

# Didaktisk modellering som undersøgelseslogik



Tomas Højgaard, DPU,  
Aarhus Universitet



Rune Hansen, UC SYD

**Abstract:** *Formålet med denne artikel er at karakterisere didaktisk modellering som en undersøgelseslogik i matematikkens didaktik. Vi beskriver og reflekterer over forskellige faser i en erkendelsesrettet systematisk undersøgelse. Inspireret af den matematiske modelleringsproces beskrives hvorledes det at tænke i modeller og modellering kan være meningsfuldt i den forbindelse. Vi diskuterer begrundelserne for at vælge didaktisk modellering og sammenligner tilgangen med designbaseret uddannelsesforskning og kritisk matematikundervisnings-forskning.*

## Indledning: Hvad er der i vente – og hvorfor?

Det følgende er en beskrivelse og diskussion af didaktisk modellering (DM) som metode til at gennemføre en erkendelsesrettet systematisk undersøgelse. Dahler-Larsen (2002, s. 28) betoner at metodespørgsmål relaterer sig til tre forskellige niveauer hvor metode forstås som henholdsvis

- *videnskabsteori*, fx fænomenologi (Thøgersen, 2013)
- *undersøgelseslogik*, fx case-studier (Flyvbjerg, 2011/1994)
- *teknik til at generere og behandle data*, fx deltager-observation (Angrosino & Rosenberg, 2011/1994).

Det er vores erfaring at i begyndelsen af en undersøgelsesproces er den logik der skal styre processen, den vigtigste af de tre metodetilgange at få styr på og gjort eksplicit. Undersøgelseslogikken udgør det analytiske skelet som binder de forskellige dele af undersøgelsen – herunder afklaring af det videnskabsteoretiske afsæt og tilgangen til en eventuel brug af data – sammen. Det er vores oplevelse at kvaliteten af en erkendelsesrettet systematisk undersøgelse af et didaktisk problemfelt langt hen ad vejen følger kvaliteten af den etablerede undersøgelseslogik. Og hvad angår den del af kvaliteten der handler om konklusionernes troværdighed, så står og falder den

med en meningsfuld og transparent undersøgelseslogik. Skrider det, så skrider hele undersøgelsen.

Udviklingen af DM som metode har derfor mere præcist bestået i at udvikle en ny logik for erkendelsesrettede systematiske undersøgelser, fx matematikdidaktiske forskningsprocesser som vi selv er og har været involveret i og vil bruge eksemplificerende undervejs.

Der er flere grunde til at vi mener en beskrivelse og diskussion af DM er værd at bruge energi på. *Den første og mest oplagte grund* er at både vi og flere kolleger har oplevet det som en meningsfuld og hjælpsom konstruktion i forbindelse med matematikdidaktisk forsknings- og udviklingsarbejde (se fx Andreassen, Damkjær & Højgaard, 2011; Blomhøj & Jensen, 2007; Lindhart, Ejdrup & Skipper-Jørgensen, 2010, samt adskillige specialeafhandlinger fra DPU, senest Andersen & Svendsen, 2017). I den forbindelse har der hidtil manglet en artikel specifikt om denne undersøgelseslogik som man kan støtte sig til i forbindelse med dens brug.

*Den anden mere analytisk betingede grund* er at vi efter grundige diskussioner med hinanden og interesserede kolleger er blevet bestyrket i overbevisningen om at det giver mening at betragte didaktisk modellering som en selvstændig undersøgelseslogik. Denne overbevisning finder vi relevant at udfolde og argumentere for, dels fordi ikke alle diskussions-kolleger har følt sig helt overbeviste, hvilket i sig selv gør diskussionen relevant, dels fordi det inviterer til en spændende sammenligning af forskellige undersøgelseslogikker.

*Den tredje og sidste grund* er af mere generel karakter: Da (matematikdidaktisk) forsknings- og udviklingsarbejde kan gennemføres på mange forskellige måder, er det relevant at tydeliggøre og diskutere bevæggrundene for at vælge en bestemt undersøgelseslogik i relation til en specifik problemstilling. Et af de relevante perspektiver på didaktisk modellering mener vi således består i at diskutere denne tilgangs relevans i forhold til forskellige typer problemstillinger.

Disse tre begrundelser for denne artikels relevans følger vi op på i hver sin del af den efterfølgende tekst som på visse stræk er en redigeret og målgruppetilpasset udgave af dele af Højgaard & Hansen (indsendt).

## Hvad er didaktisk modellering?

Ideen til at udvikle didaktisk modellering som undersøgelseslogik opstod omkring årtusindskiftet i forbindelse med Tomas' ph.d.-forskningsprojekt (Jensen, 2007). I dette afsnit redegøres for nogle af de centrale begrebsdannelser.

## Hvad er en model?

Ontologisk set er den afgørende egenskab ved en model at det er en todelt konstruktion; en model er altid en model *af noget* (Niss, 1989). I forlængelse af Jensen (2007) vælger vi at definere en model som triplet  $(S, f, R)$  hvor  $S$  er det system som danner udgangspunkt for modelopstillingen, og  $f$  er en afbildning der oversætter elementer fra  $S$  til elementer i det valgte repræsenterende system  $R$ . Elementerne i  $R$  afhænger således af med hvilke midler repræsentationen foretages.

Definitionen er en relativ enkel måde at skelne mellem udgangspunktet, afbildningen og selve repræsentanten. Et klassisk eksempel er kortlægning af et bestemt geografisk område, fx en skole. En ingeniør, en landskabsarkitekt og en lærer vil finde det interessant at udvikle forskellige kort af skolen, dvs. forskellige repræsenterende systemer,  $R$ . De vil derfor have interesse i at lade modeldannelsen tage udgangspunkt i forskellige dele af skoleuniverset, dvs. etablere forskellige systemer,  $S$ , som ved en passende afbildning,  $f$ , kan blive til en del af den ønskede form for kort (jf. Højgaard & Hansen, indsendt).

## Hvad gør en model didaktisk?

Mogens Niss (2012) betoner at man bør have en bred forståelse af hvad der kan være involveret i en modelkonstruktion. Den brede tilgang til repræsentationsdomænet i modelkonstruktioner fordrer dog at man i forbindelse med didaktisk modellering forholder sig til hvad der kendetegner et didaktisk system. Den udfordring nødvendigvis gør en diskussion af hvordan man kan karakterisere og afgrænse didaktik som en videnskabelig disciplin.

