

# Hvordan måler man dækningen af de matematiske kompetencer i læremidler?



Bent Lindhardt,  
Professionshøjskolen  
Absalon

*Kommentar til Stig Toke Gissel, Mette Hjelmberg, Bo Teglskov Kristensen og Dorte Moeskær Larsen: "Kompetencedækning i analoge matematiksystemer til mellemtrinnet", MONA 2019-3.*

MONA-redaktionen har opfordret mig til at kommentere ovennævnte artikel, hvilket jeg har været lidt betænkelig ved, men dog sagt ja til. Betænkeligheden skyldes bl.a. min egen involvering i en del af de analoge matematiksystemer som er under analyse og vurdering. Jeg har således været med til at "føde" Faktor og revidere Sigma i 90'erne samt været såvel forfatter som ekstern redaktør på hele KonteXt-serien. Derudover har jeg været i skrivegruppen for matematik ved indførslen af forenklede Fælles Mål i 2014. En række positioner som kunne risikere mulige kommentarer i en for tendentiøs retning. Dette til trods forsøger jeg alligevel om det er muligt at forholde mig neutral og konstruktiv kritisk til det skrevne. Undervejs vil jeg eksemplificere mine kommentarer gennem det jeg kender bedst – KonteXt+.

Den omtalte artikel har som hovedsigte at fremlægge resultater af og metoder til evaluering af otte lærebogssystemer til matematikundervisning på folkeskolens mellemtrin. Evalueringen afdækker i hvilket omfang læremidlerne lægger op til at eleverne arbejder med de matematiske kompetencer i relation til færdigheds- og vidensområdet måling. Arbejdet er "bestilt" af Købehavns Kommune som ønskede en vurdering af i hvor høj grad de anvendte lærebøger inddrog de matematiske kompetencer.

## Lærebogens indflydelse på undervisningen

Et centralt grundlag for analysen er konstateringen af at lærebogen har stor indflydelse på undervisningen (Mogensen, 2012). Spørgsmålet der følger, er *hvor stor en indflydelse*. En ting er at eleverne har en lærebog med et eller andet læringsmæssigt potentiale, men hvor "slavisk" følger man den? Er det lærebogen som er den lærende autoritet, eller er det læreren?

I den internationale matematikdidaktiske forskning har bl.a. Herbel-Eisenmann et al., 2006, påvist at lærebogen uafhængig af fx lærerens opfattelser og overbevisninger påvirker lærerens undervisning. I deres forskning har man fulgt en lærer som underviste to forskellige klasser. I den ene klasse undervistes efter en traditionel lærebog. I den anden klasse undervistes efter en mere problembaseret lærebog. Det gav betydelige forskelle, bl.a. på brug og frekvens af gruppearbejde, på fællesgørelse i klassen, på omfang og art af klassesamtale/foredrag samt brug af lommeregner, til trods for at klasserne undervistes af den samme lærer. Tre forskellige, men dog metodisk sammenlignelige casestudier, beskriver også en ændring i læreres praksis i forbindelse med anvendelse af en ny lærebog. I tre uafhængige undersøgelser (Lloyd, 1999; J.T. Remillard, 2000; Collopy, 2003) følges lærere gennem klasserumsobservation og interviews med at implementere en mere problembaseret lærebog. Det var kendetegnende for alle tre undersøgelser at de deltagende lærere ændrede deres tidligere undervisningspraksis hen imod den type undervisning der vægtes i de problembaserede materialer.

Ovenstående resultater modsvarer af forskere som har undersøgt *hvor dybt* forandringerne stikker idet de forholder sig til ændringens langtidsholdbarhed. De konstaterer at hvis man ønsker en varig forandring i lærerens fag- og lærings syn, kan det ikke ske alene gennem brug af nye materialer. Lloyd skriver: "reform recommendations and associated curriculum materials cannot and do not bring about change alone – educational change is a complex human endeavor" (s. 244). Her gøres det altså klart at varige forandringer kræver at der arbejdes med dybereliggende værdier og opfattelser hos den enkelte lærer end bare den mere overfladiske tilgang gennem ændring via brug af lærebogen.

Det synes således som en legitim undersøgelse Gissel, Hjemborg, Kristensen & Moeskær foretager, hvis man tager indholdet i lærebøgerne som strømpil for indholdet i undervisningen – dog med det forbehold at det ikke kan betragtes som varige tilstande.

