

# Vertikal fordybelse i undersøgelsesbaseret modellering



Dorte Moeskær Larsen,  
læreruddannelsen, UCL



Morten Christensen,  
læreruddannelsen, UCL

*Kommentar til Claus Auning: "Undersøgelsesbaseret modellering i matematik og naturfag i skolen", MONA, 2022(4).*

Claus Auning beskriver i en artikel i *MONA, 2022(4)*, et undervisningsforløb hvor elever i en 8.- og en 9.-klasse arbejder med at integrere matematik og naturfag med udgangspunkt i undersøgelsesbaseret modellering. Vi finder at artiklen har et meget vigtigt fokus, både fordi integrationen mellem naturfag og matematik ofte bliver beskrevet som meget relevant, og fordi der sjældent helt konkret gives eksempler på hvordan man kan arbejde med denne integration, og samtidig sættes der eksplicit fokus på matematiks rolle i det tværfaglige samarbejde.

Claus Auning beskriver i artiklen hvordan eleverne igennem et forløb om klimatilpasning kommer igennem de forskellige delprocesser i den matematiske modelleringscyklus, med henvisning til beskrivelsen af Niss & Jankvists (2021) model. I artiklen beskrives der ligeledes et fælles rammeværk inden for modellering, hvor eleverne skal arbejde på både et horisontalt og et vertikalt plan i både matematik og naturfag. På det horisontale plan skal eleverne arbejde med forklaringer og løsninger på det komplekse klimaproblem/-fænomen, og på det vertikale plan skal eleverne fordybe sig i de tre områder matematisk modellering, naturvidenskabelige undersøgelser og undersøgelsesorienteret modellering (Auning, 2022, s. 53).

Det beskrives således hvordan eleverne arbejder på det horisontale plan når de arbejder med ved hjælp af matematisk modellering at finde løsninger og forklaringer på det komplekse klimaproblem ved at de igennem de enkelte delprocesser – præ-matematisering, matematisering, problemløsning, afmatematisering og validering – beregner hvor mange liter vand der vil falde ved 36 mm nedbør, og senere arbejder med vandbalanceligningen i samme proces. Eleverne bevæger sig dermed mellem det matematiske domæne og det ekstra-matematiske domæne/virkelighedsdomæne, og eleverne giver tydeligt udtryk for hvor vigtig de synes matematikken er til at løse denne type naturvidenskabelige problemstillinger. Men hvordan er det at eleverne

arbejder på det vertikale plan med matematisk modellering? Eller naturvidenskabelige undersøgelser?

Vi finder selv både de faglige forståelser og sammenhængen mellem modellering i naturfag og modellering i matematik interessant. På læreruddannelsen i Odense har vi i et internt tværfagligt samarbejde mellem naturfagsundervisere og matematikundervisere netop drøftet og arbejdet med hvordan studerende kan tilrettelægge tværfaglig undervisning i disse fag med modellering som udgangspunkt, og har fundet drøftelser af de forskellige anvendte begrebsdefinitioner inden for de forskellige fag interessant. Hvordan defineres og anvendes en model i naturfag og i matematik, eller hvad vil det sige at modellere i naturfag, og hvad vil det sige i matematik?

For at et tværfagligt perspektiv er muligt, kræver det således også at der er en fælles forståelse for hvad ordet modellering dækker over i de enkelte fag. I denne forbindelse har vi fundet Aunings rammeværk for modellering meget inspirerende, men er samtidig også nysgerrige på en yderligere uddybelse af rammeværkets akser i de to forskellige fag. Herunder i særdeleshed betydningen af den vertikale fordybelse i de forskellige områder – henholdsvis matematisk modellering, naturvidenskabelig undersøgelse og sluttelig undersøgelsesbaseret modellering.

Der har tidligere været beskrevet både en horisontal og en vertikal akse for matematisk modellering i den hollandske tilgang til matematikdidaktik i Realistic Mathematics Education (Treffers, 1987). I den horisontale matematisering refereres der til at modellere og matematisere en konkret virkelighedsproblemstilling. Dette er efter vores opfattelse også det eleverne i artiklen arbejder med i Aunings forløbsbeskrivelser, men i den vertikale matematisering handler det om matematisering inden for matematikkens egne konceptuelle systemer, og således skal eleverne arbejde med at opnå et højere niveau af matematisk forståelse for de involverede matematiske begreber (Treffers, 1987; Gravemeijer, 1997). Treffers (1987) beskriver således hvordan vertikal og horisontal matematisering bør indgå med lige stor vægt i matematikundervisningen, for det er netop i samspillet mellem de horisontale og vertikale komponenter at eleverne konstruerer (ny) matematisk viden. Her skal eleverne således både arbejde med matematiske “modeller for” den konkrete problemstilling og arbejde med at udvikle matematiske “modeller af” situationer der afspejler samme matematiske forhold. Som et eksempel på dette beskriver Treffers (1987) modelleringen af et kontekstproblem om at dele pizzaer, hvor eleverne tegner opdelinger af cirkler der betegner pizzaer, som en “model af” situationen. Senere bruger eleverne lignende tegninger til at understøtte deres ræsonnement om forholdet mellem brøker som en “model for” division med brøker.

Hvis det er Treffers (1987) og Realistic Mathematics Education-tilgangen der henvises til når der står vertikal fordybelse i rammeværket, så ville det i Aunings (2022) forløbsbeskrivelse betyde at eleverne skulle anvende de frembragte matematiske

modeller i andre typer af situationer, der afspejler de generelle modeller (modeller af) anvendelighed. Det kunne fx være vandbalanceligningen som et eksempel på en lineær funktion, og eleverne ville her måske kunne arbejde med fordybelse og udvikle en større forståelse for linearitetsbegrebet. Men hvordan ser vertikal fordybelse så ud i naturvidenskabelige undersøgelser?

