

Undersøgelsesbaseret modellering i matematik og naturfag i skolen



Claus Auning, UC SYD

Abstrakt: Denne undersøgelse viser at en undersøgelsesbaseret modelleringstilgang (UBM) kan fungere som en god ramme for elevernes forståelse, idet de igennem denne modelleringsproces løbende udvikler deres viden om og forståelse af komplekse fænomener. Artiklen undersøger endvidere hvordan matematisk modellering kan medvirke til at udvikle og styrke denne forståelse. Artiklen kommer med designprincipper for hvordan UBM-forløb kan planlægges og gennemføres, og kommer med et bud på et sådant tværfagligt forløb til overbygningen. Resultater fra den tilhørende case viser at eleverne kommer igennem hele den matematiske modelleringscyklus ad flere omgange, og eleverne fremhæver at den matematiske modelleringsproces giver mening for dem, og matematik er efter elevernes opfattelse medvirkende til en større forståelse af det komplekse fænomen. Denne UBM-tilgang med særligt fokus på matematisk modellering får nogle implikationer for undervisningen som skitseres sidst i artiklen.

Indledning

Modelleringskompetencen i naturfag blev indført i skoleåret 2015/16 (UVM, 2014). Undersøgelser peger dog forsat på at lærere har udfordringer med at implementere centrale aspekter af modelleringskompetencebegrebet i deres undervisning (Nielsen & Nielsen, 2019). Modelleringskompetence inkluderer forståelse af matematiske repræsentationer såsom funktioner, opstilling af algebraiske ligninger og geometriske objekter. Dette kræver en viden om matematisk modellering samt en forståelse af hvordan man udvikler forklaringer og løsninger matematisk. Imidlertid er der inden for naturfag og matematikfaget kun ganske få praktiske vejledninger til rådighed som peger på hvordan dette kan gøres (Gilbert & Justi, 2016), og samtidig har det vist sig at integration af matematik i naturfag er en udfordring for eleverne (Pajchel, Ramton & Sollid, 2019).

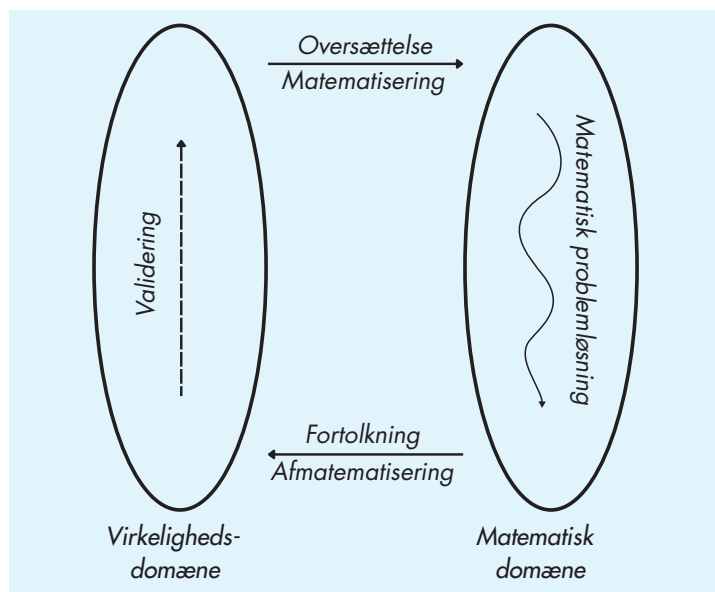
“Altså, jeg er ikke så glad for matematikdelen, men jeg synes det er fedt at man sådan kan beregne det på den måde.” (9B6S2)

“Når man ikke er så god til matematik, så er det jo lidt sværere. Men hvis det er noget man synes er fedt, så prøver man jo at forstå det, man prøver jo at gøre det så godt man kan. Ja, lige meget om tallene er forkerte, men du prøvede i det mindste”. (9B6S1)

Disse to citater kommer fra elever i 9. klasse der har været igennem et undervisningsforløb om klimatilpasning der omhandler et komplekst naturfænomen, et lokalt skybrud, hvor der eksplicit benyttes matematiske modelleringsprocesser der knytter sig til disse fænomener. Begge elever udtrykker usikkerhed over for matematik, men at det alligevel har givet mening for dem at anvende matematikken. I denne artikel vil jeg på baggrund af en case fra denne 9. klasse udfolde hvordan man kan arbejde tværfagligt med matematik og naturfag i et ligeværdigt samarbejde ved brug af en undersøgelsesbaseret modelleringstilgang. Først gennemgår jeg mit teoretiske ståsted når det gælder matematisk modellering og UBM. Derefter følger et metodeafsnit hvor jeg vil beskrive forskningsdesignet og efterfølgende redegøre for de designprincipper der er blevet brugt til at planlægge undervisningsforløbet med. Derefter beskriver jeg det konkrete undervisningsforløb anvendt i denne undersøgelse, efterfulgt af en analyse af forløbet, hvorefter jeg til sidst i artiklen diskuterer og konkluderer på baggrund af mine resultater.

Teori

Inden for matematik forstås matematisk modellering som det at kunne beskrive noget matematisk der i sit udgangspunkt ikke er matematisk (Højgaard, 2009). Det centrale for den matematiske modelleringsproces er forholdet mellem den virkelige verden og det matematiske domæne. Modelleringsprocessen forløber igennem en lang række delprocesser. Disse delprocesser i den matematiske modellering er beskrevet af eksempelvis Blomhøj & Jensen (2007), Blum & Ferri (2009), Galbraith & Stillman (2006) og Niss (2010). Centralt for dem alle er at kunne beskrive den virkelige verden med matematiske begreber igennem en matematisering for igen at vurdere det matematiske resultat tilbage til den virkelige verden. Jeg vil i denne artikels analyse tage udgangspunkt i Mogens Niss & Uffe Thomas Jankvists (2021) enkle modelleringscyklus (figur 1) og deres fem processer (figur 2).



Figur 1. Den simple matematiske modelleringscyklus. Niss & Jankvist (2021).

Processer i modelleringscyklussen

Præ-matematisering (L1)

En fælles betegnelse for de processer, herunder specificering og idealisering, der foregår inden en virkelig situation oversættes til matematik, altså inden matematisering foretages.

Matematisering (L2)

Den egentlige oversættelse af den idealiserede situation til matematiske begreber, fx gennem valg af funktioner, opstilling af algebraiske ligninger, differens- eller differentialligninger, geometriske objekter mv.

Problemløsning (L3)

Den matematiske aktivitet der består i at finde matematiske løsninger og svar på den matematiserede problemstilling.

Afmatisering (L4)

Processen med at fortolke det matematiske resultat i termer af den virkelige kontekst, i første omgang måske den idealiserede situation.

Validering (L5)

Den proces hvor svarene fra den opstillede model valideres i forhold til svar vedrørende den virkelige situation.

Figur 2. Processer i modelleringscyklussen, efter Mogens Niss & Uffe Thomas Jankvist (2021).

