

PRODUKTIVITETSEVALUERING AF 96 DANSKE SYGEHUSE

– en præsentation af DEA-metoden
og et eksempel på dens anvendelse

Af
Peter Bogetoft Pedersen
Ole Olesen
Niels Christian Petersen

1. Om måling af produktivitet

Produktivitetsvurdering er af interesse for beslutningstagere i såvel private som offentlige virksomheder, men vanskelig at gennemføre. Data Envelopment Analysis (DEA) er et redskab, som muliggør sammenligning af produktivitet i beslægtede organisationer.

DEA er oprindeligt foreslået af Charnes, Cooper & Rhodes (1979) og videreudviklet af bl.a. Banker, Charnes & Cooper (1984), Byrnes, Färe & Grosskopf (1984), og Färe, Grosskopf & Lovell (1985). Metoden har bl.a. været brugt til produktivitetsvurdering af skoler (Charnes, Cooper & Rhodes, 1981), minedrift (Byrnes, Färe & Grosskopf, 1981) og sygehuse (Banker, Conrad & Strauss, 1986). Den hidtil eneste danske anvendelse vedrører evaluering af forskningsinstitutter (Jennergren & Obel, 1986). I den foreliggende artikel præsenteres DEA-metoden for derpå at blive anvendt til vurdering af produktiviteten på 96 danske sygehuse.

Organisationer betragtes som enheder, der via en produktionsproces transformerer et input af kapital og arbejdskraft til et output af varer og/eller serviceydelser. Produktivitet vedrører sammenhængen mellem ressourceindsats og produktion. En given kombination af m inputs og r outputs er efficient, hvis og kun hvis det ikke er muligt enten at øge output i mindst

en dimension for det givne mix af inputs eller at reducere input i mindst en dimension for det givne mix af outputs. En organisation er efficient, hvis det ikke er muligt at opnå en øget produktion for den givne indsats af ressourcer eller at begrænse indsatsen af ressourcer ved den givne produktion, dvs. hvis den opererer med en efficient input-output kombination. Produktivitetmåling sigter præcis mod en vurdering af organisationers efficiens.

Mængden af efficiente input-output kombinationer kan beskrives geometrisk ved et isokvantkort. I figur 1 er angivet mængden af inputs $X = (x_1, \dots, x_m)$, som kan transformeres til en given output vektor \bar{Y} for tilfældet med to inputs; inputmulighedsområdet afhænger af \bar{Y} og betegnes $L(\bar{Y})$.

Figuren giver anledning til 5 observationer:

- Hvis inputkombinationerne $(\underline{x}_1, \underline{x}_2)$ og (\bar{x}_1, \bar{x}_2) begge tilhører $L(\bar{Y})$ så vil ethvert vægtet gennemsnit af disse også tilhøre $L(\bar{Y})$. Dette følger af, at $L(\bar{Y})$ er skitseret som en konveks mængde.

PRODUKTIVITETSEVALUERING AF 96 DANSKE SYGEHUSE

– en præsentation af DEA-metoden
og et eksempel på dens anvendelse

Af
Peter Bogetoft Pedersen
Ole Olesen
Niels Christian Petersen

1. Om måling af produktivitet

Produktivitetsvurdering er af interesse for beslutningstagere i såvel private som offentlige virksomheder, men vanskelig at gennemføre. Data Envelopment Analysis (DEA) er et redskab, som muliggør sammenligning af produktivitet i beslægtede organisationer.

DEA er oprindeligt foreslået af Charnes, Cooper & Rhodes (1979) og videreudviklet af bl.a. Banker, Charnes & Cooper (1984), Byrnes, Färe & Grosskopf (1984), og Färe, Grosskopf & Lovell (1985). Metoden har bl.a. været brugt til produktivitetsvurdering af skoler (Charnes, Cooper & Rhodes, 1981), minedrift (Byrnes, Färe & Grosskopf, 1981) og sygehuse (Banker, Conrad & Strauss, 1986). Den hidtil eneste danske anvendelse vedrører evaluering af forskningsinstitutter (Jennergren & Obel, 1986). I den foreliggende artikel præsenteres DEA-metoden for derpå at blive anvendt til vurdering af produktiviteten på 96 danske sygehuse.

