Beregning af horisontafkast

Obligationer – Rentestruktur

Af Svend Jakobsen

Resumé

Artiklen gennemgår en model til beregning af horisontafkast for obligationer. Modellen giver investorer mulighed for at genere konsistente afkastforecast for tusindvis af obligationer ved blot at specificere en forventet rentestruktur ultimo. Artiklen diskuterer forudsætninger om udvikling i obligationsspecifik over- og undervurdering, valg af ultimorentestruktur, valg af geninvesteringsrente, inddragelse af konverteringsrisiko samt opstilling af optimeringsproblemer. Gennemgangen er illustreret med konkrete eksempler. [1]

Indledning

Det danske obligationsmarked indeholder mere end 2300 obligationer, som indbyrdes adskiller sig på løbetid, kupon, låntype, indeksering, konverteringsmulighed mm. Obligationsinvestorer har derfor nok at vælge imellem, når der skal sammensættes en portefølje af obligationer, som dels har en ønsket risikoprofil og dels giver et højt forventet afkast.

Traditionelt har investorer brugt effektiv rente som afkastmål og forsøgt at sammensætte porteføljer med maksimal effektiv rente for en given risiko. Det er dog velkendt, at den effektive rente kun under meget specielle forudsætninger svarer til

Beregning af horisontafkast

Obligationer – Rentestruktur

Af Svend Jakobsen

Resumé

Artiklen gennemgår en model til beregning af horisontafkast for obligationer. Modellen giver investorer mulighed for at genere konsistente afkastforecast for tusindvis af obligationer ved blot at specificere en forventet rentestruktur ultimo. Artiklen diskuterer forudsætninger om udvikling i obligationsspecifik over- og undervurdering, valg af ultimorentestruktur, valg af geninvesteringsrente, inddragelse af konverteringsrisiko samt opstilling af optimeringsproblemer. Gennemgangen er illustreret med konkrete eksempler. [1]

Indledning

Det danske obligationsmarked indeholder mere end 2300 obligationer, som indbyrdes adskiller sig på løbetid, kupon, låntype, indeksering, konverteringsmulighed mm. Obligationsinvestorer har derfor nok at vælge imellem, når der skal sammensættes en portefølje af obligationer, som dels har en ønsket risikoprofil og dels giver et højt forventet afkast.

Traditionelt har investorer brugt effektiv rente som afkastmål og forsøgt at sammensætte porteføljer med maksimal effektiv rente for en given risiko. Det er dog velkendt, at den effektive rente kun under meget specielle forudsætninger svarer til det realiserede afkast over en given periode[2]. I de senere år har mange danske investorer i stedet baseret deres analyser på såkaldte horisontafkast. I beregningen af horisontafkast lægger investor sig fast på en ultimodato – horisonttidspunktet – og der gives et skøn over rentestrukturen ultimo. Fra rentestrukturen beregnes en ultimokurs og derfra et afkast for hver enkelt obligation. Det elegante ved metoden er, at indbyrdes konsistente afkast for tusindvis af obligationer kan genereres alene ved at specificere en ultimorentestruktur[3].

Denne artikel giver en detaljeret gennemgang af beregningsmetoder for horisontafkast. I modsætning til tidligere artikler diskuteres udtrækningsrisikoen for konverterbare realkreditobligationer, og desuden vises, hvordan et skøn på afkastet af en risikofri placering samt et estimat for markedets likviditetspræmier kan omregnes til en »forventet« rentestruktur ultimo. Disse forventede afkast har dog stadig en ad hoc karakter, og de må ikke forveksles med en stringent middelværdiberegning i en stokastisk rentestrukturmodel.

Artiklen diskuterer først afkastberegning med udgangspunkt i en kendt ultimokurs. Herefter vises, hvordan ultimokursen for den enkelte obligation kan beregnes ud fra et skøn på ultimorentestrukturen. De efterfølgende afsnit omhandler valg af ultimorentestruktur og geninvesteringsforudsætning, inddragelsen af konverterbare realkreditobligationer, samt de beregnede horisontafkasts anvendelse til optimering af obligationsporteføljer. Artiklen slutter med en kort opsummering.

Afkastberegning

Ved beregning af horisontafkast forudsættes, at obligationen købes til markedskursen på primodatoen og sælges ultimo til gældende markedskurs. Afkastet består af kursgevinst fra de udtrukne obligationer, kursgevinst ved salg af ikke-udtrukne obligationer, periodens kuponrenter samt forskellen mellem vedhængende rente primo og ultimo. Til sidst tillægges geninvesteringsrenten for de betalinger, som falder i perioden. Det antages, at disse føres frem til ultimo valørdato med en fast

Tabel 1: Afkastberegning på 10% Nykredit 2026 fra 31/5-96 til 31/10-96 (153 dage)

Investeret beløb, primo (kurs 106,55, vh. rente -0,722)	105.828
Periodens kuponer (ex kupon 1/7, 2,5 kr. den 1/10-96)	2.500
Kursgevinst fra udtræk, 1/10-96, 15.000 x (100-106.55)	-982,50
Kursgevinst fra salg ultimo 85.000 x (107,55-106,55)	850,00
Vedhængende rente (0,944 x 85.000 - (-0,722) x 100.000)	1.525
Geninvesteringsrente (4% af 17.500 fra 1/10 til 5/11)	68,06
Samlet afkast	3960,56
Afkast i procent p.a. af investeret beløb primo	8,81 %
Afkast ved udtræk 10% / 20%	9,71% / 7,90%
Afkast ved ultimokurs +2 / -2 point	12,59% / 5,03%

rentesats. For en mere præcis beskrivelse henvises til appendiks.