Undersøgelsesbaseret modellering (UBM, på engelsk: model-based inquiry) er kendetegnet ved at være en flerfaset iterativ proces (Clement, 2000; Gilbert, 2004; Louca & Zacharia, 2012; Schwarz et al., 2009), og denne undersøgende modellering fungerer som en epistemologisk proces der hjælper eleverne med at synliggøre deres tænkning og gøre den tilgængelig for andre. Eleverne får indsigt i egen progression mod en forståelse af idéer, forudsigelser, forklaringer og løsninger af komplekse fænomener (Schwarz, Passmore & Reiser, 2017; Gilbert & Justi, 2016; Windschitl, Thompson & Braaten, 2018; Auning, 2020). Modellering kan tjene som et redskab for eleven til at udtrykke sin tænkning og visualisere og teste dele af teorier. Det kan hjælpe eleven med at sætte abstrakt teoretisk viden i en sammenhæng. I undervisningen udvikler eleverne modeller som svar på et problem eller spørgsmål ved hjælp af deres forudgående viden og erfaringer. Disse første elevgenererede modeller er fysiske udtryk for elevernes begrebsmæssige forståelse på det givne tidspunkt. Modellerne kan bruges af eleverne og læreren til at forstå elevernes nuværende forståelse af hvordan og hvorfor fænomener opstår eller fungerer på den måde de gør. Modellen udgør således en støtte for elevernes epistemologiske proces. Elevernes forklaringer af fænomenet med udgangspunkt i deres model bliver således deres modelbaserede forklaring. I den efterfølgende modelleringsproces bygger eleverne yderligere kausale forklaringer fra undersøgende arbejde på deres model. Dette kan gøres i form af ekspressiv modellering, hvor de igennem deres egne undersøgelser og observationer modellerer deres resultater og derigennem udtrykker deres egen opfattelse af fænomenet. Man kan også bruge en eksplorativ modellering, hvor eleverne undersøger og anvender eksisterende modeller såsom undervisningsmodeller eller konsensusmodeller (Lijnse, 2008). Undervejs i processen evalueres modellen af eleven. Modellen revideres efterfølgende for at afspejle ny forståelse. Forståelsen sker gennem det dialogiske forhold mellem eleven og modellen, når eleven løbende anvender, evaluerer og reviderer modellen på baggrund af ny viden (Zangori et al., 2017; Gilbert, 2004; Louca & Zacharia, 2012; Auning, 2020). Hvert trin i denne modelleringsproces understøtter eleverne i at udforme deres tænkning og ræsonnement og synliggøre dette (Forbes et al., 2015; Zangori & Forbes, 2016). Elevernes modeller er således fysiske udtryk for en udvikling af den konceptuelle forståelse hos eleverne (Clement, 2000; Nersessian, 2002), og hver modeliteration fungerer som et historisk artefakt der kan bruges til at identificere elevernes forståelse over tid (Zangori et al., 2017). Modellering kan således være den styrende faktor for det undersøgende arbejde: Igennem modelleringsprocessen opstår spørgsmål der kan danne grundlag for opstilling af en hypotese der kan testes empirisk både induktivt og deduktivt. Resultatet af undersøgelsen anvendes igennem modellering, hvor løsningen eller forklaringen kobles til det komplekse fænomen der undersøges.

Men hvordan kan UBM og matematisk modellering sammentænkes? Dette har ledt frem til følgende undersøgelsesspørgsmål:

Hvorledes kan elevernes forståelse af komplekse fænomener i naturen udvikles og styrkes gennem matematisk modellering ved brug af en undersøgelsesbaseret modellerings-tilgang?

Metodeafsnit

Forskningsdesign

Dette forskningsspørgsmål har jeg arbejdet med som deltager i et projekt hvor vi med udgangspunkt i de udviklede designprincipper til et fælles rammeværk i matematik og naturfag, som er beskrevet i næste afsnit, planlagde og afprøvede et undervisningsforløb med en 8. klasse med 24 elever og en 9. klasse med 16 elever på to syddanske folkeskoler. Forløbet blev afprøvet i foråret 2020 og bestod af 12 lektioner fordelt over en uge, hvor samtlige matematik- (N = 5) og naturfagstimer (N = 7) indgik. Metodisk er der foretaget to kvalitative analyser. Den første analyse er foretaget ved at kode elevernes modeller (N = 13) med udgangspunkt i Niss & Jankvists (2021) model for matematisk modellering. Og en deduktiv kodning af modellerne med udgangspunkt i de faglige aktiviteter anvendt i UBM-forløbet. Efterfølgende har jeg fulgt principperne for tematisk analyse beskrevet af Braun & Clarke (2006) på baggrund af semistrukturerede interviews (N = 7) med tilfældige grupper efter endt forløb. Artiklen tager særligt udgangspunkt i en gruppe på tre elever fra 9. klasse, idet denne gruppe kommer igennem hele den matematiske modelleringscyklus ad flere omgange, samtidig med at jeg har et meget fyldestgørende interview med gruppen. Der er i alt 5 ud af 13 grupper der som denne gruppe kommer igennem hele den matematiske modelleringscyklus, og da artiklen her vil belyse hvordan forståelse af komplekse fænomener i naturen udvikles og styrkes gennem matematisk modellering, har jeg derfor valgt en af de grupper som kommer igennem alle faser.

Designprincipper til planlægning af undervisningsforløbet

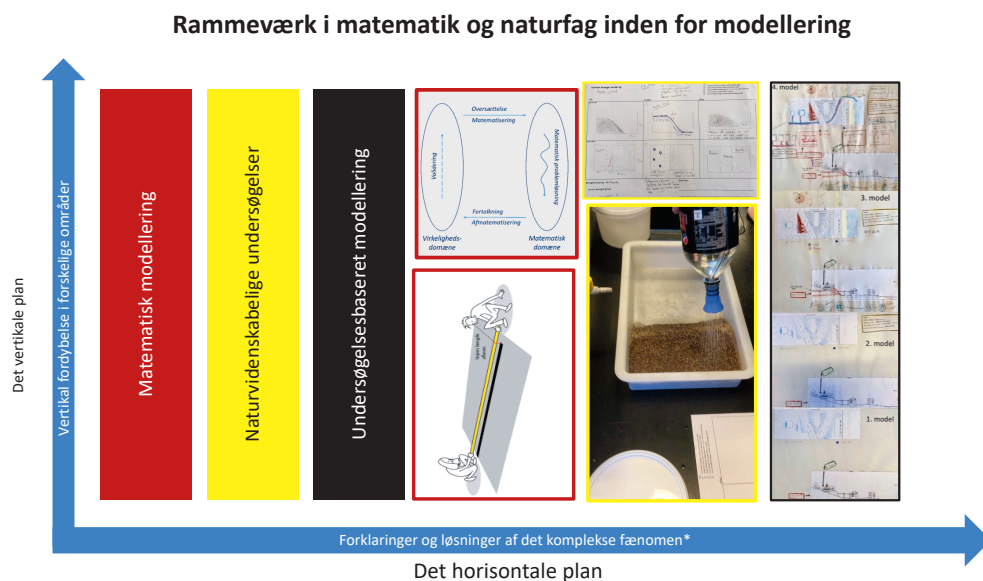
Det afprøvede undervisningsforløb er planlagt ud fra designprincipper til et fælles rammeværk i matematik og naturfag inden for modellering (figur 3) (Auning, 2021) der består af to plan: et horisontalt plan, hvor eleverne undersøger et komplekst fænomen der skal kunne forklares eller løses ved anvendelse af matematisk modellering, og et vertikalt plan bestående af matematisk modellering, naturvidenskabelige undersøgelser og undersøgelsesbaseret modellering.

Matematisk modellering: Der skal vertikalt i undervisningen arbejdes med matematiske modelleringsprocesser der knytter sig til det komplekse fænomen. Et eksempel

fra dette forløb er at vi brugte to matematiklektioner i forløbet på at undersøge hvor mange liter vand 36 mm regn ville fylde på skolens parkeringsplads. Opgaven var derefter fri, eleverne valgte selv undersøgelsesmetode, fik matematiske resultater og validerede disse tilbage til virkeligheden. Alle trin i den matematiske modelleringsproces blev diskuteret og bearbejdet på klassen.

Naturvidenskabelige undersøgelser ser vi som mangfoldige, og der kan i forløbene bruges varierede naturfaglige aktiviteter såsom faglig læsning, eksperimenter, observationer og modeller, herunder simulationer, drama, illustrationer, animationer og forsøg. Vi har tilsvarende i den matematiske modellering anvendt en cyklisk iterativ proces hvor eleverne har stillet spørgsmål, opstillet hypoteser, undersøgt og analyseret data og fået et resultat som de efterfølgende har kunnet bruge som en brik i den samlede forklaring og til løsning af det komplekse fænomen. Eleverne har igennem dette vertikale arbejde med delprocesser, teorier og love fået en praktisk indsigt som de kan anvende i deres forklaringer og løsninger.

Undersøgellesbaseret modellering er omdrejningspunktet for planlægning af undervisningen og vil blive tydeligt udfoldet i næste afsnit.