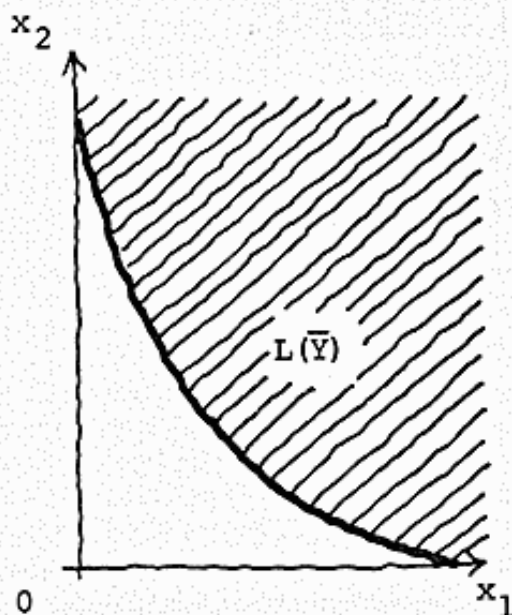
Organisationer betragtes som enheder, der via en produktionsproces transformerer et input af kapital og arbejdskraft til et output af varer og/eller serviceydelser. Produktivitet vedrører sammenhængen mellem ressourceindsats og produktion. En given kombination af m inputs og r outputs er efficient, hvis og kun hvis det ikke er muligt enten at øge output i mindst

en dimension for det givne mix af inputs eller at reducere input i mindst en dimension for det givne mix af outputs. En organisation er efficient, hvis det ikke er muligt at opnå en øget produktion for den givne indsats af ressourcer eller at begrænse indsatsen af ressourcer ved den givne produktion, dvs. hvis den opererer med en efficient input-output kombination. Produktivitetmåling sigter præcis mod en vurdering af organisationers efficiens.

Mængden af efficiente input-output kombinationer kan beskrives geometrisk ved et isokvantkort. I figur 1 er angivet mængden af inputs $X = (x_1, \dots, x_m)$, som kan transformeres til en given output vektor \bar{Y} for tilfældet med to inputs; inputmulighedsområdet afhænger af \bar{Y} og betegnes $L(\bar{Y})$.

Figuren giver anledning til 5 observationer:

- Hvis inputkombinationerne (x_1, x_2) og (\bar{x}_1, \bar{x}_2) begge tilhører $L(\bar{Y})$ så vil ethvert vægtet gennemsnit af disse også tilhøre $L(\bar{Y})$. Dette følger af, at $L(\bar{Y})$ er skitseret som en konveks mængde.



Figur 1. Mulighedsområdet i inputrummet.

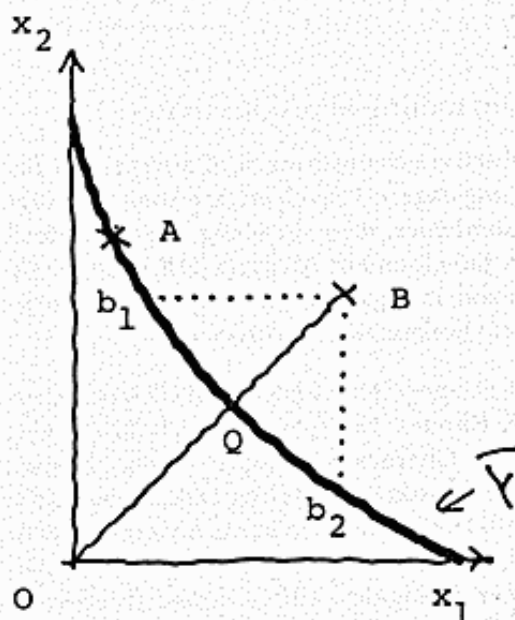
- Hvis inputkombination (x_1, x_2) tilhører $L(\bar{Y})$, så vil enhver kombination (x'_1, x'_2) , hvorom gælder $(x'_1 \geq x_1 \wedge x'_2 \geq x_2)$ også tilhøre $L(\bar{Y})$. Den essentielle påstand om inefficiens i inputrummet vedrører sådanne kombinationer (x'_1, x'_2) .
- Inputmulighedsområdets sydvestlige kant definerer de kombinationer, hvorom gælder, at enhver reduktion i et input må modsvares af en passende tilvækst i et andet input, hvis det stadig skal være muligt at producere output \bar{Y} ; kanten definerer således en input isokvant.
- Ethvert punkt på isokvanten er efficient, og ethvert punkt beliggende nordøst for isokvanten er inefficiant.
- Efficiens vedrører alene spørgsmålet om, hvorvidt der opnås en tilstrækkelig stor mængde outputs for en given mængde inputs eller, alternativt, hvorvidt en given mængde outputs kan produceres ved en mindre mængde inputs; spørgsmålet om målopfyldelse er således ikke et integreret aspekt af efficientsbegrebet. Sagt med andre ord er alle punkter i figur 1 på isokvanten ef-

ficiente, men kun et af disse indebærer omkostningsminimering.