Der er et spektrum af traditioner at vælge mellem, lige fra den mest snævre forstand hvor didaktik kan ses som anvendelse af psykologiske undervisnings- og læringsteorier, over didaktik som teori om dannelsesindholdet til den meget brede forståelse af didaktik som videnskab om undervisning og læring (Gundem, 2011, s. 21). Vores valg inden for dette spektrum er inspireret af Frede V. Nielsen der beskriver at didaktik som videnskabelig disciplin bør fokusere på at beskrive, analysere, problematisere og udvikle intenderede, faktiske eller mulige forhold vedrørende undervisning samt deres betingelser med særligt henblik på undervisningens indhold, mål og begrundelser således som forholdene tidligere var, aktuelt forekommer eller fremtidigt kan blive (Nielsen, 2004, s. 35-36). Der er meget på spil i denne beskrivelse, men den skaber samtidig en vigtig afgrænsning: Noget kan kun betragtes som didaktisk hvis det grundlæggende undersøgelsesobjekt er *undervisning* hvilket vi inspireret af Wenger (1998, s. 225) definerer som design af sociale infrastrukturer der fremmer læring.

Ikke alt i skolen bliver dermed af didaktisk karakter. Når matematiklæreren introducerer en gruppe elever for funktionsbegrebet, er det en didaktisk situation. Men

når samme gruppe elever i frikvarteret diskuterer gårsdagens fodboldkamp, er det ikke. Ikke fordi eleverne ikke lærer noget af en sådan diskussion, men fordi der ikke er nogen der har designet de sociale omstændigheder omkring deres diskussion mhp. at fremme læringen.

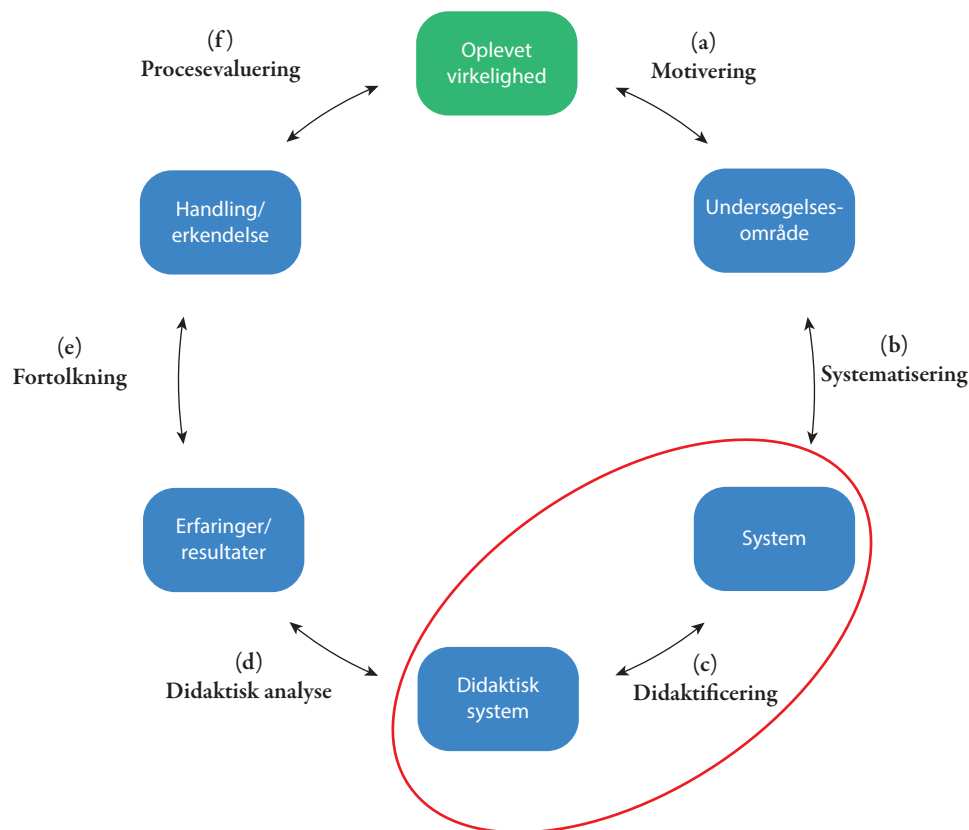
Det skaber fundamentet for følgende definition: Vi bruger begrebet *didaktisk model* til at beskrive triplen  $(S, f, R)$  hvor  $S$  er det system som danner udgangspunkt for modelopstillingen, og  $f$  er en afbildning der oversætter elementer fra  $S$  til elementer i det valgte repræsenterende system  $R$  som her er et system fokuseret på undervisning betragtet som udformning af sociale infrastrukturer der fremmer læring.

Som et eksempel kan man diskutere rygning blandt teenagere i Danmark. Hvis man med det udgangspunkt vil udvikle en didaktisk model, kan det repræsenterende system  $R$  bestå af et diagram, fx en planlægningsmodel, et sæt principper for undervisningen eller noget tredje der anerkendes som værende didaktisk. Afbildningen vil så bestå af at beskrive hvordan forskellige aspekter ved rygning blandt teenagere som er medtaget i systemet  $S$ , udtrykkeligt er opretholdt og repræsenteret i  $R$ . Her vil man ofte gennem afbildningen fremhæve forskellige elementer alt efter om den didaktiske repræsentation fx relaterer sig til danskfaget eller matematikfaget. Man kan forestille sig at en dansklærer vil fremhæve rygning i forbindelse med identitetsdannelse eller generationsoprør, mens en matematiklærer vil fokusere på udviklingen i prisen på cigaretter som en variabel der øver indflydelse på unges rygevaner.

## *En model af modelleringsprocessen*

Begreberne model og modellering er blevet beskrevet på mange forskellige måder inden for matematikkens didaktik. Mange beskrivelser tager afsæt i ideen om at matematisk modellering er en cyklisk og iterativ proces hvor man konstruerer og tilpasser matematiske modeller af ekstra-matematiske situationer for at forstå og forklare udvalgte problemfelter (Perrenet & Zwaneveld, 2012). Hvis "matematisk" udskiftes med "didaktisk", får vi følgende fundamentale begrebsdannelse: *Didaktisk modellering* er en cyklisk og iterativ proces hvor man konstruerer og tilpasser didaktiske modeller af ekstra-didaktiske situationer for at forstå og forklare udvalgte problemfelter.

Modelleringsprocessen beskrives ofte i form af en diagrammatisk model – en såkaldt modelleringscyklus – af udvalgte delprocesser og deres gensidige relationer (Perrenet & Zwaneveld, 2012). En sådan model findes også i Blomhøj & Jensen (2003), og parallelt til den begrebsmæssige parallelisering er denne model overført til en tilsvarende skildring af den didaktiske modelleringsproces, se figur 1.



**Figur 1.** En diagrammatisk repræsentation af den didaktiske modelleringsproces (inspireret af Blomhøj & Jensen, 2007).

## Beskrivelse af processens enkelte dele

### Motivering

Modelleringsprocessen sættes jo i gang af en grund, fx oplevelsen af et problemfelt som kalder på at blive analyseret. For selv at blive bevidstgjort og for at andre kan tænke med, er det vigtigt at eksplicitere denne indledende motivation, fx ved at lave en mere konkret problemformulering, da motivationen er udgangspunktet for ens valg af det område af virkeligheden som skal undersøges nærmere.

