

# Blokmodellen: Glitrende indpakning af risikabelt indhold



Lena Lindenskov, Afdeling  
for fagdidaktik, DPU, Aarhus  
Universitet

*Kommentar til Pernille Bødtker Sunde, Lóa Björk Jóelsdóttir og Pernille Ladegaard Pedersen: "Blokmodellen: en overset repræsentation i dansk matematikundervisning?", MONA 2020-2.*

Artiklen i MONA nr. 2 i 2020 af Pernille Bødtker Sunde, Lóa Björk Jóelsdóttir og Pernille Ladegaard Pedersen (herefter S, J og P) har et spørgsmål som titel: Blokmodellen: en overset repræsentation i dansk matematikundervisning?

Jeg funderer i denne kommentar lidt over spørgsmålet om hvorvidt blokmodellen er overset i Danmark. Jeg opfordrer også til at være påpasselig når blokmodellen bruges i matematikundervisning i Danmark, og til at være meget opmærksom på begrænsninger og risici: Beskrivelsen af blokmodellen kan være glitrende, men blokmodellen er forbundet med risiko.

Blokmodellen er ét blandt flere elementer fra det singaporeanske curriculum som er grundlag for VIA University College og Trygfondens Børneforskningscenters TRACK projekt. TRACK står for Teaching Routines and Content Knowledge.

## Er blokmodellen overset i Danmark? Og betyder det i givet fald noget?

Umiddelbart vil jeg svare ja til at blokmodellen generelt er overset i Danmark. Det åbenlyse næste spørgsmål er om det gør noget.

Jeg har selv været med til at tilrettelægge interventioner for 8. klasse og 1. g i Oslo med seks didaktiske principper og med blokmodellen som det ene af fire metoder og værktøjer (Kirkebøen et al. 2018) (Bjørnset et al. 2020). Fagdidaktikere i uddannelsesforvaltningen i Oslo har gennem en årrække fundet inspiration fra tilgange fra Singapore og har anvendt blandt andet blokmodellen i efteruddannelseskurser for matematikundervisere.

Ministerielle indsatser i Singapore må efter min vurdering aftvinge respekt. Singapore har kun eksisteret som selvstændig nation siden 1965. Vi kan synes at Danmark er et lille land, men Singapore er bittelille. Singapore har 2 % flere indbyggere end Danmark, men arealet i Singapore er kun en tiendedel af Sjællands. Elever i Singapore præsterede relativt svagt i internationale sammenligninger i firserne. På den baggrund fik fagdidaktikere i Singapore god tid til at udforske og tænke sig om via teoretiske undersøgelser og via empiriske forskningsresultater om “best practices” i vestlige lande. Som resultat heraf konstruerede de deres egen samlede tilgang som er blevet betegnet som en amalgamering af globale ideer, og som er blevet anvendt i læseplaner og undervisningsmaterialer i Singapore under overskriften “Singapore-matematik” (Kaur et al., 2015).

I den efterfølgende periode er vidensudvekslingen gået den modsatte vej, hvor Singapore-didaktikere nu formidler og underviser i “Singapore-matematik” i andre lande. Som det formuleres på <https://mathsnoproblem.com/en/about-us/>: En global matematikundervisningsrevolution: Fra Nordeuropa til Kathmandu har vi introduceret Singapores matematikundervisning til skoler kloden rundt. En af lærerreaktionerne i Storbritannien på denne vendte vidensudveksling i en video på hjemmesiden <https://mathsnoproblem.com/en/mastery/what-is-singapore-maths/> er at elever med støtte i Singapore-tilgange kan “bringe deres ideer frem og udvikle deres matematiske ideer”.

Så hvis den optimistiske lærerbemærkning fra Storbritannien også viser sig at kunne gælde i Danmark, så er det ærgerligt at blokmodellen generelt set er overset i Danmark. For der er for mig at se behov for nogle forbedringer af dansk matematikundervisning hvad angår aritmetiske tekstopgaver, og hvad angår forholdet mellem aritmetik og algebra. Englard (2010) refererer en lærer i USA for at sige “Jeg synes nærmest vi burde gøre det omvendt. Det er så trist at vi bruger så meget tid med at lære dem at regne, men det er spildt hvis de ikke ved hvordan de skal anvende det” (s. 163). Der er givetvis danske lærere der vil give Englard ret, og som ønsker sig flere værktøjer til at hjælpe deres elever med at anvende matematik.

Blokmodellen er i S, J og P-artiklen dedikeret til at hjælpe elever med at behandle tekstopgaver i de fire regningsarter: til at vælge hvilken af de fire regningsarter man skal ty til, og til at få øje på hvilke størrelser man endnu ikke kender, men kan beregne. Blokmodellen er i artiklen tænkt som en mellemstation i form af tegnede rektangler imellem på den ene side elevens tegning (eller forståelse af andres tegning eller sproglige beskrivelse) af enkeltstående elementer og på den anden side elevens opstillede regnestykke.