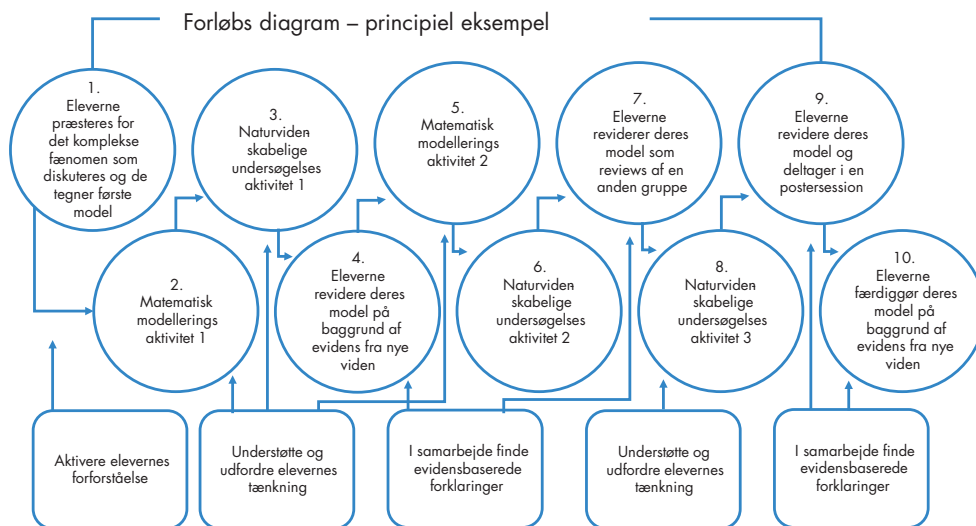


Figur 3. Rammeværk i matematik og naturfag inden for modellering indeholdende de tre vertikale fordybelsesområder samt tre eksempler på disse fra undervisningsforløbet (Auning, 2021).

Det undersøgellesbaserede modelleringsforløb

Undervisningsforløbet er udviklet i samarbejde med de to klassers matematik- og naturfagslærere (N = 4) samt en underviser fra UC SYD og følger designprincipperne

til det fælles rammeværk skitseret ovenfor. Forløbets omdrejningspunkt er en undersøgelsesbaseret modelleringstilgang og er inspireret af “ambitious science teaching” (Windschitl, Thompson & Braaten, 2018). Jeg har her i figur 4 skitseret hvordan et sådant undervisningsforløb kunne struktureres.



Figur 4. Eksempel på hvordan et undervisningsforløb kunne struktureres ved en sammentænkning af det fælles rammeværk (Auning, 2021) og UBM, inspireret af Windschitl et al. (2018, s. 270).

Det centrale for denne UBM-tilgang er at man arbejder med et komplekst fænomen. Karakteristisk for et komplekst fænomen er at den fulde forklaring kræver en bred vifte af naturvidenskabelige idéer for at kunne besvares. Man skal forestille sig et puslespil hvor man først kan se hvad billedet forestiller, når alle brikker er sat sammen. Man kan dog ikke forvente at alle elever er lige gode til at lægge dette puslespil. Men som vi kender det fra puslespil, så behøver man ikke altid at lægge alle brikker for at kunne se hvad billedet forestiller. Således vil eleverne kunne komme med mange forskelligartede forklaringer på det komplekse fænomen, og det kræver ofte at eleverne hjælper hinanden med at samle puslespillet. Dette forløb starter med spørgsmålet: Hvorfor skete dette i jeres by? Det komplekse fænomen er en skybrudsevent i den lokale provinsby eleverne bor i. Herefter ser klassen en film¹ fra Flensborg der bliver udsat for et skybrud – 36 mm nedbør på 30 minutter. Dette er et komplekst fænomen idet det kræver en forståelse af vandbalanceligningen, det vil sige forholdet mellem på den ene side (af ligningen) nedbør og på den anden hvordan nedbøren afstrømmer både overfladisk og underjordisk, og hvis nedbøren så nedsiver, hvilke konsekvenser

1 <https://youtu.be/H5eqvFBodA>

har dette så for forskellige overflader såsom hård belægning og jordbundstyper? Det kræver yderligere viden om vandkredsløb, grundvandsstrømning og grundvandspejl samt kloaksystemer at kunne komme med en fuld forklaring på det komplekse fænomen. Begge klasser kunne fint relatere til denne event. Den ene skole ligger ganske få kilometer fra Flensborg, og den anden skole ligger i Kolding, hvor der 14 dage før undervisningsforløbet havde været et skybrud, og flere elever kendte til familier der havde fået vand i kælderen i den forbindelse. Først tegnede eleverne på deres skabelonmodeller for at få deres forhåndsviden aktiveret (Windschitl et al. 2018) (se et eksempel på en sådan første model i figur 7). Disse første modeller diskuterede vi på klassen for at finde ud af hvad eleverne manglede for at kunne besvare det komplekse fænomen. Vi anvendte i dette forløb en modelskabelon, en "big picture"-skabelon (Fowler, Windschitl & Auning, 2021). På skabelonen er der fire bygninger, veje, bro og strand, og området ses både ovenfra og fra siden. Modelskabelonen har fortrykt målestok og udvalgte længde-, bredde- og højdemål. Eleverne fik skabelonen i A3-størrelse som de klippede ud og limede på et A1-papir så der var plads til at tegne deres undersøgelser ind på modellen (se figur 7).

I den efterfølgende lektion bliver eleverne introduceret til og læser en tekst om vandets kredsløb. I denne tekst og den efterfølgende diskussion er der særligt fokus på vandbalanceligningen, og i næste lektion anvendes denne i praksis. Der er således to vigtige mål for disse to lektioner: for det første at de arbejder med nedbør og nedbørmængder for et udvalgt område – et vigtigt element i deres forståelse af vandbalanceligningen – og for det andet at de ved hjælp af den matematiske modelleringsproces beregner mængden af nedbør på et udvalgt område, nemlig skolens parkeringsplads. Windschitl et al. (2018) kalder disse elementer af forløbet for at understøtte og udfordre elevernes tænkning, og da dette er ny viden for eleverne, kræver det også en grundig drøftelse af det undersøgte på klassen. Efter en sådan sekvens struktureres klassesamtalerne om følgende spørgsmål til den enkelte aktivitet (Auning, 2020; Windschitl et al., 2018, s. 189):

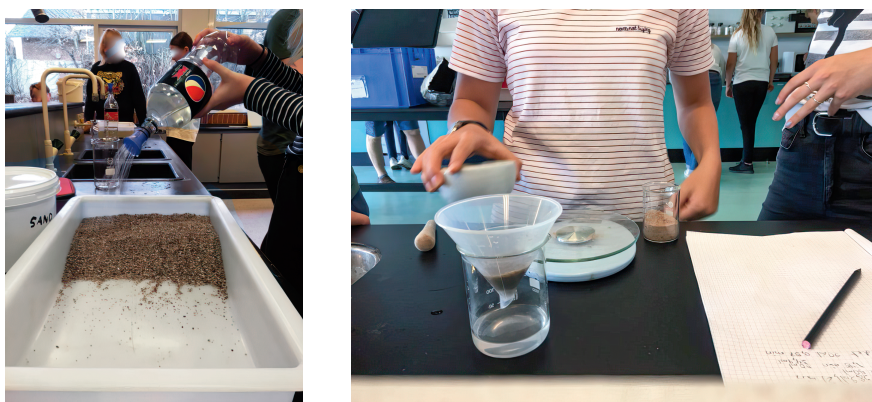
- Hvad observerede vi?
- Hvad lærte vi?
- Hvad hjalp det os til at forstå om skybruddet?

I dette forløb er der tre af disse sekvenser:

- Lektion 2-4: vandets kredsløb, vandbalanceligningen, matematisk modellering; case: opmåling og rumfangsberegninger af skolens parkeringsplads

- Lektion 6-8: afstrømning og nedsivningsundersøgelser af forskellige jordbundstyper, GIS-undersøgelser af lokale forhold for den hydrauliske ledningsevne og grundvandsspejl².
- Lektion 10: faglig læsning om kloakteori og undersøgelse af den lokale kloakering ved anvendelse af kommunale GIS-kort.

I lektion 6-8 undersøger eleverne forskellige jordbundstyper – moræne, ler/asfalt og sand – for deres porøsitet, infiltration og vandkapacitet. Og de simulerer nedbørens indvirkning på et landskab der er meget lig dette fra deres model, igen med forskellige jordbundstyper.



Figur 5. Eleverne modellerer deres observationer.

Eleverne modellerer deres observationer i forbindelse med disse jordbundsundersøgelser, og disse modeller danner udgangspunkt for den efterfølgende opsamling på klassen, jf. ovenfor. Her perspektiveres også til elevernes undersøgelse af lokale jordbundsforhold, som de har udført ved brug af online GIS-kort. Vi har således – ud over det undersøgende arbejde – fokus på den ekspressive modellering i disse to lektioner (Lijnse, 2008).