Ph.d.-projektet *Målstyret kompetenceorienteret matematikundervisning* (MKM) (Hansen, 2018) som vi her vil benytte som gennemgående eksempel, var motiveret af et tilsyneladende misforhold mellem intentionerne i den officielle læreplan for matematik og den dominerende praksis i grundskolens matematikundervisning. Ofte var der i undervisningen fokus på “hvad skal eleverne lave?” og ikke “hvad skal eleverne lære?” Dette blev konkretiseret i tre spørgsmål (Hansen, 2018, s. 19):

1. Hvilke potentialer kan jeg på baggrund af litteraturstudier argumentere for der er ved at arbejde med målstyrede logikker i grundskolens matematikundervisning?
2. Hvad udfordrer matematiklærerens arbejde med målstyrede logikker i matematikundervisningen?
3. Hvor langt kan man komme med hensyn til at omsætte mål for en kompetenceorienteret matematikundervisning til praktisk handling i en undervisningskontekst?

### Systematisering

For at muliggøre en didaktisk beskrivelse af det valgte undersøgelsesområde reduceres dets kompleksitet, enten bevidst ud fra analyser af hvad der – i lyset af ens motivation – er mindre betydningsfuldt for besvarelsen af problemformuleringen, eller ubevidst fordi modelbyggeren ikke er klar over betydningen af et eller andet.

Den idealisering der ligger heri, er en del af “oversættelsen” fra undersøgelsesområdet over i et didaktisk univers, men systematiseringen er indført i modelleringsbeskrivelsen for eksplicit at etablere et spillerum hvor man meningsfyldt kan åbne sig mod noget der i udgangspunktet ikke er didaktisk. Det er for at pointere dette at vi i modellen i figur 1 vælger at “stoppe op” ved det system der efterfølgende repræsenteres didaktisk.

A priori-analyser i ph.d.-projektet (Hansen, 2018) rettede fokus mod at finde svar på spørgsmål 1. Her blev det fx beskrevet hvordan læreplanen udnytter kompetencetermer til at skildre faglighed.

### Didaktificering

Systemet udgør et ekstra-didaktisk udsnit af virkeligheden der identificerer og fremhæver centrale aspekter af undersøgelsesområdet. Didaktificeringen drejer sig nu om hvordan systemet på en relevant måde kan “oversættes” til en forestillet didaktisk praksis så der etableres et didaktisk system. Den didaktiske model består af forholdet mellem systemet, didaktificeringen og det didaktiske system, markeret med den røde ellipse i figur 1. Her er vi tilbage ved trefasemodellen ( $S, f, R$ ) der blev beskrevet tidligere. Triplet udgør altså et kerneelement i modelleringsprocessen uanset om det er en matematisk eller en didaktisk modellering. I den didaktiske modellering sættes fokus i denne fase på eksplicit at gøre noget undervisningsorienteret.

Der blev bl.a. udviklet et princip for organisering af matematikundervisningen i MKM-projektet hvor de faglige kompetencemål skal indgå som del af en todimensionel målbeskrivelsesmodel. Samtidig blev følgende princip for organisering af matematikundervisningen etableret: Læreren skal i dialog med eleverne tydeliggøre læringsmål for de enkelte forløb (Hansen, 2018, s. 83ff).

I didaktificeringsfasen er der altså fokus på at lade de didaktisk set mere abstrakte analyser fra systematiseringen relatere sig til undervisningsmæssige overvejelser, hvilket leder frem til den didaktiske analyse.

## Didaktisk analyse

Objektet for den didaktiske analyse er den samlede modelkonstruktion. En sådan analyse kan gennemføres på forskellige måder: 1) teoretisk gennem fortsatte litteraturstudier, nu fokuseret på at udnytte og udfordre modellen, ikke på den indledende konstruktion heraf; 2) empirisk ved at modellens egenskaber udfordres ved hjælp af en eller anden slags data genereret i tilknytning til en undervisningsmæssig virkelighed (interviews, klasserumsobservationer mv.); og 3) en kombination af teoretiske og empiriske tilgange.

I MKM-projektet blev den didaktiske model brugt som grundlag for og udfordret af en forsøgsundervisning med én 5.-6. klasse hvor ovennævnte og en række andre principper blev brugt som udgangspunkt for lærerens didaktiske overvejelser og dermed også elevernes matematiske aktivitet. Ambitionen var at føre didaktiske eksistensbeviser og identificere typer af forhindringer for denne form for undervisning. I forlængelse af den nævnte fordring om at eleverne mødte synlige og tydelige læringsmål, viste empirisk baserede analyser eksempelvis at elevers forskellige målorientering har indflydelse på hvad de anser for værende formålet med synlige læringsmål i det matematiske klasserum.

## Fortolkning

Fortolkning er afgørende for at anerkende at den didaktiske model er en repræsentation af den oplevede virkelighed. Alle resultater skal vurderes kritisk i lyset af at de reflekterer de valg som forskeren har foretaget i løbet af modelleringsprocessen. Der kan anlægges mindst to forskellige perspektiver:

- En intern fortolkning der vurderer om det er rimeligt at konkludere noget som helst på basis af modelresultaterne, fx ved at undersøge om analysen er gennemført på en måde man kan følge og tør have tillid til.
- En ekstern fortolkning der "oversætter tilbage" fra modelresultater til udsagn om undersøgelsesområdet og vurderer resultaterne på denne baggrund: Giver de mening i de sammenhænge de er en del af? Er de realistiske? Svarer de på det oprindelige spørgsmål? Etc.

Efter afslutningen af forsøgsundervisningen fortsattes analysen med fokus på det etablerede princip om tydeliggørelse af læringsmål (Hansen, 2018, s. 131ff). Eksempelvis signalerer begreberne "synlige" og "klare" i forbindelse med læringsmåls-diskursen en form for transparens. Det blev der ikke fundet anledning til at anfægte i sig selv, men forsøgsundervisningen rejste spørgsmålet om for hvem de benævnte klare mål er klare og tydelige – elever, lærer, forsker?

Det er et eksempel på hvordan en didaktisk analyse fører tilbage til en re-didaktificering og dermed til etableringen af en revideret didaktisk model.

### Procesevaluering

Som en del af forskningsprocessen må modelleringsprocesserne (identificeret som faserne (a) til (e) i figur 1) også evalueres i deres helhed (fase (f)). Var den didaktiske model et relevant valg for at opnå indsigt i problemfeltet, eller indsnævrede det undersøgelsens fokus for meget, og/eller undertrykte det nogle afgørende elementer i den oplevede virkelighed? Var didaktisk modellering et godt valg, eller kunne en anden undersøgelseslogik tænkes at føre til mere relevante erkendelser?

MKM-projektet trak på og havde stor metodisk glæde af didaktisk modellering insisteren på at forbinde overordnede begrundelsesanalyser med klasserumsnære undervisningsrefleksioner. I den mere eksplícit gennemførte evaluering (Hansen, 2018, s. 235ff) blev projektet holdt op mod de tre kategorier troværdighed, generaliserbarhed og vigtighed (Schoenfeld, 2007). I disse overvejelser indgik bl.a. om det var et relevant valg at lade eleverne møde synlige og tydelige læringsmål, og om svarene opnået gennem den didaktiske model er informative, rimelige og berettigede.

