

Finansiell risiko

Aktier – Obligationer – Valuta

Af Bjarne G. Sørensen

Resumé

Formålet med denne artikel er give en oversigt over udviklingslinierne gennem det seneste halve århundrede for specifikationen af modeller for finansiell risiko, samt at give en beskrivelse af nogle af de instrumenter, der i kølvandet her til er fremkommet til styring af risikoeksponeringen i finansielle porteføljer. Denne udvikling må siges at være særdeles interessant, idet den i modsætning til mange andre teoriudviklinger har haft en meget synlig effekt dels på virksomheders og investorerers adfærd med hensyn til risikoafdækning og dels med hensyn til udviklingen af nye finansielle produkter.

Artiklen bygger på en forelæsning for fynske medlemmer af FDC om udviklingstendenser inden for finansieringsteorien, og den er derfor velegnet til at få en introduktion til denne centrale del af finansieringsteorien.

Indledning

Betragtes udviklingen i finansieringsteorien over de sidste årtier er det slående, at et af de områder, der har domineret udviklingen, er specifikationen af teorier og modeller til måling og håndtering af risiko. Fokuseringen på risikodimensionen i forbindelse med investerings- og finansieringsbeslutninger medførte en radikal ændring af fagdisciplinen.

Finansiell risiko

Aktier – Obligationer – Valuta

Af Bjarne G. Sørensen

Resumé

Formålet med denne artikel er give en oversigt over udviklingslinierne gennem det seneste halve århundrede for specifikationen af modeller for finansiell risiko, samt at give en beskrivelse af nogle af de instrumenter, der i kølvandet her til er fremkommet til styring af risikoeksponeringen i finansielle porteføljer. Denne udvikling må siges at være særdeles interessant, idet den i modsætning til mange andre teoriudviklinger har haft en meget synlig effekt dels på virksomheders og investorerers adfærd med hensyn til risikoafdækning og dels med hensyn til udviklingen af nye finansielle produkter.

Artiklen bygger på en forelæsning for fynske medlemmer af FDC om udviklingstendenser inden for finansieringsteorien, og den er derfor velegnet til at få en introduktion til denne centrale del af finansieringsteorien.

Indledning

Betragtes udviklingen i finansieringsteorien over de sidste årtier er det slående, at et af de områder, der har domineret udviklingen, er specifikationen af teorier og modeller til måling og håndtering af risiko. Fokuseringen på risikodimensionen i forbindelse med investerings- og finansieringsbeslutninger medførte en radikal ændring af fagdisciplinen.

Før 1950 omfattede diciplinen finansiering primært af en praktisk tilgang til, hvorledes kapital skulle fremskaffes og placeres. Dette skete hovedsagelig gennem en beskrivelse af de finansielle institutioner på kapitalmarkedet samt en gennemgang af de omsatte værdipapirer. Det var kendetegnende, at der var meget lidt teori til understøttelse af finansielle beslutninger. Den teori, der blev anvendt stammede, hovedsagelig fra nationaløkonomien, og omfattede f.eks. Irving Fishers renteteori, der blev udviklet i mellemkrigsårene.

Det var specielt karakteristisk, at der i faglitteraturen ingen modeller var til håndtering af finansiell risiko. De få finansielle modeller, der blev udviklet, manglede således fuldstændigt risikodimensionen, og det var mere eller mindre eksplicit forudsat, at betalingerne var deterministiske. Et typisk eksempel herpå er Erich Schneiders værker om investeringsteori, hvor han specificerede principper til vurdering af investeringsprojekters rentabilitet.¹ I henhold til de såkaldte *fundamentalprincipper for investeringers fordelagtighed* var der således ingen risikobetragtninger.²

Et andet eksempel er Thorkil Kristensens publikation om finansiering, der i mange år blev anvendt ved de videregående merkantile uddannelser i Danmark. I Kristensen (1952) gives der en introduktion til de forskellige former for kapital samt metoder til bestemmelse af omkostningerne ved de enkelte finansieringskilder. Forskelle med hensyn til risikoforhold o.lign. indgår slet derimod ikke i publikationen.

I det følgende skal der først gives en beskrivelse af de faktorer, der oprindeligt ini-

tierede udviklingen af modeller for finansiell risiko. Herefter beskrives den teoretiske udvikling med hensyn til modeller for risiko knyttet til nogle af de centrale aktivtyper. Endvidere gives der en beskrivelse til Value at Risk, der er en nyere metode til måling af den markedsbaserede risiko ved porteføljer bestående af forskellige typer af aktiver. Sluttelig gives der en kort beskrivelse af de instrumenter, der findes til afdækning af finansiell risiko.

Inddragelse af risiko ved finansielle beslutninger

Først fra begyndelsen af 1950'erne blev risikodimensionen introduceret eksplicit i den internationale finansielle litteratur. Årsagen til dette gennembrud skal føres tilbage til flere forskellige forhold. For det første var der i 1940'erne sket en begrebsmæssig afklaring med hensyn til valg under usikkerhed. Von Neumann og Morgenstern (1944) havde formuleret en række aksiomer, der skal opfyldes for, at der kan opstilles kardinale nyttefunktioner. På dette grundlag kan der foretages konsistente valg mellem usikre alternativer. Von Neumann og Morgensterns arbejde var banebrydende for mange af de senere arbejder om håndtering af risiko i finansieringsteorien. Grundlaget for valg under usikkerhed blev efterfølgende videreudviklet af bl.a. Savage (1954).³ Gennem arbejder af blandt andre Arrow (1971) og Pratt (1964) er det blevet muligt at anvende von Neumann og Morgenstern's teori til at analysere den specielle risiko, der er kendetegnende for finansielle beslutninger.

Herudover blev det erkendt, at statistiske mål (primært variansen) under visse

antagelser kan anvendes til at opgøre størrelsen af risikoen ved en investering. Det medførte, at det ved anvendelse af elementære statistiske teknikker var muligt at kvantificere de risici, der er knyttet til forskellige investeringsalternativer.⁴

Endelig var EDB-faciliteterne i 1950'erne så småt ved at blive udviklet. Det betød, at det var muligt at håndtere større datasæt end tidligere og på grundlag heraf bestemme de nødvendige estimater for risikoen ved de enkelte aktiver.

Disse faktorer var ubetinget banebrydende for den efterfølgende udvikling af finansieringsteorien. I de efterfølgende delafsnit skal modelleringen og håndteringen af risici knyttet til forskellige aktivtyper beskrives.