Beregningen er illustreret i Tabel 1 for et nominelt beløb på 100.000 kr. Vi står på børsdagen den 31/5-96 med valør 6/6-96. Obligationen er 10% Nykredit 2026, som står i kurs 106,55. Obligationen er gået ex. kupon 31/5. Første ikke-publicerede termin er 1/10-96. Vi antager, at ultimo svarer til datoen 31/10 med valør 5/11-96 og antager en kurs på 107,55. Periodens udtræk forventes at være 15% af primo hovedstol. Endelig antages en geninvesteringsrente på 4%.

Systematiske kursforecast

Ultimokurs og geninvesteringsrente vil altid være ukendte på primotidspunktet og det samme vil ofte gælde udtræksprocenten for de konverterbare obligationer. Som illustreret nederst i Tabel 1 kan disse variable påvirke afkastet ganske betydeligt. Med mere end 2300 obligationer noteret på fondsbørsen kan det derfor forekomme uoverkommeligt at danne sig en systematisk forventning til hver enkelt obligations afkast.

Løsningen ligger i at koncentrere sig om priserne på nulkuponobligationer. En T-årig nulkuponobligation er defineret som en obligation, der udbetaler et fast beløb om T år uden nogle mellemliggende betalinger. Et dansk eksempel er de såkaldte skatkammerbeviser. Selv om der ikke findes lange nulkuponobligationer på det danske marked kan man alligevel udlede nulkuponpriser for alle løbetider ved brug af kurser og betalingsrækker på likvide, inkonverterbare statsobligationer[4]. Nulkuponprisen, $P(t,T)$, viser markedsprisen på tidspunkt t for at få udbetalt en krone om T år, dvs. på tidspunkt $t+T$. $P(t,5) = 0{,}7328$ angiver at man på tidspunkt t i gennemsnit betaler 73,28 øre for at få udbetalt en krone 5 år senere. Nulkuponpriserne kaldes også *diskonteringsfaktorerne*.

Den T-årige nulkuponrente er defineret som den effektive rente p.a. på en T-årig nulkuponobligation. Hvis vi regner med kontinuert rentetilskrivning[5] fås, at den kontinuert tilskrevne nulkuponrente p.a., $R(t,T)$, er defineret ved relationen

$$P(t,T) = \exp(-T \cdot R(t,T))$$
$$\Leftrightarrow R(t,T) = \frac{-\ln(P(t,T))}{T}$$

For $P(t,5) = 0{,}7328$ er den 5-årig nulkuponrente 6,22 % p.a. med kontinuert tilskrivning og 6,42% med helårlig tilskrivning[6].

De fleste obligationer består af flere betalinger, b_k, som falder på fremtidige betalingstidspunkter t_k. Almindelige obligationer kan derfor opfattes som en portefølje af nulkuponobligationer. Hvis vi på tidspunkt t summerer samtlige fremtidige betalinger ganget med deres respektive diskonteringsfaktorer, $P(t,t_k - t)$, får vi obligationens *nutidsværdi*, NV_t.

$$NV_t = \sum_{t_k > t} b_k P(t,t_k - t)$$

Nutidsværdien kan fortolkes som en ligevægtskurs. Det er den pris, som obligationen skulle handles til, hvis dens betalinger blev prissat som betalingerne fra likvide inkonverterbare statsobligationer. Forskellen mellem nutidsværdi og markedskurs kaldes *nettonutidsværdien* NNV_t, dvs.

$$NNV_t = NV_t - K_t.$$

NNV for likvide, inkonverterbare statsobligationer er typisk tæt på nul. Et positivt NNV indikerer, at obligationen er billig relativ til tilsvarende statsobligationer, mens et negativt NNV indikerer at obligationen er relativt dyr. En obligation med en positiv NNV er dog ikke ubetinget et godt køb. Som i alle andre markeder gælder, at pris og kvalitet følges ad. En nærmere analyse vil ofte vise, at det positive NNV skyldes illikviditet, transaktionsomkostninger, kreditrisiko, skatteforhold, konverteringsrisici eller lignende.

Opdelingen i nutidsværdi og nettonutidsværdi svarer til at skelne mellem den del af kursen, som forklares ved markedsudviklingen (NV), og den del, som skyldes individuelle forhold for den enkelte obligation (NNV). Opdelingen kan udnyttes til beregning af kursforecast. Først beregnes nutidsværdien ud fra et »gæt« på rentestrukturen ultimo jf. nedenfor. Herefter fastlægges nettonutidsværdien ultimo, (tidspunkt t + h), hvorefter ultimokursen kan beregnes som

$$K_{t+h} = NV_{t+h} - NNV_{t+h}$$

Problemet er nu at opstille en realistisk, men samtidig operationel model for nettonutidsværdien ultimo. Et simpelt bud kunne være at sætte NNV ultimo til en fast procentdel af NNV primo, f.eks.

$$NNV_{t+h} = (1-c)NNV_t$$

hvor c angiver tilpasningsgraden. Med en tilpasningsgrad på nul vil den undervurderede obligation primo stadig være lige så undervurderet ultimo. Med en tilpasningsgrad på 1 vil obligationen være i ligevægt ultimo. Det er klart, at når vi nærmer os obligationens udløb skal c være tæt ved 1, idet faktorer som kreditrisiko og likviditet mister deres betydning. Simple varianter er at lade c afhænge af forholdet mellem periodelængde og obligationens restløbetid, måle NNV i procent af kursniveau, benytte rentespread i stedet for NNV etc.

