

Det er menneskeligt at fejle



Steen Markvorsen, DTU Compute

Kommentar til Kasper Bjerling Søbø Jensen: "STX-studenternes algebraiske færdigheder", MONA 2020-3.

Tak til Kasper for en klar og afbalanceret rapport fra stx eksamensfronterne! Den har motiveret overskriften på nærværende indlæg, som er et forkortet og modificeret citat af Cicero:

"Cujusvis hominis est errare, nullius nisi insipientis in errore perseverare 'ethvert menneske kan tage fejl, men kun en tåbe bliver ved med det'. (Den Store Danske: Cicero's 12. "Filippiske tale", afsnit 5, fra år 43 f. Kr. mod Antonius)

Det er ikke kun eleverne, der begår fejl – det gør vi alle. Og det er godt at begå fejl, hvis vi vel at mærke straks tager ved lære af dem, jf. fx Elon Musk's koncept: "The art of successfully failing". Kun hvis vi opdager fejlene i tide kan de blive rettet og korrigeret *før* nedtællingerne til raket-opsendelserne og *før* deltagelse i de afsluttende eksamener i matematik. Og *før* yderligere besparelser på uddannelsesområdet.

De skriftlige eksamener

Lad os først se på de afsluttende skriftlige eksamener i Matematik B og A, som Kasper skriver om. Eleverne begår fejl, som tydeligvis ikke er fejlrettet i løbet af træningen op til de eksamener. For 'det trænede øje', som Kasper selv benytter et par gange i sin analyse, er fejlene ganske elementære. Enhver aftager på de videregående uddannelser vil forvente, at de ikke dukker op igen der. Men det gør de, for selve den skriftlige eksamen har i sagens natur ikke nogen korrigerende effekt. Det er blot én af mange begrundelser for at udfase de *skriftlige slut-eksamener* til fordel for en portefølje-evaluering af de enkelte elever igennem gymnasieuddannelsen. Altså en lærer/censor evaluering af den enkelte elevs portefølje, som så skal indeholde signifikante elementer af elevens

progression, inklusive løsninger af mangfoldige 'grønne' træningsopgaver⁴, fejlfindinger og -rettelser, samt andre motiverede skriftlige og dokumenterbare aktiviteter igennem hele uddannelsen. Med SRP-forsvaret til sidst som rosinen i pølseenden – og med én eller flere delkarakterer for det hele. De 'grønne' opgaver undervejs kan nu om dage både serveres og evalueres automatisk (centralt eller decentralt), og de kan udarbejdes af lærerne *i samarbejde med* opgavekommissionen.

Det er nu engang fagligt meget mere givende og interessant at *konstruere* opgaver end det er at *rette* elevernes besvarelser af dem.

At gøre prøve

De helt konkrete fejl i *besvarelserne* af opgaverne 3, 7 og 8 fra A-niveau-sættet 25. maj 2020, som Kasper omtaler i detaljer, giver også anledning til et par kommentarer: Kasper giver i sin artikel på side 57 (Boks 1) 11 eksempler på forkerte besvarelser af opgave 3, som handler om reduktion af en brøk hvori der optræder en variabel a . Fejlene er hvad de er, men en mere overordnet systemisk progressions- eller trænings-fejl springer også i øjnene, nemlig at der tilsyneladende ikke 'gøres prøve'. De fundne fejlagtige reduktioner kan (delvist) afprøves ved fx at sætte $a = 1$, hvilket straks vil/burde afsløre, at der er noget galt – i det mindste i 10 af de 11 forkerte besvarelser. (Måske er det præcis hvad eleven bag besvarelse nr. 9 på listen har forsøgt? Det burde i så fald give ekstra point.) Det samme principielle gøre-prøve greb mangler tilsyneladende også i de to andre opgaver for så vidt bestemmelsen af $x = 6$ og $c = 3$, henholdsvis. Det er klart en god investering i den generelle ræsonnementskompetence at invitere Djævelens advokat med på råd *før* man sætter flueben eller to streger under. Som sagt ovenfor er de manglende elementære (in casu algebraiske reduktions-) kompetencer en uomtvistelig hæmsko for læring og undervisning på de videregående uddannelser. Men disse manglende kompetencer må selvsagt også være en hæmsko allerede i gymnasieuddannelsen selv, ikke kun i matematik, men også i fysik, kemi, biologi, samfundsfag etc. Fx allerede når fysiske størrelser skal transformeres til, fra, og imellem SI enheder. Løsningen ligger igen dels i træning (med gøren prøve) men også i modul-koordinering mellem fagene (især matematik og fysik), så der samtidig dyrkes grundlæggende (træning), vertikale (opad i matematikken) og horisontale (ud i anvendelserne) aspekter af alle hjælpemodulerne, repræsenteret eksempelvis ved de algebraiske brøkreduktioner.

4 De såkaldte mindstekravsopgaver markeres med grønt i eksamenssættene som illustreret i figur 1 og figur 4 i Kasper's artikel, heraf navnet 'grønne' opgaver.