Aktieinvesteringer

Aktier har traditionelt været et af de mest centrale instrumenter til langfristede placeringer. Risici ved aktieinvesteringer omfatter flere hovedtyper. For det første er der den risiko, der er knyttet til markedet som helhed. Det gælder således, at alle aktier i nogen udstrækning er eksponeret overfor den generelle udvikling i markedet, og denne type af risiko betegnes den markedsmæssige risiko. Også udviklingen i den branche, som det udstedende selskab tilhører, har en betydning, og aktien vil derfor i større eller mindre omfang være eksponeret med en branchemæssig risiko. Endelig er der et risikoelement, der er knyttet til selskabets egne forhold, og denne karakteriseres ofte som den selskabsspecifikke risiko.

En af de største innovationer inden for håndteringen af den risiko, der er knyttet til aktieinvesteringer, var formuleringen

af Markowitz's model i begyndelsen af 1950'erne. Markowitz (1952) konstaterede, at aktier har en tendens til at samvariere, og at denne samvariation ikke er perfekt. Det bevirker, at det gennem diversifikation er muligt at reducere risikoen målt ved standardafvigelsen (eller variansen) uden at påvirke størrelsen af det forventede afkast. Samvariationen mellem aktierne måles ved størrelsen af kovariansen (eller korrelationskoefficienten). Afhængigt af størrelsen af korrelationskoefficienterne mellem de enkelte aktiver er det gennem diversifikationen muligt at opnå en reduktion af porteføljens samlede risiko.

Med henblik på at bestemme den portefølje, der giver den mindst mulige risiko for et givet forventet afkast, formulerede Markowitz en *porteføljevalgmodel*. Ved anvendelsen af denne model kan den efficiente rand afledes, og på grundlag af denne kan den individuelle investor vælge det ønskede trade-off mellem risiko (standardafvigelse) og forventet afkast. Fremkomsten af Markowitz's model betød en forståelse for betydningen af diversifikation, og dermed værdien af at sammensætte en portefølje således, at aktierne supplerer hinanden bedst muligt. Dette havde næppe tidligere været tilfældet.⁵ For finansieringsteorien var Markowitz's pionerarbejde særdeles centralt, og en betydelig del af den indsigt i risikoens struktur har rod i dette arbejde. Udviklingen af portefølje-teorien må derfor betegnes som en hjørnesteen i den nyere finansieringsteori.⁶

Den praktiske implementering af Markowitz's model gav i 1950'erne anledning til et par alvorlige problemer. For det første skulle der anvendes en kvadratisk programmeringsmodel, der med datidens

soft- og hardware kun vanskeligt kunne løses. For det andet var det nødvendigt med estimater af kovarianser mellem de individuelle aktier i analysen. Ved et betydeligt antal aktier voksede datakravet meget kraftigt. Begge disse problemer var med datidens faciliteter særdeles vanskelige at håndtere.

Sharpe (1963) reducerede omfanget af såvel datagenereringsproblemet som løsningsproblemet ved at specificere en lineær relation mellem afkastet på en aktie og afkastet på et indeks. Ved anvendelse af den såkaldte *singleindeksmodel* kunne antallet af estimater reduceres meget betydeligt.⁷ Gennem en sindrig specifikation af det kvadratiske programmeringsproblem blev der samtidig opnået en betydelig reduktion i løsningskompleksiteten. En betydelig sidegevinst ved Sharpe's model var, at det i praksis blev muligt at dekomponere risikoen i to hovedelementer:

- En markedsrelateret del (den systematiske risiko)
- En selskabsspecifik del (den usystematiske risiko)

Det gælder, at den usystematiske risiko kan reduceres gennem diversifikation, og hvis antallet af aktier i en portefølje forøges tilstrækkeligt, vil den selskabsspecifikke del af risikoen helt kunne elimineres. Det centrale mål for risikoen for en veldiversificeret portefølje er den såkaldte beta-værdi, der måler porteføljens *relative risiko* i forhold til indekset. Denne type af risiko kan ikke umiddelbart bortdiversificeres.

På grundlag af porteføljevalgsteorien og singleindeksmodellen arbejdede en række

finansielle teoretikere hen mod en egentlig ligevægtsteori, hvor prisen på risiko fastsættes eksplicit.⁸ Med formuleringen af *capital asset pricing modellen* lykkedes dette i første halvdel af 1960'erne. I denne model specificeres der et sammenhæng således, at det forventede afkast på et givet aktiv kan bestemmes som summen af den risikofrie rente og en kompensation for risikoen. Dvs.

$$E(R_i) = r_f + \beta_i [E(R_m) - r_f]$$

hvor $E(R_i)$ er aktivets forventede afkast, r_f er den risikofrie rente, mens $E(R_m)$ er det forventede afkast på markedsporteføljen.⁹ Størrelsen af aktivets risiko måles ved den såkaldte betaværdi (β_i), der er aktiens relative risiko i forhold til markedsporteføljen, og risikopræmien bestemmes som forskellen mellem det forventede afkast på markedsporteføljen af den risikofrie rente. I den finansielle litteratur har denne model som følge af dens simple natur opnået en stor popularitet, og den gør, at det er muligt at foretage adækvate justeringer for forskelle i risici.

Specielt beta-værdien har tiltrukket sig stor opmærksomhed, idet den er et mål for, hvor højt den pågældende aktie (eller portefølje af aktier) er eksponeret over for ændringer i markedet som helhed. Den giver dermed en central information om størrelsen af den markedsrelaterede risiko for en given investering. Capital asset pricing modellen har siden, den blev specificeret, været en meget central del af finansieringsteorien, idet den giver en intuitiv opdeling af afkastet i et risikofrit afkast og en kompensation for den påtagne risiko.

Capital asset pricing modellen har været underkastet et stort antal empiriske studier (se f.eks. Black, Jensen og Scholes (1972) og Fama og MacBeth (1973)).¹⁰ Resultaterne fra disse studier indikerer, at det forventede afkast på en aktie næppe fuldstændigt kan beskrives ved modellens simple struktur. I Roll (1977) kritiseres de empiriske tests af modellen. Der argumenteres i denne forbindelse for, at mens teorien i princippet er testbar, har der endnu ikke været præsenteret en korrekt test. Det pointeres også, at der i praksis ingen muligheder er for, at en korrekt test kan gennemføres i fremtiden. Den eneste mulige testbare hypotese i forbindelse med capital asset pricing modellen er, hvorvidt markedsporteføljen er middelværdi-varians efficient. Som følge af, at markedsporteføljen indeholder alle aktiver i verden, kan den ikke observeres, hvorfor hypotesen ret beset ikke er direkte testbar. Siden publiceringen af Roll's kritik har der været gennemført et antal studier med det formål enten at understøtte eller forkaste modellen. I disse tests er det forsøgt, at undersøge andre implikationer end lineariteten i risiko-afkast relationen. Desværre giver ingen af disse undersøgelser den ultimative test, og de fleste har det omtalte problem med at skulle identificere den »sande« markedsportefølge.¹¹