Hvilken ultimorentestruktur ?

Tabel 2 viser afkastberegninger for perioden 31/5-96 til 31/10-96. I beregningen er antaget en tilpasningsgrad på 50%. Det ses, at den forventede rentestruktur ultimo er helt afgørende for afkastene og dermed for de efterfølgende investeringsforslag. Fokuseres blindt på et af disse renteforecast er resultatet af investeringen nærmest givet på forhånd, da der ofte vil være een obligation, hvis afkast dominerer alle andre obligationers afkast, selv under hensyntagen til diverse risikomål.

For at sikre sig imod meget særprægede investeringsforslag kan man som i Tabel 2 rapportere et basisscenarie kombineret med to-tre alternative udfald. Det giver normalt et klart billede af sammenhængen mellem afkast og risiko, men med flere scenarier skal vi til at vægte de enkelte scenarier mod hinanden.

Da det er svært at overskue om et valg af ultimorentestruktur giver rimelige afkast, kan man i stedet starte med et bud på investorernes gennemsnitlige afkastkrav som en funktion af restløbetiden og implicit udlede den tilhørende ultimorentestruktur. Denne rentestruktur anvendes efterfølgende som et markedsneutralt skøn på den forventede rentestruktur ved beregning af horisontafkast for samtlige obligationer. Afkastkravet kan endvidere

Tabel 2: Horisontafkast for statsobligationer, 31/5-96 til 10/1-97

Fondskode Udsteder	Kupon Slutår	Navn Type	Primo kurs	Nutidsv. NettoNV.	Ultimo	Som 31/5 - 100 bp	Rentestr. som 31/5	Som 31/5 + 100 bp
09915548 Stat	9% 1998	INK St.lån	108.70	108.86 0.16	NV NNV Forv. kurs Afkast p.a.	109.15 0.08 109.06 8.37	107.30 0.08 107.22 5.77	105.50 0.08 105.42 3.23
09917163 Stat	8% 2003	INK St.lån	105.75	105.93 0.18	NV NNV Forv. kurs Afkast p.a.	111.72 0.09 111.63 16.30	106.35 0.09 106.26 8.17	101.31 0.09 101.22 0.54
09917833 Stat	7% 2004	INK St.lån	98.80	98.47 -0.33	NV NNV Forv. kurs Afkast p.a.	105.26 -0.17 105.43 17.21	99.22 -0.17 99.39 7.69	93.62 -0.17 93.79 -1.12
09918807 Stat	7% 1997	INK Stgb II	103.00	102.92 -0.08	NV NNV Forv. kurs Afkast p.a.	102.23 -0.04 102.27 5.42	101.64 -0.04 101.68 4.55	101.06 -0.04 101.10 3.69
09919029 Stat	7% 2007	INK St.lån	95.75	95.54 -0.21	NV NNV Forv. kurs Afkast p.a.	103.39 -0.11 103.49 19.47	96.11 -0.11 96.21 7.72	89.50 -0.11 89.60 -2.94

opsplittes i to delvist uafhængige komponenter, nemlig afkastet på en kort placering samt en likviditetspræmie, som afhænger af restløbetiden.

Vi starter med at beregne det forventede horisontafkast for en nulkuponobligation. Antag, at vi på tidspunkt t køber en T-årig nulkuponobligation til ligevægtsprisen $P(t,T)$. På horisonttidspunktet $t+h$ sælges nulkuponobligationen til den nu gældende pris $\tilde{P}(t+h,T-h)$. Bemærk, at obligationen har ændret sig fra en T-årig til en $(T\text{-}h)$-årig nulkuponobligation. Krøllen over horisontprisen skal minde os om, at vi ikke kender værdien på tidspunkt t. Periodens afkast findes ved at dele salgsprisen med startinvesteringen, dvs. som $\tilde{P}(t+h, T-h)\,/\,P(t,T)-1$.

Afkastet p.a. (med kontinuert rentetilskrivning) ved på tidspunkt t at købe en nulkuponobligation med udløb på tidspunkt T og sælge den igen på tidspunkt $t+h$ er givet ved

$$\tilde{a}(t,h,T)=\ln\left(\frac{\tilde{P}(t+h,T-h)}{P(t,T)}\right)/\,h=\frac{T\cdot R(t,T)-(T-h)\tilde{R}(t+h,T-h)}{h}$$

Hvis vi tager middelværdi på begge sider af ligningen[7] fås at det forventede afkast p.a., $\bar{a}(t,h,T)$ kan skrives som

$$(1)\quad \bar{a}(t,h,T)=\frac{T\cdot R(t,T)-(T-h)\bar{R}(t+h,T-h)}{h}$$

hvor $\bar{R}(t+h,T-h)$ angiver den $(T$-$h)$-årige nulkuponrentes forventede værdi på horisonttidspunktet t+h.