Ud over selve lærebogen er den tilknyttede lærervejledning under lup. Det er således afgørende for analysen hvordan den "retleder" læreren mod en mere kompetenceorienteret undervisning. J.T. Remillard (2000) opdeler lærervejledninger i to typer:

- Den ene type, “speaking *through* the teacher”, er lærervejledninger som mere skal opfattes som manualer. Vejledningen indeholder præcise angivelser af hvilke opgaver eleverne skal lave, og hvordan læreren skal agere i undervisningen.
- Den anden type, “speaking *to* the teacher”, opfatter lærere som selvtænkende modtagere som gennem vejledningen modtager faglige og metodiske begrundelser, diskussioner og inspiration og mulige elevreaktioner.

Vejledningen skal således ses som en spændvidde mellem kogebooksopskriftslignende tekster og mere reflekterende oplæg. Remillard konkluderer at i de tilfælde hvor læreren indgår i en aktiv fortolknings- og beslutningsproces om undervisningens indhold, lærer læreren mest. Det er således en væsentlig pointe at lærervejledninger tager lærere alvorligt som selvtænkende frem for blot modtagere af instruktioner.

## Bemærkninger til analysemetoden

Indledningsvist skal jeg hilse velkomment at man diskuterer kvaliteten af de lærebøger som udgives til matematikundervisningen. Før læremiddel.dk etablerede sig, var der ganske tavst om dette felt i den fagdidaktiske diskussion. Anmeldelser eller kritiske diskussioner var ofte begrænset til ganske små anmeldelser i folkeskolen med varieret analytisk substans. Med den viden om lærebogens rolle som er nævnt tidligere, kan det således undre hvor lille forskningsinteressen var tidligere i det matematikdidaktiske miljø.

Jeg skal også hilse velkomment at man vil forsøge at måle på omfang og art af kompetenceorienterede opgaver og aktiviteter i lærebøgerne. Det er imidlertid ikke nogen enkel sag. Kompetencebegrebet indeholder en særlig kompleksitet i såvel de enkelte kompetencer som sammenhængen mellem dem. Der er således en fare for at nedbrydning af de matematiske kompetencer i mindre “atomare” enheder kan få de centrale kvaliteter og pointer til at forsvinde. På den anden side er det også vanskeligt at målsætte og planlægge undervisningen hvis ikke man tør inddampe kompetencerne til operationelle enheder som forholder sig til lektioner i de rammer og vilkår der er i den enkelte matematikklasse. Faren er her at bevarelsen af kompleksiteten kan bevirke at det bliver for uoverskueligt og dermed undlades. Der er således en raffineret balance mellem at fastholde kompetencebegrebet som det komplekse fænomen det er, og så at gøre kompetencerne operationelle i hverdagen.

I lyset af dette har jeg en række kritiske spørgsmål til den analyserende tilgang til de udvalgte otte lærebogssystemer.

## 1) I hvor høj grad afspejler de såkaldte kontrolspørgsmål de forventelige fælles mål for de matematiske kompetencer på mellemtrinnet?

I artiklen beskriver man:

“Vi har taget afsæt i Fælles Måls (2016) definition af kompetencerne for mellemtrinnet, deres fremtræden i målparrene og deres beskrivelse i Læseplanen for 2. trinforløb, 4.-6. klasse. Desuden inddrager vi beskrivelsen af kompetencerne fra KOM-rapporten (Niss & Jensen, 2002). Vi har i operationaliseringen af hvert kompetenceområde således formuleret det med egne ord, underinddelt det i delkompetencer og formuleret kontrolspørgsmål der specificerer de konkrete manifestationer af de matematiske delkompetencer som vi leder efter i analysen.”

Holder man færdigheds- og vidensmålene op mod de såkaldte kontrolspørgsmål som bliver brugt som “måleinstrument”, må man konstatere at der er foretaget transformationer som i nogen tilfælde må bero på analysegruppens egen tolkning af hvordan kompetencemålene skal udfoldes på mellemtrinnet, mere end hvad intentionerne har været i Fælles mål. I og med at man også inddrager KOM-rapporten, kan der argumenteres for “justeringer eller tilføjelser”, men jeg efterlyser dog begrundelser for disse ændringer. Jeg skal give tre eksempler.

Problembehandling	
Fælles mål	Valgt kontrolspørgsmål
Eleven kan opstille og løse problemer.	Lægger læremidlet op til at eleverne selv skal opstille problemer?