Hvor er gangetegnet?

En helt anden type fejl, som Kasper fremhæver – oven i købet som værende “ganske udbredt” i elevbesvarelsener af opgave 8 i ovennævnte sæt – er mere overraskende og finurlige. I opgaven forventes det at man bruger formel (179) fra Matematisk formelsamling, stx A-niveau, hvori der optræder en koefficient aM på den variable x i løsningen til en given differentiaalligning. Konstanten a er tidligere i opgaven fundet til at være 2 og konstanten M er fundet til at være 8. Så det sluttet af en del elever, at aM derfor må være 2 gange 8, men uden at udregne produktet. Jeg er stor tilhænger af gangetegn og pædagogiske parenteser – i læringsprocessen. (Til trods for, at det bedrevidende og veltrænede øje naturligvis vil opfatte den slags som unødvendig redundans, som måske endda så skal ‘aflæses’ senere i den videre uddannelse.) Det er derfor glædeligt at se hvordan formlerne i de matematiske formelsamlinger for stx A-niveau og stx B-niveau omhyggeligt alle er sat med præcise indlejrede gangetegn – på nær i ca. 20 ud af i alt ca. 550 formler. Formel (179) er uheldigvis én af de 20, og – det kunne være (en skrøbelig) hypotese – det tolkes derfor anderledes usikkert af eleverne, når der i den formel står aM og ikke eksplicit $a \cdot M$, altså *med aktivt gangetegn* som i de fleste andre formler i formelsamlingerne?

Hvor er grænsen?

Diskussionerne om karakter-*grænserne* ved de skriftlige eksamener er, som Kasper diplomatisk antyder, tilsvarende både unødvendige og utilstrækkelige. De beror oftest på den fejlagtige antagelse, at opgavekommissionen skulle være næsten apoteotisk ufejlbarlig i sin konstruktion af opgaverne – altså at sværhedsgraderne af de enkelte opgaver skulle være determineret af – og afprøvet igennem – en absolut og nagelfast algoritme, som på mystisk vis skulle være overleveret fra den dybe fortid og opbevaret et hemmeligt sted i ministeriet. Sådant en algoritme findes naturligvis ikke.

Hvad siger karaktererne?

Apropos *slut*-karaktererne fra de afsluttende eksamener i gymnasiet:

“Karakterer kan ikke sige noget om, hvilken faglighed eleverne har tilegnet sig, eller i forhold til hvilke aspekter af fagligheden eleverne har et højt niveau, og hvor elevernes faglige niveau er lavere.” (Danmarks Evalueringsinstitut, EVA. (2018). *Den faglige udvikling i gymnasiet*. Side 140.)

I modsætning hertil bygger De Økonomiske Råds analyse af gymnasiernes produktion af læring meget mere direkte på det klassiske karaktergennemsnit (samt data

for gennemførelse af uddannelsen og data for tilbøjeligheden til at læse videre). De konkluderer blandt andet:

“Tilskud pr. elev har ingen statistisk signifikant effekt på karaktergennemsnit, når der tages højde for elevernes sociale og faglige udgangspunkt.” [Samlet set indikerer analysen] “... at højere tilskud kan forringe gymnasiernes produktivitet målt ved læringsudbyttet pr. udgiftskrone.” (De Økonomiske Råd, Formandskabet, DØR. (2019). *Produktivitet 2019*, Kapitel III p. 101 og 114 ff.)

Undervejs i analysen hen imod den konklusion benytter DØR et interessant, men ligeledes karakterdeterministisk, greb:

“Produktivitetskommissionen (2013) dokumenterer en positiv sammenhæng mellem grundskoleelevers karakterer og deres læreres karakterer [fra gymnasiet], hvilket understøtter idéen om at anvende gymnasiesnittet [for gymnasielærerne] som et mål for [gymnasielærernes] undervisningskvalifikationer” (Op.cit. p. 108.)

Den ekstrapolation er både kæk og fejlbehæftet. Man kunne jo spørge gymnasielærerne selv hvad de synes om udlægningen – eller blot gøre prøve: Hvis vi bruger ekstrapolationen et par gange mere får vi straks også understøttet idéen om: “at anvende universitetsprofessorers afgangskarakterer fra folkeskolen som et mål for deres undervisningskvalifikationer”. En idé, som de fleste af os nok ikke ville bryde os om at få implementeret i nogen som helst statistiske undersøgelser.

Det korte af det lange

DØR's klassiske karakter-determinerede analyser kan altså i den beskrivelses natur tilsyneladende kun inducere *flere nedskæringer* på uddannelsesområdet. Og det vil være den største af alle fejl. Det kræver tid, ro og ikke mindst råd og incitamentter til fx efteruddannelse af lærerne, så de og vi bliver optimalt i stand til at uddanne kritiske unge mennesker der stiller spørgsmål på alle hylder (inklusive hylderne med brøkgregning, digitalisering, AI, politik etc.) og som er trænede i at se og korrigere egne og andres fejl, hvor menneskelige eller umenneskelige de end måtte være.