

# En svær matematikopgave



Jeanette Marie Axelsen,  
Midsjællands  
Gymnasium, formand for  
Matematiklærerforeningen

*Kommentar til Klavs Kokseby Frisdahl, Niels Kristian Petersen, Julian Bybeck Tosev og Karen Mohr Pind: "Bliver elever bedre til matematik ved at tilføje flere emner til læreplanen?", MONA 2019-4.*

I forbindelse med gymnasireformen 2016 med virkning fra august 2017 var det et politisk mål at styrke fagligheden i gymnasiet. Inden for matematik på STX har der siden opstarten været diskussioner om hvorvidt denne styrkelse af faget på især B-niveauet kan realiseres inden for de rammer der er blevet sat. Det seneste indlæg i denne diskussion i MONA er den artikel, herefter kaldet Frisdahl m.fl., jeg her vil kommentere.

I artiklen er påstanden at niveauet er faldet, og at årsagen skal findes i de ambitiøse læreplaner hvor der er for mange emner, krav om specifikke løsningsmetoder, mere brug af CAS og flere eksamensformer end tidligere. Dertil kommer at (næsten) alle skal have matematik på B-niveau, og faget er skåret i timer. Med afsæt i dette vil jeg i det følgende prøve at nuancere billedet lidt mere.

## Nye rammer

I den nye reform er der en del strukturændringer, og de har haft nogle konsekvenser for matematiklærerne og eleverne – ikke bare på B-niveau, men på alle niveauer. Det nye grundforløb med indførelsen af en screening, bundne årsprøver samt et markant reduceret timetal – ikke i undervisningstiden, men i fordybelsestiden som er der hvor eleverne yderligere får mulighed for at arbejde med fagets skriftlighed. Fordybelsestiden er reduceret med 15 % for B-niveauet og ca. 18 % for A-niveauet. Underligt nok har C-niveauet bibeholdt sine 40 timer, og det endda selvom eleverne ikke skal til en skriftlig, men højst en mundtlig prøve i faget.

Grundforløbet blev i 2017 kortet ned til 3 måneder og for matematik udstyret med et krav om at emnet lineære funktioner skulle indgå i grundforløbet sammen med andre ikke i læreplanen dikterede emner. Kravet er begrundet i et ønske om at gøre overgangen fra grundskole til gymnasieskole lettere og at introducere tilgangen til

faget gennem et emne som eleverne har stiftet bekendtskab med før (Matematikkommissionen: *Af rapportering*, s. 16). I grundforløbet skal det gøres eleverne klart hvilken forskel der er på C-, B- og A-niveauet i undervisningen frem mod studieretningsvalget som for de fleste ligger omkring uge 40-41 (UVM i samarbejde med Matematiklærerforeningen: *Rapport om grundforløbet i matematik på stx*).

I Frisdahl m.fl. skrives der om screeningen i grundforløbet:

“Den obligatoriske prøve i matematik i grundforløbet er derfor reelt kun en vejledning til eleven om at vælge mellem matematik A eller B.” (Frisdahl m.fl., s. 103)

Det stilles her op som et problem at screeningen – opfattet som en prøve – kun kan bruges vejledende. Men faktisk var det hele ideen hvis man læser Matematikkommissionens anbefaling:

“Ifølge den politiske aftale af 3. juni 2016 skal eleverne i løbet af grundforløbet gennemføre en skriftlig screening i matematik. Resultatet af screeningen skal kunne anvendes i forbindelse med den obligatoriske evalueringssamtale, som eleven skal til ved afslutningen af grundforløbet med henblik på valg af studieretning.” (Matematikkommissionen: *Af rapportering*, s. 17)

Det er vigtigt at pointere at screeningen ikke er en prøve. Opleves screeningen som en prøve, så bliver fokus let at nå hen til prøven og klare den bedst muligt i stedet for det den er tænkt som, nemlig et grundlag for en vejledende samtale om valg af studieretning.

Til gengæld er det afkortede grundforløb måske et problem i en anden henseende. Mange elever kommer fra grundskolen med den selvopfattelse at de ikke kan matematik, med oplevelser af at det er svært, og at det ikke nytter noget. Det gælder især elever i studieretningsklasserne med matematik på B-niveau. Derfor er der meget relationsarbejde netop i matematik i grundforløbet for at få en større gruppe af elever “vundet” over på sin side, dvs. at få dem i gang med at arbejde med faget og ikke stejle bare ved tanken. Efter tre måneder skal dette relationsarbejde så starte forfra på især B-holdene når de endelige klasser ligger fast. Dette kan have sine omkostninger i tid og måske endda føles som om man starter forfra.