Som det kan konstateres, har man i kontrolspørgsmålet udelukkende medtaget det at opstille problemer – hvilket er ganske besynderligt idet det at løse problemer almindeligvis er det elever gør på mellemtrinnet – såvel lukkede som åbne. Det vil selvfølgelig influere stærkt på den senere optælling idet det (naturligt) vil være overalt i en opgavebog. I den sammenhæng kunne det medtænkes at der er en egenkompleksitet i hvornår noget kan opfattes som et problem og dermed ikke er en rutineopgave. Det er ofte meget individuelt. En ganske “simpel” opgave som at finde forskellen mellem 14 og 6 kan være ren rutine for nogen, men for andre kalde på eksperimenter, afprøvning osv. Jeg gætter på det kan være årsagen til udeladelsen, men det er dog usagt.

Modellering	
Fælles mål	Valgt kontrolspørgsmål
1. trin: Eleven kan anvende enkle matematiske modeller.	Lægger læremidlet op til at eleverne kan anvende forskellige matematiske modeller?
2. trin: Eleven kan gennemføre enkle modelleringsprocesser.	Lægger læremidlet op til at eleverne selv skal opstille matematiske modeller?  Lægger læremidlet op til at eleverne skal vurdere forskellige matematiske modeller?

I stedet for “enkle” matematiske modeller spørges der til “forskellige” matematiske modeller. I stedet for “gennemføre enkle modelleringsprocesser” spørges til “opstille matematiske modeller”, og endelig tilføjes kontrolspørgsmålet “at eleverne skal vurdere forskellige matematiske modeller”. Vedrørende det sidste skal det nævnes at det indgår i fælles mål som et færdigheds- og vidensmål på 3. trin, 3. fase, svarende til 8.-9. klasse. Min anke er her at det synes som om man har øget abstraktionen og kompleksiteten som jeg gerne havde set argumenter for.

Repræsentations- og symbolkompetence	
Fælles mål	Valgt kontrolspørgsmål
1. trin: Eleven kan oversætte regneudtryk til hverdagsprog.	Lægger læremidlet op til at eleverne skal kunne oversætte mellem hverdagsprog og fagsprog (herunder symbolsprog) og andre repræsentationer?
2. trin: Eleven kan oversætte mellem hverdagsprog og udtryk med matematiske symboler.	Lægger læremidlet op til at eleven vælger hensigtsmæssige repræsentationer i forhold til konteksten?  Lægger læremidlet op til at eleverne behandler og betjener sig af symbolholdige udsagn?

I Fælles mål er hovedfokus sammenhængen mellem hverdagsprog og symbolsprog og i øvrigt udvidet i læseplanen 2014 med: “... men i undervisningen indgår fortsat de repræsentationer fra indskoling, som udgør redskaber for eleverne i deres arbejde med matematik, herunder konkrete repræsentationer og visuelle repræsentationer”. Det synes som om kontrolspørgsmålene udvider denne intension. Det står også lidt uklart hvad der ligger i kontrolspørgsmålet “Lægger læremidlet op til at eleven vælger hensigtsmæssige repræsentationer i forhold til konteksten?”.

Det udvides i kontrolspørgsmålene til at “eleverne skal kunne behandle og betjene sig af symbolholdige udsagn”. En udvidelse der fører tankerne hen på algebraiske færdigheder inden i faget selv, som ikke er hovedsigtet på dette trin – ud fra Fælles mål.

Generelt havde det været fint at se eksempler på hvordan man vurderer hvilke opgaver der falder inden for rammen, og hvilke der falder uden for.

## 2) Hvordan udvælges “en enhed” i optællingen?

I skema 5 er oplistet hvor mange enheder de to nævnte fagdidaktikere har optalt inden for hvert lærebogssystem. I KonteXt+ 4, som jeg som sagt selv har været involveret i, opgøres der i alt 62 enheder, formodentlig i kapitlet “Areal og omkreds”. Jeg har forsøgt at genskabe dette antal, men det er ikke helt enkelt. Hvis man udelukkende tæller enheder som opgaver benævnt med nummer, får jeg ikke mere end 46 – der må således være 16 enheder mere. Det kan muligvis være de tre sidste eftertankeproblemstillinger og nogle af spørgsmålene til klassesamtalen samt en aktivitet. I så fald mangler jeg 10 enheder.

Jeg har tilladt denne fordybelse i et enkelt lærebogssystem idet jeg kan være bekymret for hvordan man tæller når man tæller. Hvis en optællingsenhed typisk er opgaver, evt. delspørgsmål til aktiviteter, bliver jeg ekstra bekymret fordi en opgave ikke bare er en opgave. Der er forskel på en simpel træningsopgave som “Beregn arealet af et kvadrat med siden 3 cm” og så opgaven “Find arealet af skolegården”. I min optik er det ikke antallet af opgaver som beskriver graden af lærebogens kompetenceorientering, men kvaliteten og den fordybende arbejdstyngde af de enkelte opgaver. Min påstand er at en enkelt modelleringsopgave kan modsvare mange træningsopgaver – man bør således ikke tælle opgaver i en-til-en-tælling.