I ligevægt må de forventede afkast antages at svare til markedets gennemsnitlige afkastkrav. Hvis ikke, vil investorerne omplacere mellem lange og korte obligationer indtil dagens rentestruktur kommer på plads. Analogt med almindelig porteføljeteori kan afkastkravet opsplittes i det forventet afkast p.a. på en risikofri placering $\bar{r}(t,h)$ samt en likviditetspræmie, $\pi(t,h,T)$, ligeledes opgjort p.a. Dvs.

$$(2)\quad \bar{a}(t,h,T) = \bar{r}(t,h) + \pi(t,h,T)$$

Den »risikofrie« placering antages at svare til en rullende et-dags placering. Den risikofri placering defineres derfor uafhængigt af den horisont, vi p.t. beregner for. Bemærk, at med denne definition gælder, at selv om man med en 1-årig horisont får et sikkert afkast fra en 1-årig obligation, så indeholder dette afkast, $R(t,1)$, alligevel en likviditetspræmie i forhold til den korte placering.

Likviditetspræmien, $\pi(t,h,T)$, er det tillæg over det risikofrie afkast, som gør, at investorerne på tidspunkt t ønsker at holde en T-årig nulkuponobligation i en periode på længde h. Tillægget kunne eventuelt være negativt, men normalt vil vi forvente, at $\pi(t,h,T)$ vokser med løbetiden, da lange obligationer har større prisrisiko end korte. Den eksakte form for markedets likviditetspræmie er dog et åbent spørgsmål. Sammenholdes (1) og (2) fås

$$(3)\quad \bar{R}(t+h,T-h) = \frac{T\cdot R(t,T) - h\cdot[\bar{r}(t,h) + \pi(t,h,T)]}{T-h}$$

Som det fremgår, så kan den forventede rentestruktur findes ud fra udgangsrenten, en forventning til afkastet på den risikofrie placering, samt markedets likviditetspræmie.

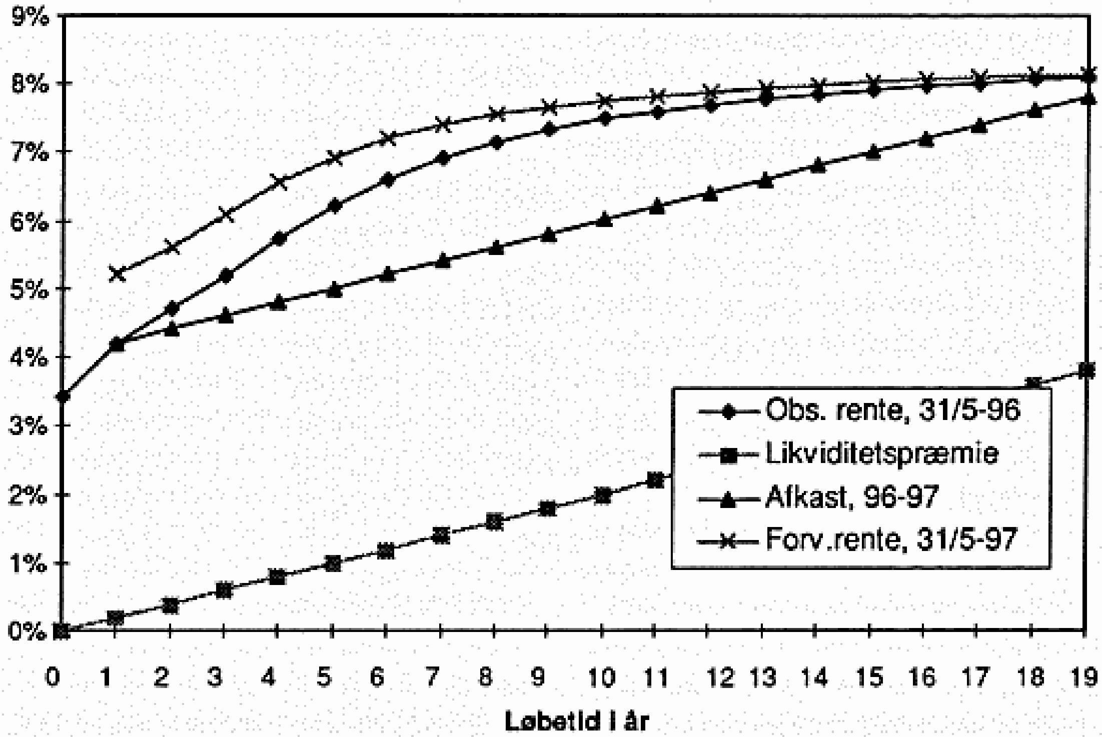
Umiddelbart er den eneste ændring i forhold til (1), at vi har opsplittet et ukendt afkastkrav i to ukendte komponenter. Disse er dog forhåbentlig lidt nemmere at forholde sig til.