## Læreplanerne 2017

I sensommeren 2019 fik Matematiklærerforeningen udarbejdet en kvalitativ undersøgelse om tilstanden på matematik B på STX af firmaet Morphic. En væsentlig konklusion fra Morphics rapport var at få revideret læreplanerne. Der var enighed om

dette blandt alle de interviewede. Men der var til gengæld ikke enighed om hvilke emner i læreplanen der skulle sorteres fra. Ligeledes blev der i rapporten peget på en opstramning af vejledningen til læreplanerne så den kunne være en støtte mere end en forvirring (Morphic: *Tilstanden for Matematik STX B*, s. 7). Frisdahl m.fl. peger på at Matematikkommissionen har anbefalet tre temaer som i læreplanerne skal være gennemgående: robusthed, samspil og progression. Herefter skriver de at "*Det er vores indtryk at væsentlige anbefalinger fra kommissionen ikke er blevet omsat i praksis*" (s. 103). Hvordan "*omsat i praksis*" skal forstås her, er ikke klart for mig, men jeg vælger at tolke det som anbefalingerne udtrykt i læreplanerne og ikke i undervisningen. Jeg vil prøve at pege på nogle anbefalinger som jeg finder væsentlige, og som er udtrykt i læreplanerne.

### *CAS, papir og blyant*

Der er i Matematikkommissionens rapport en klar melding om at der har været problemer med den måde CAS har været brugt på i matematikundervisningen. Dette kan man også læse om i Matematikudredningen samt i den netop udkomne rapport fra UVM om *Faglighed i gymnasiet: Matematik*. Men i alle tre rapporter er der også en klar melding om at der er et "*stort didaktisk potentiale*" i CAS. Og ligeledes:

"Kommissionen anbefaler derfor, at læreplanerne og undervisningsvejledningerne skal udformes således, at de understøtter en hensigtsmæssig udnyttelse af de didaktiske muligheder, som de digitale teknologier giver." (Matematikkommissionen: Afrapportering, s. 22)

Der peges i Matematikkommissionens rapport på at CAS skal kunne indgå ved den mundtlige prøve til at understøtte undersøgende ræsonnementer, men også på en indsigtsfuld måde ved den skriftlige.

Når vi i læreplanerne og vejledningen møder krav om simulering, skift mellem repræsentationsformer og i opgaverne ved de skriftlige prøver møder metodekrav, så ligger dette i tråd med Matematikkommissionens uddybning om robusthed:

"En forudsætning for, at matematikken således udøves robust er, at matematiske begreber, repræsentationer, metoder etc. bliver undervist på en sådan måde, at de kan videreføres fra et trin i uddannelsesystemet til et andet. Der skal være enighed om, hvad de går ud på, og hvordan de omtales." (Matematikkommissionen: Afrapportering, s. 41)

En måde at skabe enighed er igennem læreplanerne, vejledningen og opgavesættene.

Kigger vi på rækken af emner i læreplanen, så er en af kommissionens anbefalinger også at der skal være sammenhæng på langs, men også at der skal være dybde i faget, og at det ikke bør ske ved at tilføje en masse nye emner. Det er så her vi skal diskutere

fremadrettet hvad dybde betyder. For B-niveauet ville det være godt hvis vi kunne få nogle bud på hvordan den faglige dybde styrkes og samtidig sikrer sammenhængen på langs, som oplæg til diskussion.

En anden anbefaling fra Matematikkommissionen, som også kan findes flere andre steder, er at styrke de basale færdigheder. Og den slags færdigheder er også omtalt i artiklen af Grønbæk m.fl., *Når regningen skal betales*, hvor der peges på at eleverne ikke har de nødvendige forudsætninger fra grundskolen, hvilket gymnasiet så skal arbejde videre ud fra. Indførelsen af formelsamlingen i delprøve 1 og mere tid til denne delprøve vil forhåbentlig føre til en styrkelse af elevernes færdigheder, og denne ønskede styrkelse ses udmøntet i læreplanerne da der her står direkte at vi i undervisningen skal have fokus på at arbejde med papir og blyant.

At man oplever forløbet mere presset, kan i øvrigt også være en udløber af at emner fra det tidligere supplerende stof nu er blevet kernestof og dermed gjort til genstand for afprøvning ved den skriftlige prøve.

## Eksamensformer

Både Matematikkommissionens rapport og Matematikudredningen peger på at eksamensformerne trænger til en revidering.

