STX-studenternes algebraiske færdigheder

Kasper Bjering Søby Jensen,
Roskilde Katedralskole, medlem af gymnasieekspertgruppen ved Nationalt Center for Udvikling af Matematikundervisning (NCUM)

I sommeren 2019 skabte resultaterne fra den første skriftlige eksamen på STX B-niveau efter 2017-gymnasiereformen stor debat. Ved censuren anvendtes samme bedømmelsessystem som ved mange tidligere eksamener, hvor et opgavesæt samlet udgøres af 200 point. Eksamenssættet består af et antal opgaver, hver med 1-3 spørgsmål. For hvert spørgsmål er det på forhånd angivet om besvarelsen af spørgsmålet højest kan udløse 5 eller 10 point. To censorers tildeling af point udløser for den enkelte eksaminand to pointsummer, der danner grundlag for en *helhedsbedømmelse* i form af en karakter. Pointsummerne vurderes almindeligvis i forhold til en fælles skala. I den såkaldte *standardskala* udløses på B-niveau karakteren 02, altså "netop bestået", almindeligvis af ca. 66 point – dvs. 33 % af de 200 point. Der udføres imidlertid en forcensur hvor der for 5 elever på hvert eneste matematikhold fra én af censorerne indberettes pointtal på hvert enkelt spørgsmål. Denne stikprøve bruges til at vurdere om standardskalaen giver en passende karakterfordeling. Hvis ikke den gør, antages det at opgavesættet har været for let eller svært og skalaen tilpasses så der opnås et resultat som er "passende". I 2019 sænkede man således dumpeprocenten fra lidt over 50 % til lidt over 30 % ved at sænke bestågrænsen i den anvendte skala til ca. 42 point (21 %).

Det kan diskuteres længe om man dermed sænkede kravene til at bestå, eller om man ved at tilpasse skalaen til et sæt, der viste sig at være for svært rent faktisk fastholdt bestå-niveauet dér hvor det plejede at være. I betragtning af de store ændringer af B-niveauet og eksamensformen er det i hvert fald ikke urealistisk at opgavekommissionen har haft svært ved at ramme et niveau der svarede til hvad man tidligere har forventet.

Imidlertid synes jeg denne type af diskussioner har fået lov til at fylde alt for meget. Overfladiske sammenligninger af procentsatser for at bestå udtrykker dybest set åndelig dovenskab, selvom de er letforståelige for journalisterne. Langt mere interessant er det at analysere substansen. Denne kan koges ned til to helt centrale spørgsmål:

1. Hvad bør vi tilstræbe at studenterne kan når de forlader gymnasiet?
2. Hvad kan studenterne rent faktisk når de forlader gymnasiet?

I denne analyse vil jeg bidrage mest til svaret på spørgsmål 2.

2019-eksamenen udløste blandt andet en diskussion om studenternes algebraiske færdigheder. I Grønbæk, Jessen og Winsløw (2019) blev således præsenteret en analyse af besvarelser i en censorportefølje på 125 eksamensbesvarelser af blandt andet opgave 2 fra STX B-niveau-eksamenssættet 24. maj 2019. Siden da er ministeriets officielle evaluering af eksamenssættet udsendt, og vi ved nu mere præcist hvordan det gik.

Opgaven er en del af en typeopgave-genre vi kunne kalde "Reducér udtrykket". På STX B-niveau-eksamenssættet 27. maj 2016, optræder en stort set tilsvarende opgave. I ministeriets evalueringer (Undervisningsministeriet 2017a, 2019) kan man se fordelingen af pointtal angivet ved forcensuren på de to opgaver. Der er her tale om store og formentlig repræsentative stikprøver på den samlede population.

