

# Programmering af robotenheder i grundskolen

## Stine Ejsing-Duun

*Lektor*

Kommunikation, It og LæringsDesign (K-ILD),  
Aalborg Universitet København.



## Morten Misfeldt

*Professor*

It og LæringsDesign (ILD), Aalborg Universitet  
København.



## Abstract

In this article we examine the potential for learning mathematics through programming robots. We propose a model with three interdependent learning potentials, which programming can promote. This includes the student's ability to: (1) think in algorithms, (2) produce knowledge and artifacts through the use of mathematics; and (3) conduct abstraction and encapsulation of mathematical concepts. Programming has become part of the curriculum standards in several countries. In Denmark, programming is a learning objective in the new curriculum standards of Physics/Chemistry and also a part of the national curriculum guideline for mathematics. An analysis of the potentials of applying programming in connection with these subjects is therefore essential. In this article we focus on the interplay between mathematics and programming through literature studies and analysis of empirical situations from teaching programming with LEGO Mindstorm robots. Theoretically, the instrumental approach to technology in *mathematics* education is applied. The analysis indicates a variety of ways in which educational attention to epistemic negotiation can support learning of mathematics through programming.

## Abstract

I denne artikel undersøger vi potentialerne for at lære matematik gennem programmering af robotter. Vi foreslår en model med tre indbyrdes afhængige læringspotentialer, som programmering fremmer. Det omfatter elevens evne til at (1) tænke i algoritmer, (2) producere viden og artefakter gennem brug af matematik og (3) foretage abstraktion og indkapsling. Programmering er blevet en del af grundskolens læringsmål i flere lande. I Danmark er programmering et læringsmål i forenklede Fælles Mål for fysik-kemi og desuden en del af den nationale undervisningsvejledning for matematik. En analyse af potentialerne i at anvende programmering i forbindelse med disse fag er derfor væsentlig. I denne artikel fokuserer vi på samspillet mellem matematik og programmering gennem litteraturstudier og analyse af empiriske situationer fra undervisning i programmering af LEGO Mindstorms. Teoretisk anvendes den instrumentelle tilgang til teknologi i matematikundervisning. Analysen viser en række måder, hvorpå didaktisk opmærksomhed på epistemisk forhandling kan understøtte læring af matematik gennem programmering. Denne afgrænsning betyder, at vi ikke inddrager faget fysik, og heller ikke de æstetiske fag, selvom begge disse faggrupper er relevante i forhold til at forstå, hvad skolen kan bruge programmering til. Formålet med afgrænsningen er at gennemføre en præcis analyse af *matematik* faglige perspektiver og på denne måde bidrage til en solid faglig relation mellem programmering og skolens fag.

## Indledning

Man tænker tit på programmering og matematik som tæt forbundne aktiviteter. Dels på grund af, at programmering udspringer af matematik – de første computere blev udtænkt og bygget af matematikere, men også fordi programmører arbejder med matematiske processer såsom logisk tænkning, algoritmer, procedurer og funktioner for at opnå deres mål. Programmering af robotter er en særlig tilgang, hvor eleverne manipulerer med fysiske objekter og designer deres adfærd gennem algoritmer, hvorved de kan konstruere ”personlige meningsfulde produkter” (Resnick, 1998).

I de seneste år har der været en række danske projekter, der har søgt at introducere programmering i matematikundervisningen for at opnå udvikling af elevernes matematiske kompetencer<sup>1</sup>. Tidligere forsøg på at arbejde med programmering i skolekontekst, som f.eks. Logo-bevægelsen (Papert, 1980), havde en udfordring med implementering grundet manglende teknologisk parathed, lærerkompetencer og mere principielle didaktiske vanskeligheder med at forbinde programmeringen til accepterede matematiske læringsmål. Men programmeringssprog og tekniske platforme er nu let tilgængelige for lærere og børn. Derfor er det nu nemmere at lære programmering i skolen, og i stadig flere lande indgår grundlæggende programmering nu i de nationale læseplaner. I nogle af disse lande (f.eks. Estland og Frankrig) er programmering placeret i læseplanerne i forbindelse til matematik, mens programmering i andre lande (England og Sverige) er relateret mere til en designmæssig og teknisk dagsorden. Uanset placeringen kræver anvendelsen af programmering en didaktisering, enten som sin egen faglighed eller i fagligt samspil. I denne artikel fokuserer vi på programmering af robotter i relation til matematikundervisning<sup>2</sup>.

Først vil vi se på de argumenter, der tidligere har været fremført for at programmere robotter i matematikundervisningen. Derefter vil vi beskrive og analysere to undervisningssituationer, hvor elever programmerer robotter og derved lærer matematik. Vi bruger den instrumentelle tilgang til brugen af it i matematikundervisningen (Guin, Ruthven & Trouche, 2005) til at se på disse undervisningssituationer. Den instrumentelle tilgang er udviklet i en fransk matematikdidaktisk kontekst til at håndtere udfordringerne ved at anvende computere, der kan gennemføre avancerede beregninger, i matematikundervisningen.

---

<sup>1</sup> For eksempel KreaKode (<http://www.kreakode.dk>).

<sup>2</sup> Forfatterne har i en tidligere conferenceartikel anvendt en lignende teoretisk tilgang og foreslåede læringspotentialer til programmering af spil med Hopscotch i matematikundervisningen (Misfeldt & Ejsing-Duun, 2015).

## Måder at tænke matematikundervisningen med programmering

I dette afsnit beskriver vi tre måder at se på matematikrelaterede læringspotentialer i programmering af robotter, som vi anser for væsentlige. Vi klassificerer disse vigtigste idéer om at lære matematik gennem programmering af robotter i tre klynger, som vi kalder "algoritmisk tænkning og robotadfærd", "produktion af robotter med matematik" og "udvikling af abstrakt tænkning". Med den instrumentelle tilgang som teoretisk ramme beskriver vi to undervisningssituationer, hvor elever arbejder med programmering af robotter i relation til at lære matematik og naturfag. Igennem analysen sigter vi mod at komme tættere på, hvad det kræver at kunne drage fordel af de beskrevne læringspotentialer i forhold til matematik.