I 10. lektion har vi til gengæld fokus på den eksplorative modellering (Lijnse, 2008). Eleverne læser her en faglig tekst om kloakteori. Denne tekst indeholder mange modeller af hvordan en kloakering fungerer, og de problemer der kan opstå når kloakken tilstoppes af fx store vandmængder. De undersøger ligeledes deres lokale kloakforhold ved brug af kommunens GIS-korttjeneste. Formålet med denne lektion er at eleverne finder faglige argumenter for eksempelvis deres hypoteser om vand i kældrene.

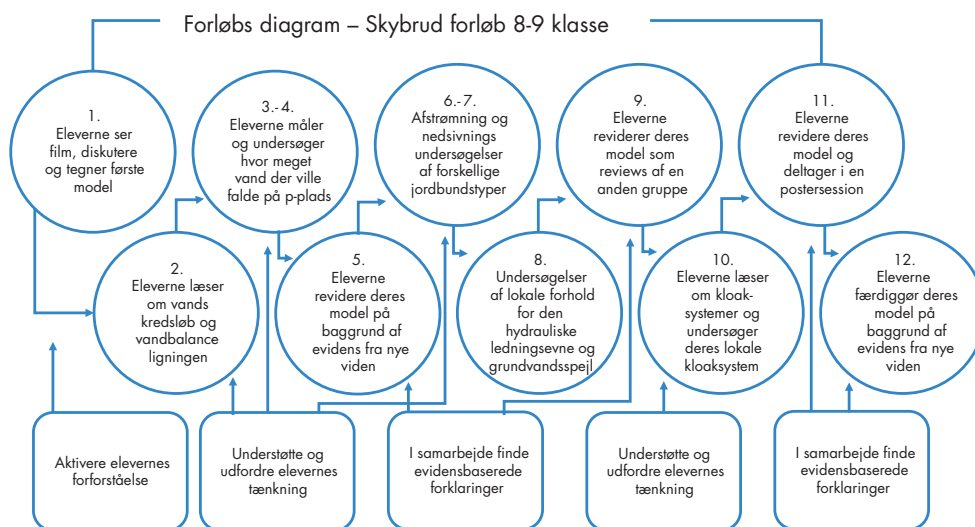
I 5., 9., 11. og 12. lektion reviderer eleverne deres model på baggrund af den nye

² <https://miljoegis.mim.dk/spatialmap?&profile=miljoegis-klimatilpasningsplaner>

viden og forståelse de har fået fra deres undersøgelser. Windschitl et al. (2018) bruger begrebet at man "i samarbejde finder evidensbaserede forklaringer", om disse elementer af forløbet. I 7. lektion, altså tredje gang de reviderer deres model, reviewes deres model af en anden gruppe. Dette gør gruppen ved hjælp af post-its. Her skriver gruppen hvad den ikke forstår, og kommer med nye forslag til forbedringer. Før sidste lektion, hvor eleverne færdiggør deres model, deltager eleverne i en postersession. Her præsenterer de kort deres model, og de bemærkninger gruppen får, indarbejder de på deres afsluttende model i lektion 12. I forbindelse med de tre gange eleverne reviderer deres model, cirkulerer læreren mellem grupperne og stiller spørgsmål til gruppernes modeller. Dette gør læreren ved at variere mellem tre typer af spørgsmål, alt efter hvor gruppen p.t. er i denne proces:

- Til at hjælpe dem i gang, fx:
 - Hvor tror I vandet bevæger sig hen når det falder der på jeres model?
 - Hvor meget vand snakker vi om at der falder på dette område?
- Til at presse dem videre i deres forklaring, fx:
 - Hvor løber vandet hen når det løber ud af den tagrende som I har tegnet der?
 - Hvordan er der kommet vand i denne kælder?
- Opfølgningsspørgsmål:
 - Kan I fortælle mere?
 - Er I alle enige i det?
 - Hvorfor mener I det?

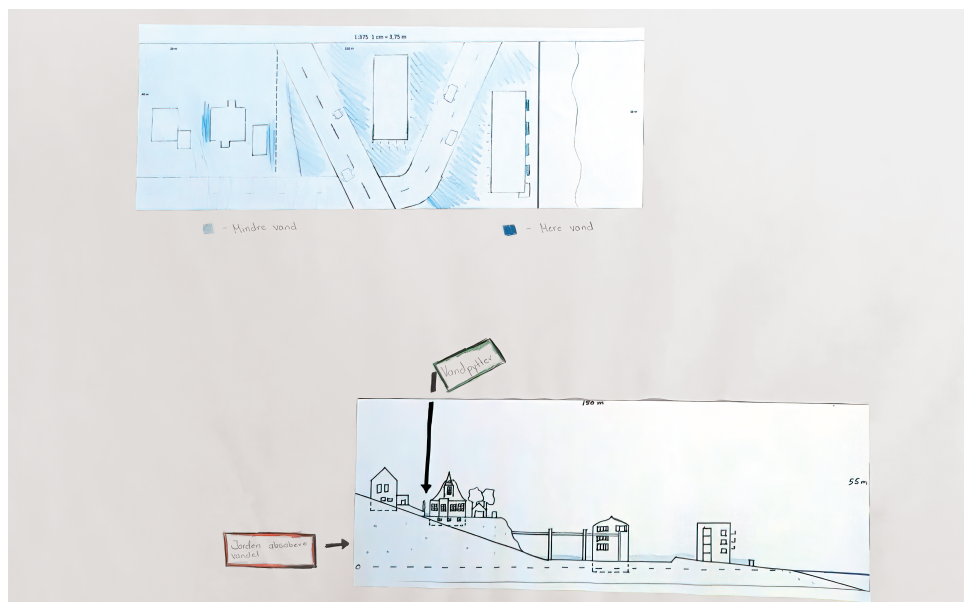
Forløbet er på den måde opbygget efter designprincipper til det fælles rammeværk med vertikale fordybelsesområder. Lektion 2-4 har særligt fokus på matematisk modellering, 6.-8. og 10. lektion på naturvidenskabelige aktiviteter, og 5., 9., 11. og 12. lektion på undersøgelsesbaseret modellering. Disse vertikale fordybelsesområder skal således gerne give eleverne de brikker de mangler for at kunne lægge et helt puslespil og dermed komme med en forklaring på det komplekse fænomen de undersøger.



Figur 6. Det planlagte undervisningsforløb.

Analyse

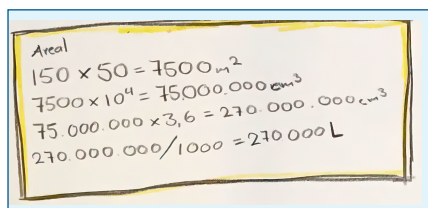
Jeg vil i denne analyse gennemgå hvorledes elevernes forståelse af det komplekse fænomen vedrørende skybrud udvikles og styrkes i brugen af en UBM-tilgang. Dette gør jeg ved at analysere de fire modeller eleverne har lavet igennem forløbet. Jeg vil have særligt fokus på hvordan den matematiske modelleringsproces hjælper eleverne med denne forståelse, med udgangspunkt i Niss & Jankvists (2021) model for matematisk modellering. Gruppe 5 fra 9. B er et godt eksempel på en gruppe der har gennemført alle faser af den matematiske modelleringsproces, men deres vej igennem denne proces er ikke lineær, men springer frem og tilbage imellem det virkelige og det matematiske domæne.



Figur 7. Gruppe 5's første modeltegning.