En anden central og mere kompleks model til prisfastsættelse af risiko er *arbitrage pricing theory* (APT). Denne model blev udviklet af Ross (1976) og bygger på, at afkastet fra finansielle aktiver indeholder flere faktorer end markedsporteføljen. Ved anvendelse af en forudsætning om, at der ikke må eksistere arbitragemuligheder i markedet, kan der udledes en lineær rela-

tion mellem det forventede afkast på et aktiv og de faktorer, der er fælles for aktiverne. De enkelte aktiver er eksponeret overfor de fælles faktorer, og størrelsen af denne måles gennem en såkaldt »loading«, der i princippet ækvivalerer beta-værdien i capital asset pricing modellen. Modellen kan specificeres som

$$E(R_i) = r_f + b_{i1} \lambda_1 + b_{i2} \lambda_2 + \dots + b_{ik} \lambda_k$$

hvor λ_j er risikopræmien for den j 'te faktor, mens b_{ij} er det i 'te aktivs »loading« på den j 'te faktor. APT-modellen er teoretisk set attraktiv, idet den giver en simpel model til forklaring af forskelle i afkastene på de forskellige aktiver i markedet. Der har siden dens fremkomst været gennemført flere empiriske studier, f.eks. Roll og Ross (1980) og Dhrymes et al. (1984). Problemet i en empirisk test af modellen ligger i at identificere, hvilke økonomiske variable, der ligger i de identificerede faktorer. Ved en praktisk implementering af modellen vil der kræves kendskab til disse. Empiriske studier indikerer, at der er 3-4 fælles faktorer, der forklarer forskellene i aktiers afkast. I et studium af Chen, Roll og Ross (1986) argumenteres der for følgende fire almene påvirkninger af aktieafkast:

- Størrelsen af den industrielle produktion
- Inflationstakten
- Spreadet mellem den korte og den lange rente
- Spreadet mellem renten på lav og høj risiko obligationer

I andre studier er der dog tegn på, at listen af fælles faktorer ikke er udtømmende, samt at jo flere aktier, der medtaget i den

empiriske analyse, jo flere fælles faktorer kan der identificere. Modellen kan således næppe umiddelbart implementeres, men den giver en værdifuld indsigt i risikoens natur.

Den seneste udvikling inden for aktiebaserede modeller er væsentligt mere kompleks end CAPM og APT. Udviklingen har primært foregået inden for den kontinuert tids finansiering. Denne type af modeller er typisk opbygget omkring en stokastisk differentialligning til repræsentation af risikoelementet. Aktieafkast beskrives ofte ved den stokastiske proces, der betegnes *Brownsk bevægelse*. Denne model kan udtrykkes som:

$$\frac{dP}{P} = k dt + \sigma dz$$

hvor

- P : Aktiekursen
- k : Processens middelværdi
- dt : Den tidsmæssige udstrækning
- σ : Processens standardafvigelse
- dz : Normalfordelt stokastisk variabel

En stor del af modellerne i den nyere finansielle litteratur har denne model som udgangspunkt, og der specificeres forskellige antagelser omkring processens middelværdi og standardafvigelse.¹² Modellen anvendes også som udgangspunkt for prisfastsættelse af optioner med aktier som underliggende aktiv, og den er f.eks. en central forudsætning i forbindelse med udledning af Black-Scholes model til prisfastsættelse af optioner.

Der er kendetegnende, at modelleringen af risiko for aktieinvesteringer ikke som andre aktivtyper har undergået nogen

markant udvikling inden for de senere år. Der har tilsyneladende været en vis tilfredshed med de modeller, der blev udviklet i 1950'erne og 1960'erne. Der har derfor ikke været det samme behov for teoretiske innovationer som f.eks. for fastforrentede fordringer.

Obligationsinvesteringer

Traditionelt har der ikke i den finansielle litteratur været samme opmærksomhed på problemer omkring risici ved obligationsinvesteringer som ved aktieinvesteringer. Dette bunder bl.a. i, at obligationsmarkederne internationalt set har haft en væsentlig mindre betydning i forbindelse med kapitalfremskaffelse end aktiemarkederne. Herudover har det faktum, at de risici, der er forbundet med obligationer, i sigens natur typisk er mindre end ved aktier også haft en væsentlig betydning. Det er således først i løbet af 1970 og 1980'erne, at der er foregået en større teoriudvikling for risici i forbindelse med obligationsinvesteringer. I denne forbindelse har det også haft en betydning, at obligationer er væsentligt mere komplekse instrumenter end aktier, og at de derfor modelmæssigt er betydeligt vanskeligere at håndtere.

De risici, der er knyttet til investering i obligationer, omfatter for det første *manglende betaling*. Specielt ved obligationer, der ikke er garanteret af staten, eller hvor der ikke er solidarisk hæftelse, kan der være en reel risiko for misligholdelse af betaling af renter og afdrag. Herudover er der i visse typer af lån, der er finansieret gennem obligationsudstedelse, en ret til at indfri restgælden til pariværdien. En sådan *konvertering* har den betydning for investorerne, at de får en førtidig indfrielse af rest-

gælden og må placere beløbet til en lavere forrentning. Endelig er der en risiko, der knytter sig til *ændringer i rentestrukturen*. Årsagerne hertil er normalt ændringer i makroøkonomiske variable, såsom inflationsforventninger og andre makroøkonomiske størrelser, samt påvirkninger fra udlandet.

Størrelsen af den risiko, der er knyttet til manglende betaling, kan måles gennem obligationernes rating, og en del af denne type risiko kan elimineres gennem diversifikation. Konverteringsrisikoen opgøres typisk ved vurdering af debitorsammensætning og andre karakteristika ved de underliggende lån. Der er udviklet forskellige modeller til vurdering af størrelsen af konverteringsrisikoen.¹³ Konverteringsrisiko er vanskelig at afdække, men investorerne vælger at eksponere sig med denne mod at få en kompensation gennem en højere forrentning af det investerede beløb.

Den type risiko ved obligationsinvesteringer, der typisk kan håndteres er den der knytter sig til ændringer i rentestrukturen. Erfaringerne gennem de senere år har vist, at renten er blevet mere volatil, men størrelsen af volatiliteten afhænger bl.a. af hvilken løbetid, der betragtes.