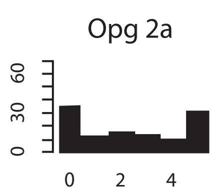
På figur 1 ses dels de to opgaver, dels figurerne fra de to evalueringer der viser pointfordelingen i forcensuren (bemærk at i 2016 kunne alle spørgsmål altid give 10 point, mens opgaven i 2019 højest kunne give 5 point, samt at der i 2019 var indført grøn markering af "simple mindstekravsopgaver"). Det grovkornede resultat ved begge prøver er omtrent det samme. En tredjedel kan slet ikke løse opgaven, en tredjedel kan løse opgaven tilfredsstillende og en tredjedel kan løse opgaven delvist og opnår derfor et vist antal point.

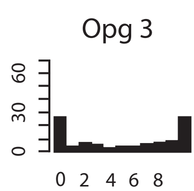
2019

Opgave 2
(5 point) a) Reducér udtrykket $(a+b)^2 - b \cdot (2a+b)$.

2016

Opgave 3 Reducér udtrykket
$$2a \cdot (a-b) + (a+b)^2 - b^2.$$





Figur 1. *To opgaver af typen "reducér udtrykket" fra 2019 og 2016, samt fordelingen af pointtal ved forcensuren. Gennemsnittet for Opgave 2 a), 2019 var 2,36 og for Opgave 3, 2016 5,26.*

Der synes altså ikke at være sket store ændringer i STX-studenternes målte algebraiske færdigheder fra 2016 til 2019. Der er dog sket den ændring at eleven ved 2019-eksamen var i besiddelse af en formelsamling, hvor der delvist kan hentes hjælp til opgaven. Om dette med rimelighed kan siges at gøre opgaven "lettere", er en større diskussion, som vi ikke pt. har et empirisk grundlag for at tage fat på.

Det er ikke en urimelig antagelse at eleverne ved den første prøve på ny ordning endnu ikke har været trænet tilstrækkeligt til at bruge formelsamlingen. Ved 2020-eksamen var der indsat opgaven "Reducér udtrykket $2a \cdot b + (a-b)^2$", som kunne have kastet lys over om evnen til at løse opgavetypen forbedres, når lærerne bliver vant til at træne brug af formelsamling. Men COVID-19-situationen betød at stort set ingen elever var til eksamen på STX B-niveau.

Den siden 2016 uændrede tilstand synes således at være at i hvert fald halvdelen af eksaminanderne er langt fra at besidde de tilstræbte algebraiske færdigheder. Og skal man så gå i panik over dette? Det afhænger af hvad man skal svare på spørgsmål 1. Er det rent faktisk vigtigt at STX B-niveau-elever optræder med den tilstræbte sikkerhed i den type opgave? Det spørgsmål bør man kunne svare bekræftende på, før man i øvrigt retter fokus mod at løse denne udfordring. Personligt tænker jeg i hvert fald at de fagligt svageste elever på B-niveauet nogle gange fylder lidt for meget i vores generelle diskussion af gymnasiematematikfagets tilstand.

Situationen på A-niveau

Vi blev som sagt i 2020 frataget muligheden for at undersøge om opgavekommissionen for B-niveauets vedkommende havde konstrueret et eksamenssæt der får den såkaldte standardskala til at matche med en tilstræbt karakterfordeling. Til gengæld var der en pæn portion af den første årgang af 3.g-elever til skriftlig eksamen på 2017-reformens A-niveau. Det er således nu muligt at analysere situationen lidt.

Den følgende analyse vil tage afsæt i de 150 eksamensbesvarelser jeg som censor deltog i bedømmelsen af. En sådan censorportefølje kan aldrig regnes for en repræsentativ stikprøve. De 150 eksaminander har nemlig været undervist på i alt 7 hold (11 på det mindste, 30 på det største) og de kan således ikke anses for tilfældigt udvalgt. Det er altså ikke muligt at sige noget kvantitativt om populationen ud fra denne "stikprøve". Derimod kan nogle mere kvalitative spørgsmål godt belyses.