Efter første modeltegning

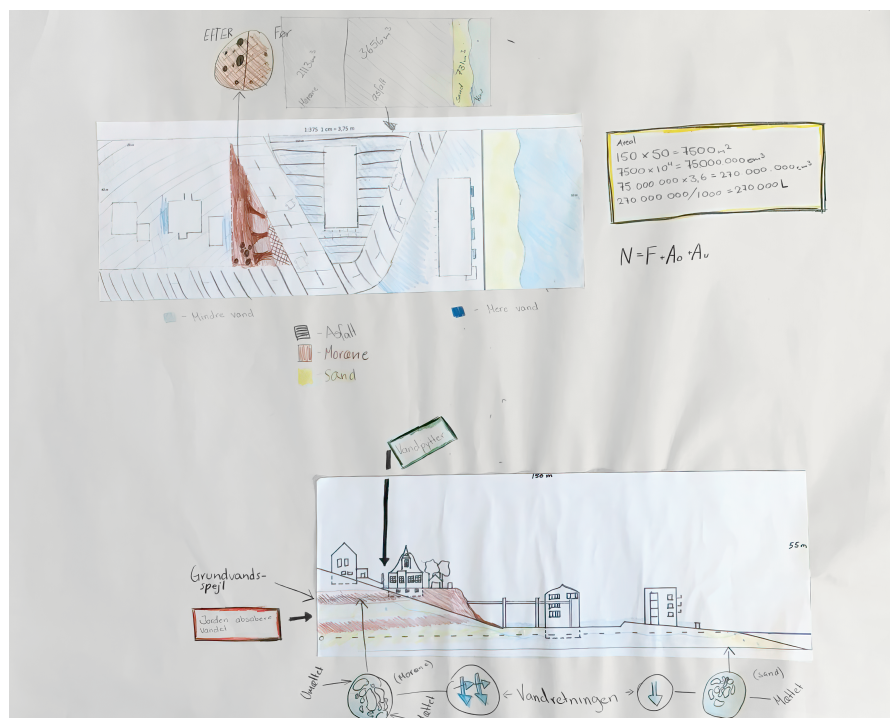
På gruppens første model (figur 7) ses det at gruppen bliver i hvad Niss & Jankvist (2021) kalder præ-matematiseringsfasen (se beskrivelse i figur 2). På modellen set ovenfra indtegner de deres forudsigelse af hvor der vil være meget og lidt vand på overfladen efter skybruddet. Lyseblå betyder lidt og mørkeblå betyder meget vand. På modellen set fra siden indtegner de hvor de vil forvente der vil opstå oversvømmelse og vandpytter som konsekvens af skybruddet. Gruppen illustrerer også at jorden må absorbere noget af vandet, ved hjælp af en pil til skrænten hvor de to villaer er placeret. Det er dermed en mulig forklaring på hvorfor der er mindre vand på overfladen på de to villagrunde. Der forekommer ingen tegn på matematisering på denne første model. Modellen viser således elevernes forhåndsviden og de hypoteser gruppen har om eventen på det pågældende tidspunkt.



Figur 8. Et nyt element tilføjet på gruppe 5's anden modeltegning.

Efter anden modeltegning

På modeltegning 2 tilføjer gruppen kun ét nyt element til deres oprindelige model (figur 8). En beregning af hvor mange liter vand der vil falde på hele modellen ved 36 mm nedbør. Gruppen bevæger sig således fra præ-matematiseringsfasen igennem en matematisering, hvorefter de får et matematisk resultat der giver svar på den matematiserede problemstilling. Der er med denne beregning ingen tegn på at gruppen kommer til en endelig afmatematisering af deres resultat og igen forholder sig til virkelighedsdomænet.

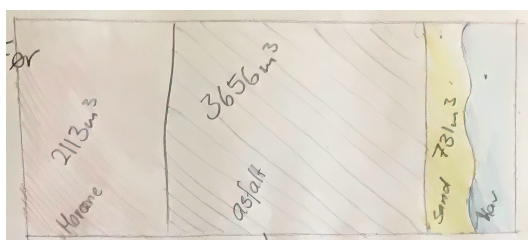


Figur 9. Gruppe 5's tredje modeltegning.

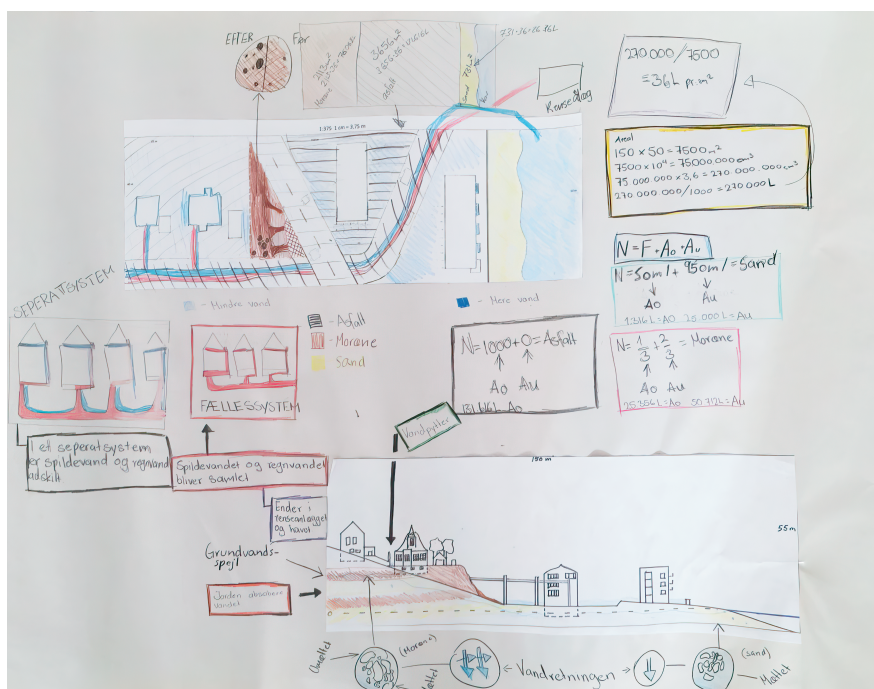
Efter tredje modeltegning

Der sker rigtig meget på gruppens tredje model (figur 9), hvor gruppen på baggrund af forsøg de har lavet i modul 6-8, finder ud af at der er forskel på afstrømning på forskellige overflader, herunder moræne, asfalt (hård belægning) og sand. Den ene af eleverne fra gruppen udtaler således i interviewet efter forløbet at "forsøget hvor vi skulle undersøge forskellige jordtyper og vandets nedsivning, gav rigtig meget indhold vi kunne putte ind på modellen. Det gav rigtig stor forståelse af hvordan jorden optager vand, og hvordan det afstrømmer". Eleven siger endvidere: "Det med morænen og hvordan vandet løber igennem forskellige slags jord, det vidste jeg ikke så meget om i starten". Dette indikerer at gruppen har fået mere viden igennem det undersøgende arbejde og

derefter har valgt at simplificere og inddele modellen i fire områder: et moræne-, et asfalt-, et sand- og et vandområde (se figur 10). De har også valgt at beregne arealet af disse områder på nær vandområdet. Derved kommer de igennem hele den matematiske modelleringsproces, de kobler deres løsning af det matematiske problem, arealberegning, med en afmatematiserings- og valideringsfase, idet de fortolker det matematiske resultat i termer af den virkelige kontekst, og modellen valideres i forhold til svar vedrørende den virkelige situation. De beregner ikke bare arealet, som på deres anden model, men de laver beregninger på baggrund af den overflade der er på det givne område på modellen, som er gjort ud fra de forsøg de har lavet vedrørende afstrømning og nedsivning på forskellige jordbundstyper. Endvidere introducerer de også vandbalanceligningen på deres model, men den bliver ikke yderligere anvendt på denne model.



Figur 10. Gruppe 5's simplificering og inddeling af fire områder: et moræne-, et asfalt-, et sand- og et vandområde fra gruppens tredje modeltegning, som kan ses i toppen af figur 9.

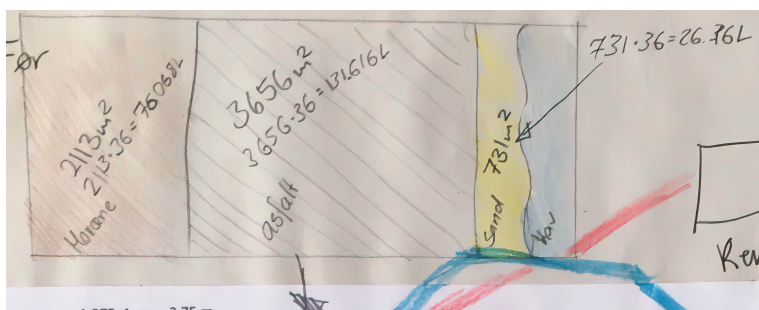


Figur 11. Gruppe 5's fjerde og sidste modeltegning.