Til måling af risikoen på obligationsplaceringer har specielt *varigheden* haft en fremtrædende position. Dette begreb blev først introduceret af Macaulay (1938), der anvendte det som et mål for obligationers tidsmæssige udstrækning i stedet for restløbetiden, der kun angiver, hvornår den sidste betaling forfalder. Redington (1952) beskrev immunisering af porteføljer mod renterisiko, når (1) aktiver og passiver er lige store diskonteret med markedsrenten, og (2) renteændringer påvirker nutids-

værdien af aktiver og passiver relativt lige meget. I denne analyse blev varigheden anvendt til måling af påvirkningen af aktiver og passiver ved ændringer i renten.

Fisher og Weil (1971) påviste at næsten hele renterisikoen ved en obligationsinvestering kan elimineres gennem en varighedsbaseret immuniseringsstrategi, og at varigheden kan betragtes som et mål for investeringens rentefølsomhed.

I Danmark har bl.a. Grosen (1982) arbejdet med varigheden som et mål for renterisiko, og det er i løbet af 1980'erne og 1990'erne blevet et centralt mål i forbindelse med investering i fastforrentede fordringer. Målet anvendes bl.a. af Finanstilsynet i forbindelse med deres overvågning af pengeinstitutters renterisiko.

Den såkaldte Macaulay-varighed er defineret som:

$$D = \frac{\partial P}{\partial i} \cdot \frac{1+i}{P}$$

hvor P er porteføljens værdi og i er den effektive rente. Varigheden kan alternativt udtrykkes som:

$$D = \frac{\text{Den procentvise ændring i porteføljens værdi}}{\text{Den procentvise ændring i } 1 + \text{renten}}$$

hvor »renten« er porteføljens effektive rente. Macaulay-varigheden er dermed et mål for, hvor eksponeret en porteføljens værdi er over for ændringer i den effektive rente. Ved styring af eksponeringen suppleres varighedsmålet ofte med konveksiteten, der er et mål for krumningen i sammenhængen mellem porteføljens værdi og renten. Tilsammen giver varig-

heden og konveksiteten meget central information om renteændringers påvirkning af værdien på obligationsporteføljer. Dette er bl.a. vist i Christensen og Sørensen (1994), hvor såvel effekten af renteændringer og det faktum, at tiden går, er analyseret.

Specielt praktikere har anvendt alternative mål til opgørelse af renterisikoen. En ad hoc metode, der er udviklet af finansielle institutioner, er den såkaldte *GAP-metode*, hvor gabet mellem markedsværdien af de rentefølsomme aktiver og størrelsen af de rentefølsomme passiver bestemmes for en given løbetid (f.eks. 6 måneder eller 1 år). På grundlag heraf kan effekten af en renteændring af en given størrelse opgøres. Denne type af opgørelser har dog intet egentligt teoretisk fundament.

Udviklingen inden for de rentebaserede modeller har i de senere år vist betydelige teoretiske innovationer. Et af de områder, hvor der er foregået en meget markant udvikling, er *rentestrukturmodeller*. Denne udvikling er gået i to retninger. For det første er der udviklet såkaldte statistiske modeller til beskrivelse af sammenhængen mellem løbetiden og størrelsen af nul kuponrenten. Denne type modeller er karakteriseret ved, at ingen økonomisk kausalitet er i modelvalget. Modelspecifikationen sker alene på grundlag af det bedste fit, der kan opnås på et givet datasæt. Som eksempler på denne type modeller kan der henvises til McCulloch (1975), Chambers et al. (1984), Rolfo og Litzenberger (1984) og Nelson og Siegel (1987). Disse modelspecifikationer har i stor udstrækning været anvendt til analyse af nul kuponrenten samt som udgangspunkt for omlæg-

ning af obligationsporteføljer. I Danmark har der siden midten af 1980'erne været markedsført flere EDB-programmer til estimation af nul kuponrentestruktur.¹⁴

En anden udviklingstrend inden for rentestrukturmodeller er de såkaldte ligevægtsmodeller, der i modsætning til de statistiske modeller er funderet i økonomisk teori. Siden begyndelsen af 1980'erne er der udviklet forskellige modeller, der typisk er opbygget omkring en partiel differentiaalligning for renteudviklingen:

$$dr = m(r) dt + s(r) dz$$

hvor

$m(r)$: driften i renten

$s(r)$: standardafvigelsen

z : normalfordelt variabel

Varianter af denne model er bl.a. anvendt i Vasicek (1977) og Cox, Ingersoll og Ross (1985), hvor der er givet en yderligere specifikation af driften $m(r)$ og det stokastiske element $s(r)$. Mere avancerede udgaver af kontinuert tids modeller for rentebærende fordringer findes bl.a. i Heath, Jarrow og Morton (1992) samt Ho og Lee (1986).¹⁵

Også til sammensætning af obligationsporteføljer er der udviklet en række modeller. Disse omfatter bl.a. en implementering af de ovenfor nævnte *immuniseringsmodeller* samt de såkaldte *dedikationsmodeller*, hvor givne fremtidige forpligtelser gennem sammensætningen af en obligationsportefølje opfyldes billigst muligt. For en oversigt over disse modeller kan der bl.a. henvises til Fabozzi (1993). Der er endvidere udviklet en række modeller til identifikation af over- eller undervurde-

rede obligationer. I denne forbindelse kan der bl.a. henvises til Schaefer (1982) og Ronn (1987).

Et område, der har haft stor teoretisk opmærksomhed er prisfastsættelse af afledte aktiver med renteinstrumenter som underliggende aktiv. Dette vidner bl.a. et stort antal artikler i de seneste årgange af de finansielle tidsskrifter om. Disse modeller bygger i stor udstrækning på de ligevægtsmodeller for nul kuponrentestrukturen, der er beskrevet ovenfor. Se bl.a. Hull og White (1987) samt Black et al. (1990) for eksempler på denne teoriudvikling.

Det er givet, at renterisikoen er blevet større i løbet af 1980'erne og 1990'erne, og det har medført en betydelig større opmærksomhed på rentebaserede instrumenter. Det må endvidere forventes, at der inden for dette område vil ske yderligere teoretiske innovationer. Teoriudviklingen har bl.a. omfattet teknisk komplicerede modeller til beskrivelse af rentestrukturen samt prisfastsættelse af afledte aktiver med rentebærende fordringer som underliggende aktiver. Det kan dog diskuteres, hvorvidt denne teoriudvikling indtil nu har haft nogen større betydning i relation til praktisk styring af renterisiko, men de giver en værdifuld indsigt i bl.a. rentedannelsesprocessen.