Der er andre diagrammer som elever i Danmark i større grad tilbydes at arbejde med i forbindelse med de fire regningsarter: Den åbne tallinje anvendes til addition og subtraktion i langt højere grad end blokmodellen gør, og arealmodellen og dobbelte tallinjer anvendes til multiplikation og division langt mere end blokmodellen gør. Med

den åbne tallinje-model angives en størrelse som en afstand på en endimensional linje, mens en størrelse i blokmodellen angives som et todimensionalt rektangel. Begge modeller har den fordel at elever kan skitsere så det ikke er nødvendigt at afsætte præcise mål. Den åbne tallinje har den fordel at den også kan anvendes til negative tal, og den føder naturligt ind i koordinatsystemet.

Den sammenfattende model for Singapore-matematik understreger begrebsforståelse, ræsonnement, problemløsning, anvendelse og modellering. Det synes mig at være plausibelt og at kunne give inspiration i Danmark.

Men det er mit indtryk at den nærmere praktiske iværksættelse af den sammenfattende model i singaporeanske læseplaner og undervisningsmaterialer lægger mere vægt på abstrakte udtryk end hvad der synes foreneligt med dansk tradition. Det er en forkert vægtning, ville vi nok sige, når der i Singapore fra starten af ganske vist er virkelighedsobjekter og billeder af disse, men altid sammen med blokke til at løse problemer og finde svar. Der er også tendens til at blokke står som de eneste ikoniske modeller. Vi ville nok tænke om der mon er nok uformel leg og tanke, og om der er nok virkelighedsting som eleverne kan manipulere. Vi ville nok være bekymrede for om eleverne på længere sigt kunne blive fleksible og kreative matematik-tænkere og matematik-gørere. Sidst, men ikke mindst ville vi nok være bekymrede for at ensidigt fokus på (bestemte typer) tekstopgaver kan spærre for muligheder for at lære om virkelighedens matematikholdige fænomener, problemer og udfordringer og for at lære at håndtere dem, hvor det jo i øvrigt er godt at kunne udføre beregninger på kreative og flere måder.

## Anbefaling af tidlig indførsel er ikke underbygget

S, J og P anbefaler – mere eller mindre direkte – at blokmodellen indføres tidligt i skoleforløbet, i hvert fald tidligere end 4.-5. klasse, hvor TRACK-projektet foregår. Denne anbefaling baserer de på Morin et al. (2017). Imidlertid vil det være risikabelt at basere sig på Morin et al.s påpegning af “at modellen bør indføres tidligt i skoleforløbet for at støtte forståelsen af de mere fundamentale tekstopgaver. Derefter kan lærerne bygge på denne konceptuelle forståelse af blokmodellen når mere komplekse problemer introduceres på ældre klassetrin” (S, J og P, s. 43, med henvisning til Morin et al., s. 102). Det vil i højeste grad være risikabelt. Morin et al.s intervention med seks elever i tredje klasse berettiger da heller ikke denne påpegning, og det påstår Morin et al. heller ikke. Morin et al. skriver at påpegningen findes i Char Forstens bog (2010). Jeg har ikke læst Forstens bog, men i referatet af Forstens bog i Geoff F. Clements afhandling (2017, s. 108) fremgår det at Forsten ikke bruger den singaporeanske blokmodel, men har udvidet den til en syv-punkts-model. Så for mig at se er anbefalingen fra S, J og P om en tidlig indførsel af blokmodellen ikke underbygget i deres artikel.

## Hvad med nøgleord i tekstopgaver?

S, J og P angiver at "især skematiske modeller (kan) være et vigtigt redskab til at støtte oversættelsen fra de sproglige elementer til et algebraisk eller aritmetisk udtryk" (s. 42). Englard (2010) giver udtryk for det samme. I hendes optik er skematiske modeller som blokmодellen bedre værktøjer end at lede efter nøgleord i aritmetiske tekstopgaver, hvilket er en metode der nogle gange anbefales. Nøgleord kan nemlig være drilske at forlade sig på. Englard nævner at "4 gange" i en tekst kan lokke eleven til at gange med 4: "Skylar har 4 gange så mange bøger som Karen. Hvis Skylar har 36 bøger, hvor mange har Karen?" (s. 157). Og "tilsammen" kan lokke eleven til at addere opgavetekstens tal: "James har 37 baseballkort. Paul har 23 kort mere end James og 15 kort mere end Ronald. Hvor mange kort har de tre drenge tilsammen?" (s. 160).