## Alternative eksisterende undersøgelseslogikker

Den matematikdidaktiske forskning betjener sig af en mangfoldighed af metoder der er båret af hver sin styrende undersøgelseslogik. Det gælder fx aktionsforskning (se fx Duus et al., 2012), didactical engineering (se fx Artigue, 2015), designbaseret uddannelsesforskning og forskning med afsæt i kritisk matematikundervisning. I denne artikel har vi af pladshensyn valgt at afgrænse os til at sammenligne didaktisk modellering med de to sidstnævnte, som er valgt fordi det er der vi selv oplever størst overlap og derfor størst behov for analyse af ligheder og forskelle.

### Designbaseret uddannelsesforskning

Designbaseret uddannelsesforskning (DBF) kombinerer empirisk uddannelsesforskning med et teoristyret didaktisk design. Metoden blev introduceret af Allan Collins (1990) og Ann Brown (1992) og er fokuseret på at udvikle, teste, implementere og raffinere innovative didaktiske design inden for en undervisningsmæssig ramme (Collins, Joseph & Bielaczyc, 2004). Designbegrebet fremstår ikke entydigt i litteraturen. Vi har valgt at lægge os op ad forståelsen i Ralph & Wand (2009, s. 109) med denne definition: Ved *navneordet design* forstås vi nogens specifikation af et objekt ved at anvende et sæt komponenter der opfylder et sæt krav og er underlagt begrænsninger



med henblik på at opfylde nogle mål i et bestemt miljø. *Udsagnsordet design* refererer så til at skabe et sådan design i et miljø hvor designeren opererer.

Med denne forståelse refererer design til en proces der fører til specificering af et designobjekt (ikke nødvendigvis et fysisk objekt). Et didaktisk design angiver følgelig en praksis hvor designeren er involveret i at skabe repræsentationer af hvordan man kan understøtte undervisning i specifikke tilfælde under hensyntagen til mål, miljø, komponenter, krav og begrænsninger. Dermed adskiller DBF sig fra andre former for didaktisk indsats da den stræber efter at opfinde et designobjekt vedrørende innovative reaktioner på problematiske situationer. DBF er derfor ikke kun drevet af et behov for at forstå et didaktisk problem, men også stræben efter at forbedre det didaktiske miljø (Cobb & Gravemeijer, 2008; Collins et al., 2004).

Eksempelvis har udvikling af forestillede læringsveje for elevers matematiske læring af et specifikt matematisk begreb – fx brøk – været præget af en designbaseret tilgang. Forskere er her optaget af at definere den bedste læringsvej for eleverne, dvs. den vej hvor flest mulige elever kommer til at opleve succes (Confrey, Maloney & Corley, 2014). På nuværende tidspunkt har Confrey et al. (2014) udviklet 18 forestillede læringsveje med afsæt i DBF, jf. beskrivelsen på <https://turnonccmath.net/>.

DBF's undersøgelseslogik kan sammenfattes som bestående af tre hovedfaser:

1. Præliminær fase med fokus på at udvikle en konceptuel ramme for projektet ved hjælp af litteraturstudier
2. Iterativ designfase med flere iterationer hvor en iteration er en mikrocyklus der studerer og ændrer et specifikt aspekt af designet
3. Evalueringsfase hvor forskeren vurderer interventionens lokale virkning og offentliggør resultaterne.

## *Forskning med afsæt i kritisk matematikundervisning*

Den didaktiske skole der betegnes kritisk matematikundervisning, tager udgangspunkt i en social, kulturel og politisk tilgang til matematikdidaktik. Det er fundamentalt for denne tilgang at reagere på sociale modsigelser og konflikter i samfundet (Skovsmose & Nielsen, 1996). Med et historisk og filosofisk udgangspunkt argumenterer Skovsmose (1994, s. 37) for at kritik relaterer sig til følgende tre forhold:

1. En undersøgelse af betingelserne for at opnå viden
2. Identifikation af sociale problemer og evaluering
3. En reaktion på problematiske sociale situationer.

Kritikbegrebet fordrer selv-refleksioner, refleksioner og reaktioner. Skovsmose og Borba (2004) beskriver at forskellige former for deltagende aktionsforskning er relevante tilgange til forskning med afsæt i kritisk matematikundervisning som vi her vil betegne kritisk matematikundervisnings-forskning (KMF). En sådan forskning skal dog ikke begrænses til at tage udgangspunkt i hvad der er rigtigt og faktisk, men skal også undersøge hypotetiske situationer ved at fokusere på potentialer og alternativer. Derfor transcenderer KMF hvad der kan observeres i det matematiske klasserum (Skovsmose & Borba, 2004).

Vithal (2003, s. 27-35) giver et eksempel på KMF i forbindelse med kampen mod apartheid i Sydafrika. Her opstod en bevægelse kaldet "Folkets matematik" som et radikalt alternativ til de officielle beskrivelser af matematikfaget.

KMF introducerer en undersøgelseslogik som bl.a. undersøger relationerne mellem teori og praksis ved at referere til tre typer af situationer: en *nuværende situation* (NS) som relaterer til den aktuelle problematiske situation, en *hypotetisk forestillet situation* (HF) hvor lærere og forskere kan spekulere over, diskutere og forestille sig didaktiske situationer og perspektiver herpå – det er en proces hvor man forestiller sig alternativer med hensyn til de kritiske karakteristikker ved den nuværende situation – og en *arrangeret situation* (AS) som er designet ved at overveje egenskaber fra både den nuværende og den hypotetisk forestillede situation som en måde for forskeren at analysere teoretiske ideer og relaterede praksisser (Skovsmose & Borba, 2004).

## Sammenligning af undersøgelseslogikkerne

### *Undersøgelsesmæssigt rationale*

En given tilgang til en erkendelsesrettet systematisk undersøgelse vil uundgåeligt være udtryk for et undersøgelsesmæssigt rationale, dvs. en sammenfatning af principper og metoder i forbindelse med en videnskabelig undersøgelse (Andersen, Hansen & Varming, 2012).

Didaktisk modellering og designbaseret uddannelsesforskning sigter begge mod at fokusere en kompleks didaktisk situation gennem a priori-analyse og bygge bro mellem teori og praksis. Begge tilgange befinder sig i et krydsfelt mellem forskningens intention om at identificere, karakterisere og forstå komplekse didaktiske sammenhænge og intentionen om at bidrage til at udvikle og eventuelt forbedre den eksisterende uddannelsespraksis.