Efter fjerde modeltegning

På gruppens fjerde og sidste model (figur 11) kommer de igen igennem hele den matematiske modelleringsproces – fra præ-matematiseringsfasen til valideringsfasen. De anvender nu deres viden om afstrømning på forskellige overflader og bruger disse undersøgte værdier sammen med vandbalanceligningen i deres beregning af A_o (overfladeafstrømning) og A_u (underjordisk afstrømning), idet de jo kender nedbørsmængden og arealet for de forskellige typer af overflader på deres model. De anvender ikke nogen værdi for F (fordampning), da klassen har fravalgt at medtage fordampning. Dette har klassen gjort fordi ikke alle forhold fra virkeligheden kan komme med i den matematiske model, og klassen er blevet enig om at fordampningen må være minimal i de 30 minutter skybruddet varer (se deres beregninger af de forskellige områder på figur 12). Gruppen har også indtegnet deres nye viden om kloaksystemer og forklarer det således: "Vi har lidt af det hele, som vi har lært, med. Vi har nogle beregninger, og vi har nogle illustrationer om hvordan de forskellige ting foregår, som kloaksystemet og jorden der optager vandet."

Figur 12. Gruppe 5's beregninger ved hjælp af vandbalanceligningen fra gruppens fjerde model.

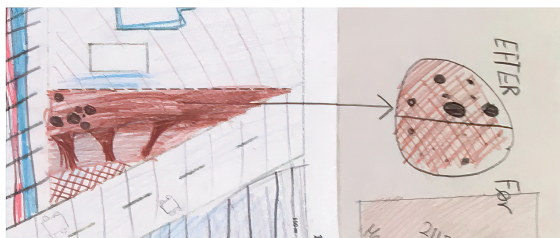


Figur 13. Gruppens beregning af mængden af vand der falder på de forskellige områder, fra gruppens fjerde model.

Gruppen bruger således deres model som et forståelsværktøj, hvor de forsøger at samle al den viden de har genereret under arbejdet med problemstillingen. På den lille oversigtsmodel (figur 13), som gruppen tilføjede på den tredje model, har de nu også tilføjet beregninger af hvor meget vand i liter der falder på tre af de fire områder, og de har tilføjet tre bokse (figur 12), hvor de bruger værdierne fra figur 13 og deres

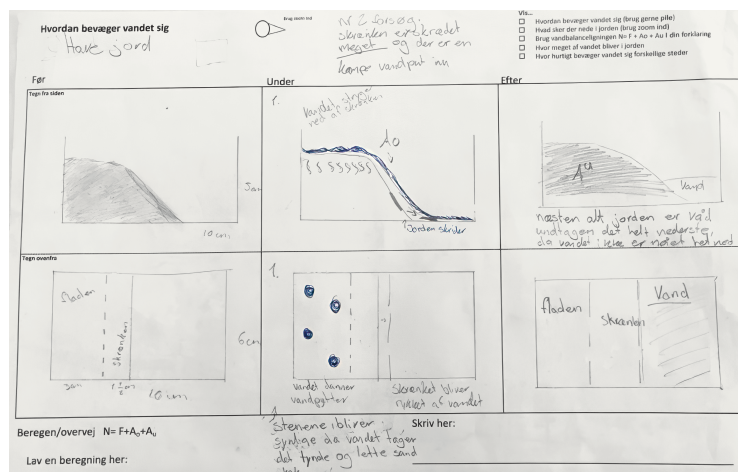
viden om afstrømning og nedsivning fra deres jordbundsforsøg til at beregne vand-balanceligningen for disse tre områder.

Gruppen er således i stand til at validere konsekvenserne af deres beregninger. Som det ses på figur 12, beregner gruppen at $1/3$ af den nedbør (25.356 liter ifølge gruppens beregninger) som falder på området med morænejord, vil afstrømme overfladisk. Gruppens hypotese er nu at de 25.356 liter vand vil løbe ned ad skrænten til området nedenfor (asfaltområdet). Dette bevirker at vandet vil tage jord med sig, og jorden vil aflejres på asfalten neden for skrænten, og idet vandet kun har energi til at tage de lette partikler med sig (ler, silt og sand), vil store sten blive blotlagt og synlige på skrænten, og der vil danne sig render i skrænten med delta-lignende sandaflejringer på asfalten (se figur 13). Det bliver således også gruppens argument for oversvømmelsen af asfaltområdet, som de havde tegnet på deres første model.



Figur 14. Før og efter-nedbørbillede af skræntens overflade og hvordan jorden flyder og danner render efter skybrud, fra gruppens fjerde model.

Hypotesen om skræntens udseende efter skybruddet kommer fra forsøget om nedsivning og afstrømning, hvor eleverne simulerede et skybrud over et område lig landskabet på deres model (se billederne af forsøgene på figur 5). Gennem undersøgelsen har gruppen fundet ud af at store dele af vandet vil afstrømme overfladisk (Ao). På modellen på figur 15 skriver de "jorden skrider", og de har endvidere observeret at der vil komme vandpytter på det flade område før skrænten, og de noterer at "stenene bliver synlige og vandet tager det tynde og lette sand væk". Disse resultater fra forsøget tilføjer de til deres model (figur 14). Observationerne fra forsøget bruges altså af gruppen som argument for oversvømmelsen af asfaltområdet neden for skrænten og skræntens udseende efter skybruddet.



Figur 15. Gruppens forsøgsoptegnelse fra simulationsforsøget med skybrud og forskellige jordbundstyper, her morænejord, som gruppen kalder havejord.

Interview efter endt forløb

I interviewet efter forløbet fremhæver eleverne at den matematiske modelleringsproces giver mening for dem, og at matematikken giver dem en bedre forståelse af det komplekse fænomen de undersøgte.

“Jeg kan godt lide at man har fået præcise tal for hvordan det er, selvom man ikke er der i realiteten, og så kan man lave en plan over det så man kan beregne det. Det synes jeg er meget fedt – at man faktisk kan bruge en ligning [vandbalanceligningen] til et eller andet på en virkelig begivenhed.” (9B5S3)

“Man får jo et svar [resultat] som man selv er kommet frem til. Det gør man ud fra de forskellige tal man vælger, og man får resultatet ved selv at beregne og udregne. Det giver også en bedre forståelse af hvad man faktisk arbejder med, og hvad man egentlig kan se [ved hjælp af modellen]. Så det giver god mening fordi det os der kommer frem til svaret [resultatet], og vi får ikke bare resultaterne serveret.” (9B5S2)

“Ja, at det er os der skal sidde og lave det, og at vi ikke bare får givet nogle tal og så selv skal sidde og regne det frem via matematik, det giver et bedre overblik ... en bedre forståelse.” (9B5S1)

Analyse-opsamling

Matematik er efter elevernes opfattelse medvirkende til en større forståelse af det komplekse fænomen, og de bevæger sig frem og tilbage mellem det matematiske domæne og virkelighedsdomænet (Niss & Jankvist, 2021). Dette gør eleverne fordi de undervejs i forløbet får en ny indsigt som får konsekvenser for den matematiske modelleringsproces. Gruppen beregner først den samlede vandmængde for hele deres

model, men bliver efter deres forsøg med simulering af skybrud og nedslivningsforsøget opmærksomme på at overfladen har betydning for afstrømningen, og deler derefter deres model op i sektioner og laver nye beregninger ved hjælp af vandbalanceligningen. Elev 3 i gruppen fremhæver det også som meget motiverende at de er i stand til at anvende denne vandbalanceligning på "en virkelig begivenhed". For hende er deres model så tæt på virkeligheden at hun anser det for virkeligt. De to andre elever fremhæver også at den matematik de anvender, er autentisk – de finder selv de tal og beregninger de anvender – og at den er med til at de får en større forståelse af det komplekse fænomen. Og elev 1 fremhæver endvidere at matematikken "giver et bedre overblik ... en bedre forståelse". Casen viser også at UBM-tilgangen (Schwarz, Passmore & Reiser, 2017; Gilbert & Justi, 2016; Windschitl, Thompson & Braaten, 2018; Auning, 2020) fungerer som en god ramme for elevernes forståelse, idet de hele tiden udvikler deres viden om og forståelse af det komplekse fænomen. Kigger man på gruppens sidste model (figur 11) og holder den op mod undervisningsplanen (figur 6), er det lykkedes gruppen at inkludere noget fra alle de aktiviteter de har været igennem i forløbet. Det fremgår også at de har anvendt eksplorativ modellering, hvor de undersøger og anvender eksisterende modeller. Dette ses ved deres forklaring af kloakering på modellen. De har i undervisningen set forskellige modeller af kloakering som de efterfølgende har anvendt på modellen (se figur 11). Men at undersøgelsen af disse eksisterende modeller er ny viden for gruppen, siger elev 2 i dette citat: "Jeg vil sige, jeg vidste ikke særlig meget om kloaksystemet, og at de bare er så simple, og at det ikke er en motor der får vandet pumpet rundt, det er egentlig bare tyngdekraften". Skræntens udseende efter skybrud er et godt eksempel på ekspressiv modellering, hvor de igennem deres egne undersøgelser og observationer modellerer deres resultater og derigennem udtrykker deres egen opfattelse af fænomenet (Lijnse, 2008).