Jeg må indrømme at jeg ikke kan følge Englard i at blokmодellen skulle kunne erstatte relevant, sproglig fortolkning af problemstillingen og dens nøgleord. Blokmодellen må vel bygge på relevant fortolkning af problemstillingen og dens nøgleord?

## Hvad anbefales i hollandske tilgange (RME) sammenlignet med singaporeanske tilgange?

Jeg mener man bør lytte mere omhyggeligt til Marja Van den Huivel-Panhuizen end det synes mig at S, J og P gør. De skriver at i RME skal en model "dels indeholde elementer der fungerer som realistiske repræsentationer af kontekst eller "virkelighed", og dels (...) være tilstrækkelig fleksibel til at kunne anvendes på et mere avanceret eller generelt niveau" (s. 27).

S, J og P mener at "blokmодellen indeholder alle disse elementer og kan dermed støtte elevernes begrebsudvikling da eleverne udvikler modellen og ændrer brugen af den i takt med deres egen læring og begrebsforståelse" (s. 27).

Men for det første beskæftiger Van den Huivel-Panhuizen (2013) sig ikke med den singaporeanske blokmодel om tekstopgaver vedrørende de fire regningsarter og forståelsen af dem. Hun beskæftiger sig med en anden blokmодel for rationale tal, brøker og procenter. For det andet gør Van den Huivel-Panhuizen sig i sin artikel til talskvinde for essentielle sider af RME-tilgangen som ikke kommer til syne i S, J og P-artiklen. Van den Huivel-Panhuizens udsagn om modeller bør ikke løsrives fra det essentielle i RME. Hun understreger at det er et krav

"til modeller at de er levedygtige (...) så de – i overensstemmelse med RMEs billede af elever som aktive deltagere i undervisnings/lærings-processen – kan genopfindes af eleverne selv. For at muliggøre det må modellerne 'opføre' sig på en naturlig, selvindlysende måde.

De skal passe til elevernes uformelle strategier – som om de var opfundet af eleverne selv – og let kunne justeres til nye situationer.” (Van den Huivel-Panhuizen, 2013, s. 14)

## Meningsfuldhed

I forlængelse af RME-overvejelserne ovenfor, så må man prøve at undgå at undergrave elevernes muligheder for at opleve undervisningen som meningsfuld. Det er for mig ingenlunde oplagt at

“... da eleverne ikke har arbejdet med blokmodellen tidligere, har det været nødvendigt at introducere den ved meget simple tekstopgaver så eleverne (og lærerne) har kunnet blive fortrolige med den.” (S, J og P, s. 37)

Umiddelbart tænker jeg at det ville være mere i tråd med dansk matematikundervisningstradition at introducere nye værktøjer når behovet er tydeligt for eleverne, hvorimod brugen af modellen i simple opgaver i TRACK-projektet har “medført at nogle elever har haft svært ved at tage modellen til sig” (S, J og P, s. 43).

Jeg må erklære mig enig med S, J og P i at modstanden mod at bruge modellen i simple opgaver

“... hænger formodentlig sammen med at nogle elever finder det uforståeligt at skulle tegne blokmodellen når de sagtens kan gennemskue hvad de skal gøre uden. De kan med andre ord håndtere problemstillingen direkte via den abstrakte model: “blokmodellen giver ikke mening for alle elever. Dem der kan regne i hovedet, synes det er irriterende at tegne”, “opgaverne er for simple til at de kan se meningen med modellen.” (s. 41)

Og med lærerne vedrørende:

“... nogle elever (er) i stand til at arbejde i den abstrakte fase uden brug af den visuelle repræsentation som blokmodellen giver. De risikerer at opleve blokmodellen som en rigid form for algoritme som de skal lave for at “gøre læreren glad”. Her foreslår lærerne selv at der arbejdes med problemer som “er sværere for eleverne, så de bliver ‘tvunget’ til at bruge blokmodellen.” (s. 42)

## Terminologi vedrørende billede og visuel

Der er en vis upræcighed i de termer der anvendes om visualisering, og det er også S, J og P- artiklen præget af. Efter min opfattelse vil det være hensigtsmæssigt i didaktiske overvejelser at præcisere termernes to betydninger. Den ene er den indre visualisering

som eleverne foretager mentalt, den anden er de eksterne billedbaserede værktøjer som ideelt kan hjælpe elevernes mentale visualisering. Hvis vi betegnede blokmodellen som et billedbaseret redskab for mental visualisering, så ville det både være mere tro over for Bruner og over for forskere og udviklere i Singapore.