På A-niveau er der også tradition for type-opgaven "Reducér udtrykket". Ofte i lidt mere kompliceret form, men ikke mere afvigende fra eksemplerne på B-niveau end at de testede algebraiske færdigheder er de samme, nemlig følgende tre:

1. Reducering af ensbenævnte led.
2. Gange simpel størrelse ind i parentes.
3. Anvendelse af kvadratsætninger (som fx $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$).

Når disse tre færdigheder gang på gang optræder i eksamenssæt, bliver de også udgangspunktet for de fleste læreres undervisning og de fleste elevers træning. Det er således altid spændende, når opgavekommissionen afviger fra det typiske. I STX

A-niveau-eksamenssættet 25. maj 2020 optrådte en opgave 3 (se figur 2) af typen "reducér udtrykket", som afveg fra ovenstående tre færdigheder.

Opgave 3 a) Reducer udtrykket

(10 point) $$\frac{a \cdot (4a+6)}{2a}$$

Figur 2. *Opgave ved skriftlig eksamen STX A-niveau 2020, som afviger fra det kendte ved at kræve færdighed i "reduktion af brøk" aktiveret.*

Opgaven kræver at eleven kan iværksætte en fjerde færdighed, "reduktion af brøk". At opgaven ikke er markeret som en "simpel mindstekravsopgave", dvs. med farven grøn (og måske også at den er sat til 10 point) viser at opgavekommissionen godt har vidst at denne opgave ville være udfordrende for mange A-niveau-elever.

I min stikprøve opnår 53 eksaminander 10 point og yderligere 20 opnår 9 point (typisk mistes 1 point fordi de har udeladt lighedstegn i omskrivningerne, eventuelt erstattet af biimplikationspil). Cirka halvdelen kan altså reducere udtrykket korrekt til $2a+3$. De typiske korrekte svar opnås ved omskrivningen

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=2a+3$$

Eventuelt indgår der mellemregninger mellem de to sidste udtryk (fx $\frac{4a^2}{2a}+\frac{6a}{2a}$). En mindre typisk variant, som dog virker mere oplagt for personer med veludviklet algebraisk færdighed, er følgende:

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a+6}{2}=2a+3$$

Også følgende variant blev observeret:

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=\frac{2a\cdot(2a+3)}{2a}=2a+3$$

I den anden ende får kun 18 eksaminander 0 point og en enkelt 1 point. Der er altså ca. en ottendel, der slet ikke kan løse opgaven. Til gengæld er der 40 eksaminander, som får 2 point. Disse elever har næsten alle sammen aktiveret den færdighed, de kendte godt fra typeopgaverne, nemlig at gange en størrelse ind i en parentes. Herefter har de ikke kunnet løse opgaven korrekt. Deres første trin er dog fælles med mange af dem, der løser opgaven korrekt, og det er sigende om studenternes algebraiske kompetence at de straks genkender "gange-ind-i-parentes"-situationen og udfører denne. Også selvom det faktisk ikke er den mest oplagte måde at starte besvarelsen på, hvis man har en veludviklet algebraisk færdighed. Dette viser at "genkendelighed" spiller en central rolle og at færdighederne har et vist mekaniseret præg over sig.

Tre typiske eksempler på hvordan det går galt efter første trin, er følgende:

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=4a^2+3a$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=4a^2+4a$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=4a^2+3$$

Disse tre varianter har det til fælles, at eksaminanden ikke opfatter første led i tælleren som relevant i den videre bearbejdning. Min påstand her er at eleven aktiverer den algebraiske færdighed, som ovenfor kaldtes "reducering af ensbenævnte led". Det er jo tydeligt at $2a$ og $6a$ er ensbenævnte, mens de ikke er ensbenævnt med $4a^2$. Elevens færdighed tilsiger således, at $4a^2$ og $2a$ ikke kan "regnes sammen".