“Det er kommissionens vurdering, at de traditionelle mundtlige prøver i matematik [...] er utidssvarende. Dette forstærkes af, at prøveformen er udfordret af, at tjenester som Frividen, Restudy og Kahn’s Academy tilbyder videogennemgange af traditionelle kernestofelementer [...] Det tegner et billede af, at faget matematik kan klares uden egentlig matematisk forståelse og blot ved udenadslære.” (Matematikkommissionen: Afrapportering, s. 27)

Men som Matematikkommissionens rapport anbefaler, så skal der nok stadig laves forsøg eller tænkes tanker i forhold til eksamensformerne. Matematiklærerforeningens rapporter fra 2018 og 2019 der evaluerer den mundtlige prøve på B-niveau, peger på at gruppedelprøven har været en stor mundfuld for lærerne da forberedelserne forud for gruppedelprøven, især for eksaminator, men også for censor, er steget voldsomt i mængde sammenlignet med tidligere. Matematikkommissionen skriver i deres afrapportering at den mundtlige prøve bør afspejle den daglige undervisning, hvilket gruppedelprøven gør idet der i læreplanerne siden 2005 har været indskrevet noget om projekt- eller temaforløb i den daglige undervisning. Ifølge Matematiklærerforeningens rapport om den mundtlige prøve tyder det på at gruppedelprøven løfter de svageste elever, hvilket vil føre til lavere dumpeprocenter ved den mundtlige prøve, hvilket også har været et mål.

## Karaktererne

I Frisdahl m.fl. peges der på at oversættelsesskalaen (fra point til karakterer) er rykket flere gange så det er blevet lettere og lettere at bestå matematik på B-niveau. De fremhævede årstal er interessante og kan tåle en uddybning. Men først skal det nævnes at fra i hvert fald 1999 (hvor jeg selv så den ifm. mit pædagogikum) og indtil 2010 blev den *samme* skala benyttet. I evalueringsrapporten for de skriftlige prøver sommeren 2014 er der en figur (se figur 1 nedenfor) der viser udviklingen i dumpeprocenterne i perioden 2007-2014. I 2005 starter der en ny gymnasiereform med store strukturelle ændringer, og for matematik var det bl.a. indførelsen af CAS. Bemærk dumpeprocenterne for de første årgange efter reformstarten i 2005. De ligger omkring de 30 %, hvorefter de falder. I 2010 falder dumpeprocenten kraftigt – og muligvis fordi skalaen her blev ændret til at man blot skulle have 33 % af pointene for at bestå. I 2012 kommer der et ryk op igen. En ny reform i 2005 kunne forklare hvordan det nye endnu ikke er implementeret (ligesom vi har set de to seneste år for 2017-reformen) og har givet høje dumpeprocenter for de første årgange. I 2012 har vi den første årgang der er til eksamen i  $\chi^2\chi^2$ -test, og igen kunne man påstå at implementering af nye emner bare tager tid fordi vi som lærere skal undervise i det nye stof en første omgang førend vi finder ud af hvor skoen trykker for eleverne, og derefter i næste runde kan didaktisere og disponere stoffet på baggrund af erfaring.

Året 2010 er interessant på flere måder. De første årgange efter 05-reformen er kommet igennem, og i 2010 rykkes skalaen generelt. Ser man således hen over perioden 2010-2018, så har der altså ikke i den pågældende periode været rykket ved standard-skalaen. Dette skal også ses i sammenhæng med at i den pågældende periode er det den samme læreplan som eleverne er til eksamen i.

Der er ikke noget unormalt i at justere skalaen hvis emner eller opgaver falder særlig uheldigt ud. Således har det også været tidligere. Ser man på figur 1 i Frisdahl m.fl. over udviklingen i karaktergennemsnittet for B-niveauet på STX, så er der generelt en dalende tendens fra 2014 og frem mod 2018 – altså i perioden under den “gamle” reform og med en “stabil” oversættelsesskala. Argumentet om at det er blevet lettere at bestå mat B, handler her om at fordi skalaen er ændret, så er det blevet lettere. Men hvad nu hvis opgaverne var sværere i 2019?

Et argument imod dette kunne være at henvise til artiklen af Grønbæk m.fl. hvor det fremhæves at reduktionsopgaven burde eleverne allerede kunne løse i grundskolen. Reduktionsopgaver og løsning af ligninger har dog igennem mange år været noget der falder eleverne mere og mere svært, hvilket rapporten fra UVM (Faglighed i gymnasiet: Matematik) også peger på.