### Læringspotentiale 1: Algoritmisk tænkning og robotadfærd

Algoritmisk tænkning kan beskrives som elevers evne til at arbejde med algoritmer forstået som systematiske beskrivelser af problemløsningsstrategier, sammenhæng mellem årsag og virkning samt af hændelsesforløb. Følgende opskrift er et godt eksempel på en algoritme: (1) Hæld de tørre ingredienser sammen. (2) Rør rundt. (3) Tilsæt  $\frac{2}{3}$  af vandet og rør rundt. (4) Hvis dejen er lind, så rør i 2 min. Ellers gå til punkt (3) og tilsæt mere vand.

Algoritmisk tænkning handler om at være i stand til at udvikle og få maskiner til at udføre sådanne algoritmer. Donald Knuth (1985) betragter algoritmer som et afgørende fænomen i skæringspunktet mellem datalogi og matematik. Han sporer studiet af algoritmer til det matematiske mesterværk Al Kwarizm fra det 9. århundrede (Katz, 1993). Algoritmer består af både en opskrift og de faktiske objekter, der behandles af opskriften (Knuth, 1985). Knuth analyserer forskellen mellem matematisk tankegang og algoritmisk tænkning. Han finder, at en første tilnærmelse til algoritmisk tankegang vedrører (1) repræsentation, (2) reduktion, (3) abstrakt ræsonnement, (4) informationsstrukturer og (5) algoritmer. Matematisk tankegang vedrører ifølge Knuth alle disse aspekter, imidlertid er andre aspekter også til stede, såsom (a) formel manipulation, (b) opførsel af funktioner, (c) behandler begrebet uendelighed og (d) generalisering. Derfor er algoritmisk tankegang stærkt relateret til matematisk tankegang, men understreger specifikke aspekter af matematisk tankegang.

Når elever arbejder med LEGO Mindstorms eller et lignende high-level programmeringssprog<sup>3</sup>, vil det algoritmiske arbejde ofte handle om at

---

<sup>3</sup> Programmeringssprog opererer på forskellige niveauer, alt efter hvor tæt de er på faktiske maskininstruktioner. Programmeringssprog findes i forskellige

kunne forestille sig, analysere, forstå og beskrive en adfærd i algoritmer, som eleven ønsker, at robotten skal udføre. For at beskrive adfærden som en algoritme skal eleven successivt nedbryde denne adfærd i de elementer, programmeringssproget kan tilbyde, og med udgangspunkt i en forståelse af robotstens udformning. Det stiller som minimum krav til følgende matematisk relaterede kompetencer:

- Præcision og entydighed – herunder logik og følgeslutninger samt at tænke alle mulige tilstande igennem. Her skal eleven også tage højde for, hvilke data robotten kan agere på – hvad den kan se og høre – samt hvad robotten "ved" om sin egen udformning.
- Del og helhed – herunder nedbrydning i mindre dele, der kan kodes, og fornemmelse for, hvordan ændringer på mikroniveau kan påvirke programmets opførsel.

### Læringspotentiale 2: Produktion af robotter med matematik

Læringspotentialet i at rammesætte eleverne som producenter af viden er godt beskrevet både i et generelt pædagogisk perspektiv (Holm Sørensen, Audon & Levinsen, 2010) og ud fra perspektivet om matematikundervisningen (se f.eks. Resnick, 2012). Idéen om at bruge programmering til at lade elever skabe ting med matematik kan føres tilbage til Seymour Papert (1980, 2000). Seymour Papert beskrev dette konstruktivistiske perspektiv i sin bestseller *Mindstorms* fra 1980 LOGO som en matematisk mikroverden, der lader elever udtrykke deres egne idéer på en måde, som fordrer, at de udvikler nogle bestemte faglige perspektiver. Paperts idé var enkel – at skabe et interaktivt univers, som eleverne har adgang til gennem matematik, idet de skal tænke matematisk for at konstruere i universet. Som et middel til at opnå dette mål udviklede Seymour Papert programmeringssproget LOGO, der giver eleven mulighed for at styre en lille skildpadder rundt på skærmen med skrevne kommandoer som "forward 10" og "right 90". Skildpadden kan efterlade et spor, der gør det muligt for eleven at tegne forskellige geometriske figurer. Derved får eleverne gennem arbejdet med LOGO en række kognitive/matematiske udfordringer, f.eks. skal eleverne sprogligt – ved hjælp af kommandoer og procedurer – beskrive, hvad de vil have skildpadden til at tegne grafisk. Eleverne skal også have matematisk viden om vinkler og afstande for at tegne de geometriske figurer. I denne sammenhæng er lærerens rolle at forbinde elevernes arbejde og intentioner med "magtfulde idéer" fra vores matematiske arv (Papert, 2000). Potentialet omkring brug af matematik til digital produktion handler altså om, at elever sætter sig meningsfulde mål, som de kun kan nå igennem matematik. Derved bliver matematiske ræsonnementer og processer mere meningsfulde og vedkommende for eleven.

---

niveauer: Low-level betegner maskinens sprog. High-level kan oftest læses af nybegyndere og har veldokumenterede søgeord samt syntaks.

I forbindelse med konstruktion af robotter med en adfærd går elevernes produktionsproces på såvel programmeringen af en adfærd samt udformning af en robot, der kan agere i verden. Disse to niveauer er gensidigt afhængige, idet koden til for eksempel at få to forskellige robotter til at bevæge sig mellem punkt a og b vil afhænge af deres udformning i forhold til placering og størrelse af hjul.

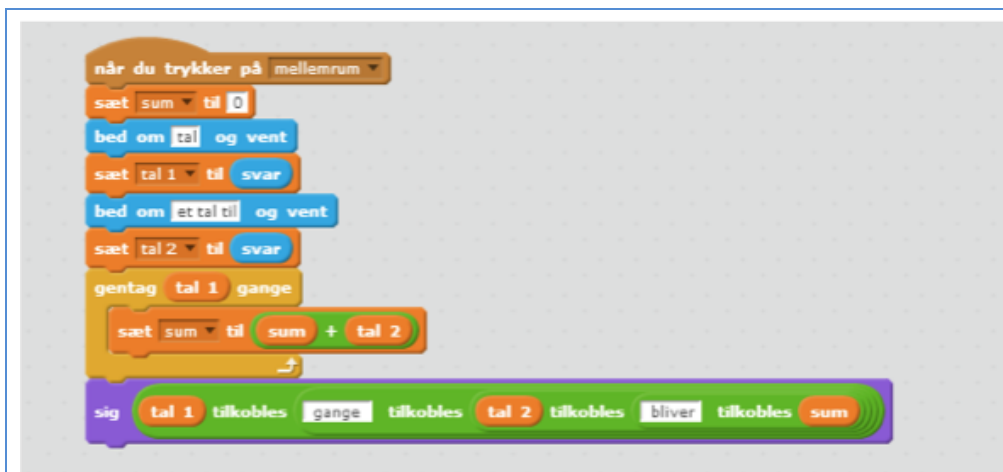
I løbet af 1980'erne var der stor entusiasme og tillid til, at LOGO og lignende programmeringssprog radikalt ville reformere undervisningen i matematik i folkeskolen, og den første ICMI-undersøgelse om teknologi i matematikundervisningen blev fokuseret på, hvordan teknologi påvirkede matematik som emne (Churchouse & International Commission on Mathematical Instruction, 1986). Men resultaterne i den almindelige implementering kunne ikke leve op til forventningerne (Hoyles & Lagrange, 2010).

