al., 2009).

Anbefalinger om udvikling af fleksibilitet i talbaserede regnestrategier er hverken nye i Danmark eller internationalt. I en dansk kontekst findes der allerede i de klare mål fra 2001 anbefalinger til undervisning rettet mod disse strategier (Undervisningsministeriet, 2001). I gældende Fælles Mål for matematik fra 2019 står der:

“Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede

algoritmer. I trinforløbet arbejder eleverne med hensigtsmæssige strategier til beregning, herunder strategier til:

- Hovedregning
- Overslagsregning
- Regning med skriftlige notater
- Beregninger med digitale værktøjer.

Digitale værktøjer, herunder lommeregner og regneark, indgår både som redskab til beregninger og som middel i elevernes fortsatte udvikling af talforståelse.” (Børne- og Undervisningsministeriet, 2019, s. 15)

I en dansk kontekst anbefales dermed at alle elever, uafhængigt af deres niveau, støttes i at udvikle talbaserede strategier. I danske lærebogssystemer findes der således aktiviteter der understøtter denne udvikling (se fx Jóelsdóttir, 2023, s. 112). På trods af dette viser dansk forskning at danske elever ikke er hyppige brugere af talbaserede strategier (Jóelsdóttir & Andrews, 2024), samt at standardalgoritmen er den foretrukne metode til opgaver som fx  $199 + 323$  på alle klassetrin (Jóelsdóttir & Sunde, 2024).

Anbefalingerne til udvikling af fleksibilitet i regnestrategier varierer dog, især med hensyn til de udfordrede elever. I nogle lande, fx USA og Holland, bliver undervisningen for elever med særlige behov ikke målrettet fleksibilitet, men derimod et fokus på kun én metode (Peltenburg et al., 2012).

Forskning tyder imidlertid på at alle elever, også de lavest præsterende, kan lære flere metoder og anvende talbaserede metoder med succes (Torbeyns et al., 2018). Dog mangler der mere forskning rettet mod elever i matematikvanskeligheder og deres udbytte af enten fleksibilitet eller målrettet fokus på en metode (Verschaffel et al., 2007).

Denne undersøgelse har dermed som mål at udvide vores viden om de lavest præsterende elevers brug af talbaserede strategier og standardalgoritmer samt deres fleksibilitet i arbejdet med regnestrategier for flercifrede tal. Vi undersøger endvidere sammenhængen mellem elevernes metodevalg og udregningssucces og deres generelle niveau i matematik målt ved nationale tests.

### *Talbaserede regnestrategier*

Med talbaserede regnestrategier arbejder eleverne med pladsværdien af cifrene i tallene (Hickendorff et al., 2019) i modsætning til cifferbaserede metoder hvor pladsværdien ignoreres, dvs. at man udelukkende arbejder med tallene fra 0 til 9. Dermed defineres standardalgoritmer som cifferbaserede metoder. Tabel 1 viser eksempler på forskellige talbaserede strategier der tager udgangspunkt i fx dekomposition, sekventielle strategier og komposition (se fx Hickendorff et al., 2019; Peltenburg et al., 2012), samt eksempler på standardalgoritme til addition, subtraktion og multiplikation.

**Tabel 1.** Eksempler på regnestrategier med flercifrede tal, delt op i talbaserede strategier og standardalgoritme.

Talbaserede strategier	Standardalgoritme
Addition: $323 + 199$	
$\begin{aligned} 300 + 100 &= 400 \\ 20 + 90 &= 110 \\ 3 + 9 &= 12 \\ 400 + 110 + 12 &= 522 \end{aligned}$ $\begin{aligned} 300 + 100 &= 400 \\ 23 + 99 &= 122 \\ 400 + 122 &= 522 \end{aligned}$	$\begin{array}{r} 11 \\ 323 \\ + 199 \\ \hline 522 \end{array}$
Subtraktion: $103 - 98$	
$\begin{aligned} 103 - 100 &= 3 \\ 3 + 2 &= 5 \end{aligned}$ $\begin{aligned} 103 + 2 - 98 + 2 \\ 105 - 100 &= 5 \end{aligned}$	$\begin{array}{r} 9 \\ 01013 \\ - 98 \\ \hline 5 \end{array}$
Multiplikation: $12 \times 15$	
$12 \cdot 15 = 6 \cdot 30 = 180$ $\begin{aligned} 10 \cdot 10 &= 100 \\ 2 \cdot 10 &= 20 \\ 10 \cdot 5 &= 50 \\ 2 \cdot 5 &= 10 \\ 100 + 20 + 50 + 10 &= 180 \end{aligned}$ $\begin{aligned} 12 \cdot 10 &= 120 \\ 120 : 2 &= 60 \\ 120 + 60 &= 180 \end{aligned}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 12 \cdot 15 \\ \hline 30 \\ + 15 \\ \hline 180 \end{array}$