Valutarisiko

Den kraftigt forøgede internationalisering, der er sket overalt i den vestlige verden siden begyndelsen af 1980'erne har medført en øget fokus på afdækning af valutarisiko. Virksomhederne har i langt højere grad end tidligere aktiviteter, der afregnes i udenlandsk valuta. Dette sker både i form af øget import og eksport, i form af uden-

landske datterselskaber samt gennem lån og placeringer i fremmed valuta.

De risici, der er knyttet til valutapositioner, omfatter bl.a. økonomiske risiko, der er det potentielle tab ved forskellig udvikling i de enkelte økonomier. Der er også en politisk risiko, der er den usikkerhed, der er omkring fremtidige værdier initieret af politiske faktorer. De teoretiske arbejder omkring risici ved valutapositioner har primært foregået med udgangspunkt i virksomheders behov for afdækning af positioner i udenlandsk valuta.

Valutarisiko udtrykker samlet den variabilitet (volatilitet), der er i den fremmed valuta målt mod den nationale valuta. Størrelsen af denne påvirkes af faktorer som den økonomiske udvikling i de to lande og herunder inflationsudvikling, forskelle i renteniveauer, vækst i økonomien samt den førte økonomiske politik. Også de politiske forhold i de to lande har en effekt på størrelsen af valutarisikoen. Endelig har et eventuelt tilhørsforhold til et valutakursregime en betydning. Det har således stor betydning, hvorvidt en valuta er frit flydende eller om dens værdi forsvares i et formaliseret valutasamarbejde såsom EMS'en.

For en virksomhed, der har positioner i fremmed valuta, er det ikke størrelsen af volatiliteten i den enkelte valuta, der er kritisk, men størrelsen af den *eksponering*, som virksomheden (investoren) har i de enkelte valutaer. Ved eksponering i en given valuta forstås ændringer i værdien af aktiver og passiver denomineret i valutaen som følge af ændringer i valutakursen. Denne eksponering har traditionelt været opdelt i tre former: (1) transaktionseksponering, (2) økonomisk eksponering og

(3) regnskabsmæssig eksponering. Ved transaktionseksponering forstås den effekt som en ændring i valutakurserne har på virksomhedens kontraktbundne tilgodehavender og forpligtigelser. Den økonomiske eksponering er mere generel, idet den omfatter effekten på virksomhedens fremtidige betalinger som følge af valutakursændringer. Endelig er den regnskabsmæssige eksponering den effekt som valutakurserne vil have på de regnskabsmæssige opgørelser af tilgodehavender og investeringer i udenlandsk valuta.

Principielt kan eksponeringen i en given valuta, E, bestemmes som den partielt afledede af virksomhedens værdi med hensyn til den pågældende valutakurs:

$$E = \frac{\partial V}{\partial K}$$

hvor V er virksomhedens værdi, mens K er kursen på den pågældende valuta. I praksis er det imidlertid ikke muligt at opgøre den partielle effekt af en ændring i kursen på den betragtede valuta. Den opgøres derfor som regel som virksomhedens transaktionseksponering. En sådan opgørelse vil som oftest være et meget groft estimat af den faktiske eksponering, idet der ikke tages hensyn til, at der er en vis interaktion mellem de forskellige valutaer. I den finansielle litteratur findes der enkelte tilgange til bedre opgørelser af eksponeringen. Det generelle indtryk er dog, at det er ikke dette område, der har været højest prioriteret i den finansielle forskningstradition.

Med hensyn til styring af valutarisiko og prisfastsættelse af afledte instrumenter har der derimod været publiceret et stort antal

arbejder gennem de seneste årtier. De teoretiske innovationer har ligesom ved de øvrige beskrevne aktivtyper i høj grad været opbygget omkring kontinuert tids modeller. Valutakursudviklingen modelleres således som en partiel differentiaalligning. Med dette udgangspunkt kan afledte instrumenter prisfastsættes, hvilket er af stor betydning, idet der netop på dette område findes en bred vifte af meget anvendte instrumenter til afdækning af risikoen. En vigtig model til prisfastsættelse af valutaoptioner er f.eks. Garman & Kohlhagen (1983). En speciel teoriudvikling er sket omkring prisfastsættelse af afledte instrumenter i såkaldte target zones (f.eks. EMS'en). I denne forbindelse kan der henvises til Krugman (1991).

Value at Risk

Som det er fremgået af de foregående afsnit har den finansielle risiko traditionelt været opgjort partielt for de forskellige typer af instrumenter. For en investor er det imidlertid af stor betydning at kunne bestemme en samlet finansiell risiko for sin samlede finansielle position. Dette behov er også aktualiseret af, at der gennem de senere år er sket en markant forøgelse af fluktuationer i renter og kurser, samt at der generelt er en øget opmærksomhed på behovet for at kunne styre finansielle risici.

Inden for de senere år er der fremkommet en metode til opgørelse af en samlet finansiell risiko. Denne betegnes *Value at Risk*, og dette mål kan defineres på følgende måde:

Et sandsynlighedsbaseret risikomål, der opgør størrelsen af det maksimale tab på en portefølje, der med en given sand-

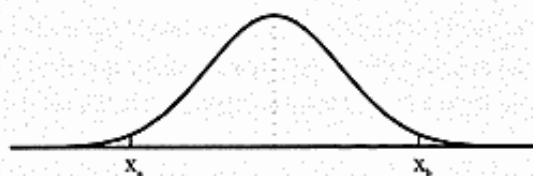
synlighed kan realiseres over en specificeret periode.

Bestemmelsen af Value at Risk er opbygget på en række antagelser om regularitet. Det forudsættes for det første, at positionerne er lineære, hvilket vil sige, at ændringen i dens værdi er en lineær funktion af ændringer i de underliggende satser (priser eller renter). Dette vil ofte være tilfældet, men én type af finansielle aktiver, for hvilken forudsætningen ikke er opfyldt, er optioner. For det andet er det nødvendigt at antage stabilitet i satser og priser således, at historiske observationer kan anvendes til estimation af de nødvendige volatiliteter og korrelationskoefficienter. I nogle perioder vil denne antagelse langt fra være opfyldt. For det tredje forudsættes det, at rater og priser bevæger sig tilfældigt i henhold til en normalfordeling, således at volatiliteter og korrelationer er tilstrækkelige til at beskrive fordelingen. Samlet gælder det således, at Value at Risk er specielt velegnet til at håndtere lineære positioner i stabile markeder, hvor ændringerne er normalfordelte.