### Læringspotentiale 3: Udvikling af abstrakt tænkning

Det sidste læringspotentiale er tæt knyttet til konstruktivistisk<sup>4</sup> læringsteori og specifikt til den matematikdidaktiske idé, der ofte betegnes proces-objekt-dualiteten. Proces-objekt-dualitet handler om, at abstrakte matematiske begreber oftest kan ses som en kognitiv "indkapsling" af mere konkrete matematiske processer. Eksempelvis vil en matematisk funktion udgøre et objekt, der er en indkapsling af konkrete processer på tal, når disse sættes ind i funktionsforskriften. Sådant en indkapsling er nødvendig for på rimelig vis at kunne manipulere fleksibelt med objektet (funktionen i eksemplet) efterfølgende. Denne pointe kan bruges til aktivt at "bygge" de abstrakte begreber, som matematikundervisningen sigter på, at eleven tilegner sig. Man kan anvende et programmeringssprog til at bygge en processuel version af et matematisk begreb og dermed – i teorien – blive bedre forberedt til at danne dette begreb. Et eksempel er "gange-maskine"-programmet i high-level programmeringssproget Scratch (se figur 1). På denne måde kan didaktisk designede programmeringsaktiviteter understøtte, at eleverne bliver bedre til at danne abstrakte strukturer og begreber.

---

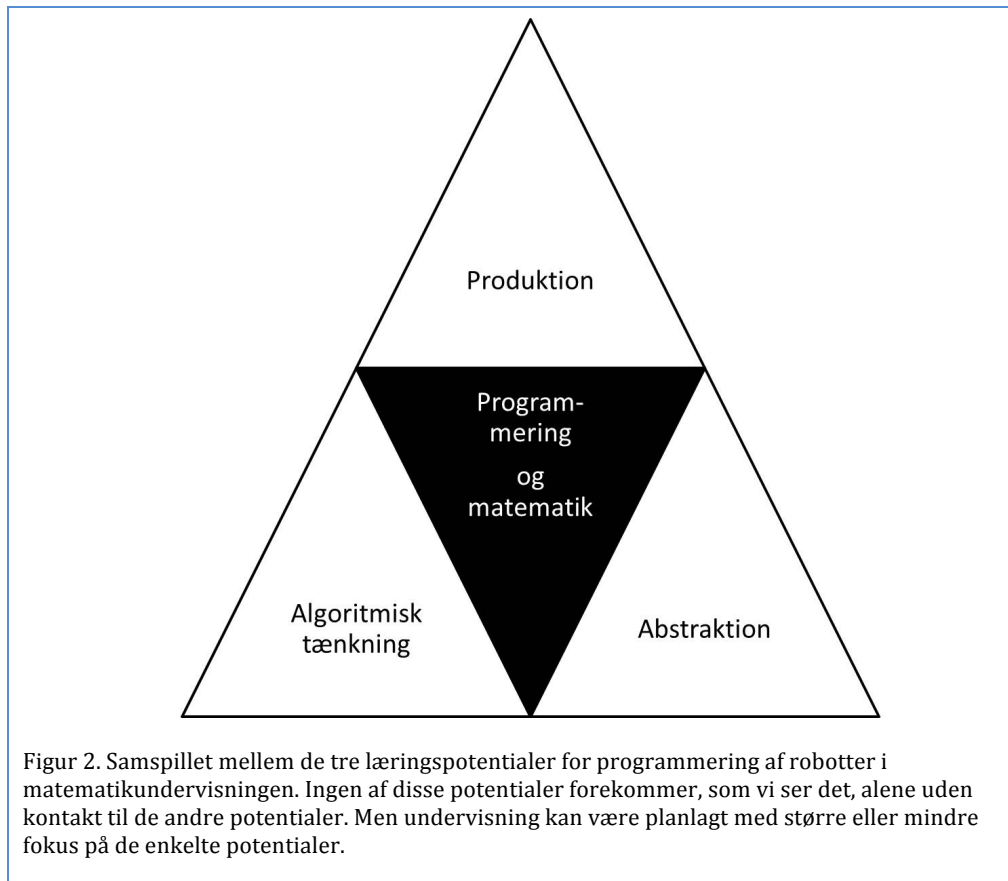
<sup>4</sup> Hvor konstruktivismen er en psykologisk teori, der handler om konstruktion af begreber gennem kognitive processer, er konstruktionismen en pædagogisk overbygning, der tilføjer, at begrebskonstruktion sker effektivt gennem konstruktion af artefakter i verden (Ackermann, 2001).



Figur 1. Et eksempel på indkapsling af matematiske processer for at skabe et nyt matematisk objekt. Dette Scratch-program multiplicerer to tal med hinanden udelukkende ved hjælp af addition og understøtter hermed en indkapsling af multiplikation

Idéen om, at programmering på denne måde kunne understøtte matematisk begrebsdannelse var i slutningen af 1980'erne også udviklet i forbindelse med undervisning i matematik på gymnasie- og universitetsniveau. Her var LOGO-programmet med sit geometriske og kunstneriske udtryk mindre populært. Derimod brugte lærerne ofte almindelige programmeringssprog såsom BASIC, COMAL og PASCAL til at støtte læringen. Ambitionen var at skabe en procesorienteret tilgang til den abstrakte matematik ved at basere abstrakte konstruktioner i konkrete numeriske beregninger. Argumenterne for denne tilgang var ofte baseret på konstruktivisme og radikalkonstruktivisme, som hævder, at al abstrakt læring har et bestemt udgangspunkt, og indenfor matematikuddannelse relaterer dette til diskussioner af proces-objekt-dualiteten. Ed Dubinskys arbejde bidrager nok med den klareste beskrivelse af læringspotentialerne i programmering (se Dubinsky & Harel, 1992). Hans teori er ofte omtalt som APOS-teori og befinder sig netop inden for denne radikalkonstruktivistiske ramme (Glaserfeld, 1995). APOS er en forkortelse for Action (handling), Process (proces), Object (objekt) og Scheme (skema). Teorien beskriver matematisk begrebsdannelse, der tager udgangspunkt i at udføre handlinger på matematiske objekter, der kan organiseres i processer og indkapsles i objekter. Disse objekter relateres til hinanden i skemaer.