### Elever i matematikvanskeligheder og deres strategibrug

Matematikvanskeligheder er ofte relateret til vanskeligheder med den grundlæggende regning (Ostad, 1999), og flere studier har vist en sammenhæng mellem den tidlige strategibrug til etcifret regning og senere færdigheder og generelt matematikniveau (fx Ostad, 1999; Sunde et al., 2023). Sunde et al. (2023) fandt fx at elevernes strategibrug til etcifret addition i starten af 1. klasse kunne forudsige deres færdig-

heder i 4. klasse i flercifret regning, brøker, ligninger og tekstopgaver. Elever der anvendte simple tællestrategier i starten af 1. klasse, scorede lavere i 4.-klasse-testen end elever som anvendte mere sofistikerede strategier. De lavt præsterende elever anvender generelt mere umodne/usofistikerede strategier og er mere afhængige af backupstrategier, dvs. at de i højere grad anvender tællestrategier (Ostad, 1999; Verschaffel et al., 2007).

Udvikling af strategifleksibilitet er relateret til talforståelse (McMullen et al., 2016) i arbejdet med de fire regningsarter. Elever i matematikvanskeligheder er netop udfordret på deres talforståelse som også er relateret til senere udvikling af matematikkompetencer (Aunio & Niemivirta, 2010). Samtidig viser forskningen at alle elever, herunder de udfordrede elever, med succes kan anvende talbaserede strategier (Peltenburg et al., 2012; Torbeyns et al., 2018; Van Der Auwera et al., 2022). Der er endvidere sammenhæng mellem begrebsforståelse og procedural forståelse og strategifleksibilitet (Rittle-Johnson et al., 2012). Elever i matematikvanskeligheder er også udfordret på deres begrebsforståelse, sammenlignet med deres jævnaldrende elever der ikke har særlige udfordringer i matematik (Geary et al., 2000). Dette kan igen begrænse elevernes strategifleksibilitet, men forskning viser at der er sammenhæng mellem begrebsforståelse og procedural forståelse og udvikling af fleksibilitet (Rittle-Johnson & Schneider, 2015).

## Dette studie

Formålet med dette studie er at undersøge forskellene mellem de lavest præsterende elevers strategibrug og de højere præsterende elevers strategibrug, hvor elevniveauet er bestemt ved resultater fra nationale tests i matematik. Vi undersøger specifikt forskellen mellem brugen af talbaserede regnestrategier og brugen af standardalgoritmer, både i forhold til hyppighed af brug og i forhold til regnesikkerhed ved brug (hvor korrekt eleverne regner), samt forskelle på fleksibilitet mellem grupperne.

Vores forskningsspørgsmål er derfor: 1) I hvor høj grad anvender lavt præsterende elever talbaserede regnestrategier og standardalgoritme i regning med flercifrede tal, sammenlignet med normalt og højt præsterende elever? 2) Hvordan er de lavest præsterendes nøjagtighed med hhv. talbaserede strategier og standardalgoritme?

Baseret på tidligere forskning forventes det at de lavest præsterende elever, selvom de er i stand til at anvende de samme typer strategier som højt præsterende elever, anvender færre strategier end højere præsterende elever (Verschaffel et al., 2007), og strategiudviklingen hos de lavest præsterende eleverne forventes at være forsinket sammenlignet med de øvrige elever (Ostad, 1999). Nogle eksperter anbefaler en simplificeret undervisning til studerende med vanskeligheder baseret på deres kognitive begrænsninger, fx relateret til begrænset arbejdshukommelse (Verschaf-

fel et al., 2007). Derfor kan det forventes at resultaterne viser mindre fleksibilitet og mindre brug af talbaserede strategier for de lavest præsterende elever sammenlignet med andre elever.