## 3) Er skelnen mellem implicit og eksplicit en anvendelig kategorisering ved optællingen?

Jeg opfatter bestemt skelnen mellem implicite og eksplicite tilgange til kompetencerne som interessant og på mange måder hovedet-på-sømmet. Som tidligere omtalt skal man som lærebogsforfatter forholde sig til en udformning af en vejledning så den opfattes retledende og tydelig nok i en spændvidde mellem speaking to the teacher og speaking through the teacher. Jeg gætter på at andre forfattere, som jeg selv, har valgt at beskrive kompetencebegrebet mere overordnet for at bevare integriteten og sammenhængskraften – hvilket gør det til en hensigtserklæring at man ikke nødvendigvis skal øremærke hvert eneste tiltag med reference til hvilke kompetencer der indgår. Altså i højere grad “speaking to the teacher” – men risikoen er selvfølgelig at læreren ikke får øje på det. Her er så absolut et potentiale for yderligere debat og forskning.

Hvor eksplicit og manueltænkende skal en lærervejledning være før ejerskab, egne refleksioner og tolkninger udebliver hos læreren? Så langt så godt. Jeg er imidlertid blevet noget forundret over hvordan man har registreret denne eksplicitering. Jeg kan se ud fra KonteXt+ 4 at der ud fra skema 5 kun forekommer en eksplicitering knyttet til en opgave i modellering – som jeg i øvrigt ikke selv mener forekommer. Derudover fremgår meget tydeligt af konklusionen i artiklen om KonteXt at de sidste eftertankeopgaver i lærebogssystemet er forsøgt målrettet flere af de nævnte kompetencer, men de indgår altså ikke i regnskabet. Det kan selvfølgelig være et enkeltstående tilfælde, men det kunne give anledning til et eftersyn andre steder.

En overvejelse kunne også være hvad det er for opgaver der er tilbage når man har lagt de kompetencepotentielle implicitte og eksplicitte opgaver sammen. Hvis jeg bliver ved KonteXt+ 4, får jeg samlet  $1,11 + 0,02 = 1,13$ . Lidt forbløffende resultat idet jeg gik ud fra at de enheder der blev optalt, var disjunkte, og dermed at sammenlægningen måtte give 1. Forklaringen kan være at der er tale om at den samme opgave optræder flere gange, men det fremgår ikke helt tydeligt af artiklen.

### 5) Er målingen tilstrækkelig solid når man kun ser på en lille del af lærebogen?

Jeg er enig i at lærebøgerne ofte har en vis fast struktur – ofte delt op i kapitler med en bestemt systematik. Artiklen redegør fint for skrøbeligheden i resultatet ved at snævre undersøgelsen ind til kun at omhandle “Eleven kan og har viden om forskellige metoder til at anslå og bestemme omkreds, areal og rumfang”. Det er indlysende et stort arbejde at skulle alle bøger igennem, men det kunne måske have klædt analysen med en stikprøve i enkelte andre kapitler inden for tal/algebra og statistik/sandsynlighed.

Samlet vil jeg gerne rose læremiddel.dk for at have påtaget sig opgaven og artiklens forfattere for at de har forsøgt at operationalisere en mulig analyse af de lærebøger som er på markedet. Når man kaster sig over noget meget kompliceret, er man nødt til at træffe valg, og det mod kvitterer jeg for. Jeg oplever dog et behov for at diskutere analysemetoden yderligere før der kan drages egentlige konklusioner om hvilke lærebøger der bedst forvalter en kompetenceorienteret matematikundervisning – men nu er vi i gang.

## Referencer

Herbel-Eisenmann, B.A., Lubienski, S.T. & Id-Deen, L. (2006, August 2006). Reconsidering the study of mathematics instructional practices: The importance of curricular context in understanding local and global teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(4), 313-345.

- Remillard, J.T. (2000). Can curriculum materials support teachers' learning? two fourthgrade teachers' use of a new mathematics text. *The Elementary School Journal*, 100(4), 331-350.
- Lloyd, G.M. (1999). Two teachers' conceptions of a reform-oriented curriculum: Implications for mathematics teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 227-252.
- Collopy, R. (2003). Curriculum materials as a professional development tool: How a mathematics textbook affected two teachers' learning. *The Elementary School Journal*, 103(3), 287-311.
- Mogensen, A. (2012). Når pointer styrer matematikundervisning. *MONA* (3), 40-54.
- Læseplaner for matematik, Fælles mål 2014, UVM.