Hermed har vi beskrevet de tre særlige læringspotentialer ved anvendelse af programmering i relation til matematik (figur 2).



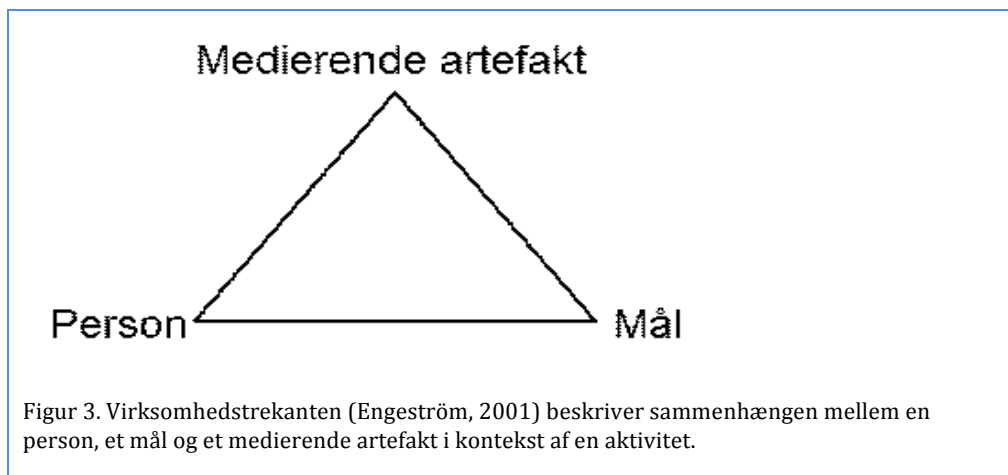
Før vi introducerer eksempler på arbejde med programmering af robotter fra undervisning, der eksemplificerer disse læringspotentialer, vil vi beskrive den instrumentelle tilgang, som vi vil bruge som en generel teoretisk ramme for anvendelse af IKT i matematikundervisningen.

## Den instrumentelle tilgang

Den instrumentelle tilgang (Guin, Ruthven & Trouche, 2005) omhandler studerendes brug af teknologi, når de skal lære matematik. Tilgangen tager udgangspunkt i elevers måde at bringe digitale værktøjer i spil i relation til at løse matematiske opgaver. Tilgangen er bredt anvendt indenfor den matematikdidaktiske forskning, der omhandler brug af computerprogrammer og lommeregner til at understøtte matematisk problemløsning og argumentation. Vi vil i det følgende afsnit beskrive de centrale elementer af tilgangen, der bygger på en teoretisk ramme fra kognitiv ergonomi og menneske-maskine-interaktion (Verillon & Rabardel, 1995).



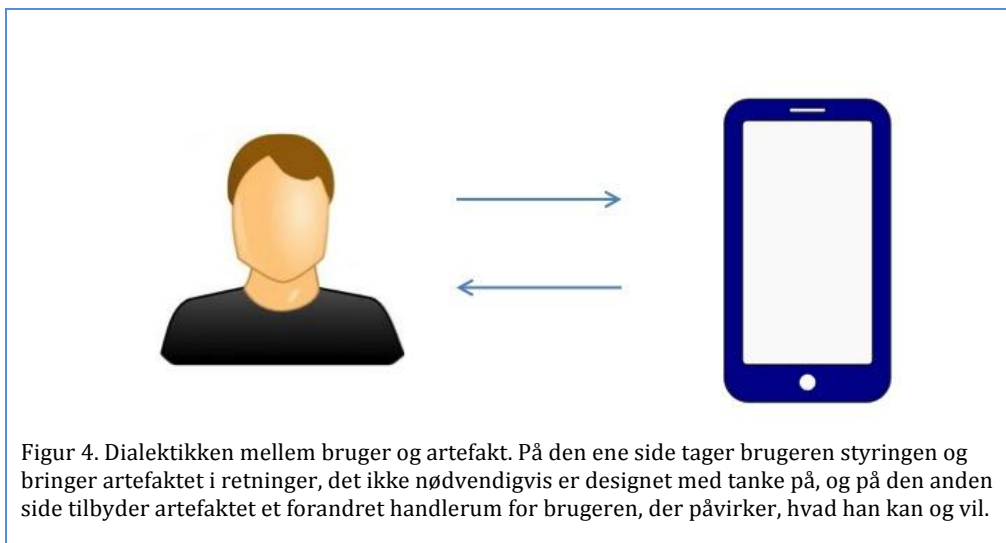
Tilgangen er først og fremmest inspireret af virksomhedsteori (Engeström, 2001; Rabardel & Bourmaud, 2003), der ser på artefakter som potentielle medieringer mellem bruger og mål, oftest formuleret som virksomhedstrekanten (figur 3), der i kontekst af en aktivitet fremskriver sammenhængen mellem en *person* og dennes *mål* med aktiviteten samt de(t) *medierende artefakt(er)*, som personen anvender til at nå sine mål.



Det er et vigtigt element i virksomhedsteori, at personer har mål på forskellige niveauer, og at mindre tiltag kan indgå i større planer (Nardi, 1996). En forståelse af et sådant målhierarki er derfor relevant for vores analyser af situationer, hvor elever og lærere bringer robotteknologi i spil i matematikrelaterede undervisningssituationer.

Endvidere forudsætter tilgangen en anerkendelse af dialektikken mellem design og brug i den forstand, at en elevs målrettede aktiviteter er formet af dennes brug af et værktøj (denne proces bliver ofte omtalt som instrumentering), og samtidig omformer elevens målrettede aktivitet værktøjet (denne proces benævnes ofte instrumentalisering) (Rabardel & Bourmaud, 2003). Disse to modsatrettede processer foregår over tid, forstået på den måde, at en person, der bringer et artefakt i brug for at opnå et mål, vil opleve, at artefaktet tilbyder og fordrer ændringer af målet (se figur 4).