### *Deltagere*

I denne undersøgelse indgik 731 elever fra 38 6.-klasser (gennemsnitlig alder: 12,5 år ved gennemførelsen af testen) fordelt på 19 skoler i forskellig størrelse fra både mindre og større byer i fem kommuner i Jylland. Eleverne har alle gennemført TriFa-testen (**Tri-phase Flexibility Assessment**) til evaluering af deres strategibrug og fleksibilitet (for detaljer se Jóelsdóttir & Andrews, 2024). I analyserne indgår udelukkende de 685 elever (93,7%, heraf 48 % piger) der også har gennemført de obligatoriske nationale tests i matematik i 6. klasse.

Forud for testen er elevernes forældre/værge informeret, både via et brev delt gennem skolens kommunikationsplatform med mulighed for at melde den enkelte elev fra deltagelse og via en mail med informationer i overensstemmelse med databeskyttelsesloven.

### *Materialer og fremgangsmåde*

Resultaterne fra den nationale test i matematik i 6. klasse blev brugt til at kategorisere eleverne i fem præstationsgrupper som defineret af Børne- og Undervisningsministeriet (2017), se tabel 2. Den nationale test måler generel præstation inden for tre underkategorier: tal og algebra, geometri og måling samt statistik og sandsynlighed. Testresultaterne er standardiserede så elevresultaterne er på en skala hvor gennemsnittet er 0 og standardafvigelsen er lig med 1. Grænseværdierne for hver præstationsgruppe fulgte grænseværdierne for præstationsniveauer i den landsdækkende nationale test i matematik i 2021 (N = 51.197; 93,6 % af alle danske 6.-klasseelever (Børne- og Undervisningsministeriet (u.å))). De 10 % lavest scorende og de næste 25 % defineres som *en del under gennemsnittet* og *under gennemsnittet* (UG1 og UG2), gennemsnitlige præstationer (G) er de 30 % af eleverne som er tættest på gennemsnitsresultatet, og de to højest præsterende grupper repræsenterer de 10 % højest scorende, kaldet *langt over gennemsnittet* (OG2), og de næste 25 % højest scorende elever, kaldet *over gennemsnittet* (OG1).

**Tabel 2.** Opdeling i fem præstationsniveauer for de danske nationale tests i matematik, som defineret af Undervisningsministeriet i den normbaserede kategorisering (Børne- og Undervisningsministeriet, 2017), og fordeling af de deltagende elever på de fem niveauer.

	Lavest præsterende		Normalt præsterende	Højest præsterende	
	En del under gennemsnittet (UG1)	Under gennemsnittet (UG2)	Gennemsnittet (G)	Over gennemsnittet (OG1)	Langt over gennemsnittet (OG2)
Andel af elever i gruppen	10 %	25 %	30 %	25 %	10 %
Normbaseret fordeling	[0-10 %]	]10-35 %]	]35-65 %]	]65-90 %]	]90-100 %]
N	54	143	202	191	95
Andel af deltagende elever	8 %	21 %	29 %	28 %	14 %

Tabel 2 viser hvordan de deltagende elever i dette studie fordeles på de fem præstationsniveauer. Det fremgår af tabellen at fordelingen ligger tæt på de nationale resultater, men at der er en mindre skævhed da andelen af elever i UG1 og UG2 her er 29 %, og andelen af elever i OG1 og OG2 er 42 %, sammenlignet med 35 % ifølge definitionen.

Elevernes brug af talbaserede strategier blev målt ved hjælp af TriFA (Jóelsdóttir & Andrews, 2023, 2024; Xu et al., 2017) i november/december 2020. Eleverne løste ni regneopgaver med flercifrede tal, hhv. addition, subtraktion og multiplikation, tre opgaver pr. regningsart. Hver opgave var designet til at fremme brugen af forskellige talbaserede strategier (fx  $323 + 199 = 323 + 200 - 1$ ), som vist i tabel 1. Dermed møder eleverne netop tal hvor forskellige talbaserede strategier er særlig hensigtsmæssige, afhængigt af opgavens design. Opgaverne var alle uden tekst da der her kun er fokus på elevernes talbehandling i regnesituationer uden kontekst, dvs. at der kun er fokus på tal og regnestrategier i situationer. TriFA blev implementeret i tre faser på maksimum 50 minutter i elevernes klasseværelse. I fase ét løste eleverne individuelt hver opgave med deres foretrukne strategi. I fase to blev eleverne bedt om at løse den samme opgave igen med en eller flere strategier forskellige fra den der blev anvendt i fase ét (plads til maksimalt fire nye strategier), og i fase tre skulle eleverne med et kryds markere den strategi fra fase ét eller fase to som de anerkendte som den bedste strategi for den pågældende opgave. Resultaterne fra fase tre er ikke inkluderet i denne undersøgelse. Forud for hver fase blev eleverne instrueret af en fra forskningsgruppen