I den første variant bruger eleven sin viden om, at man lader benævnelsen stå og regner med tallene. Samme i anden variant, hvor eleven dog lidt underligt vælger at trække fra i stedet for at dividere. I den sidste variant regnes $\frac{6a}{2a}$ korrekt, hvilket typisk har udløst yderligere 2 point. Der er således 13 eksaminander der har fået 4 point for deres besvarelse. Ingen fik 3 point eller 5 point og 5 eksaminander fik 6, 7 eller 8 point.

Ud over de ovennævnte tre typiske forkerte svar, dukker der også en hel underskov op af mere eller mindre eksotiske svarforslag, som rammer relativt langt fra skiven. I boks 1 er samlet en række af dem. Her undersøges blot ét:

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=a\cdot(2a+6)=2a^2+a^6=2a^8$$

Eleven lader $2a$ gå ud med to af de fire a'er i tælleren. Derpå fås (korrekt) at $a\cdot 2a=2a^2$ og (ukorrekt) at $a\cdot 6=a^6$ samt (ukorrekt) at $2a^2+a^6=2a^8$. Det interessante er ikke hvor forkert svaret er, men derimod at eleven tydeligvis har forsøgt at følge et regelsæt. Der er ikke skrevet tilfældige symboler. Dette synes at gælde for alle de "eksotiske svarforslag". Der kan således hos elever der får 0 eller 2 point spores en forståelse af at den algebraiske reduktionsopgave handler om at kende og mestre særlige regneteknikker. Her vil jeg erfaringsmæssigt vurdere at det adskiller sig fra B-niveau-elever, hvor 0 point ofte gives til en helt blank besvarelse.

Boks 1. Eksempler på forkerte besvarelser af opgave 3 ved STX A-niveau eksamen 25. maj 2020, hvor eksaminanden har gjort et forsøg, der lander "langt fra skiven". Observationerne fremstilles her simplificeret af forfatteren.

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=\frac{4a^2+3\cdot 2a}{2a}=7a^2$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=4a^2\cdot\frac{6a}{2a}=4a^2\cdot 3a$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a+a^2+6}{2a}=2a+a^2+3a=5a+a^2$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{a\cdot 4a^2+a\cdot 6}{2a}=\frac{2a\cdot 4a^2+6}{2a}=\frac{2a+6}{2a}\ldots?$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=a\cdot(2a+6)=2a^2+a^6=2a^8$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a\cdot a^2+6a}{2a}=2a\cdot a^2+6a=2a^3+6a$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{5a+6a}{2a}=\frac{11a}{2a}=5{,}5$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6}{2a}=\frac{2a\cdot 2a+6}{2a}=2a+6$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4+6}{2}=\frac{10}{2}$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=a\cdot\frac{4a+6}{2a}=a\cdot 2a+6=3a+6$$

$$\frac{a\cdot(4a+6)}{2a}=\frac{4a^2+6a}{2a}=\frac{2a\cdot 2a+6a}{2a}=6a$$

En første konklusion på analysen er altså at udvidelsen af den typiske "reducér udtrykket"-opgave gøres væsentligt sværere af at der involveres omgang med brøker. Også dette kan belyses yderligere, ved at kigge lidt bagud i tid. Ved STX A-niveau eksamenerne den 27. maj 2016 og den 18. maj 2017 optrådte således opgaver af denne type. På figur 3 ses de to opgaver sammen med deres pointtalsvurderinger fra forcensuren (Undervisningsministeriet 2017a, 2017b).

2016	**2017**
Opgave 1 Reducér $(x+5)^2 - 25.$	**Opgave 4** Reducér hvert af udtrykkene $a^2 + 2ab - (a+b)^2$ og $\dfrac{x^2+2x}{x+2}$.