Den ene komponent – likviditetspræmierne for en given horisont og restløbetid – afhænger af investorernes sammensætning og gennemsnitlige risikoaversion. Likviditetspræmier kan ikke observeres direkte, men til gengæld må det forventes, at de er konstante i længere perioder, dvs. at de kun afhænger af T og h. Hvis likviditetspræmierne er konstante over tid kan relation (3) omskrives, så likviditetspræmierne kan estimeres ud fra historiske data. Antagelsen om konstante likviditetspræmier kaldes normalt for *forventningshypotesen* og dens validitet på danske data er undersøgt i Engsted & Tanggaard(1995)[8]. Som vist i f.eks. Lund(1994) kan man også estimere komplette modeller for den dynamiske udvikling i den korte rente, obligationspriser og likviditetspræmier.

Den anden komponent – afkastet på den korte placering – udvikler sig mere eller mindre uafhængigt af investorerne, som følge af valutaforhold, pengepolitik etc. Afkastet forudsiges typisk af bankernes makroøkonomiske sekretariater på baggrund af aktuelle økonomiske forhold. I hvert fald på korte horisonter må man antage, at det er muligt at forecaste $\bar{r}(t,h)$ med en vis præcision.

Endelig må der gælde, at nulkuponrenten svarende til horisonttidspunktet er

Figur 1: Aktuel og forventet rentestruktur, forventet afkast samt likviditetspræmier



lig med investorernes afkastkrav ved investering i obligationer med denne restløbetid, dvs. at $R(t,h) = \bar{r}(t,h) + \pi(t,h,h)$. Denne relation kan benyttes til at udlede den implicitte markedsforventning for en given likviditetspræmie – eller omvendt.

Sammenhængene er illustreret i Tabel 3. Første kolonne angiver restløbetiden i år. Anden kolonne viser den estimerede nulkuponrentestruktur den 31/5-96 (kontinuert rentetilskrivning). Tredie kolonne viser et hypotetisk skøn på likviditetspræmien ved et-årige investeringer som en funktion af obligationernes oprindelige restløbetid. Tallet 0,2% ud for en restløbetid på 1 år betyder, at investorerne kræver et tillæg på 0,2 procentpoint (20 basispunkter) over det risikofri afkast for at købe et-årige obligationer. Da den 1-årige rente er 4,209%, så kan vi implicit udlede, at afkastet på den risikofrie placering (rullende dag-til-dag) forventes at blive 4,209% - 0,2% = 4,009%. Det forventede afkast ved at holde en oprindelig toårig obligation i et år ligger tilsvarende 0,4 procentpoint over den risikofrie placering, dvs. på 4,409%. Endelig anvendes relation (3) til at beregne den forventede rentestruktur efter et år (kolonne 5).

Vi har nu illustreret, at man kan finde et markedsneutralt bud på den forventede fremtidige rentestruktur ved at omregne dagens rentestruktur ved brug af markedets likviditetspræmier og det forventede afkast på den risikofrie placering. Obligationer kan opfattes som porteføljer af nulkuponobligationer, så hvis hver enkelt nulkuponobligation har fået et »korrekt« af-

Tabel 3: Omregning fra rentestrukturen 31/5-96 til en forventet rentestruktur 31/5-97

Løbetid (år)	Observeret rentestr. 31/5-96	Likviditets præmie	Forventet afkast 1. år	Forventet rentestr. 31/5-97
0	3.427%			
1	4.209%	0.200%	4.209%	5.213%
2	4.711%	0.400%	4.409%	5.598%
3	5.201%	0.600%	4.609%	6.096%
4	5.724%	0.800%	4.809%	6.571%
5	6.219%	1.000%	5.009%	6.932%
6	6.611%	1.200%	5.209%	7.195%
7	6.912%	1.400%	5.409%	7.390%
8	7.143%	1.600%	5.609%	7.544%
9	7.329%	1.800%	5.809%	7.666%
10	7.480%	2.000%	6.009%	7.756%

kast, så vil proceduren også give fornuftige afkast på almindelige obligationer. Når man har fundet den implicitte forventning i markedet, kan der naturligvis opstilles afvigende antagelser, som eventuelt resulterer i omlægningsforslag.

Geninvesteringsrenten

Mange investorer anvender mere eller mindre bevidst effektiv rente som afkastmål. Et af de mange problemer ved effektiv rente er, at det implicit antages, at geninvestering sker til den effektive rente. Betragt f.eks. det klassiske forslag om at vælge porteføljen med den højeste effektive rente for en given varighed. Med en voksende rentestruktur bliver resultatet konsekvent, at der skal placeres i en blanding af det længste (og dermed det højest forrentede) papir samt i markedets korteste papir. Årsagen ses lettest, når vi går til yderligheder[9] og antager at der placeres 99 mio. kr. 1 dag til 4% i rente og 1 mio. kr. i en 20-årig nulkupon med en rente på 15%. Den effektive rente for den resulterende portefølje findes ved at løse ligningen

$$100 = 99 \cdot \left(\frac{1{,}04}{1+i}\right)^{1/365} + 1 \cdot \left(\frac{1{,}15}{1+i}\right)^{20}$$

for den effektive rente i. Resultatet er et forrygende porteføljeforslag med en effektiv rente på 14,85% og en varighed på 0,20! Problemet er at beregningen implicit forudsætter, at de 99 mio. kr. i morgen geninvesteres til 14,85%.