bag projektet, bl.a. om at se grundigt på tallene og regningsarterne, inden de løste opgaven. Hvis eleverne ville løse opgaven ved hovedregning, uden brug af papir, blev de bedt om at skrive eller tegne hvert trin i løsningsprocessen så godt som de kunne, og hvis opgaven blev løst ved brug af papir, fx når de brugte en skriftlig algoritme, skulle de skrive hvert trin i processen ned. En grundig beskrivelse af testen og evaluering af dens fordele og ulemper findes i Jóelsdóttir & Andrews (2024).

### *Kodning af elevernes strategier*

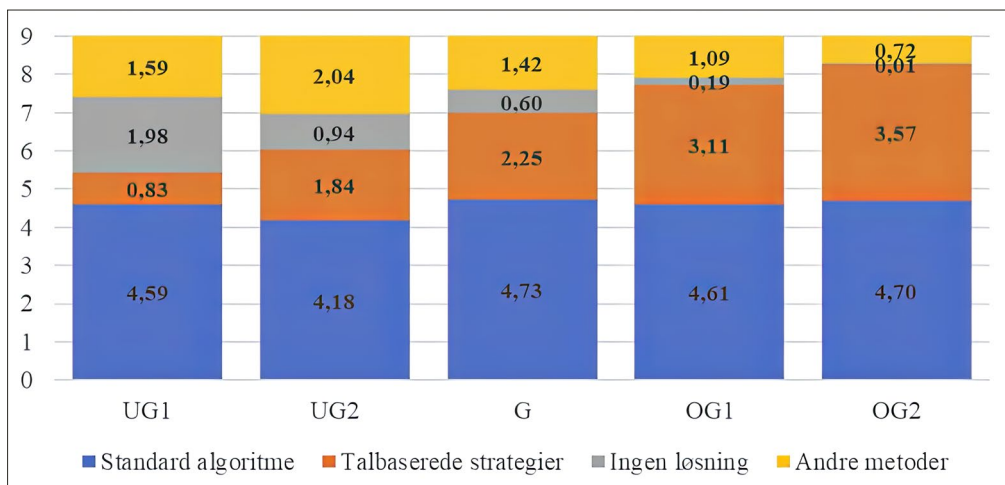
For hver opgave blev elevernes strategibrug kodet separat for fase ét og for fase to. Rigtige svar blev defineret ud fra svar givet i fase ét. Strategierne blev defineret som (i) talbaserede strategier (se tabel 1), (ii) standardalgoritme (se tabel 1), (iii) ingen metode (eleven kommunikerer ikke en løsningsstrategi eller løser ikke opgaven) eller (iv) andre. Kategorien "andre" inkluderer andre strategier, fx andre cifferbaserede strategier, optælling og for multiplikation gentagen addition. Flexibilitet blev evalueret for hver opgave og defineret som brugen af mindst én ny strategi i fase to. Førsteforfatter og mindst ét medlem af teamet af forskningsassistenter blev trænet til at kode TriFA og kodede alle opgaver uafhængigt af hinanden. Til sidst blev resultatet fra kodningen kontrolleret for uenigheder, og alle uenigheder blev rettet ved hjælp af en kodeguide, og i tilfælde af usikkerhed blev en tredje eksperts mening anvendt til at opnå enighed.

### *Analyse*

Deskriptiv statistik, gennemsnit, beregnes for a) antal opgaver løst med enten standardalgoritme, talbaserede strategier, ingen løsningsmetode eller andre metoder (elevernes foretrukne strategi, data fra fase ét), b) graden af flexibilitet (data fra fase to) og c) antal opgaver løst med talbaserede strategier i fase ét og/eller fase to. For at undersøge forskelle mellem de fem præstationsgrupper med hensyn til dette anvendes en envejs-ANOVA. I tilfælde af signifikante resultater anvendes Tukeys post hoc-test til at identificere forskellene mellem de enkelte grupper. Yderligere anvendes *t*-test til sammenligning af gennemsnit for antal rigtige løsninger mellem talbaserede strategier og standardalgoritme for hhv. lavt, normalt og højt præsterende elever.