DBF er forpligtet på et tosidigt forskningsformål. Metoden fokuserer på at udvikle løsninger til didaktiske problemer ved at designe uddannelsesobjekter (fx produkter, processer, programmer, politikker) og samtidig stræbe efter at udvikle ny videnskabelig viden (Anderson & Shattuck, 2012). I løbet af det sidste årti er der opstået rige variationer i DBF's foki, og der er mindst to prototyper i DBF med fokus på enten at

designer uddannelsesobjekter eller undervisnings- og læringsprocesser. Når forskeren er optaget af at udvikle uddannelsesobjekter og designprincipper, er ideen at forskningen kan *bruges* af andre undervisere og forskere. Når det primære mål er at udvikle lokale teorier og paradigmatisk tilfælde, er ideen at forskningen kan *informere* undervisere og forskere (Prediger et al., 2015).

DM's rationale er at den didaktiske model kan være et middel til at forstå den initierende problemstilling. DM er udviklet med henblik på at skabe ny viden der både informerer forsknings- og praksissamfundene, men DM forpligter sig ikke til at levere en slags implementeringsorienteret viden. Fokus kan, men behøver ikke være på at udvikle en model som kan implementeres i konkrete undervisningsmiljøer. En parallel til fysik kan illustrere modelleringsprocessens dobbelthed: Når matematik bruges til at modellere et fysisk fænomen, fx elasticitet, kan det – som ingeniører ofte gør – ske som del af en design- og konstruktionsproces, fx konstruktionen af en bro. Eller det kan – som fysikere ofte gør – ske med modellering anvendt som middel til at opnå en bedre forståelse af selve fænomenet.

Kritisk matematikundervisnings-forskning handler om at skabe forandringer, men anerkender ikke ideen om at forskeren *a priori* kan identificere hvilke transformationer der er behov for. KMF søger ikke kun at forstå den nuværende situation; tilgangen giver også mulighed for undersøgelse af potentialer (Skovsmose & Borba, 2004; Vithal, 2003). Med begrebet *udforskende analyse* (explorative reasoning) opfordrer KMF deltagerne til at transcenderer den arrangerede situations begrænsninger. Data fra den arrangerede situation bruges som udgangspunkt for at arbejde frem mod etablering af den hypotetisk forestillede situation. Udforskende analyse er en tilgang som forstås som at "se igennem" data for at fremme forståelsen af den hypotetisk forestillede situation, ofte gennem udfordring af den pædagogiske fantasi (Skovsmose & Borba, 2004).

## Forskningsmæssig relevans

Enhver forskning skal kunne retfærdiggøre sig selv med hensyn til relevans: Hvorfor skal vi være optaget af hvad denne forskning kan fortælle os – og hvem er "vi"? Svar på sådanne spørgsmål afspejler ofte en eller flere årsager – faktiske "drivkræfter" (Niss, 1996) – for forskernes valg af uddannelsesmæssig problemstilling. De tre undersøgelseslogikker begrunder og retfærdiggør deres tilgang på meget forskellig vis.

Historisk set er designbaseret uddannelsesforskning opstået i forbindelse med at udvikle design for relativt snævre uddannelsesmæssige problemer (Prediger et al., 2015). Matematikdidaktisk forskning vil eksempelvis studere lærernes undervisningspraksis relateret til et specifikt matematisk begreb, fx brøker, og DBF er velegnet til en sådan type undersøgelse, ofte med vægt på brugen af forskellige former for matematiske

opgaver. Det samme kan være tilfældet for uddannelsesmæssige studier af matematisk modellering, ofte med den konsekvens at modelkonstruktionen selv – den røde ellipse på figur 1 – er det primære studieobjekt (fx McClain, 2003).

Kritisk matematikundervisnings-forskning begrundes med et ønske om at forandre eksisterende praksisser. KMF er optaget af at undersøge om matematikundervisning giver lige muligheder for alle elever uafhængigt af hudfarve, køn og social klasse. Det betyder at der forskningsmæssigt tages afsæt i politiske – ikke matematikdidaktiske – problemfelter, og så er det en forskningsmæssig udfordring analytisk at pege på ønskede matematikdidaktiske konsekvenser af den politiske anfægtelse. Det gælder ikke kun forståelsen af uligheder og uretfærdigheder på et strukturelt niveau – der er også en åbenlyst *transformativ og emancipatorisk* forskningsagenda med henblik på at skabe ændringer i deltagernes liv (Vithal, 2003).

Didaktisk modellering deler invitationen til et samfundsmæssigt udgangspunkt for uddannelsesforskning med KMF, men er ikke rammesat af et bestemt politisk-filosofisk afsæt herfor. I DM betragtes en bred samfundsmæssig indramning som en væsentlig del af formålet med forskningen. En sådan tilgang er i overensstemmelse med vores tidligere fremlagte forståelse af begrebet didaktik fordi undervisning som den definerende aktivitet oftest foregår inden for en formel uddannelseslogik som uundgåeligt har en bredere samfundsmæssig begrundelse. Når vi bruger det som grundlag for at udvikle vores tilgang til den didaktiske modelleringsproces, har en af ambitionerne været at gøre sådanne samfundsmæssige begrundelser til en naturlig og eksplicit del af didaktisk forskning. I vores model af processen fremhæver DM det frugtbare arbejde med at lade forskningen bevæge sig gennem motivation, systematisering og didaktificering fordi det opfordrer forskeren til at positionere sig selv og forklare den bredere sociale og kulturelle (ekstra-didaktiske) ramme.

Som specifikt eksempel blev problemfeltet for studiet der gav ideen om DM som forskningsmetode, rammesat af følgende spørgsmål (Jensen, 2007, s. 3): *Hvorfor er matematisk modellering ikke omdrejningspunkt for matematikundervisning?* DBF synes ikke at være formålstjenlig til at strukturere analysen af sådanne brede forsknings-spørgsmål. Hvis de anses for relevante, ikke som et alternativ, men et supplement til mere snævre og afgrænsede spørgsmål, synes DM at have noget nyt at tilbyde. Samtidig er KMF ikke velegnet da der med fordel kan udvikles *a priori*-analyser i forhold til at udvikle relevante transformationer med afsæt i den matematikdidaktiske forskning om matematisk modellering.

## Strukturering og fokusering af forskningsprocessen

I forbindelse med kritisk matematikundervisnings-forskning refererer Skovsmose og Borba (2004) til den cykliske proces der er indlejret i aktionsforskning med bevægelser

mellem handling, observation, refleksion, forandring, planlægning og ny handling. De betoner (s. 5) at selv om de anser KMF for værende dynamisk, så ønsker de ikke at repræsentere denne dynamik på den cyklisk fremadskridende måde som bevægelsen i aktionsforskning er udtryk for, fordi betoningen af forandring ikke er velegnet til at rette fokus mod kvaliteten af forskningsprocessen.

Vithal (2003) beskriver en række alternative strukturerende faser i KMF. *Valg* der giver deltagerne mulighed for at regulere deres egen deltagelse i forskningsprocessen. *Forhandling* henviser til den næste fase hvor fx en ide bliver udfordret, kritiseret eller transformeret af deltagerne. *Gensidighed* bringer lighed til undersøgelsesfællesskabet da gensidigheden sørger for at resultaterne af forskningsprocessen opfylder alle de involveredes behov og interesser. I KMF er undersøgelsesdynamikken således indbygget i strukturen af undersøgelsesfællesskabet da det involverer pædagogisk fantasi og udforskende analyse i forbindelse med udvikling af den hypotetisk forestillede situation og den arrangerede situation (Skovsmose & Borba, 2004).