Figur 3. *"Reducér udtrykket"-opgaver og deres pointtalsfordeling i forcensuren, fra 2016 og 2017. Gennemsnittet for Opgave 1, 2016 var 7,79 og for Opgave 4, 2017 2017 4,28.*

2016-opgaven er en helt simpel opgave der kan løses ved at aktivere de tre tidligere beskrevne algebraiske standardfærdigheder. Ca. 80 % af alle eksaminander har klaret dette. 2017-opgaven er en kompleks opgave. Udover at der helt atypisk er to udtryk, der skal reduceres hver for sig, så afviger de begge fra standarden. Det første ved at der er minus foran den kvadrerede parentes, det andet ved at indeholde en brøk, samt et behov for at "sætte uden for parentes", som også er en atypisk algebraisk færdighed. Det ses at kun ca. 10 % har klaret hele opgaven og at ca. 80 % højest har fået 5 point. Det sidste skyldes formentlig at de fleste slet ikke har kunnet komme i gang med den anden reduktion. Men at så mange får under 5 point skyldes formentlig, at også den første reduktion afviger fra standardfærdighederne. Meget tyder altså på, at opgaver i ren algebraisk reduktion, der holder sig til de tre nævnte "typiske" algebraiske færdigheder kan løses af studenter med A-niveau, modsat B-niveau hvor mange elever har udfordringer med dette. Samtidig viser det at hvis man stiller krav ud over de typiske færdigheder, så får mindst halvdelen af A-niveau-eleverne alvorlige problemer med at løse opgaverne fuldt tilfredsstillende.

Har vi et algebra-problem?

Således er der altså givet et bidrag til svaret på det spørgsmål, der indledningsvist fik nr. 2 – hvad kan studenterne. Spørgsmålet er om det de (ikke) kan, udgør et problem for os som samfund – altså spørgsmål 1: Hvad bør det tilstræbes, at studenterne kan. Dette er sværere at give et svar på alene ved at analysere på eksamensbesvarelser. Men alligevel kan man godt komme et stykke ad vejen. I det følgende vil jeg derfor analysere to andre opgaver fra STX A-niveau-eksamen den 25. maj 2020.

Opgave 8 (sidste opgave i delprøve 1, som skal løses uden andre hjælpemidler end formelsamlingen) omhandler en logistisk differentialligning. Opgaven har to spørgsmål og det første spørgsmål (a) ses der bort fra i denne analyse, mens det andet spørgsmål (b) viser sig rimelig interessant (se figur 4).

Opgave 8 En funktion f er løsning til differentialligningen

$$y' = 2y \cdot (8 - y).$$

Grafen for f går gennem punktet $P(0,2)$.

(10 point) a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

(10 point) b) Bestem en forskrift for f.

Figur 4. *Opgave 8 ved skriftlig eksamen STX A-niveau, 25. maj 2020.*

Spørgsmål (b) kræver at eleven gennemfører en række trin og er således ikke simpelt. Det første trin er at identificere at differentialligningen er på den form der i formelsamlingen hedder $y' = a \cdot y \cdot (M - y)$ og ud fra dette at slutte at $a = 2$ og M = 8. Herefter skal disse to værdier sættes ind i løsningsformlen $y = \frac{M}{1 + c \cdot e^{-aMx}}$.

I "stikprøven" er der 36 eksaminander der får 0 point og 14 der får 1, 2 eller 3 point. De er typisk ikke lykkedes med første trin. 35 eksaminander får 4, 5 eller 6 point. Disse er typisk alle nået frem til udtrykket $y = \frac{8}{1 + c \cdot e^{-2 \cdot 8 \cdot x}}$. En af nuanceringerne i pointgivningen her er om eleven har fundet det vigtigt at gange 2 og 8 sammen til 16. Den læsning af løsningsformlen, at "aM" repræsenterer udtrykket "2 · 8" og ikke tallet "16" er ganske udbredt, og ses også i daglig opgaveregning, fx ved brug af identiteten $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ til opstilling af udtryk som $a^2 \cdot a^5 = a^{2+5}$. Her er der tale om en vis mangel på algebraisk handleparathed, når man ikke forstår formlens fulde betydning.
Det næste trin i opgaven er at bestemme c og her er mange elever fint i stand til at anvende punktet $P(0,2)$ til at komme frem til ligningen $\frac{8}{1+c} = 2$.