## **Resultater**

Figur 1 viser det gennemsnitlige antal opgaver pr. elev som er løst med hhv. standardalgoritme, talbaserede strategier, ingen løsningsmetode og andre metoder for fase ét. For de ni opgaver øges brugen af talbaserede strategier i fase ét fra 0,83 for UG1 til 2,25 for G og til 3,57 for OG2. For brugen af standardalgoritmen er gennemsnittet konstant på tværs af præstationsniveauerne.



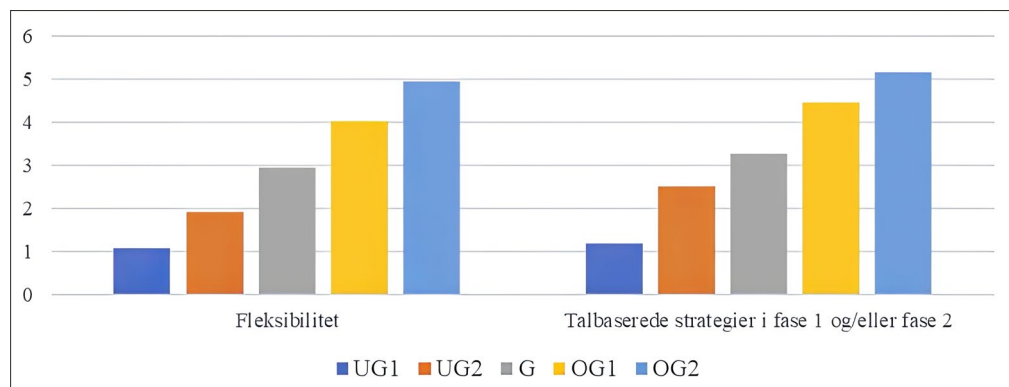
**Figur 1.** Gennemsnit for antal løste opgaver i fase ét, med talbaserede strategier, standardalgoritme, ingen løsningsmetode og andre metoder som foretrukne strategityper, opdelt efter præstationsniveauer i matematik.

Resultater fra en envejs-ANOVA viser en statistisk signifikant forskel mellem niveaugrupperne for brugen af talbaserede strategier ( $F(680,4) = 17,32, p < 0,0001$ ). Yderligere viser Tukeys post hoc-test signifikante forskelle mellem UG1 og G ( $forskel = 1,42(SE = 0,39), t = 3,64, p = 0,003$ ) som vokser med højere præsterende grupper. For elevernes manglende løsningsmetode er der en signifikant forskel mellem niveaugrupperne ( $F(680,4) = 35,18, p < 0,0001$ ), og Tukeys post hoc-test viser en signifikant forskel mellem UG1 og UG2 ( $forskel = -0,89(SE = 0,28), t = -3,20, p = 0,012$ ) og en voksende forskel mellem UG1 og højere præsterende grupper og mellem UG2 og G ( $forskel = -0,84(SE = 0,19), t = -4,38, p < 0,001$ ) og en større forskel mellem de højest præsterende grupper. Resultaterne fra en envejs-ANOVA viste ingen statistisk signifikant forskel mellem præstationsniveauer for brugen af standardalgoritme ( $F(680,4) = 0,65, p = 0,629$ ).

I figur 2 præsenteres gennemsnittet for fleksibilitet, beregnet som gennemsnittet af antallet af opgaver løst med mere end én strategi i de første to faser fordelt på de fem niveauer og brugen af talbaserede strategier i mindst én af de to faser, igen opdelt efter niveauer. Resultaterne viser stigende fleksibilitet og stigende brug af talbaserede strategier (i fase ét og/eller fase to) for hvert højere præstationsniveau.