Under forudsætning om normalitet er det på grundlag af estimater for volatiliteter (standardafvigelser) og korrelationskoefficienter mellem aktiver ret enkelt at opgøre Value at Risk. Volatiliteten udtrykker den potentielle bevægelse i priser eller renter, mens korrelationskoefficienterne udtrykker samvariationen mellem ændringer i forskellige rater og priser.

Ændringen i den samlede porteføljes værdi følger en normalfordeling, og det gælder, at 95% af sandsynlighedsmassen ligger inden for $\pm 1,65$ gange standardafvigelsen.

Disse grænser er gengivet i ovenstående fi-



gur, hvor X_a er den nedre grænse, mens X_b er den øvre grænse. Det maksimale tab, der kan opnås med 95% sandsynlighed, er således X_a , og det er størrelsen af denne, der betegnes Value at Risk.

Problemet med at bestemme Value at Risk er ubetinget det store datakrav, som opgørelsen stiller. Den amerikanske investment bank J.P. Morgan har imidlertid siden efteråret 1994 stillet såvel en beregningsramme som de nødvendige data gratis til rådighed for alle via Internet.

Når der er adgang til de nødvendige input data er bestemmelsen af Value at Risk for en portefølje umiddelbart ret simpel. I praksis er det imidlertid nødvendigt, at foretage visse justeringer af betalingerne f.eks. på obligationer således, at det med de tilgængelige data er muligt at bestemme Value at Risk.

J.P. Morgan's system betegnes Risk Metric™, og det indeholder nødvendige estimater til at opgøre Value at Risk for porteføljer, der indeholder (1) pengemarkedsinstrumenter, (2) obligationer, (3) aktier, (4) valutapositioner, (5) terminskontrakter, (6) futures, (7) swaps, (8) FRA samt (9) positioner i råvarer. Som tidligere påpeget er et væsentligt problem, at optionspositioner ikke umiddelbart kan indgå i opgørelsen, hvilket også bevirker, at konverterbare obligationer ikke kan medtages. På trods af disse skavanker tilbyder beregningssystemet nogle hidtil ukendte muligheder for at opgøre et risikoestimat

for porteføljer, der omfatter flere typer af aktiver. I denne opgørelse tages der eksplícit hensyn til den samvariation, der er mellem de forskellige instrumenter, hvilket betyder, at der alt andet lige vil kunne bestemmes et bedre estimat end ved partielle opgørelser af risikoen.¹⁶

Value at Risk må således betegnes som et centralt redskab til opgørelse af den risiko, der er knyttet til en virksomheds finansielle positioner. Adgangen til dagligt opdaterede data fra RiskMetric™ bevirker, at det er praktisk muligt at implementere en løbende overvågning af den risiko, der er knyttet til en virksomheds samlede finansielle positioner. Dette giver et godt udgangspunkt for en styring af den risiko, der er knyttet til den del af virksomhedens finansielle portefølje, der er eksponeret med markedsrisiko. Value at Risk vil ubetinget være et værdifuldt redskab i relation til beslutningen om hvilke positioner, der skal afdækkes.

Afdækning af finansiell risiko

Den finansielle risiko afdækkes med forskellige instrumenter afhængig af typen af det instrument, som risikoen er tilknyttet samt en afvejning af hedgeomkostningerne i forhold til den ønskede eksponering efter, at afdækningen er foretaget.

Den risiko, der er knyttet til *aktieinvesteringer* kan afdækkes på flere måder. Som beskrevet ovenfor er det umiddelbart nærliggende at foretage en diversifikation ved anskaffelse af aktier, der ikke har en perfekt samvariation. Det opnås herved, at den usystematiske risiko helt eller delvis kan elimineres. I de senere år er der blevet mulighed for at anskaffe afledte instrumenter med aktier som underliggende

aktiv. Fremkomsten af disse instrumenter betyder, at mulighederne for at afdække risikoen er blevet kraftigt forøget. Ved anvendelse af optioner med et aktieindeks som underliggende aktiv kan den systematiske risiko afdækkes, mens der med individuelle aktier som underliggende aktiv kan afdækkes usystematisk risiko. Aktiefutures har traditionelt kun haft et indeks som underliggende aktiv, men der handles nu også futures på individuelle aktier. I forhold til tidligere er der således gode muligheder for at afdække den risiko, der er knyttet til aktieinvesteringer.

Også *renterisiko* kan afdækkes på mange måder. Ved obligationsbeholdninger, der ikke er eksponeret med misligholdelses- og konverteringsrisiko kan der f.eks. anvendes en immuniseringsstrategi, hvor reinvesteringsrisikoen afvejes med kursrisikoen, eller en anden investeringsstrategi, der bevirker, at renterisikoen reduceres. Der findes endvidere et bredt udbud af afledte instrumenter til afdækning af denne type af risiko, jfr. diskussionen nedenfor.

Til afdækning af *valutarisiko* findes der en række forskellige instrumenter. At der netop på dette område er foregået en kraftig produktudvikling skyldes dels, at nogle af de centrale valutakurser siden begyndelsen af 1970'erne har været frit flydende og dermed meget volatile, og dels at virksomhederne typisk ikke ønsker at spekulere i valutaer, og derfor har efterspurgt instrumenter til at foretage en afdækning. Afdækningsinstrumenterne kan groft opdeles i interne og eksterne. De interne omfatter de, som virksomheden selv kan påvirke såsom valg af kontraktvaluta, fastsættelse af betalingsbetingelser og

matching af ind- og udbetalinger. De eksterne omfatter forskellige finansierings og placeringsinstrumenter såsom valuta-konti, valutalån m.v. samt egentlige afdækningsinstrumenter som terminskontrakter, futures, optioner og swaps. Specielt med hensyn til prisfastsættelse af disse afdækningsinstrumenter findes der et stort antal arbejder i den finansielle litteratur. For en oversigt kan der bl.a. henvises til Hansen (1992), Giddy (1994) eller Sercu og Uppal (1995).

Instrumenter til afdækning af finansiell risiko er i stor udstrækning fremkommet efter perioder med stor fluktuationer (volatilitet) i priser og satser på de finansielle markeder. En stor del af de nye instrumenter til håndtering af renterisiko fremkom således i begyndelsen af 1980'erne efter, at der havde været en høj-volatil periode i slutningen af 1970'erne og starten af 1980'erne. Tilsvarende blev der introduceret en række nye produkter til afdækning af valutarisiko efter en periode med stor volatilitet mellem japanske yen og amerikanske dollars.

Produkterne til afdækningen af den finansielle risiko omfatter bl.a. terminskontrakter, futureskontrakter, optionskontrakter og swaptaler samt et stort antal specialinstrumenter.