Både didaktisk modellering og designbaseret uddannelsesforskning skaber cykliske og iterative processer baseret på forskellige teoretiske fundamenter (Margolinas & Drijvers, 2015). Som tidligere beskrevet afviger metoderne i forhold til undersøgelsesmål som påvirker den cykliske natur. I DBF er de gentagne cykler fokuseret på test, analyse og re-design som en måde at udvikle et didaktisk design (Collins et al., 2004). I DM er den cykliske proces fokuseret på forståelse og forklaring af en didaktisk problemstilling. Det er en refleksion af forestillingen om forskning som en kompleks proces der ikke kan indfanges på en lineær måde (Schoenfeld, 2007).

DM inviterer til at overveje ethvert aspekt af processen. Styrken ved at støtte sig til en model af modelleringsprocessen er at forholdet mellem de forskellige elementer bliver eksplicitte. Du kan ikke bruge modellen uden at have beskrevet hvorfor du vælger at fremhæve en didaktisk variabel på bekostning af andre. Modellen kan give brugeren og dennes publikum et bestemt overblik over den didaktiske situation som er åben for diskussion. Der kan blive spurgt ind til relevansen af de didaktiske valg, ikke bare af kritikere, men også af brugeren selv.

Som eksempel kan vi vende tilbage til det tidligere nævnte eksempel fra MKM-projektet hvor et empirisk fund baseret på observationer i klasserummet gav indblik i at matematiklæreren gennemførte målstyret undervisning med afsæt i instruktive, færdighedsorienterede mål. Det gav anledning til at vende tilbage til modelleringsprocessen og reevaluere idéen om synlige læringsmål. Det er et eksempel på hvordan en didaktisk analyse fører tilbage til et eftersyn af den *didaktiske model*. Den iterative dimension tager hensyn til at vejen fra *motivering* til *procesevaluering* er en kompleks proces, og forskeren kan skifte frem og tilbage mellem forskellige faser i modelleringsprocessen.

## Tilgange til at udfordre konstruktionerne

Alle tre metoder medierer mellem teori og praksis ved en eller anden form for involverende samarbejde mellem forskere og undervisere, men der er forskel på hvornår undervisere involveres i forskningsprocessen. Både designbaseret uddannelsesforskning og didaktisk modellering tilgår undervisningspraksis med afsæt i forudgående teoretiske og analytiske overvejelser, mens det er givet i kritisk matematikundervisningsforskning at det allerede fra begyndelsen er nødvendigt med et ligeværdigt og symmetrisk samarbejde da begge parter anses for værende lige værdifulde for forskningsprocessen.

I KMF er et nøgleproblem udvikling af et ligeværdigt partnerskab mellem forsker og andre undersøgelsesdeltagere. En central dimension er at når du ønsker at udforske muligheder, kan du ikke forske *på* nogen – du er nødt til at forske *med* nogen. Som beskrevet involverer den kritiske proces samarbejde, forhandlinger og gensidighed mellem forskellige deltagere (forskere, lærere, elever, administratorer) som en måde at identificere muligheder hvor forskeren ikke kan være initiativtageren. I KMF er didaktiske idealer ikke faste, men udvikler sig som en del af den kritiske forskning. A priori-analyser og begrundelser anses for værende ødelæggende for selve begrebet kritik. At lave en kritik betyder at angive at “noget kunne være anderledes”, men i KMF er man også optaget af at beskrive hvorfor og hvordan noget kunne være anderledes. Dvs. forskningen fokuserer på et forandringsperspektiv gennem samarbejde med undervisningsfeltet da forskerdefinerede transformationer ofte kommer til at repræsentere en form for dogmatisme i form af “vi ved bedre”. I KMF er det centralt at alle deltagere med andel i problemet er involveret i forskningsprocessen (Skovsmose & Borba, 2004).

DBF har et definerende behov for at den indledende a priori-analyse af en undervisningskontekst udfordres empirisk, dvs. at designet udfordres ved hjælp af data genereret i en undervisningsmæssig virkelighed, jf. vores afgrænsning af didaktikbegrebet. Udvikling af et didaktisk design er som udgangspunkt en forskerdrevet proces, men test og omstrukturering udføres ofte i samarbejde med undervisere da didaktiske designforskere har et grundlæggende engagement i at udvikle deres design i et autentisk undervisnings- og læringsmiljø. Også her betones det at man ikke forsker om nogen, men med nogen (McKenney & Reeves, 2012). I DBF er forskningen nødt til at blive rapporteret på en sådan måde at den kan blive rekonstrueret, kopieret eller udfordret (Gravemeijer & Cobb, 2006).

I DM er der flere tilgange til at udfordre modellen. Som DBF kan det gøres – og er ofte blevet gjort – ved at gennemføre eksperimenter i et konkret klasserum. Vi har begge været involveret i sådanne forskningsprojekter, fx i vores respektive ph.d.-projekter (Jensen, 2007; Hansen, 2018). Som led i didaktificeringen etablerede vi her det didaktiske system ved at udvikle et sæt didaktiske principper for de involverede

læreres forberedelse, jf. den tidligere gennemgang og eksemplificering af modelleringsprocessen.

Som følge af den generelle karakter af modelleringsprocesser kan man imidlertid lige så godt udfordre modellen fra et teoretisk perspektiv – eller en kombination af empirisk og teoretisk udfordring. Disse forskellige muligheder åbner for forskellige former for implementeret forventning ved etableringen af modellen, dvs. projicering af det der anses for mulige og relevante fremtidige trin på baggrund af motivationen, systematiseringen og didaktificeringen (Niss, 2010). Det oplever vi som en stor fordel ved DM generelt da det udvider mulighedsrummet i modelleringsprocessen: Afhængigt af om du forestiller dig en empirisk og/eller teoretisk udfordring af modellen, kan du stille forskellige spørgsmål og foretage efterfølgende valg som forventes at være i overensstemmelse hermed. Du kan vælge at bruge et forventet empirisk eksperiment som et struktureringsværktøj, men i modsætning til DBF er dette ikke en metodologisk nødvendighed i DM.