Eksemplet understreger vigtigheden af at foretage eksplicitte og realistiske forudsætninger angående investeringshorisont og geninvesteringsrente. Geninvesteringsrenten tager højde for den tidsmæssige placering af alle betalinger i perioden. Som nævnt ovenfor antages det, at alle betalinger føres frem (eller tilbage) til horisonttidspunktet med en fast rente, som er fælles for alle obligationer. Størrelsen af renten er af mindre betydning ved de korte horisonter, og et bud kunne være at sætte den til en gennemsnitlig pengemarkedssats primo eller beregne en rentesats ud fra primo eller ultimo rentestruktur. Ved længere horisonter og ved stejle rentekurver er det nødvendigt med større præcision, og et forslag kunne være at anvende forskellige forwardrenter afhængigt af betalingens placering i perioden. Problemet med at bestemme geninvesteringsrenterne kommer hermed til at svare til problemet med bestemmelse af ultimorentestrukturen.

Konverterbare realkreditobligationer

Beregningsmodellen kan udvides til at behandle konverterbare realkreditobligationer. Det specielle ved konverterbare obligationer er, at de fremtidige betalinger afhænger af låntagernes indfrielsesadfærd og dermed af det fremtidige renteniveau. Derfor kan vi ikke finde nutidsværdien blot ved at tilbagediskontere de fremtidige betalinger med rentestrukturen. I stedet må man anvende prisfastsættelsesmodeller, som beregner en teoretisk kurs ud fra en beskrivelse af såvel den fremtidige rentestrukturudvikling som låntagernes konverteringsadfærd. Sådanne modeller er nærmere beskrevet i Jakobsen (1992). Prisfastsættelsesmodellerne har dog stadig dagens rentestruktur som primært input, og beregningsskabelonen fra tredie afsnit kan derfor overtages direkte med teoretisk kurs i stedet for nutidsværdi.

Periodens udtrukne beløb er den anden usikkerhedskilde ved de konverterbare obligationer. I et vist omfang kan der opstilles rimelige forecast på førstkommende udtræksprocent ud fra data, som løbende of-

Tabel 4: Horisontafkast for realkreditobligationer, 31/5-96 til 10/1-97

Fondskode Udsteder	Kupon Slutår	Navn Type	Primo kurs	Nutidsv. NV/NNV	Ultimo	Som 31/5 - 100 bp	Rentestr. som 31/5	Som 31/5 + 100 bp
09723637	6%	3C s.	80.80	81.20	NV	88.51	81.57	75.47
Nykredit	2026	Ann		0.40	NNV	0.20	0.20	0.20
					Forv. kurs	88.31	81.37	75.27
					Udtræk. kr.	0.76	0.68	0.68
					Afkast p.a.	22.55	8.76	- 3.36
09727117	10%	2C s	106.10	106.00	NV	105.80	106.23	104.51
Nykredit	2016	Ann		- 0.10	NNV	- 0.05	- 0.05	- 0.05
					Forv. kurs	105.84	106.27	104.56
					Udtræk. kr.	41.29	25.35	14.97
					Afkast p.a.	4.69	6.82	5.71
09727380	10%	3C s	106.55	104.78	NV	104.55	104.90	102.73
Nykredit	2026	Ann		- 0.77	NNV	- 0.89	- 0.89	- 0.89
					Forv. kurs	105.44	105.79	103.61
					Udtræk. kr.	56.05	33.11	17.56
					Afkast p.a.	2.16	4.74	3.59

fentliggøres af realkreditinstitutterne. Ved beregning ud over få måneders horisont er man dog nødt til at opbygge en separat model til forecast af låntageradfærden. Disse modeller vil være ret usikre og igen er det vigtigt at vælge en simpel model, som ikke øger kompleksiteten unødigt.

I beregningerne vist i Tabel 4 er en prisfastsættelsesmodel anvendt til at finde estimater for periodens udtrækninger. Da beregningen går fra 31/5-96 til 10/1-97 er der i alt 3 mellemliggende terminer. Terminen 1/7-96 er publiceret, så udtræksforecastet refererer til terminerne 1/10-96 og 1/1-97. Modellen beregner først et estimat for de ekstraordinære opsigelsesprocenter primo og ultimo[10]. Ved terminer mellem primo og ultimo anvendes simpel lineær interpolation på de ekstraordinære opsigelsesprocenter. Til sidst omregnes opsigelsesprocenter og ordinære udtræksprocenter til udtrukne beløb på de enkelte terminer. Da primo- og ultimoopsigelserne afhænger direkte af de respektive rentestrukturer, opnås det ønskede, nemlig at periodens udtræk bliver høje, hvis der antages et lavt renteniveau ultimo og lave, hvis der antages et højt renteniveau.

I tabellen er der regnet for tre realkreditobligationer. Den lavtforrentede 6% 2026 er ikke konverteringstruet, og den opfører sig som en meget lang inkonverterbar obligation. De konverteringstruede 10% 2016 og 10% 2026 har en anderledes afkastprofil, idet obligationerne har højest afkast ved uændret rentestruktur. Ved rentefald reduceres afkastet på grund af de øgede udtrækninger. Ved rentestigning reduceres afkastet på grund af den almindelige diskonteringsvirkning.