Envejs-ANOVA viser en signifikant forskel mellem niveaugrupperne både for fleksibilitet ( $F(680,4) = 37,11, p < 0,001$ ) og for samlet brug af talbaserede strategier i mindst én af de to faser ( $F(680,4) = 35,53, p < 0,001$ ). Tukeys post hoc-test viste en signifikant forskel i fleksibilitet mellem UG1 og G ( $forskel = 1,87(SE = 0,39), t = 4,77, p < 0,001$ ) og UG2 og G ( $forskel = 1,02(SE = 0,28), t = 3,64, p = 0,003$ ) og for den samlede brug af tal-





**Figur 2.** Gennemsnitlig score for fleksibilitet og brug af løste opgaver med talbaserede strategier i fase ét og/eller fase to. Det maksimale antal opgaver er ni (minimum 0, maksimum 9).

baserede strategier mellem UG1 og UG2 ( $forskel = 1,34(SE = 0,44), t = 3,07, p = 0,019$ ) og UG2 og OG1 ( $forskel = 1,93(SE = 0,30), t = 6,38, p < 0,001$ ) og en voksende forskel i forhold til de højere præsterende grupper.

**Tabel 4.** Rigtighed for talbaserede strategier og standardalgoritme, målt for hvert niveau.

	Talbaserede strategier	Standardalgoritme			
Niveau	Gennemsnit (SD)	Gennemsnit (SD)	[95 % Sikkerhedsinterval]	t	p
En del under gennemsnit (UG1)	0,53 (0,40)	0,67 (0,26)	-0,14 [-0,30, 0,03]	-1,64	0,11
Under gennemsnit (UG2)	0,80 (0,30)	0,73 (0,25)	0,07 [-0,01, 0,15]	1,81	0,07
Gennemsnit (G)	0,84 (0,26)	0,79 (0,23)	0,05 [-0,01, 0,11]	1,74	0,08
Over gennemsnit (UG1)	0,88 (0,22)	0,84 (0,22)	0,03 [-0,02, 0,08]	1,32	0,19
En del over gennemsnit (UG2)	0,93 (0,17)	0,87 (0,19)	0,05 [-0,01, 0,11]	1,79	0,08
I alt	0,84 (0,26)	0,80 (0,24)	0,05 [0,02, 0,08]	3,10	< 0,001

Resultaterne for rigtighed for hhv. talbaserede strategier og standardalgoritme viser at gennemsnittet for andelen af rigtig løste opgaver med talbaserede strategier er signifikant højere sammenlignet med standardalgoritmen for den samlede elevgruppe (tabel 4). Det er kun for gruppen UG1 at standardalgoritmen har højere rigtighed end de talbaserede strategier. Forskellene er ikke signifikante på gruppeniveau.

## Diskussion og konklusion

Brugen af talbaserede metoder øges gradvist fra de lavest præsterende til de højest præsterende elever, og det samme gælder for fleksibiliteten. Dette bekræfter resultater fra Verschaffel et al. (2007) der viser at højt præsterende studerende er mere fleksible end lavt præsterende. Mens brugen af standardalgoritmen er konstant på tværs af alle niveaugrupper, ses en øget brug af talbaserede strategier med højere præstationsniveau. Omvendt ses et fald i graden af manglende løsningsstrategi. Dette indikerer at brugen af standardalgoritmen er mere relateret til sociomatematiske normer, som Yackel og Cobb (1992) beskriver som de uskrevne regler og forventninger i matematikklassen, fx hvad der vurderes at være matematisk effektivt og matematisk værdsat i en klasse, mens brugen af talbaserede strategier i højere grad kan relateres til elevens matematiske niveau. Yderligere kan forskellene mellem (i) standardalgoritme og (ii) talbaserede strategier og matematisk niveau forklares ved de forskellige læringsforudsætninger, hvor standardalgoritmen kan læres ved automatisering af en trænet metode, isoleret fra andre matematiske begreber, mens talbaserede strategier er relateret til både konceptuel og procedural viden og forståelse, hvilket ofte er en grundlæggende udfordring i gruppen af lavt præsterende studerende (MacDonald et al., 2018). Det samme gælder fleksibilitet som også kræver konceptuel og procedural forståelse (Rittle-Johnson et al., 2012). I arbejdet med de udfordrede elever bør vi se nærmere på forskning som viser at de udfordrede elever med fordel kan tilegne sig talbaserede strategier (fx Torbeyns et al., 2018), men at denne elevgruppe har brug for tid til at udvikle og tilegne sig disse strategier. I forbindelse med undervisning bør lærere derfor overveje om træning af udenadlærte ciffer-baserede metoder, fx standardalgoritmen, bør prioriteres over tid brugt på talbaserede metoder der samtidig styrker elevernes talforståelse. I denne sammenhæng er det også vigtigt at se på resultater fra forskning. Både dette studie og fx Torbeyns et al. (2018) viser at elevens andel af rigtige svar er større når de anvender talbaserede strategier sammenlignet med standardalgoritme. I denne undersøgelse er forskellen ikke signifikant for de enkelte præstationsgrupper, men fx Torbeyns et al. (2018) viser at de lavest præsterende elever viser større effektivitet, målt på hastighed og rigtige svar, når de arbejder med indirekte addition i subtraktion, som er en talbaseret strategi, sammenlignet med standardalgoritmen.