Derigennem kan artefaktet påvirke, hvor svære opgaver fremstår, samt hvordan opgaver forstås og fortolkes. Omvendt vil alle brugere af designede artefakter forfølge deres egne mål igennem disse artefakter og dermed ofte træde ud over de fra designernes side intendede brugsmønstre ved at læse deres egne mål ind i artefakterne. Dette fænomen beskrives ofte som, at "design fortsætter i brug" (Rabardel & Bourmaud, 2003).



Endelig skelnes der inden for dette perspektiv ofte mellem epistemiske og pragmatiske medieringer (Guin, Ruthven & Trouche, 2005; Rabardel & Bourmaud, 2003) for at beskrive forskellen mellem læring gennem teknologi og blot at bruge teknologi som et instrument til at løse opgaven. Epistemiske medieringer relaterer sig til personens interne mål og påvirker hans eller hendes opfattelse af, overblik over eller viden om noget. Rabardel & Bourmaud (2003) bruger et mikroskop som eksempel på et medierende instrument, der giver indblik, og Lagrange (i Guin, Ruthven & Trouche, 2005), refererer til eksperimentelle anvendelse af computere. Pragmatiske medieringer forholder sig til brugerens eksterne mål – at foretage en ændring i verden. Rabardel & Bourmaud (2003) bruger en hammer som eksempel på en pragmatisk mediering, der sigter mod at få noget gjort. Lagrange (i Guin, Ruthven & Trouche, 2005) refererer til matematiske teknikker, der er ligesom "at trykke på knapper" for at udføre en handling. Endelig har Rabardel & Bourmaud (2003, s. 669) introduceret en bredere opfattelse af medieringens orientering. Instrumenterede medieringer kan være rettet mod (en kombination af) mål for en aktivitet (løsning af en opgave), andre mennesker (klassekammerater, lærer) og en selv (som en reflekterende eller heuristisk proces). Således består den teoretiske ramme af begreberne: instrumentering og instrumentalisering, begreberne epistemiske og pragmatiske medieringer samt den instrumenterede medierings orientering. Orienteringen af medieringen kan være imod en selv, eksterne objekter og andre mennesker.

## Cases: Matematikprogrammering og robotlab

Disse observationer er taget fra projektet *Elevernes egenproduktion og elevinddragelse* (Levinsen et al., 2014). Projektet er støttet af det danske undervisningsministerium. Forskningsprojektet er rettet mod elevernes egenproduktion og elevengagement. Projektet undersøger: 1) Hvordan elevernes digitale egenproduktion faciliterer deres læreprocesser og

kvalificerer deres faglige og tværfaglige læringsresultater. 2) Hvordan It-didaktiske rammer har indflydelse på elevernes faglige udbytte, engagement og motivation, når eleverne som didaktiske designere inddrages i tilrettelæggelsen af undervisningens form, rammer og indhold. Projektet består af en række interventioner i forskellige skoler. Eksemplerne i denne artikel er taget fra en intervention designet til dansk, naturfag og matematik, hvor børn dels i 6. klasse (ca. 12 år) og i 10. klasse (ca. 16 år) arbejdede med at bygge og programmere LEGO Mindstorms-robotter for at undersøge forskellige fagspecifikke temaer. Vi præsenterer først de to situationer, og derefter relateres de til den instrumentelle tilgang.

### 6. klasse

Eleverne gennemgår først et lærerstyret forløb, hvor de: 1) i grupper bygger en robot efter instruktion; 2) tager et kørekort, der skal instruere dem i de vigtigste programmeringstemaer. Derefter udfordres eleverne til at bygge og programmere en robot, der kan gennemløbe en beskrevet forhindringsbane, samt at skabe "innovation". Der er ret frie rammer for, hvad det skal være.

Markus og Gustav har på projektets tredje dag besluttet sig for at programmere deres robot, så den kan køre hele vejen rundt om skolen som en vagthund. I processen med at finde frem til en løsning er der flere ting og situationer, der hjælper dem med at arbejde med problemstillingen. Den første situation udspiller sig, før de stiller sig selv udfordringen. Mens eleverne sidder samlet uden robotter i hænderne, tager læreren et spørgsmål op: Kan man bede robotten om at køre én meter? Eleverne svarer, at det kan man ikke. Læreren spørger, hvorfor det ikke kan lade sig gøre. Hun hjælper dem på vej ved at spørge: Er motoren en sensor? Det er den ikke, så robotten ved ikke, hvor langt den har kørt. Læreren spørger: Hvad sker der, hvis man sætter et lille hjul eller et stort hjul på? En elev svarer, at omkredsen er forskellig. Markus byder selv ind på, hvordan man kan finde frem til omkredsen ved at foreslå at gange diameteren med pi. På den måde kan man finde hjulets omkreds og regne sig frem til, hvor mange omdrejninger der skal til, før robotten har kørt én meter. Læreren godtager svaret og supplerer ved at sige, at man gerne må måle med lineal og bruge lommeregner.

Senere på dagen, da Markus og Gustav er i gang med deres projekt, spørger Markus Emma: Hvad er 5,5 gange pi? Hun regner det ud på sin telefon og svarer, at det er  $17\frac{3}{4}$ . Markus og Gustav arbejder videre. De måler, at robotten kører  $12\frac{3}{4}$  cm per omdrejning. Der er altså en diskrepans mellem de forskellige medierende artefakter, som de bruger, men de forholder sig ikke direkte til det.

De har målt med en meterstok, at der er 68 meter omkring skolen. Hjulets omkreds er 5,5 cm. De vil nu sætte et regnestykke op. Markus spørger læreren, om de ikke skal dividere  $12\frac{3}{4}$  op i 68. Læreren hjælper dem med at sætte regnestykket op ved at spørge ind til hans antagelser. De programmerer robotten til at køre de angivne omdrejninger og dreje tre gange undervejs. De afprøver programmet, men ender med at droppe projektet, da robotten kører for langsomt rundt – selv når de har justeret på farten. De bliver foreslået at teste deres programmering i mindre skala, men de gør det ikke, måske fordi udfordringen har mistet betydning for dem.

Da projektet evalueres, udtrykker Markus stor begejstring for forløbet. Han betoner især, at de fik lov til at eksperimentere med ting. I deres eksperimenteren i arbejdet med at programmere vagthunden brugte de matematik, linealer og lommeregner som medierende artefakter til at undersøge programmering, mekanik og distance med.