Optimering under bibetingelser

De forventede obligationsafkast kan anvendes til optimering og omlægning af obligationsporteføljer. I den klassiske Markowitz porteføljemodel, som typisk anvendes på aktier, optimeres forholdet mellem porteføljens forventede afkast og risiko, hvor risikoen måles ved afkastets standardafvigelse. Hver enkelt aktivs risiko kan opsplittes i en markedsrisiko og en individuel risiko. Ved at sprede investeringen over mange aktier vil individuelle afkastvariationer ofte nette hinanden ud og porteføljens samlede risiko reduceres. Denne reduktion i risiko kaldes diversifikationsgevinsten. En optimal aktieportefølje vil derfor normalt bestå af mange forskellige aktier.

Obligationsafkast har en meget høj indbyrdes korrelation, dvs. at de individuelle afkastvariationer betyder relativt lidt. Sammenlignet med aktier er diversifikationsgevinsten ved obligationsinvestering meget lille. Ved optimering af obligationsbeholdninger nøjes man derfor ofte med at begrænse porteføljens følsomhed (varighed, konveksitet) overfor bestemte typer af rentestrukturskift og man ignorerer risici knyttet til den enkelte obligation. Hermed forsvinder hovedargumentet for at sprede investeringerne og den optimale portefølje vil typisk bestå af 2-3 obligationer. Et uønsket biprodukt er, at den optimale porteføljes sammensætning bliver meget følsom overfor afkastforudsætningerne. Ethvert lille skift i de forventede afkast kan resultere i en komplet omlægning af porteføljen. For at undgå unødvendige omlægninger kan man indlægge individuelle købs-salg restriktioner eller transaktionsomkostninger. Desuden bør man løbende beregne med alternative forudsætninger.

Trods problemerne er optimering et effektivt redskab, idet man på få sekunder kan få opfyldt overordnede krav til porteføljens risikoprofil, lægge begrænsninger på investering i enkelte obligationer, placere eller sælge for givne beløb, tage hensyn til over- og undervurdering af enkeltpapirer samt handle i forhold til egne forventninger til den fremtidige rentestruktur. For en uddybende diskussion af optimeringsmodeller til sammensætning af obligationsporteføljer henvises til Sørensen (1993).

Opsummering

Artiklen har gennemgået beregningen af horisontafkast for enkeltobligationer og vist, hvordan nulkuponrentestrukturen kan anvendes til at konstruere konsistente skøn for de fremtidige kurser og dermed for de forventede afkast. Ved brug af eksisterende prisfastsættelsesmodeller kan afkastberegningen også inddrage konverterbare realkreditobligationer. Disse modeller leverer ikke blot en korrigeret nutidsværdi primo og ultimo, men også skøn over periodens udtrækstprocenter som en funktion af ultimorentestrukturen. Endelig kan afkastberegningen tage hensyn til udviklingen i den individuelle over- og undervurdering.

Valget af ultimorentestruktur bestemmer størrelsen af de beregnede obligationsafkast. Der blev argumenteret for, at man starter med at skønne over markedets forventede rentestruktur ud fra estimater på det risikofrie afkast samt normale likviditetspræmier. Herefter kan der eventuelt formuleres afvigende skøn. Endelig blev det kort diskuteret, hvordan de forventede afkast kunne indgå i en optimeringsmodel.

Horisontafkastmodeller, som bygger på nulkuponrentestrukturen har været anvendt af danske investorer i flere år, men der er ikke lavet egentlige studier af modellernes evne til at identificere overnormale afkastmuligheder. Den slags studier ville være en oplagt mulighed for fremtidig forskning, ligesom modellen bør videreudvikles og præciseres indenfor rammerne af (realistisk) dynamisk rentestrukturmodel.

Summary

The article reviews a model for the calculation of holding period returns on bonds. The model makes it possible for investors to generate consistent yield forecasts for thousands of bonds just by specifying an expected end-of-period yield curve. The article discusses conditions for the development of bond mispricing, choice of end-of-period term structure of interest rates, choice of reinvestment interest rates, inclusion of prepayment risk, and a discussion of optimisation problems.

Noter

1. *Jeg takker den anonyme referee for en række konstruktive forslag, som har forbedret artiklen væsentligt. Alle beregninger er udført med programmel udviklet af forfatteren i samarbejde med Carsten Tanggaard.*
2. *Nemlig at den effektive rente er uændret ved udløb af afkastperioden, eller at afkastperioden svarer til obligationens varighed.*
3. *Horisontafkast diskuteres nærmere i Grosen og Jakobsen (1989), mens Tanggaard (1991) beskriver konkrete optimeringsmodeller, som anvendes af danske investorer. Optimering af horisontafkast er også beskrevet i 3. udgave af Christensen (1995)*
4. *Diskonteringsfaktorerne kan ikke observeres direkte og må udledes fra priser og betalingsrækker på likvide statsobligationer ved brug af statistiske teknikker, se f.eks. Jakobsen og Tanggaard (1987).*
5. *Alle beregninger kan også gennemføres med diskret rentetilskrivning, men så bliver formlerne (endnu) mere uoverskuelige.*
6. *Som bekendt kan man altid finde den tilsvarende rentesats med helårlig rentetilskrivning som exp(R(t,T))-1.*
7. *Middelværdien kan opfattes som* markedets *forventning. Det bør nævnes, at det forventede afkast er forskelligt fra afkastet svarende til den forventede salgspris på grund af den konvekse pris-rente sammenhæng jf. Cox, Ingersol og Ross (1979). Deres kritik rammer også den her beskrevne procedure, idet den forventede rentestruktur anvendes til at beregne forventede obligationskurser. Fejlen er dog næppe af stor praktisk betydning jf. diskussionen i Campbell (1986).*
8. *Resultaterne viser, at forventningshypotesen passer for perioden 1979 til 1985, men ikke på perioden 1985-94. Forventningshypotesen kan opskrives og testes på et hav af måder. Da den forventede rentestruktur ultimo igen vil afhænge af de samme likviditetspræmier, er det muligt at beskrive ultimorentestrukturen alene som en funktion af udviklingen i den korte rente med tillæg af likviditetspræmier.*
9. *Ideen til eksemplet stammer fra Michael Møller, HHK.*
10. *Prisfastsættelse og indfrielsesprocenter bygger på den såkaldte gevinstkravsmodel udviklet i Jakobsen (1992). Parameterværdierne, som ligger bag den viste beregning, har kun illustrativ karakter, og jeg har derfor undladt en detaljeret gennemgang i denne artikel.*