Denne ligning er der imidlertid store vanskeligheder med, hvorfor kun 21 eksaminander får 10 point og 20 får 9 point (typisk korrekt svar, men uden at 2 og 8 er ganget sammen). En pæn andel af de 59 elever der får 4-8 point har således haft problemer med at løse ligningen, selvom det for det trænede øje synes temmelig oplagt, helt uden mellemregninger, at løsningen må være $c = 3$. I boks 2 er samlet en række eksempler på hvordan ligningen bliver løst forkert.

Boks 2: Eksempler på hvordan ligningen $\frac{8}{1+c}=2$ løses forkert. Eksemplerne er skrevet på en symbolsk simpel form af forfatteren.

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow 2c=8\Rightarrow c=4$$

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow 2\cdot 8=1+c\Rightarrow c=15$$

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow 1+c\cdot 2=8\Rightarrow c\cdot 2=7\Rightarrow c=3,5$$

..

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow 2\cdot 1+c=2+c=8\Rightarrow c=6$$

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow 2\cdot\frac{1}{8}=\frac{8}{1+c}\cdot\frac{1}{8}\Rightarrow c=\frac{2}{8}$$

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow\frac{2}{8}=\frac{1}{1+c}=c$$

$$2=\frac{8}{1+c}\Rightarrow c=\frac{8}{1+2}=\frac{8}{3}$$

Eksaminandernes besværligheder synes her at være nært beslægtet med udfordringerne i opgave 3. De algebraiske færdigheder rækker ikke til omgangen med et brøkholdigt udtryk og en række andre algebraiske øvelser.

Opgave 7 i samme eksamenssæt er interessant på flere måder (se figur 5). En af ambitionerne i implementeringen af 2017-reformen er, at man ikke længere skal kunne bestå en A-niveau-eksamen ved at være god til C- og B-stof. Tidligere kunne en dygtig B-niveau-elev godt være gået til A-niveau-eksamen og fået 4 eller 7 i karakter. Det kan man ikke mere. Opgaver rent i C- og B-stof er udfaset, med mindre opgaven har en kompleksitet der gør at den ikke kan stilles til B-niveau-eksamen.

Opgave 7 er et eksempel på sådan en opgave. Og svær er den. I min stikprøve får 104 eksaminander 0 point, hvilket gør den til den klart sværeste i sættet, med stor afstand til nummer to. Blot 21 eksaminander får 10 point (og ingen får 9 point). Den typiske fejlstrategi er at forsøge at løse $3x-6\cdot\ln(x)=2x-7$. En forklaring kan være en dårlig forståelse af differentialkvotienter, men det ligger uden for fokus i denne analyse at undersøge nærmere.

Opgave 7 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 3x - 6 \cdot \text{In}(x),\ x > 0.$$

En linje l er givet ved ligningen $y = 2x - 7$. Grafen for f har netop én tangent t, der er parallel med l.

(10 point)

a) Bestem førstekoordinaten til røringspunktet mellem t og grafen for f.

Figur 5. *Opgave 7 ved skriftlig eksamen STX A-niveau, 25. maj 2020.*

Fra et algebra-synspunkt opstår to interessante fejl. Den første hos de eksaminander, som ved bestemmelse af f' opfatter f som et produkt mellem $3x-6$ og $\ln(x)$ De læser altså udtrykket symbolsk forkert. Den anden er hos dem som korrekt kommer frem til at $f'(x)=3-\frac{6}{x}$ og derpå er klar over at de skal løse ligningen $3-\frac{6}{x}=2$. Det trænede øje vil hurtigt se at løsningen må være $x=6$, men omtrent halvdelen af de få elever der når frem til denne ligning har problemer med at løse den korrekt. Igen er det evnen til at omgås de algebraiske regneregler, samt evnen til at læse algebraiske udtryk, som står i vejen for at få løst opgaven korrekt.