I forhold til Treffers' (1987) beskrivelse af "model for" og "model af" har Auning selv en reference til Gouvea & Passmores (2017) artikel, som også skelner mellem "model af" og "model for". Disse dimensioner beskrives meget tydeligt anderledes end Treffers' (1987) beskrivelser. Her vedrører den første dimension forholdet mellem model og fænomen (modellen af), herunder i hvilke henseender og grader modellen repræsenterer træk ved nogle fænomener. Den anden dimension vedrører et mere epistemisk fokus på repræsentationens tilsigtede brug, nemlig hvilken viden modellen er beregnet til at generere (hvad modellen er til for) for eleven. Disse to dimensioner er flettet sammen, så det er umuligt at forstå hvad en model af er, uden at forstå hvad den er til for.

Det er netop disse forskellige faglige anvendelser af modelleringsbegrebet og definitioner inden for naturfag og matematik vi mener det er vigtigt at drøfte og få afklaret når der arbejdes tværfagligt. På læreruddannelsen kan vi ikke bare forvente at de studerende der skal være både matematik- og naturfagslærere, selv udvikler forståelser for disse overlap og forskelligheder, men vi bliver nødt til at give plads og tid til denne slags tværfaglige drøftelser og refleksioner. Vi er selv nået til et punkt hvor dette er centralt for vores tværfaglige samarbejde, og er derfor meget interesseret i hvordan den vertikale fordybelse forstås i Aunings rammeværk.

## Referencer

- Auning, C. (2022). Undersøgelserbaseret modellering i matematik og naturfag i skolen, *MONA*, 2022(4), s. 48-70
- Gouvea, J. & Passmore, C. (2017). 'Models of' versus 'Models for'. *Science & Education*, 26(1), s. 49-63. doi:10.1007/s11191-017-9884-4.
- Gravemeijer, K. (1997). Mediating between Concrete and Abstract. I: P. Bryant & T. Nunez (red.), *Learning and Teaching Mathematics. An International Perspective* (s. 315-345). Hove: Psychology Press.
- Niss, M. & Jankvist, U.T. (2021) *Matematisk modellering*. Lokaliseret januar 2023 på: <https://matematikdidaktik.dk/temaer/matematisk-modellering/>.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction — The Wiskobas Project*. Dordrecht: Springer.



Ansøg om optag til  
september 2023 i  
perioden:  
**1. maj**  
**- 15. maj**

Byg videre på din læreruddannelse

## BLIV KANDIDAT I STEM-UNDERVISNING

Kandidatuddannelsen i STEM-undervisning (Science, Technology, Engineering & Mathematics) gør dig i stand til at bringe den nyeste naturvidenskabelige forskning i øjenhøjde med børn og unge.

Du lærer at udvikle tværfaglig og problembaseret STEM-undervisning og at ruste børn og unge til komplekse samfundsproblemstillinger indenfor fx klima og genteknologi.

Du kan tage uddannelsen uanset hvor i landet du bor. Undervisningen foregår både online, i regionen hvor du bor, samt i Odense på planlagte dage.

Uddannelsen er fuldt statsfinansieret og SU-berettiget og kan læses som både kandidat og erhvervs kandidat.

### Er du uddannet lærer?

Tag uddannelsen som en erhvervs kandidat og få fornyet din faglighed og din undervisning fra dag et. Som erhvervs kandidat kan du undervise ved siden af uddannelsen og afprøve dine nye værktøjer med det samme. Du har et kursus per semester i fire år.

### Er du lærerstuderende?

Byg videre på din professionsbachelor og giv dig selv flere karrieremuligheder. Hvis du læser kandidaten på fuld tid over to år, har du to kurser per semester.

Find mere information på [studier.ku.dk/stem](http://studier.ku.dk/stem) eller skriv til [kastem@ind.ku.dk](mailto:kastem@ind.ku.dk)





# BLIV MASTER I SCIENCEUNDERVISNING



Nyt hold starter  
august 2023

Masteruddannelsen i scienceundervisning er designet til at gøre erfarne undervisere endnu bedre.

Uddannelsen er målrettet undervisere i naturvidenskabelige fag på gymnasialt niveau eller tilsvarende. Den giver dig nye vinkler på din undervisning og gør dig samtidig til en del af et inspirerende netværk af engagerede medstuderende og undervisere.

Der udbydes 1 eller 2 kurser hvert semester, og der er undervisning ca. hver anden mandag.

Prisen er 20.000 kr. for efterårets kursus eller 110.000 kr. for hele uddannelsen.

Kurserne kan læses som selvstændige efteruddannelseskurser, eller de kan indgå i et samlet masterforløb.

Læs mere på [www.ind.ku.dk/misu](http://www.ind.ku.dk/misu)

## Kursus efteråret 2023: Naturfagsdidaktik og undersøgelsesbaseret undervisning

Kurset afholdes i efteråret 2023 og omfatter 10 ECTS point. Det er det første kursus for det nye hold.

Undervisningssted: Institut for Naturfagernes Didaktik, Niels Bohr Bygningen, Rådmandsgade 64, 2200 København N.

Omfang: 8 kursusgange + eksamen, ca. hver anden mandag i efteråret. Hver kursusgang er 9:45-16:30 (med mindre andet aftales).

Tilmeldingsfrist for start til efteråret er

**1.maj 2023**

Har du spørgsmål om uddannelsen? Kontakt Christine Holm på [cholm@ind.ku.dk](mailto:cholm@ind.ku.dk) eller på tlf. 35320537

KØBENHAVNS  
UNIVERSITET