## Løses alt ved at ændre læreplanerne?

I Frisdahl m.fl. dukker “*tid til at træne eleverne*” op igen og igen. Der er vitterligt taget tid fra faget. Især kan man bemærke nedskæringen i fordybelsestiden til eleverne som er ret markant. Men at dele faget op i flere “discipliner” som fx “nu træner vi med papir og blyant” eller “nu træner vi gruppedelprøve” vil presse tiden. Så det at “træne” eleverne skal hele tiden ske løbende og med forskellige aktiviteter i spil i undervisningen. I et fag som dansk hvor der er endnu færre både undervisningstimer og fordybelsestid til eleverne, og hvor kravene til elevernes sproglige, analytiske og formidlingsmæssige kompetencer bestemt ikke er mindre, skal man som underviser hele tiden slå mange fluer med ét smæk. Ellers når man ganske enkelt ikke læreplanens krav.

Jeg kan ikke lade være med at tænke på hvordan B-niveauet har udviklet sig siden 2005-reformen. Før 2017 var der, fornemmer man på Frisdahl m.fl., mere tid og mindre pres på læreplanen. Men var B-niveauet en succes? Gik det fremad? Det tyder ikke på det, jf. figuren ovenfor. Og måske ligger en del af problemerne et helt andet sted, fx en reform i grundskolen fra 2013 som vi begynder at se konsekvenserne af, hvor som det formuleres i Grønbæk m.fl. – “*regningen skal betales*”.

Gymnasireformen 2016 blev hastet igennem af politikerne og skulle partout søsættes fra august 2017, og det har fået konsekvenser. En EVA-rapport om implementeringen fra 2018 (EVA: *4 tendenser i gymnasiernes implementering af gymnasireformen*) slår fast at der med reformen ikke fulgte ressourcer – tværtimod! Men også at det kan have haft indvirkning på implementeringen:

Et godt arbejdsklima mellem ledelse og lærere er afgørende for implementering af reformen [...] Mulige fyringer, flere undervisningslektioner og usikkerhed om, hvilke studieretninger der vil blive oprettet, er noget af det, [...] der kan skabe utryghed hos lærerne [...] [Dette] kan fjerne lærernes fokus på det pædagogiske indhold i reformen, hvis der er for stort pres med hensyn til deres arbejdsforhold.

Gymnasierne skulle spare 2 % om året, og fyringsrunder rystede gymnasieverdenen. Lærerne manglede undervisningsmaterialer, vejledende eksamenssæt, formelsamlinger m.v. i matematik. Dette har givet et urimeligt pres på lærerne der ud over at skulle sætte sig ind i nye områder og en ny didaktisk tilgang også har skullet finde og/eller producere materialer og opgaver. Og alt dette for ikke at lade eleverne blive gidsler i et politisk spil. Med de mange nye tiltag i læreplanerne er det en bitter cocktail som for en del lærere har medført at de har mistet arbejdsglæden. Har politikerne overset et fortegn et sted? Vi skal navigere i et felt med mindre tid, færre penge, lave mere og så også løfte det faglige niveau. Men som det forhåbentlig fremgår af ovenstående, synes jeg at flere væsentlige anbefalinger fra Matematikkommissionens afrapportering er forsøgt indskrevet i de nye læreplaner og tilhørende vejledninger.

Reformen kunne have fået en anden begyndelse hvis ikke politikerne havde svigtet gymnasiesektoren helt og aldeles.

## Referencer

- EVA: *4 tendenser i gymnasiernes implementering af gymnasiereformen*, 23. august 2018, <https://www.eva.dk/ungdomsuddannelse/4-tendenser-gymnasiernes-implementering-reformen> (besøgt 14. januar 2020).
- Grønbæk, Niels m.fl.: *Matematik B – regningen skal betales*, MONA 2019-3.
- Frisdahl, Klavs Kokseby m.fl.: *Bliver elever bedre til matematik ved at tilføje flere emner til læreplanen*, MONA 2019-4.
- Markvorsen, Steen m.fl.: *Faglighed i gymnasiet: Matematik*, rapport udarbejdet for UVM af SDU m.fl., januar 2020.
- Matematikkommissionen: *Matematikkommissionen. Afrapportering*, 2016.
- Matematiklærerforeningen: *Evaluering af prøveformen. Mundtlig matematikeksamen på ny STX B*, 2019.
- Morphic: *Tilstanden for Matematik STX B*, rapport udarbejdet oktober 2019 for Matematiklærerforeningen.
- UVM: *Evalueringsrapport – Skriftlig matematik på stx og hf 2014*, januar 2015.
- UVM: *Evalueringsrapport – Skriftlig matematik på stx og hf 2019*, november 2019.
- UVM: *Rapport om grundforløbet i matematik på stx*, foråret 2018 (i samarbejde med Matematiklærerforeningen).
- UVM: *STX-bekendtgørelsen*, august 2017.
- Winsløw, Carl m.fl.: *Matematikudredningen*, august 2015.