### Delanalyse 1

Eleverne er i gang med innovationsdelen af et projektforsøg om robotter og mennesket, hvor de skal finde på noget, de kan programmere robotten til at gøre. Aktivitetens læringsmål er at lade eleverne forstå programmering som et matematisk sprog, som kan skabe noget. Det matematiske mål er dermed at bruge matematik til noget, hvor eleven agerer som en målrettet og kreativ producent af løsninger, der kræver viden og færdigheder inden for matematiske kompetenceområder. I denne situation er det algebra og geometri. Elevernes mål er at finde ud af, hvor langt robotten kører på en hjulomdrejning, og dermed blive i stand til selv at bestemme, hvor langt robotten skal køre. Således indeholder aktiviteten både epistemiske og pragmatiske aspekter, da eleverne både udviser interesse for at forstå robotten og ønsker at få robotten til at gøre noget bestemt.

Markus anvender først en matematisk model til at finde frem til en teori – en fremgangsmåde til at løse problemet med (hjulets diameter \* pi = hjulets omkreds). Dernæst bruger eleverne en lineal til at måle hjulets diameter og en lommeregner til at beregne omkredsen. Derefter programmerer de robotten til at køre et antal runder og måler distancen op for at regne sig frem til længden på en omgang. Eleverne bruger en længere lineal til at opmåle distancen rundt om skolen – og til at afdække distancen mellem hvert hjørne af bygningen. Idet de programmerer robotten, skal de nedbryde opgaven i dele for at få robotten til at køre rundt om skolen: Kør distancen x, kør y omdrejninger på venstre motor, kør distancen z, drej y omdrejninger på venstre motor, kør distancen æ etc. Denne aktivitet kræver algoritmisk tænkning. Endelig sætter de i dialog med læreren et regnestykke op og bruger en lommeregner til at regne ud, hvor mange omgange robotten skal køre for hver side af skolens bygning.

Eleverne anvender formelen for beregning af cirkelens omkreds til at bestemme omkredsen af hjulet. Denne formel påvirker elevernes aktivitet, idet den leder til anvendelse af linealen til at måle hjulets diameter og lommeregner til at beregne forholdet. Eleverne anvender robotten og programmeringen heraf til at undersøge deres teoris berigtigelse, idet de måler den faktiske distance, som robotten tilbagelægger på en omgang, ved at programmere den til at køre en omgang og måle det op. De går dog ikke videre i denne epistemiske undersøgelse og finder derfor ikke frem til årsagen til diskrepansen mellem deres beregning og deres eksperiment. Der finder en instrumentaliserings sted, idet eleverne anvender robotten som et redskab til at undersøge distancen med.

Ved at iagttage den fysiske robot får eleverne også adgang til at se, hvad de kan gøre med matematikken. Det er også den fysiske robot, der i første omgang giver anledning til problemet: at den ikke ved, hvornår den har kørt en bestemt distance, men kun kender til antal af motoromgange. Eleverne skal altså indkapsle forståelsen af robottens adgang til verden igennem tilgængelige sensorer og fysisk udformning og omsætte denne abstrakte forståelse, når de kommer med bud på, hvordan en given opgave kan løses.

Brugen af de medierende artefakter (algebra, lineal, lommeregner og robot) har såvel pragmatiske som epistemiske aspekter. Eleverne har det pragmatiske mål at få robotten til at køre rundt om skolen. Underordnet dette mål er et epistemisk mål at finde frem til, hvor langt robotten kører på en omgang. Eleverne skal selv finde frem til måder at finde svaret på. De anvender flere relevante metoder, der producerer forskellige resultater. De anvender dermed robotten epistemisk til at undersøge distancen med, da de ønsker at forstå forholdet mellem hjulstørrelse og distance.

### 10. klasse

To drenge og en pige arbejder sammen i klassens bagerste venstre hjørne ved vinduet, de er ret forsigtige. Gruppen har bygget robotten i LEGO ved sidste undervisningsgang, og de kan derfor gå i gang med udfordring 2: "Få din NXT til at køre ligeud fra start (det røde stykke pap) til slut (det grønne stykke pap). Kan du regne distancen ud, når du kender diameteren på dækkene?"

Eleverne går i gang, de overvejer forskellige måder, hvorpå de kan måle, hvor langt robotten kører på en hjulomgang. De anvender den lineal, der er monteret på bordet, og først prøver de at skubbe robotten en hjulomgang uden at programmere den til det. Derefter programmerer de robotten til at køre en hjulomgang og eksekverer programmet. De prøver nogle gange og bliver enige om, at den kører 18 cm på en hjulomgang. Deres metode kan karakteriseres som en rudimentær undersøgelse, hvor der ikke rigtigt arbejdes med en underliggende matematisk model. Men der arbejdes både

systematisk og eksperimenterende med robotten. Eleverne prøver nu at give sig selv opgaver ved at lægge det røde og det grønne stykke pap ud på bordet og se, om de kan få robotten til at køre fra den røde til den grønne. "Så stiller vi dem bare 18 cm fra hinanden", siger en af eleverne, men de bliver mere ambitiøse og prøver med andre afstande. Stadig anvender de en metode, der ikke involverer aritmetiske beregninger, men snarere kvalificerede gæt, der rettes til systematisk. Eleverne laver film over deres eksperimenter med at få robotten til at køre fra det røde til det grønne ark.

Læreren kommer forbi og diskuterer med eleverne omkring deres løsningsstrategi. Læreren ønsker, at eleverne skal tage udgangspunkt i formlen for cirkelns omkreds, når de skal finde ud af, hvor langt den kører på en omgang. Ovenpå deres samtale med læreren bliver eleverne fokuserede på det matematiske aspekt og især på at forsøge at anvende pi og formlen  $O = d * \pi$  (som de dog ikke rigtigt kan huske). Eleverne når aldrig videre til udfordring 3.

### **Delanalyse 2: Robotten som undersøgelsesobjekt**

Eleverne forholder sig til opgaveteksten: "Få din NXT til at køre ligeud fra start (det røde stykke pap) til slut (det grønne stykke pap). Kan du regne distancen ud, når du kender diameteren på dækkene?" Denne opgaveformulering tegner naturligvis elevernes arbejde, men det er tydeligt – især fra deres samtale med læreren – at de ikke har særlig tanke på del 2 af opgaven, "Kan du regne distancen ud, når du kender diameteren på dækkene?". Til gengæld anvender de robotten, den lineal, der sidder i bordet, og de to farvede stykker papir som medierende redskaber til at undersøge, hvor langt robotten cirka kører på en hjulomdrejning, hvilket vil hjælpe dem til at estimere, hvor mange hjulomgange robotten omtrent skal køre for at tilbagelægge en given afstand.