De lavere præsterende elevgruppers mangel på konceptuel og procedural forståelse kan forklare den lavere grad af korrekte besvarelser for talbaserede strategier i UG1-gruppen. For alle andre præstationsgrupper var talbaserede strategier mere nøjagtige end standardalgoritmen, men dog ikke signifikant forskellige. Denne forskel i effektivitet med talbaserede strategier mellem de to lavt præsterende grupper kunne indikere at UG1-studerende (de laveste 10 %) og UG2-studerende (de næste 25 % af de lavere præsterende studerende) måske er to grupper med kognitivt forskellige udfordringer inden for matematik (Geary et al., 2011). Resultaterne kalder på yderligere forskning, herunder om der er forskelle relateret til de enkelte regningsarter og relateret til effektivitet mellem forskellige talbaserede strategier.

Dette studie har vist at der er store forskelle på forskellige elevgruppers brug af talbaserede regnestrategier til flercifret regning, på trods af at disse metoder generelt synes at være mere sikre at anvende idet de oftere leder til et korrekt resultat end brugen af standardalgoritmen. Dette synes også at gælde de lavere præsterende, dog med undtagelse af de 10 % lavests præsterende som samtidig meget sjældent anvender disse strategier. Vi vil derfor konkludere at man med fordel kan støtte alle elever og især de lavere præsterende i at udvikle og anvende talbaserede strategier, men i arbejdet med de 10 % lavest præsterende må man i højere grad være opmærksom på at arbejde målrettet med evt. manglende konceptuel og procedural forståelse som kan blokere for denne elevgruppes udbytte af talbaserede strategier. For især denne elevgruppe vil der være mulighed for at styrke deres aritmetiske kompetencer ved at udvikle fx deres talforståelse så de kan udnytte de talbaserede metoder på samme måde som de højere præsterende elever.

## Referencer

- Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting Children's Mathematical Performance in Grade One by Early Numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20(5), 427-435. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.06.003>
- Børne- og Undervisningsministeriet. (2017). *Vejledning om de nationale tests – til skoleledere*. Børne- og Undervisningsministeriet.
- Børne- og Undervisningsministeriet. (2019). *Matematik – læseplan*. [https://emu.dk/sites/default/files/2020-09/GSK\\_L%C3%A6seplan\\_Matematik.pdf](https://emu.dk/sites/default/files/2020-09/GSK_L%C3%A6seplan_Matematik.pdf)
- Børne- og Undervisningsministeriet. (u.å) Testresultater. Lokaliseret 21/6-2024 fra <https://uddannelsesstatistik.dk/Pages/Topics/17.aspx?excel=1579>
- Geary, D.C., Hamson, C.O. & Hoard, M.K. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children With Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(3), 236-263. <https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2561>