Som et vigtigt eksempel kunne det valgte problemfelt kræve en analyse af en hypotetisk didaktisk praksis som ikke kan testes empirisk, fx fordi den konstruerede model bryder radikalt med det der generelt betragtes som politisk eller moralsk muligt (fx undertrykkelse af bestemte minoritetsgrupper eller grove former for magtudøvelse). Her vil DM være mere i tråd med KMF da den didaktiske analyse i DM ikke er begrænset til det der kan realiseres, men kan undersøge hypotetiske situationer og dermed overskride det der kan observeres i et klasseværelse. Ved hjælp af pædagogisk fantasi og eksplorativ argumentation kan forskeren bruge fx konstruerede episoder som en måde at undersøge aspekter af den didaktiske model (Blomhøj & Jensen, 2007, 2011; Jensen, 2009). Vi mener dog ikke at tre-situationsmodellen i KMF (nuværende, hypotetisk forestillet og arrangeret situation) er detaljeret nok. Når vi sammenligner DM og KMF, findes der overlappende elementer. Begge begynder med en oplevet virkelighed, men derefter springer KMF over systematiseringen og didaktificeringen. Når vi sammenligner denne proces med den didaktiske modelleringsproces, ser det ud til at de bevæger sig direkte fra oplevet virkelighed til didaktisk system.

For at give et overblik har vi skematiseret ligheder og forskelle mellem de tre tilgange.



Emne	Didaktisk modellering	Designbaseret uddannelses-forskning	Kritisk matematikundervisnings-forskning
Rationale	Opnå en bedre forståelse for og udvikle ny videnskabelig viden om et didaktisk problemfelt	Tosidigt forskningsformål: Udvikle didaktiske løsninger og ny videnskabelig viden	Transformation og forståelse af muligheder og alternativer
Relevans	En bred samfundsmæssig rammesætning er en væsentlig del af formålet med forskningen	En relativt snæver uddannelsesramme er ofte udgangspunktet for undersøgelsen	En kritisk samfundsmæssig rammesætning er en essentiel del af formålet med forskningen
Proces	Cyklisk proces der ved hjælp af nye forståelser genovervejer den didaktiske model	Iterative cykler af design, test, analyse og re-design	Forsknings-dynamikken involverer pædagogisk fantasi og udforskende analyse
Fokusering	Konstruktion af en didaktisk model	Konstruktion af et didaktisk design	Konstruktion af en hypotetisk forestillet situation og en arrangeret situation.
Udfordring	1) Empirisk, 2) teoretisk eller 3) kombination	Empirisk afprøvning i klasseværelset er afgørende	1) Empirisk, 2) teoretisk eller 3) kombination

**Figur 2.** Forskelle og ligheder mellem didaktisk modellering, designbaseret uddannelsesforskning og kritisk matematikundervisnings-forskning.

## Diskussion: Er det relevant med al den snak om metode?

I artiklen har vi præsenteret tre forskellige tilgange der hver især tilbyder en sammenhængende ramme for en erkendelsesrettet undersøgelse og styrer retningen af og fremdriften i processen.

Men hvordan vælges en hensigtsmæssig tilgang? Svaret herpå starter med en erkendelse af at relevansen af enhver undersøgelseslogik kun kan vurderes relativt til målet med undersøgelsen, fx konkretiseret gennem formulering af retningsgivende undersøgelsesspørgsmål. Herefter kan man fortsætte med at tydeliggøre de metodologiske behov i forsøget på at realisere ambitionerne (Hansen, 2018, s. 23-24). Her er centrale spørgsmål: Hvorfor undersøge noget på én bestemt måde? Hvilken forskel gør det at vi anvender en undersøgelseslogik frem for en anden?



## *Eksempler på valg af undersøgelseslogik*

Lad os prøve at eksemplificere hvordan arbejdet med samme problemfelt gennem forskellige undersøgelsesspørgsmål kan føre til forskellige undersøgelseslogikker der styrer processen i en bestemt retning. Vi har valgt et hypotetisk eksempel med afsæt i digitale læringsplatforme i en matematikdidaktisk praksis.

Med afsæt i kritisk matematikundervisnings-forskning vil man fx kunne rette den forskningsmæssige opmærksomhed mod de magtrelationer der manifesterer sig i forbindelse med implementering af digitale læringsplatforme. Forskningsformålet kunne være udvikling af et kritisk perspektiv på den aktuelle situation i Danmark, og undersøgelsesspørgsmålet kunne være: Hvordan kan en kommunalt dikteret læringsplatform underminere matematiklæreres didaktiske frihed i matematikundervisningen? Her kan man undersøge hvordan matematiklærere oplever teknologiens indflydelse på matematikdidaktiske beslutningsprocesser i deres daglige undervisningspraksis, fx i forhold til materiale- og metodevalg. I undersøgelsesfællesskabet kan man med afsæt i en nuværende situation (NS) først udvikle en hypotetisk forestillet situation (HF) og så en arrangeret situation (AS) på basis af et emanciperende og kritisk perspektiv på den uddannelsespolitiske beslutning om implementering af læringsplatforme.

Det virker oplagt at anvende designbaseret uddannelsesforskning til en systematisk undersøgelse af det didaktiske design af en digital læringsplatform. Forskningsformålet kunne være udvikling af en digital læringsplatform og principper for brug gennem et systematisk arbejde, og undersøgelsesspørgsmålet kunne være: Hvilke særlige elementer skal man være opmærksom på når man udvikler en prototype til en digital læringsplatform der kan støtte matematiklæreres arbejde med udvikling af matematikundervisningen? Med udgangspunkt i DBF kan de gentagne cykler af test, analyse og re-design være en måde at udvikle læringsplatformen på når hensigten er at understøtte og kvalificere lærerens matematikdidaktiske valg i forbindelse med planlægning, gennemførelse og evaluering af matematikundervisningen. Her kan de enkelte iterative faser brede sig over forskellige matematiske emner med fokus på at afdække og forbedre læringsplatformens brugervenlighed samt etablere didaktiske principper for brug.

Hvis udgangspunktet er didaktisk modellering, kunne forskningsformålet være at skabe en større indsigt i samt dybere forståelse af en meningsfuld anvendelse af læringsplatforme, og undersøgelsesspørgsmålet kunne være: Hvilke potentialer kan man på baggrund af litteraturstudier argumentere for der er ved at anvende digitale læringsplatforme i matematikundervisningen? Og hvad udfordrer matematiklæreres realisering af disse potentialer i en specifik matematikundervisning? Her kunne man ved at bevæge sig gennem de indledende faser i modelleringsprocessen lade forskningsprocessen være styret af en teoretisk afdækning af potentialer ved brug af digitale læringsplatforme i matematikundervisning, hvorefter der konstrueres en

didaktisk model med fokus på at gøre de identificerede teknologiske potentialer undervisningsbare i konkrete undervisningsmæssige sammenhænge. I den efterfølgende didaktiske analyse kan man så fx rette opmærksomheden mod hvordan den didaktiske model imødegår og udfordrer matematiklæreres planlægning, gennemførelse og evaluering af deres matematikundervisning når de er stillet over for kravet om at anvende læringsplatforme.

Ved at skitsere tre eksempler på henholdsvis DM, DBF og KMF i forbindelse med læringsplatforme har vi forsøgt at vise hvordan fundamentalt forskellige forskningsformål gør forskellige undersøgelseslogikker mere eller mindre relevante. Man kunne godt tvinge en bestemt undersøgelseslogik ned over alle tre forskningsformål, men i vores optik vil det sløre værdien af at anvende en specifik tilgang.