Diskussion

Nyere forskning har vist at processen hvor eleverne fremstiller egne tegnede modeller, kan understøtte deres ræsonnement (de Andrade et al., 2021; Knain et al., 2021; Tytler et al., 2020). Analysen præsenteret i denne artikel understøtter dette og viste at modellerne spillede en vigtig rolle i forståelsen af det komplekse fænomen. I det udviklede undervisningsdesign (figur 4) fylder denne del, hvor eleverne arbejder med at fremstille deres egen model, også halvdelen af forløbet. I denne proces er det vigtigt at de bliver understøttet og udfordret af både læreren og andre elever. Og at læreren nøje overvejer hvilke spørgsmål der kan stilles til eleven, alt efter hvor denne er i sin forståelsesproces (Zangori et al., 2017; Gilbert, 2004; Louca & Zacharia, 2012). Her spiller lærerens egen forklaring af det komplekse fænomen en vigtig rolle, fordi man igennem denne proces selv støder ind i tilsvarende spørgsmål som eleven vil sidde med (Windschitl et

al., 2018). Det er også i denne proces at et valg af modelskabelon, for at understøtte og udfordre elevernes tænkning, er vigtigt (Fowler et al., 2020). Analysen viser at gruppens modelleringsproces bidrog til at fortælle en grundig visuel historie om hvilke konsekvenser et sådant skybrud har for et lokalområde, og her er matematikken en tydelig del af denne fortælling. I denne artikel er der valgt kun at foretage analyse af én gruppes modelleringsproces, og det er tilmed en fagligt stærk gruppe. Dette er gjort for at anskueliggøre de potentialer der ligger i denne undervisningstilgang. Alle 13 gruppers modeller er som denne gruppe blevet tilsvarende analyseret, og for alle grupper ses den samme markante fremgang i både deres forståelse af det komplekse fænomen og deres anvendelse af de matematiske beregninger i denne forståelse. Her ligger også en af de større udfordringer ved denne undervisningstilgang: Den matematiske modelleringsproces skal kunne bidrage til en større forståelse af det komplekse fænomen. I dette eksempel understøtter matematikken tydeligt denne forståelse, men der vil være mange fænomener hvor matematikken enten er for svær for det pågældende klassetrin eller ikke har nogen betydning for forståelsen. Man skal således overveje fra forløb til forløb om den matematiske modellering vil give mening for elevernes forståelse. Det er med andre ord ikke alle fænomener hvor det er lige oplagt at inddrage matematik – eller omvendt, hvor det kun bliver matematikken man undersøger, og hvor man ikke behøver at koble det til en naturvidenskabelig viden og forståelse. Undersøgelsen giver yderligere indsigt i hvordan valget af undervisningsaktiviteter foretaget i forløbet synes at åbne op og give mulighed for elevernes modelbaserede ræsonnement (Krist et al., 2019). Fx kombinationen af jordbundsundersøgelser og beregning af vandmængde på p-pladsen som gav gruppen idéer til oversvømmelsen af asfaltområdet og udseendet af skrænten, som ses på gruppens sidste model. Dette rummer også en væsentlig udfordring ved at anvende en UBM-tilgang, nemlig at aktiviteterne gerne skal give mening i elevernes forståelse af det fænomen de undersøger, og her spiller deres løbende modellering en væsentlig rolle for læreren i dennes tilrettelæggelse af undervisningen, idet elevernes modeller meget tydeligt viser om den pågældende aktivitet har hjulpet dem i deres forståelse (Zangori et al., 2017; Louca & Zacharia, 2012; Auning, 2020; Sjøberg, Furberg & Knain, 2022). Den ene elev udtaler i interviewet:

“Altså, der er mange ting vi ikke vidste, som vi har fundet ud af i løbet af ugen. Og der er også nogle ting som du startede med at sige allerede i mandags, som vi ikke vidste ... men vi lærte jo noget af det. Vi har jo lært psykomet i den her uge i forhold til hvad vi havde regnet med.” (9B5S3).

En diskussion man tit løber ind i med naturfagslærere, er hvorvidt eleverne skal have viden og forståelse før de undersøger, eller om de skal undersøge sig til denne viden og forståelse. I en UBM-tilgang arbejder man bevidst med først at afdække elevernes

forforståelse ved hjælp at deres første modeltegning, hvorefter man introducerer nye idéer og begreber som man igen hjælper eleverne med at vurdere, så de får øje på nye mønstre og principper de kan bruge i deres forståelse af de komplekse fænomener de arbejder med, og ved hjælp af modellerne få eleverne til at reflektere over deres egen forståelse og læreproces. Fra norsk forskning bruges begrebet "dybdelæring" (Voll, Øyehaug & Holt, 2019). Det at hver modeliteration fungerer som et historisk artefakt der kan bruges til at identificere elevens forståelse over tid (Zangori et al., 2017), gør at denne UBM-tilgang er et godt redskab til formative og summative evalueringer. Jeg har tidligere (Auning, 2020) anskueliggjort hvordan elevernes modeller kan anvendes som summativ evaluering af deres forståelse. Men forskning viser at fremadrettede formative evalueringer kan styrke elevernes udbytte af undervisning (Black & Harrison, 2010). Her har elevernes modeller over tid også den fordel at læreren løbende kan følge elevernes læringsproces igennem deres modeller og komme med den formative evaluering der kan styrke elevernes udbytte af undervisning. Brugen af UBM til formativ evaluering af elevernes forståelse og kompetence rummer store potentialer for elevernes læringsudbytte i naturfagsundervisningen, men det kræver yderligere forskning på området.

Konklusion

Det udviklede undervisningsdesign i denne artikel, som tager udgangspunkt i en undersøgelsesbaseret modelleringstilgang, viser at elevers forståelse af komplekse fænomener udvikles og styrkes. Undersøgelsen viser endvidere at de aktiviteter som eleverne arbejder med igennem forløbet, i høj grad er medvirkende til at udvikle denne forståelse. Dette fremgår undervejs i forløbet på elevernes modeliterationer, og det fremgår af deres udtalelser – især fremhæves det praktiske arbejde som særlig værdifuldt for denne forståelse. Resultaterne viser endvidere at eleverne var i stand til at gennemføre alle faser af den matematiske modelleringscyklus, endog ad flere omgange, og at denne proces også var medvirkende til at udvikle og styrke deres forståelse af det komplekse fænomen vedrørende skybruddet. Eleverne udtrykker at den matematiske modelleringsproces giver mening for dem, og matematik er efter elevernes opfattelse medvirkende til en større forståelse. Dette ses også på deres modeller, hvor matematikken spiller en afgørende rolle i deres forklaringer. Eleverne udtrykker generelt tilfredshed med at arbejde med UBM-tilgangen og fremhæver at de har fået en øget forståelse igennem forløbet. Denne tilgang får nogle implikationer for planlægning og gennemførelse af undervisningen. Det komplekse fænomen skal rumme flere kernefaglige aspekter for at kunne forklares, og denne forklaring skal rumme både matematiske og naturvidenskabelige områder. Der er særligt fokus på elevens forståelsesproces, som kommer til udtryk igennem modelleringsprocessen. Dette har

den konsekvens at elevens model bliver omdrejningspunkt for undervisningen. De udvalgte undervisningsaktiviteter skal have fokus på at styrke og udfordre elevens forståelse og forklaring af det komplekse fænomen. Disse aktiviteter/undersøgelser kan med tiden i højere grad end skitseret i denne undersøgelse komme fra eleven selv og medvirke til at styrke elevens naturvidenskabelige kompetencer.