Terminskontrakter og futureskontrakter prisfastsættes i overensstemmelse med det såkaldte cost of carry princip, der giver en relation mellem termins- eller futureskontrakten og spotprisen. Ved anvendelse af dette princip er der ikke mulighed for at opnå arbitragegevinst gennem forskellige positioner. I den finansielle litteratur er det vist, at terminskurser og futureskurser er ens, når rentesatsen er konstant over

tiden. Se Cox, Ingersoll og Ross (1981) for et formaliseret bevis herfor. Der har endvidere været gennemført et antal empiriske studier på grundlag af termins- og futureskurser.

Det område, hvor den største teoretiske interesse har været koncentreret, er ubetinget optioner. Dette produkt har så mange muligheder i såvel konstruktionsmæssig som i anvendelsesmæssig henseende, at mulighederne for at udforske det er stort set uudtømmelige. Den teoretiske interesse har taget udgangspunkt i Black og Scholes pionærarbejde fra 1973, hvor det blev vist, at en call option kan repliceres af en portefølje bestående af to aktiver: (1) en terminskontrakt på det underliggende aktiv samt (2) et risikofrit aktiv. På grundlag heraf kunne der udledes et lukket udtryk for prisen på call optionen. Efterfølgende er der introduceret såvel et stort antal varianter af modellen som nye tilgange til at prisfastsætte optioner, hvor iblandt var binomialmodellen, der har Black-Scholes modellen som grænseværdi. I de senere år er kommet betydeligt mere komplekse modelkonstruktioner, hvor der bl.a. kan håndteres prisfastsættelse af eksotiske optioner og manglende stabilitet i volatiliteten.

Swapkontrakter har gennem de senere år fået en meget stor praktisk betydning. På det teoretiske område er der specificeret forskellige modeller til prisfastsættelse af dette instrument. Se f.eks. Bicksler og Chen (1986), Turnbull (1987) eller Wall og Pringle (1989).

Afslutning

Som det er fremgået af beskrivelsen ovenfor har der over de seneste 50 år været en

markant udvikling i finansieringsteorien. Gennem denne periode er der i høj grad kommet fokus på finansiell risiko. Udviklingen er dels sket gennem modeller til beskrivelse og måling af denne type af risiko, og dels gennem konstruktion og prisfastsættelse af nye afdækningsinstrumenter.

Den modelmæssige udvikling har i nogen udstrækning skiftet karakter over perioden. I de senere år er modellerne i stor udstrækning opbygget på komplekse matematiske modeller. Den fremtidige udvikling vil formentlig også fremover gå ad denne vej.

De nye finansielle instrumenter er beviseligt fremkommet efter perioder med høj volatilitet, og der har dermed været et behov for udvikling af nye produkter til afdækning af finansiell risiko. Finansieringsteorien har i denne sammenhæng ydet

væsentlige bidrag til prisfastsættelse af disse instrumenter.

Summary

The aim of this article is to give a summary of development trends through the latter half of this century for the specification of financial risk models, and to describe some of the instruments which have appeared in the management of risk exposure in financial portfolios. This development is extremely interesting since, contrary to other theory developments, it has had a highly visible effect on firm and investor behaviour in relation to risk hedging, as well as on the development of new financial products. The article is based on a lecture on development trends in financial theory, and is therefore well suited as an introduction to this central part of financial theory.

Noter

1. *Schneider var fra midten af 1930'erne og frem til efter 2. verdenskrig professor i driftsøkonomi ved Århus Universitet, og han var på det tidspunkt internationalt anerkendt for sine driftsøkonomiske modeller.*
2. *I USA var det bl.a. Joel Dean, der udviklede investeringsteorien og opstillede operationelle kriterier for investeringers fordelagtighed. Se f.eks. Dean (1951).*
3. *En up to date præsentation af valg under usikkerhed findes i Kreps (1988).*
4. *Denne måde at opgøre risiko på skal primært tilskrives Markowitz (1952).*
5. *Et eksempel på de investeringsstrategier, der blev anvendt før formuleringen af Markowitz's model, er Keynes' styring af investeringerne for et livsforsikrings-selskab i 1920'erne. Én gang ugentlig blev der afholdt et møde, hvor det blev besluttet, hvilken enkeltaktie det beløb, der blev investeret i aktier, skulle placeres i for den kommende uge. Næste uge blev beholdningen afhænet og en ny aktie anskaffet. Keynes var i begyndelsen meget succesrig med sin investeringspolitik, men i 1930 blev han fjernet fra dette job idet selskabet mistede en stor del af sin kapital. Livsforsikrings-selskabet ville uden tvivl have været bedre tjent med en investeringspolitik, der byggede på diversifikation.*
6. *Harry Markowitz modtog i 1990 Nobelprisen i økonomi for udviklingen af porteføljeteorien. Han delte prisen med William Sharpe og Merton Miller.*
7. *Allerede i første halvdel af 1960'erne lancerede IBM en standardpakke til sammensætning af aktieporteføljer baseret på singleindexmodellen. Det er dog uklart, hvilken betydning dette program har haft i forbindelse med praktisk aktieinvesteringer.*
8. *Pionererne i dette arbejde var bl.a. Tobin (1958), Sharpe (1964) samt Mossin (1964).*
9. *Ved markedsporteføljen forstås en portefølje, der i princippet omfatter alle risikofyldte aktiver.*
10. *Undersøgelserne har primært været foretaget på amerikanske data. På det danske aktiemarked har der ikke været foretaget nogen egentlig, videnskabelig undersøgelse af CAPM.*
11. *Se f.eks. Cheng and Grauer (1980) eller Stambaugh (1982).*
12. *Se f.eks. Merton (1975) og Williams (1977) for eksempler herpå.*
13. *Se f.eks. Jakobsen (1992).*
14. *Et af de mest kendte produkter er det såkaldte RIO-system. Se f.eks. Jakobsen og Tanggaard (1987).*
15. *Denne type af modeller har bl.a. været underkastet empiriske tests i Browns og Dybvig (1986) samt Gibbons og Ramaswamy (1993).*
16. *For en nærmere beskrivelse af Value at Risk og beregning af målet for en portefølje bestående af forskellige aktiver henvises der til Jakobsen (1995)*