## Referencer

- Andersen, P.Ø., Hansen, M. & Varming, O. (2012). *Psykologisk-pædagogisk ordbog*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Andersen, P.B. & Svendsen, A.M. (2017). *Hindringer for evaluering af ræsonnementskompetencen i grundskolens skriftlige prøve*. Upubliceret specialeafhandling. Emdrup: DPU, Aarhus Universitet.
- Anderson, T. & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.
- Andreasen, M., Damkjær, H.S. & Højgaard, T. (2011). MaTeam-projektet: om matematiklærerfagteam, matematiklærerkompetencer og didaktisk modellering. *MONA*, 3, 26-45.
- Angrosino, M. & Rosenberg, J. (2011/1994). Observations on Observations: Continuities and Challenges. I: Denzin & Lincoln (2011/1994), s. 467-478.
- Artigue, M. (2015). Perspectives on Design Research: The Case of Didactical Engineering. I: A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping & N. Presmeg (red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education* (s. 467-496). Dordrecht, Holland: Springer.
- Brown, A.L. (1992). Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22, 123-139.
- Blomhøj, M. & Jensen, T.H. (2007). SOS-projektet – didaktisk modellering af et sammenhængsproblem. *MONA*, 3, 25-53.
- Blomhøj, M. & Højgaard, T. (2011). Hvad er meningen? Didaktisk klasseledelse i matematik via form eller mål. I: M.S. Schmidt (red.), *Klasseledelse og fag – at skabe klassekultur gennem fagdidaktiske valg* (s. 143-163). Frederikshavn: Dafolo.

- Cobb, P. & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to Support and Understand Learning Processes. I: A.E. Kelly, R.A. Lesh & J.Y. Baek (red.), *Handbook of design research methods in education: innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching* (s. 68-95). New York, US: Routledge.
- Collins, A. (1990). *Toward a Design Science of Education. Technical Report No. 1*. New York, US: Center for Technology in Education.
- Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 15-42.
- Confrey, J., Maloney, A.P. & Corley, A.K. (2014). Learning trajectories: a framework for connecting standards with curriculum. *ZDM*, 46(5), 719-733.
- Dahler-Larsen, P. (2002). *At fremstille kvalitative data*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Denzin, N.K. & Lincoln, Y.S. (red.) (2011/1994): *The Sage Handbook of Qualitative Research*. 4. udg. Thousand Oaks, USA: Sage.
- Duus, G., Husted, M., Kildedal, K., Laursen, E. & Tofteng, D. (red.) (2012). *Aktionsforskning – en grundbog*. København: Samfundslitteratur.
- Flyvbjerg, B. (2011/1994). Case Study. I: Denzin & Lincoln (2011/1994), s. 301-316.
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. I: J. Van den Akker, K. Gravenmeijer, S. McKenney & N. Nieveen (red.), *Educational design research* (s. 45-85). London, UK: Routledge.
- Gundem, B.B. (2011). *Europeisk didaktikk: tenkning og viten*. Oslo, Norge: Skanvik.
- Hansen, R. (2018). *Målstyret kompetenceorienteret matematikundervisning*. Ph.d.-afhandling. Emdrup: DPU, Aarhus Universitet.
- Højgaard, T. & Hansen, R. (indsendt). Didactical Modelling – An Outline of a Research Methodology. *For the Learning of Mathematics*.
- Jensen, T.H. (2007). *Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke?* Ph.d.-afhandling publiceret som IMFUFA-tekst 458. Roskilde: IMFUFA, Roskilde Universitet.
- Jensen, T.H. (2009). Modellering versus problemløsning – om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj. *MONA*, 2, 37-54.
- Lindhart, L., Ejdrup, F. & Skipper-Jørgensen, A. (2010). Ræsonnementer i folkeskolens matematikundervisning: karakterisering, initiering, identificering og vurdering af ræsonnementskompetencen. *MONA*, 4, 7-24.
- Margolinas, C. & Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM*, 1-11.
- McClain, K. (2003). Task-Analysis Cycles as Tools for Supporting Students' Mathematical Development. I: R. Lesh & H.M. Doerr (red.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (s. 175-202). Mahwah, N.J., US: Lawrence Erlbaum.
- McKenney, S. & Reeves, T. (2012). *Conducting educational design research*. London, UK: Routledge.

- Nielsen, F.V. (2004). Fagdidaktikkens kernefaglighed. I: K. Schnack (red.), *Didaktik på kryds og tværs* (s. 25-45). København: Danmarks Pædagogiske Universitets Forlag.
- Niss, M. (1989). Aims and Scope of Applications and Modelling in Mathematics Curricula. I: W. Blum, J.S. Berry, R. Biehler, I.D. Huntley, G. Kaiser-Messmer & L. Profke (red.), *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics* (s. 22-31). Chichester, UK: Horwood.
- Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. I: A.J. Bishop et al. (1996), s. 11-47.
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. I: R. Lesh, P.L. Galbraith, C.R. Haines & A. Hurford (red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies: ICTMA 13* (s. 43-59). New York, US: Springer.
- Niss, M. (2012). Models and Modelling in Mathematics Education. *European Mathematical Society. Newsletter*, 86, 49-52.
- Perrenet, J. & Zwaneveld, B. (2012). The many faces of the mathematical modeling cycle. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(6), 3-21.
- Prediger, S., Gravemeijer, K. & Confrey, J. (2015). Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. *ZDM*, 47(6), 877-891.
- Ralph, P. & Wand, Y. (2009). A Proposal for a Formal Definition of the Design Concept. I: K. Lyytinen, P. Loucopoulos, J. Mylopoulos & B. Robinson (red.), *Design Requirements Engineering: A Ten-Year Perspective* (s. 103-136). Berlin, Tyskland: Springer.
- Schoenfeld, A.H. (2007). Method. I: F.K. Lester, Jr. (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 69-107). Charlotte, NC, US: Information Age.
- Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 35-57.
- Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education. I: P. Valero & R. Zevenbergen (red.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (s. 207-226). New York, US: Springer.
- Skovsmose, O. & Nielsen, L. (1996). Critical Mathematics Education. I: A.J. Bishop et al. (1996), s. 1257-1288.
- Thøgersen, U. (2013). Om at indstille sig fænomenologisk. I: Bjørn Schiermer (red.), *Fænomenologi: teorier og metoder* (s. 125-143). København: Hans Reitzels Forlag.
- Vithal, R. (2003). *In search of a pedagogy of conflict and dialogue for mathematics education*. Dordrecht, Holland: Kluwer.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. New York, US: Cambridge University Press.

## English abstract

*This paper introduces didactic modelling as a logic of inquiry in mathematics education. We outline and reflect on different phases of systematic inquiry in the pursuit of new knowledge. Inspired by the mathematical modelling process, we consider how thinking in terms of models and modelling can offer a meaningful framework for such a pursuit. We discuss the reasons for choosing didactic modelling and compare this approach to design-based research and research rooted in critical mathematics education.*