Brugen af robotten har både pragmatiske og epistemiske aspekter. Ligesom i ovenstående eksempel ønsker eleverne at være i stand til at bestemme, hvor langt robotten skal køre. Dette mål er pragmatisk. Derudover skal eleverne svare på, hvor langt robotten kører på en hjulomgang. Dette mål kan ses som epistemisk, hvis eleverne på eget initiativ ønsker at forstå dette, men det kan også ses som et mere pragmatisk ønske om at tilfredsstille lærerens opgavetekst og forventninger. Det er tydeligt, at eleverne søger bekræftelse hos læreren i, at de har gjort deres opgave rigtigt. En bekræftelse, de i ringe grad får.

I opgaveteksten og endnu tydeligere i lærerens indgriben lægges der op til, at eleverne bruger matematikken som medierende artefakt for at løse opgaven, hvorimod eleverne anvender robotten som medierende artefakt. Der er altså potentielt tre relevante medierende artefakter i spil: (1) robotten, (2) matematik/formlen (herunder evt. også lommeregner) og (3) et måleredskab – i dette tilfælde en lineal i bordet.

## Medierende artefakter

Nedenfor vil vi diskutere, hvordan opgaver og udfordringer kan designes med udgangspunkt i robotter, og hvilken betydning robotten får som medierende artefakt i et system af artefakter og inden for en fagdidaktisk ramme, der tilbyder flere forskellige mål, både faglige (at forstå matematikken, at kunne programmere) og mere pragmatiske og æstetiske (at opnå en bestemt adfærd hos robotten).

10.-klasseseleverne skubber robotten frem og træder dermed uden for robottens intenderede brugsmønstre, der sker altså en instrumentalisering af robotten, idet robotten er beregnet til at blive programmeret og ikke fysisk manipuleret. Dette kan karakteriseres som en instrumentaliseringsproces. Robotten og det faktum, at den kan programmeres giver eleverne lyst til at afsøge dette og simpelthen programmere robotten til kun at køre én omgang, og senere to eller tre omgange. På denne måde tilbyder robotten ved sin fysiske udformning og programmerbarhed altså en mere teoretisk og præcis tilgang til at afgøre, hvor langt den kører på en omgang, end ved at skubbe robotten. Denne proces kan karakteriseres som en instrumenteringsproces, idet robotten får eleverne til at udføre aktiviteten på en bestemt måde. Eleverne i 6. klasse præsenteres for en model til at bestemme distancen med. De anvender denne model, men supplerer ligeledes med at manipulere med robotten og igennem opmåling bestemme den kørte distance. Det er dette resultat, de bruger videre i deres programmering af robotten.

Forholdet mellem problem og løsningsmetode er rammesat igennem opgaven. Eleverne vælger dog at se bort fra denne rammesætning og tager udgangspunkt i robotten som medierende artefakt for undersøgelsen. I et beregnings- og programmeringsparadigme er deres tilgang på mange måder helt rigtig. De er undersøgende og eksperimenterende, de får mere og mere styr på robotten. Men de får ikke matematikken med, i hvert fald ikke de to begreber (rotation og omkreds af cirkel), som det var lærerens mål, at eleverne skulle arbejde med. Der er således en potentiel konflikt mellem at sætte mål indenfor den almindelige "formel-matematik" og så at sætte eleverne fri til at arbejde med en robot og derigennem udvikle egne matematiske/naturvidenskabelige strategier. Læreren lægger således op til at anvende matematikken som medierende artefakt, og eleverne vælger at anvende robotten.

Måden at stille opgaven på i 10. klasse gør det redundant at programmere robotten. Eleverne kunne være stillet den samme opgave med udgangspunkt i en modelbil eller et andet ikke-programmerbart artefakt med hjul. Eleverne omformulerer gennem deres handlinger opgaven, så det handler om at undersøge problemet med robotten, og derved re-didaktiserer de opgaven, så robotten snarere end matematikken bliver det centrale medierende artefakt.



## Læringspotentialer for anvendelse af robotter i undervisningen

Analysen af elevernes forskellige måder at undersøge distance igennem brug af forskellige medierende artefakter indikerer et essentielt tema, når vi diskuterer, hvordan robotterne didaktiseres, nemlig: Hvordan stilles opgaver, når vi arbejder med matematik – eller andre fag – gennem robotter? Først og fremmest er det vigtigt at tage stilling til, hvorvidt eleverne selv vælger, hvad der er medierende artefakter for deres undersøgelser, og dermed, hvorvidt robotten udgør en kontekst som problem for aktiviteten, eller om den anvendes til at undersøge og udføre aktiviteter med. Lærerne intenderer igennem deres didaktiske design forskellige roller for robotterne – eleverne forholder sig til lærernes intentioner og robotens rolle igennem deres undersøgelser. I begge eksempler vælger eleverne at bruge robotten som medierende artefakt for deres undersøgelser. Analysen af de intenderede og faktiske måder at inddrage robotterne på viser en række forskellige måder at bruge robotter på i matematikundervisningen.

Læreren i 10. klasse bruger robotens hjul som udgangspunkt for et matematisk spørgsmål om beregning af cirkelens omkreds og distance. Læreren har formuleret et problem og foreslået en løsning, der gør robotten overflødig som andet end kontekst for problemstillingen, omend eleverne kan afprøve deres beregning igennem programmering af robotten.

Læreren i 6. klasse bygger en bane, som alle eleverne skal få deres robot til at gennemkøre. Derved

sætter læreren et problem op og beder om løsningsforslag. Elevernes løsningsforslag kan bygge på deres tidligere erfaringer med matematik og et mindre kendskab til robotterne. Læreren legitimerer brug af lineal og lommeregner og indikerer dermed, at disse medier er relevante. Eleverne initierer selv en samtale om, hvordan distance kan beregnes, hvilket angiver en matematisk tilgang til problemet. Læreren har sat et bredt læringsmål op, der handler om at skabe med matematik og at forstå programmering som et matematisk sprog og derved fremme algoritmisk tænkning, samt at forholde robotens fysik til menneskets fysiologi. Læreren samler op på arbejdet gennem en konkurrence om, hvem der kan komme længst gennem banen. Denne konkurrence følges dog ikke direkte op med en evaluering af metoderne til at løse problemet med, hvilket ville være relevant og muligt, da hele klassen arbejdede med det samme problem. Ved at have evalueret på de anvendte metoder efterfølgende ville læreren kunne skærpe muligheden for at bruge robotten som en anledning til at tale matematik.