Litteratur

- Arrow, K.: *Essays in the Theory of Risk-Bearing*. Amsterdam: North Holland, 1970.
- Bicksler, J. and A.H. Chen: An Economic Analysis of Interest Rate Swaps. *Journal of Finance* 41:645-655, 1986.
- Black, F., E. Derman, and W. Toy: A One-Factor Model of Interest Rates and its Applications to Treasury Bond Options. *Financial Analysis Journal* Jan.-Feb.:33-39, 1990.
- Black, F., M. Jensen, and M. Scholes: The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. In M. Jensen (ed.): *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger, 1972.
- Brown, S. and P. Dybvig: The Empirical Implications of the Cox, Ingersoll, Ross Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance* 41:617-632, 1986.
- Chambers, D.R., W.T. Carleton, and D.W. Waldman: A New Approach to the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19:233-252, 1984.
- Chen, N-F., R. Roll, and S.A. Ross: Economic Forces and the Stock Market. *Journal of Business* 59:383-403, 1986.
- Cheng, P.L. and R.R. Grauer: An Alternative Test of the Capital Asset Pricing Model. *American Economic Review* 70:660-671, 1980.
- Christensen, P.O. og B.G. Sørensen: Duration, Convexity, and Time Value. Implications for Bond Portfolio Management. *Journal of Portfolio Management* 20:51-60, 1994.
- Cox, J.C., J.E. Ingersoll, and S.A. Ross: The Relationship between Forward Prices and Future Prices. *Journal of Financial Economics* 9:321-346, 1981.
- Cox, J.C., J.E. Ingersoll, and S.A. Ross: A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica* 53:385-407, 1985.
- Dean, J.: *Managerial Economics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1951.
- Dhrymes, P., L. Friend, B. Gultekin, and M. Gultekin: A Critical Reexamination of the Empirical Evidence on the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance* 39:323-346, 1984.
- Fabozzi, F.: *Bond Markets, Analysis and Strategies*, 2. Edition, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.
- Fama, E. and J. MacBeth: Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy* 91, 607-636, 1973.
- Fisher, I.: *The Theory of Interest*. New York, 1930.
- Fisher, L. and R.L. Weil: Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations: Return to Bondholders from Naive and Optimal Strategies. *Journal of Business* 44, 1971.
- Garman, M.B. and S.W. Kohlhagen: Foreign Currency Options Values. *Journal of International Money and Finance* 2:231-237, 1983.
- Gibbons, M. and K. Ramaswamy: The Term Structure of Interest Rates: Empirical Evidence. *Review of Financial Studies* 6:619-658, 1993.
- Giddy, I.H.: *Global Financial Markets*. Lexington, Massachusetts: D.C. Heath and Company, 1994.
- Grosen, A.: *Måling af afkast og risiko for fastforrentede fordringer - en ny synsvinkel*. København: Samfundsvidenskabeligt Forlag, 1982.
- Hansen, E.: *International Cash Management*. København: Samfundslitteratur, 1992.
- Heath, D., R. Jarrow, and A. Morton: Bond Pricing and the Term Structure of the Interest Rates: A New Methodology. *Econometrica* 60:77-105, 1992.
- Ho, T.S.Y. and S.-B. Lee: Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims. *Journal of Finance* 41:1011-1029, 1986.
- Hull, J. and A. White: The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *Journal of Finance* 42:281-300, 1987.
- Jakobsen, S.: *Prepayment and the Valuation of Danish Mortgage-Backed Bonds*. Working Paper D92-2. Institut for Finansiering, Handelshøjskolen i Århus, 1992.
- Jakobsen, S.: RiskMetrics™ - Måling af globale markedsrisici. *FinansInvest* 7/95:25-29, 1995.

- Jakobsen, S. og C. Tanggaard: Rentestruktur og prisdannelse på obligationsmarkedet. *FinansInvest* 3/87:14-19.
- Krebs, D.: *Notes on the Theory of Choice*. Boulder: Westview Press, 1988.
- Kristensen, Thorkil: *Finansiering*. København: Gads Forlag, 1952.
- Krugman, P.R.: Target Zones and Exchange Rate Dynamics. *The Quarterly Journal of Economics* 106:669-682, 1991.
- Litzenberger, R.H. and J. Rolfo: An International Study of Tax Effects on Government Bonds. *Journal of Finance* 34:189-196, 1984.
- Macaulay, F.R.: *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States Since 1856*. New York: National Bureau of Economic Research, 1938.
- Markowitz, H.: Portfolio Selection. *Journal of Finance* 7:77-91, 1952.
- McCulloch, J.H.: The Tax Adjusted Yield Curve. *Journal of Finance* 30:811-830, 1975.
- Merton, R.C.: Theory of Finance from the Perspective of Continuous Time. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 10:659-674, 1975.
- Mossin, J.: Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica* 34:768-783, 1964.
- Nelson, C.R. and A.F. Sigel: Parsimonious Modeling of Yields Curves. *Journal of Business* 60:473-489, 1987.
- Pratt, J.W.: Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica* 22:122-136, 1964.
- Redington, F.M.: Review of the Principles of Life-Office Valuations. *Journal of the Institute of Actuaries* 78:286-315, 1952.
- Roll, R.: A Critique of The Asset Pricing Theory: Part I. On the Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics* 4:129-176, 1977.
- Roll, R. and S. Ross: An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory. *Journal of Finance* 35:1073-1103, 1980.
- Ronn, E.I.: A New Linear Programming Approach to Bond Portfolio Management. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22:439-466, 1987.
- Ross, S.A.: The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory* 13:341-360, 1976.
- Savage, L.J.: *The Foundation of Statistics*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1954.
- Schaefer, S.M.: Tax-Induced Clientel Effects in the Market for British Government Securities. *Journal of Financial Economics* 10:121-159, 1982.
- Screu, P. and R. Uppal: *International Financial Markets and the Firm*. Cincinnati, Ohio: South-Western College Publishing, 1995.
- Sharpe, W.F.: A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science* 9:277-293, 1963.
- Sharpe, W.F.: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance* 19:425-442, 1964.
- Stambaugh, R.F.: On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis. *Journal of Financial Economics* 10:237-268, 1982.
- Tobin, J.: Liquidity Preference as Behavior towards Risk. *Review of Economic Studies* 26:65-86, 1958.
- Turnbull, S.M.: Swaps: A Zero Sum Game. *Financial Management* 16:15-21, 1987.
- Vasicek, O.A.: An Equilibrium Characterization of the Term Structure. *Journal of Financial Economics* 5:177-188, 1977.
- Von Neumann, J. and O. Morgenstern: *Theory of Games and Economic Behavior*. 3. Edition. Reprinted. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1980.
- Wall, L.D. and J.J. Pringle: Alternative Explanations of Interest Rate Swaps: A Theoretical and Empirical Analysis. *Financial Management* 18:59-73, 1989.
- Williams, J.: Capital Asset Prices with Heterogeneous Beliefs. *Journal of Financial Economics* 5:219-239, 1977.