- Hickendorff, M. (2018). Dutch Sixth Graders' Use of Shortcut Strategies in Solving Multidigit Arithmetic Problems. *European Journal of Psychology of Education*, 33(4), 577-594. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0357-6>
- Hickendorff, M., Torbeyns, J. & Verschaffel, L. (2019). Multi-Digit Addition, Subtraction, Multiplication, and Division Strategies. I A. Fritz, V.G. Haase & P. Räsänen (red.), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (s. 543-560). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_32](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_32)
- Jóelsdóttir, L.B. (2023). *Essays on Adaptivity and Flexibility in Multidigit Arithmetic*. Ph.d.-afhandling. Institut for Økonomi, Aarhus Universitet.
- Jóelsdóttir, L.B. & Andrews, P. (2023). Danish Third, Sixth and Eighth Grade Students' Strategy Adaptivity, Strategy Flexibility and Accuracy When Solving Multidigit Arithmetic Tasks. *European Journal of Psychology of Education*. <https://doi.org/10.1007/s10212-023-00786-2>
- Jóelsdóttir, L.B. & Andrews, P. (2024). Grade Six Students' Multi-Digit Arithmetic Strategy Adaptivity and Flexibility: Evaluating a Novel Tri-Phase Assessment Tool. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2328341>
- Jóelsdóttir, L.B. & Sunde, P. (2024). Adaptivitet og fleksibilitet – addition og subtraktion med flercifrede tal. [Manuskript accepteret til udgivelse i MONA].
- MacDonald, B., Westenskow, A., Moyer-Packenham, P.S. & Child, B. (2018). Components of Place Value Understanding: Targeting Mathematical Difficulties When Providing Interventions. *School Science and Mathematics*, 118(1/2), 17-29. <https://doi.org/10.1111/ssm.12258>
- McMullen, J., Brezovszky, B., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Hannula-Sormunen, M.M. & Lehtinen, E. (2016). Adaptive Number Knowledge: Exploring the Foundations of Adaptivity With Whole-Number Arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 47, 172-181. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.02.007>
- Ostad, S. (1999). Developmental Progression of Subtraction Strategies: A Comparison of Mathematically Normal and Mathematically Disabled Children. *European Journal of Special Needs Education*, 14(1), 21-36. <https://doi.org/10.1080/0885625990140103>
- Peltenburg, M., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Robitzsch, A. (2012). Special Education Students' Use of Indirect Addition in Solving Subtraction Problems up to 100: A Proof of the Didactical Potential of an Ignored Procedure. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 351-369. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9351-0>
- Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2015). Developing Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics. I R.C. Kadosh & A. Dowker (red.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition* (s. 1118-1134). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014>
- Rittle-Johnson, B., Star, J.R. & Durkin, K. (2012). Developing Procedural Flexibility: Are Novices Prepared to Learn From Comparing Procedures? *British Journal of Educational Psychology*, 82(3), 436-455. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02037.x>

- Sunde, P.B., De Smedt, B., Verschaffel, L. & Sunde, P. (2023). Grade One Single-Digit Addition Strategies as Predictors of Grade Four Achievement in Mathematics. *European Journal of Psychology of Education*. <https://doi.org/10.1007/s10212-023-00761-x>
- Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P. & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by Addition Strategy Use in Children of Varying Mathematical Achievement Level: A Choice/No-Choice Study. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 215-234. <https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77>
- Undervisningsministeriet. (2001). *Klare mål – matematik – faghæfte 12*. Undervisningsministeriet.
- Van Der Auwera, S., Torbeyns, J., De Smedt, B., Verguts, G. & Verschaffel, L. (2022). The Remarkably Frequent, Efficient, and Adaptive Use of the Subtraction by Addition Strategy: A Choice/No-Choice Study in Fourth- to Sixth-Graders With Varying Mathematical Achievement Levels. *Learning and Individual Differences*, 93, 102107. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.102107>
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, Investigating, and Enhancing Adaptive Expertise in Elementary Mathematics Education. *European Journal of Psychology of Education*, 14(3), 335-359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>
- Verschaffel, L., Torbeyns, J., De Smedt, B., Luwel, K. & Van Dooren, W. (2007). Strategy Flexibility in Children With low Achievement in Mathematics. *Educational & Child Psychology*, 24(2), 16-27.
- Xu, L., Liu, R.D., Star, J.R., Wang, J., Liu, Y. & Zhen, R. (2017). Measures of Potential Flexibility and Practical Flexibility in Equation Solving. *Frontiers in Psychology*, 8, 1368. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01368>
- Yackel, E. & Cobb, P. (1992). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.4.0458>

## English abstract

*In this study we investigate the lower achieving students multidigit arithmetic strategies and compare them to higher achieving students. 685 students in Danish grade 6 completed both Tri-phase Flexibility Assessment with multidigit addition, subtraction and multiplication and national test in mathematics. The use of number-based strategies and standard algorithms was compared by achievement groups, defined by results from the national test. The findings show increasing use of number-based strategies for each achievement level, but no significant differences in use of standard algorithm. Further, number-based strategies were more accurate than standard algorithm in all achievement groups except the lowest 10%.*