6.-klasseseleverne formulerer selv et problem i innovationsopgaven: De vil have robotten til køre rundt om skolen. De bruger robotten til at løse problemet med, men supplerer med andre medierende artefakter (målestok, program, lommeregner og matematisk teori) for at nå målet. Alle metoder er legitimeret af læreren. Idet læreren ikke har rammesat problemet – eller problemområdet – kan læreren ikke styre, hvilke områder eleverne arbejder med. Dermed er fællesnævneren for elevernes arbejde med robotten snarere algoritmisk, processuel og abstrakt tænkning og matematiske undersøgelser end en styrkelse af specifikke matematiske områder.

Eleverne i 10. klasse omformulerer gennem deres arbejde problemet om at undersøge distancen mellem a og b til et problem, der handler om, hvordan de igennem manipulation af robotten kan undersøge denne distance. Dermed foretager de en instrumentalisering af robotten. Dette til trods for, at læreren har iscenesat robotten som et pragmatisk instrument, der blot skal køre den programmerede distance og dermed verificere eller falsificere elevernes brug af andre medierende artefakter – her især matematisk teori.

I begge cases arbejder eleverne producerende med robotten og programmeringen. I 6. klasse skal de bygge og tilpasse robotten til deres ønskede mål samt skabe et program, hvor de baseret på algoritmisk tænkning bryder opgaven ned i mindre enheder. I 10. klasse bygger de alle den samme robot, men vælger ligeledes arbejde producerende, idet de skaber et program, der tager udgangspunkt i denne robots udformning til at undersøge distancen med.

## Konklusion

I denne artikel har vi undersøgt mulighederne i at anvende programmering af robotter i forbindelse med matematikundervisning. Vi har set, at robotter på en række måder kan indgå i undervisningssituationer på meningsfuld vis. Robotter har indflydelse på undervisningssituationen, og den instrumentelle tilgang viser os, at dette foregår ved at robotterne både kan agere mål og medierende artefakter for eleverne.

Robotten kan tilbyde sig som medierende artefakt, der tilbyder epistemiske metoder (fysiske og programmeringsmæssige) til at undersøge noget med. Robotten kan også anvendes pragmatisk til at løse et problem. Robotten kan udgøre et problemfelt at tale matematik igennem og derved være en anledning til at løse problemer relateret til matematikken.

I arbejdet med robotten ser vi en tendens til, at eleverne orienterer sig mod robotten som mål for deres opmærksomhed. Det synes meningsfuldt for dem, at robotten skal anvendes til at løse og undersøge problemet med. Lærers opgave er at forbinde de ønskede mål med det faktiske arbejde.

Dette gøres gennem formulering af opgaver og måder at samle op på arbejdet undervejs og efterfølgende. Det er lærerens rolle at præsentere relevante metoder og artefakter, der kan anvendes i processen, og derved at rammesætte problemområdet. I denne sammenhæng er lærerens rolle at forbinde elevernes arbejde og intentioner med "magtfulde idéer" fra vores matematiske arv (Papert, 2000). De mange roller, robotten kan indtage, giver anledning til mange mulige fortolkninger af en undervisningssituation, hvor robotter medvirker. Dette vanskeliggør lærerens arbejde med at sammenknytte robotrelaterede aktiviteter med curriculum, men åbner samtidig for matematikfaglige aktiviteter i åbne undervisningsscenarier.

## Referencer

- Ackermann, E. (2001). Piaget's constructivism, Papert's constructionism: What's the difference. *Future of learning group publication*, 5(3), 438.
- Churchhouse, R. F., & International Commission on Mathematical Instruction (1986). *The Influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*. Cambridge; New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). *The Concept of function : aspects of epistemology and pedagogy*. [Washington, DC]: Mathematical Association of America.
- Engeström, Y. (2001). Ekspansiv læring – på vej mod en nyformulering af den virksomhedsteoretiske tilgang. I: K. Illeris (red.), *Læringsteorier – 6 aktuelle forståelser*. Roskilde: Roskilde Universitetsforlag.
- Glaserfeld, E. von (1995). *Radical constructivism : a way of knowing and learning*. London; Washington, D.C.: Falmer Press.
- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.
- Holm Sørensen, B., Audon, L., & Levinsen, K. (2010). *Skole 2.0*. Århus: Klim.
- Hoyle, C., & Lagrange, J.-B. (red.) (2010). *Mathematics education and technology : rethinking the terrain : the 17th ICMI study*. New York: Springer.
- Katz, V. J. (1993). *A history of mathematics : an introduction*. New York: HarperCollins.
- Knuth, D. E. (1985). Algorithmic Thinking and Mathematical Thinking. *The American Mathematical Monthly*, 92(3), 170–181.
- Levinson, K., Sørensen, B. H., Tosca, S., Ejsing-Duun, S., & Karoff, H. S. (2014). *Research and Development Projects with ICT and students as learning designers in Primary Schools: A methodological challenge*. I:

Proceedings of the 4th International Conference on Design for Learning :  
Expanding the field.

- Misfeldt, M., & Ejsing-Duun, S. (2015). Learning Mathematics through Programming: An Instrumental Approach to Potentials and Pitfalls. In 9th Congress of European Research in Mathematics Education.
- Nardi, B. A. (1996). Context and consciousness activity theory and human-computer interaction. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Papert, S. (1980). Mindstorms : children, computers, and powerful ideas. New York: Basic Books.
- Papert, S. (2000). What's the big idea? Toward a pedagogy of idea power. IBM Systems Journal, 39.
- Rabardel, P., & Bourmaud, G. (2003). From computer to instrument system: a developmental perspective. *Interacting with Computers*, 15(5), 665–691. doi:10.1016/S0953-5438(03)00058-4.
- Resnick, M (1998). Turtles, termites, and traffic jams – explorations in massively parallel microworlds. MIT Press.
- Resnick, M. (2012). Point of View: Reviving Papert's Dream. *Educational Technology*. Saddle Brook, Englewood Cliffs NJ, 52(4), 42–45.
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1).