Analyserne af problemerne med at besvare opgave 8 og 7 viser således, at manglende algebraiske færdigheder (uden for de tre standardfærdigheder) synes at stå i vejen for en signifikant andel af elever, som ellers godt ville være i stand til at løse opgaverne. Hvis vi antager, at det at kunne løse opgave 7 og 8 faktisk er vigtige matematiske evner, så begrunder problemerne med at løse dem i sig selv, at begrænsningerne i nogle studenters algebraiske færdigheder er et bredere problem. Således bliver problemerne med at løse den rent algebraiske opgave 3 også til et symptom på et større problem.

Det viser sig da også, at ud af de 41 eksaminander der får 9 eller 10 point i opgave 8, har de 31 fået 9 eller 10 point i opgave 3. Og blandt de 21 der får 10 point i opgave 7, har 20 fået 9 eller 10 point i opgave 3. At kunne løse opgave 3 er således en god (men langt fra tilstrækkelig) forudsætning for at kunne klare opgave 7 og 8.

Hvad kan vi gøre ved det?

Når det kommer til grundlæggende matematiske færdigheder – uanset om det er aritmetiske, algebraiske eller noget tredje – så er der næppe noget andet der virker end fokuseret træning. Her kan princippet “What you assess is what you get” (Niss 1992, s. 3) formentlig guide os noget af vejen. Hvis tungere algebraiske færdigheder skal fylde i undervisningen og i det som eleverne prioriterer at træne, så skal det også fylde i den skriftlige eksamen.

Opgavekommissionen kunne jo overveje at indlede alle eksamenssæt med en række opgaver med tung vægt på algebraiske færdigheder (reduktion, ligningsløsning, formelmanipulation, mv.), hvor kompleksiteten er tilpas stor til, at i hvert fald nogle af dem ikke har karakter af "type-opgaver". Hvis alle elever ved, at eksempelvis de første 30 point til eksamen opnås ved at være stærk i algebra, så vil mange også prioritere at træne det. Det kunne understøttes af en større samling algebraiske træningsopgaver.

Samtidig er der brug for mange komplekse opgaver, hvor de algebraiske færdigheder er en vigtig komponent i at kunne løse opgaven. Selvsagt må det i hovedsagen ske uden at man har CAS-værktøjer ved hånden. Således kunne en yderligere forskydning af eksamenstid (og -point) fra "med hjælpemidler" til "uden hjælpemidler" være med til at understøtte at eleverne finder det vigtigt at træne.

Men det er klart at vi kun skal løse problemet med ringe algebrafærdigheder blandt STX-studenterne, hvis det rent faktisk er et problem for andet og mere end det matematiske samfunds faglige følelser. Og en sådan dybere analyse af algebraiske færdigheders samfundsmæssige betydning ville måske være god at få lavet.

Referencer

Grønbæk, N., Jessen, B. og Winsløw, C. (2019). Matematik B: Regningen skal betales. MONA 2019-3, s.80-85.

Niss, M. (1992). Assessment of Mathematical Applications and Modelling in Mathematics Teaching. I Tekster fra IMFUFA nr. 217. Lokaliseret 26/7-20 på http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/217.pdf

Undervisningsministeriet (2017a). Evaluering af de skriftlige prøver i matematik på stx og hf ved sommereksamen 2016.

Undervisningsministeriet (2017b). Evaluering af de skriftlige prøver i matematik på stx og hf ved sommereksamen 2017.

Undervisningsministeriet (2018). Matematisk formelsamling – stx B-niveau.

Undervisningsministeriet (2019). Evaluering af de skriftlige prøver i matematik på stx og hf ved sommereksamen 2019. Delrapport 1 – ny ordning.