Referencer

- Auning, C. (2020). Modelling som proces i naturfagsundervisningen. *MONA*, 2020(1), s. 22.
- Auning, C. (2021). *Styrkelse af folkeskoleelevers modelleringskompetencer gennem et tværfagligt samarbejde mellem naturfag og matematik*. Ph.d.-afhandling.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). What's All the Fuss About Competencies? Experiences with Using a Competence Perspective on Mathematics Education to Develop the Teaching of Mathematical Modelling. I: W. Blum et al. (red.), *Modelling and Applications in Mathematics Education – The 14th ICMI-Study* (s. 45-56). New York: Springer.
- Blum, W. & Ferri, R.B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), s. 45-58. (PDF) Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? (researchgate.net)
- Black, P. & Harrison, C. (2010). Formative Assessment in Science. I: J. Osborne & J. Dillon (red.), *Good Practice in Science Teaching. What Research has to Say* (s. 183-210). 2. udgave. London: Open University Press.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using Thematic Analysis in Psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), s. 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp0630a>.
- Clement, J. (2000). Model Based Learning As a Key Research Area for Science Education. *International Journal of Science Education*, 22(9), s. 1041-1053. <https://doi.org/10.1080/095006900416901>.
- de Andrade, V., Schwartz, Y., Freire, S. & Baptista, M. (2021). Students' Mechanistic Reasoning in Practice: Enabling Functions of Drawing, Gestures and Talk. *Science Education*, 106(1), s. 199-225.
- Fowler, K., Windschitl, M. & Auning, C. (2020). A Layered Approach to Scientific Model Creating Scaffolds That Allow All Students to Show More of What They Know. *The Science Teacher*, 88(1).
- Forbes, C.T., Zangori, L. & Schwarz, C.V. (2015). Empirical Validation of Integrated Learning Performances for Hydrologic Phenomena: 3rd-Grade Students' Model-Driven Explanation-Construction. *Journal of Research in Science Teaching*, 52(7), s. 895-921.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A Framework for Identifying Student Blockages During Transitions in the Modelling Process. *ZDM*, 38(2), s. 143-162.
- Gilbert, J.K. (2004). Models and Modelling: Routes to More Authentic Science Education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2, s. 115-130.
- Gilbert, J.K. & Justi, R. (2016). *Modelling-Based Teaching in Science Education*. Cham, Schweiz: Springer.

- Gouvea, J. & Passmore, C. (2017). "Models Of" versus "Models For": Toward an Agent-Based Conception of Modeling in the Science Classroom. *Science & Education*, 26(1), s. 49-63.
- Højgaard, T. (2009). Modellering versus problemløsning – om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj. *MONA*, 2009(2), s. 37-54.
- Knain, E., Fredlund, T. & Furberg, A. (2021). Exploring Student Reasoning and Representation Construction in School Science Through the Lenses of Social Semiotics and Interaction Analysis. *Research in Science Education*, 51(1), s. 93-111.
- Krist, C., Schwarz, C. V., & Reiser, B. J. (2019). Identifying essential epistemic heuristics for guiding mechanistic reasoning in science learning. *Journal of the Learning Sciences*, 28(2), 160-205. <https://doi.org/10.1080/10508406.2018.1510404>
- Lijnse, P. (2008). Models of/for Teaching Modeling. I: E. van den Berg, A.L. Ellermeijer & O. Slooten (red.), *Modelling in Physics and Physics Education* (s. 20-33). AMSTEL Institute, University of Amsterdam.
- Louca, L. & Zacharia, Z. (2012). Modeling-Based Learning in Science Education: Cognitive, Metacognitive, Social, Material and Epistemological Contributions. *Educational Review*, 64(4), s. 471-492. <https://doi.org/10.1080/00131911.2011.628748>.
- Nersessian, N.J. (2002). The Cognitive Basis of Model-Based Reasoning in Science. I: P. Carruthers, S. Stich & M. Siegal (red.), *The Cognitive Basis of Science* (s. 133-153). Cambridge, Massachusetts: Cambridge University Press.
- Nielsen, S. (2019). *Teaching for Modelling Competence*. Ph.d.-afhandling, Københavns Universitet. <https://www.ind.ku.dk/begivenheder/2019/sanne-schnell-nielsen/SchnellNielsen-Thesis.pdf>.
- Nielsen, S.S. & Nielsen, J.A. (2019). A Competence-Oriented Approach to Models and Modeling in Lower Secondary Science Education: Practices and Rationales Among Danish Teachers. *Research in Science Education*, 51, s. 565-593. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11165-019-09900-1>.
- Niss, M. A. (2010). Modeling a Crucial Aspect of Students' Mathematical Modeling. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Competencies. ICTMA 13* (pp. 43-59). Springer Science + Business Media.
- Niss, M. & Jankvist, U.T. (2021). *Modelleringscyklussen*. <https://matematikdidaktik.dk/temaer/matematisk-modellering/modelleringscyklussen>.
- Passmore, C., Gouvea, J.S. & Giere, R. (2014). Models in Science and in Learning Science: Focusing Scientific Practice on Sense-Making. I: M.R. Matthews (red.), *International Handbook of Research in History, Philosophy and Science Teaching* (s. 1171-1202). London: Springer.
- Pajchel, K., Ramton, A.M.T.S. & Sollid, P.Ø.D. (2019). Matematikk i naturfag. I: L.O. Voll, A.B. Øyehaug & A. Holt (red.). *Dybdelæring i naturfag* (kapitel 7, s. 172-207). Oslo: Universitetsforlaget.
- Schwarz, C.V. & Gwekwerere, Y.N. (2007). Using a Guided Inquiry and Modeling Instructional Framework (EIMA) to Support Preservice K-8 Science Teaching. *Science Education*, 91(1), s. 158-186.

- Schwarz, C.V., Passmore, C. & Reiser, B.J. (2017). *Helping Students Make Sense of the World Using Next Generation Science and Engineering Practices*. National Science Teachers Association. https://www.nsta.org/store/product_detail.aspx?id=10.2505/9781938946042.
- Schwarz, C. V., Reiser, B. J., Davis, E. A., Kenyon, L., Achér, A., Fortus, D., Shwartz, Y., Hug, B., & Krajcik, J. (2009). Developing a learning progression for scientific modeling: Making scientific modeling accessible and meaningful for learners. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(6), 632-654. <https://doi.org/10.1002/tea.20311>
- Sjøberg, M., Furberg, A. & Knain, E. (2022). Undergraduate Biology Students' Model-Based Reasoning in the Laboratory: Exploring the Role of Drawings, Talk, and Gestures. *Science Education*, 2022, s. 1-25. <https://doi.org/10.1002/sce.21765>.
- Tytler, R., Prain, V., Aranda, G., Ferguson, J. & Gorur, R. (2020). Drawing to Reason and Learn in Science. *Journal of Research in Science Teaching*, 57(2), s. 209-231.
- Voll, L.O., Øyehaug, A.B. & Holt, A. (2019). *Dybdelæring i naturfag*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Windschitl, M., Thompson, J. & Braaten, M. (2018). *Ambitious Science Teaching*. Cambridge, Massachusetts: Harvard Education Press.
- Zangori, L. & Forbes, C.T. (2015). Exploring Third-Grade Student Model-Based Explanations about Plant Relationships within an Ecosystem. *International Journal of Science Education*, 37(18), s. 2942-2964.
- Zangori, L. & Forbes, C.T. (2016). Development of an Empirically Based Learning Performances Framework for Third-Grade Students' Model-Based Explanations About Plant Processes. *Science Education*, 100(6), s. 961-982. doi:10.1002/sce.21238.
- Zangori, L., Peel, A., Kinslow, A., Friedrichsen, P. & Sadler, T.D. (2017). Student Development of Model-Based Reasoning about Carbon Cycling and Climate Change in a Socio-Scientific Issues Unit. *Journal of Research in Science Teaching*, 54(10), s. 1249-1273. <http://dx.doi.org/10.1002/tea.21404>.

English abstract

This study indicates that a model-based inquiry approach (MBI) can function as a good framework for the students' understanding, as they continuously develop their knowledge and understanding of complex phenomena through this modeling process. The article also examines how mathematical modeling can contribute to developing and strengthening this understanding. The article comes with design principles for how MBI courses can be planned and carried out and comes with a proposal for such an interdisciplinary course for science education. Results from the associated case show that students go through the entire mathematical modeling cycle and the students emphasize that the mathematical modeling process makes sense to them, and, in the students' opinion, mathematics contributes to a greater understanding of the complex phenomenon. This MBI approach with special focus on mathematical modeling has some implications for teaching, which are outlined at the end of the article.