Bruner (1966, s. 44) taler om enaktiv, ikonisk og symbolsk. Singapore-folkene taler om Concrete, Pictorial og Abstract (Leong et al., 2015). Jeg kan ikke finde nogen steder hvor Bruners mellemfænomen betegnes som visuel, og jeg finder det uheldigt at det engelske resumé siger "One such model is the bar model. Based on Bruner's representations (concrete, visual and abstract)" (S, J og P, s. 46).

### *Læs det med småt*

Det er ofte en god idé at læse det "med småt" i varedeklarationer. S, J og P-artiklen åbner en flig til fire mulige risici, men gør det "med småt" i den forstand at risiciene ikke uddybes i artiklen:

- "Blokmodellen er dog ikke altid det mest hensigtsmæssige redskab til visualisering i problemløsning, især ikke hvis der indgår flere forskellige typer af relationer mellem elementerne i problemet. Det er derfor vigtigt at elever lærer at bruge metoden fleksibelt ..." (s. 36)
- Van den Heuvel-Panhuizen citeres for at det afgørende er elevens aktivitet, hvor modeller i sig selv ikke udvikler elevernes matematik (s. 37)
- Ho & Lowrie citeres for at det kan være vanskeligt for eleverne at se meningen med at anvende en sådan model (s. 41)
- "Det tager tid at tilegne sig nye arbejdsmetoder, og en lærer oplever da også at "eleverne har svært ved at huske hvordan de bruger blokmodellerne", i starten af 5. klasse. At læreren her bruger "huske", er interessant. Blokmodellen skal jo netop ikke anvendes som en fastlåst metode der skal huskes, men som et fleksibelt værktøj eller strategi" (s. 42)

Jeg ser frem til at få mere at vide om disse risici og om hvordan S, J og P tænker at risiciene bedst imødegås.

## Afsluttende bemærkning

TRACK er i dansk sammenhæng et meget omfattende projekt med en lang tidshorizont. Alene af den grund er det prisværdigt, og det er spændende at følge fremover. Også indholdsmæssigt ser jeg frem til at høre mere fra projektet om hvordan internationale strømninger og konkrete idéer og erfaringer fra andre lande kan adapteres til dansk skolekontekst. For det er vigtigt at anerkende at vi i Danmark med en lige

så lille befolkning som Singapores ikke selv behøver opfinde alt fra scratch, men kan lære af – og sammen med – andre.

## Referencer

- Bjørnset, M., Gunnes, T., Kindt, M.T., Kirkebøen, L.J., Lindenskov, L., Rogstad, J., Rønning, M. (2020). Målrettet og tilrettelagt matematikkundervisning for elever som presterer svakt i matematikk. Resultater fra et randomisert kontrollert forsøk på 8. trinn og videregående skole i Oslo. Statistisk sentralbyrå, Norge: Rapporter 2020/ 7.
- Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*. MA: Harvard University Press.
- Clement, G.F. (2017). *Exploring the Influence of the Singapore Modeling Method on Prospective Elementary Teachers in a University Mathematics Course*. Georgia State University.
- Englard, L. (2010). Raise the bar on problem solving. *Teaching children mathematics* (October). NCTM.
- Forsten, C. (2010). *Step-by-step model drawing: Solving word problems the Singapore way*. Peterborough, NH: Crystal Springs Books.
- Ho, S.Y. & Lowrie, T. (2014). The model method: Students' performance and its effectiveness. *The Journal of Mathematical Behavior*, 35, 87-100.
- Kaur, B. et al. (2015). The Mathematics Education in Singapore, p. 311-316. In: Sung Je Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education Intellectual and Attitudinal Challenges (8 July – 15 July 2012) COEX, Seoul, Korea*. Springer.
- Kirkebøen, L.J., Eielsen, G., Rønning, M., Strømsvåg, S., Andresen, S., Reegård, K., Rogstad, J., Berge, J.E., Lindenskov, L. (2018). Matematikkdidaktisk etterutdanning av lærere og målrettet strukturert matematikkundervisning ved overgang til 8. trinn og VG1. Foreløpig beskrivelse av utforming og gjennomføring av tiltak. Statistisk sentralbyrå, Norge: Notater, Documents 2018/15.
- Leong, Y.H., Ho, W.K. & Cheng, L.P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-18. [http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16\\_1/TME16\\_1.pdf](http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/TME16_1.pdf) (tilgået 06-07-2020).
- Morin, L.L., Watson, S.M.R., Hester, P. & Raver, S. (2017). The Use of a Bar Model Drawing to Teach Word Problem Solving to Students With Mathematics Difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 40(2), 91-104.
- Sunde, P.B., Björk, L., Pedersen, P.L. (2020). Blokmodellen: en overset representasjon i dansk matematikundervisning? *MONA* (2), 23-46.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), (s. 9-35). <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219> (tilgået 06-07-2020).