Litteratur

Campbell, J.: »A Defence of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates«, *Journal of Finance*, vol 41, pp: 183-93, 1986.

Christensen, M.: »Obligationsinvestering«, 3. udgave, Jurist- og Økonomforbundets Forlag, 1995.

Cox, J. C., J.E. Ingersoll og S.A. Ross, »A Reexamination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates«, *Journal of Finance*, vol 36., pp. 769-799, 1979.

Engsted, T. og C. Tanggaard: »The Predictive Power of Yield Spreads for Future Interest Rates: Evidence from the Danish Term Structure«, *Scandinavian Journal*, marts 1995.

Grosen, A. og S. Jakobsen: »Nulkuponrentestruktur og horisontafkast«, *finans/invest 4/89*. pp. 24-32.

Jakobsen, S.: »Prepayment and the Valuation of Danish Mortgage-Backed bonds«, *ph.d.-afhandling*, Handelshøjskolen i Århus, september 1992.

Jakobsen, S. og C. Tanggaard: »Rentestruktur og prisdannelse på obligationsmarkedet«, *finans/invest nr. 3/87*, pp. 14-19.

Lund, J.: »Econometric Analysis of Continuous-Time Arbitrage-Free Models of the Term Structure of Interest Rates.«, *Working Paper*, Handelshøjskolen i Århus, 1994.

Sørensen, B.G.: »Operationelle modeller til sammensætning af obligationsporteføljer«, *Skrifter fra Institut for Virksomhedsledelse*, Odense Universitet, 1993.

Tanggaard, C.: »Optimering af obligationsbeholdninger«, *finans/invest*, nr.1, pp. 18-21, 1991.

Appendiks: Afkastberegning

Modellens kerne er en beregning af horisontafkastet for en obligation over en given periode. I beregningen forudsættes, at obligationen købes til markedskursen primo perioden og sælges ultimo. Beregningen inkluderer følgende komponenter:

K_t, K_{t+h}	Markedskurs primo (tidspunkt t) og ultimo (tidspunkt $t+h$) pr. 1 krones hovedstol.
D	Antal faktiske dage (kalenderdage) i perioden fra tidspunkt t til $t+h$
N_t, N_{t+h}	Nominel værdi af ikke-udtrukne obligationer primo og ultimo
N_u	Udtrukket/publiceret beløb i perioden. Beregnes som summen af afdrag i perioden. Afdrag, som udbetales efter ultimo, medtages også, hvis de har været publiceret i perioden. Der gælder $N_{t+h} = N_t - N_u$.
v_t, v_{t+h}	Vedhængende rente primo og ultimo, pr. 1 krones ikke-udtrukket hovedstol.
I_t	Investeret beløb primo. $I_t = (K_t + v_t)N_t$
C_k	Periodens modtagne kuponer i kr.

Med denne notation kan vi splitte det samlede afkast ved investering i en obligation op i følgende komponenter:

A_{rkg}	Realiseret kursgevinst. Beregnes som kursgevinsten fra den udtrukne del af beholdningen. Der gælder $A_{rkg} = (1 - K_t)N_t$
A_{ukg}	Urealiseret kursgevinst. Beregnes som kursgevinsten på den ikke udtrukne del af beholdningen. Der gælder $A_{ukg} = (K_{t+h} - K_t)N_t$
A_k	Periodens rente. Beregnes som periodens kuponer plus forskellen mellem vedhængende rente primo og ultimo. $A_k = v_tN_t - v_t N_t + C_k$
A_g	Rente fra geninvestering, opgjort ultimo. Et beløb X, som forfalder d_x dage før ultimo valør indtjener en geninvesteringsrente på $A_g = g \cdot X \cdot d_x/360$, hvor g er rentesatsen for geninvestering opgjort som faktiske dage over 360. Et beløb, som falder d_x dage efter ultimo giver tilsvarende et negativt bidrag til geninvesteringsrenten.

Endelig får vi

A_p	Periodens samlede afkast defineret som $A_p = A_{rkg} + A_{ukg} + A_k + A_g$
a_p	Periodens afkast p.a. i forhold til det investerede beløb primo beregnet efter pengemarkedskonvention. $a_p = A_p \cdot 360/(I_t \cdot D)$.