Mængden af efficiente input-outputkombinationer kan alternativt beskrives i outputrummet; dette ville give anledning til 5 analoge observationer og indikerer samtidigt, at

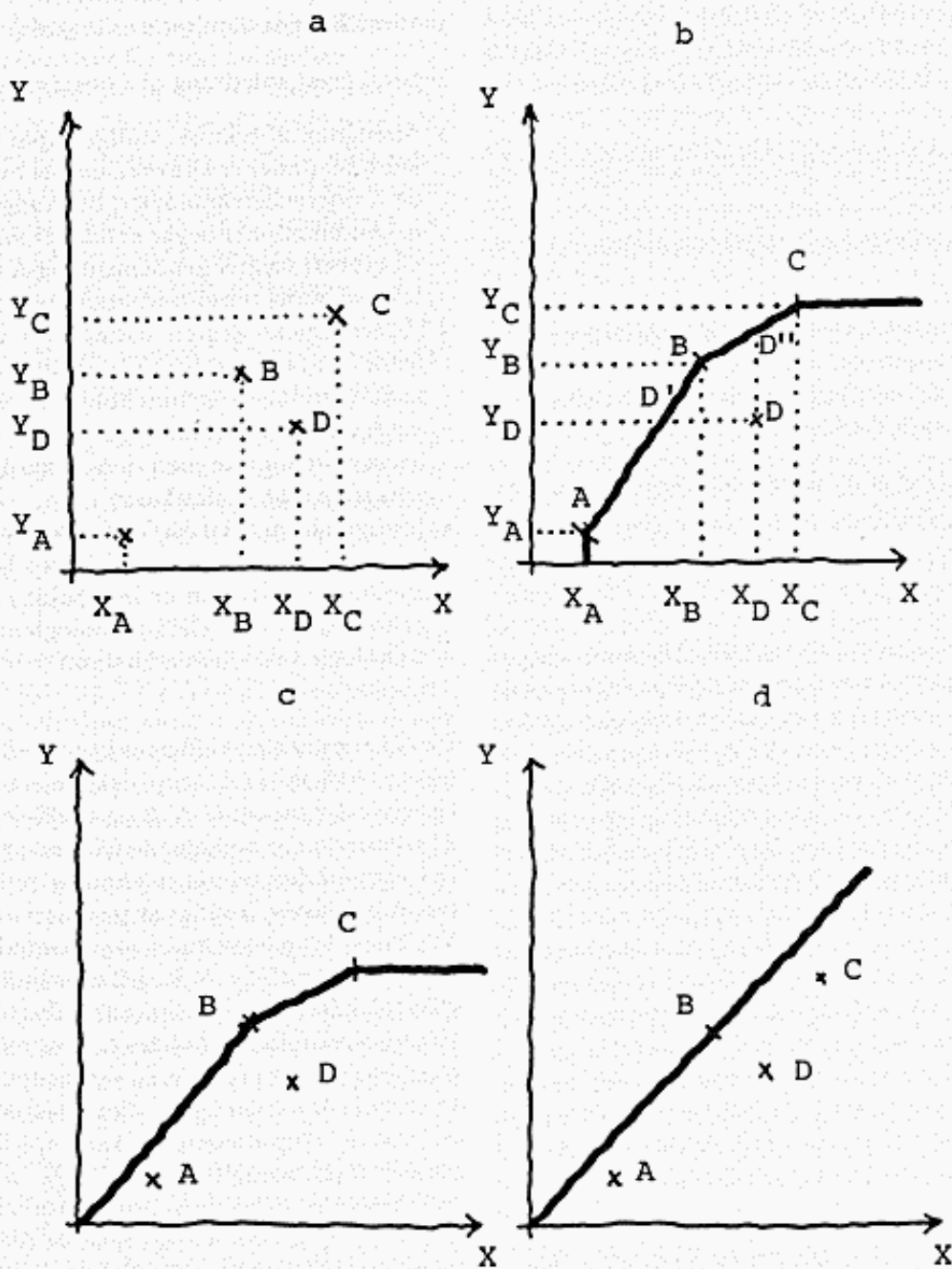
- efficiens både kan analyseres i inputrummet og i outputrummet.

Måling af efficiens er en simpel sag, hvis isokvanternes beliggenhed kendes a priori. Figur 2 illustrerer situationen i inputrummet.



Figur 2. Måling af efficiens i inputrummet.

I figur 2 er de potentielle produktionsmuligheder angivet ved isokvanten \bar{Y} . Enhed A har produceret \bar{Y} ved indsættelse af et efficient input mix. Enhed B har ligeledes produceret \bar{Y} , men ved en unødvendig stor indsats af ressourcer, idet ethvert punkt på isokvantsegmentet b_1 - b_2 angiver inputkombinationer, som er tilstrækkelige for produktion af \bar{Y} og samtidig mindre end den af B benyttede; enhed B er således inefficiant. Ratioet $\frac{OQ}{OB}$ giver et mål for graden af inefficiens. Den angiver den proportionale reduktion i indsatsen af alle ressourcer, som er nødvendig for at opnå efficiens; dette efficientsmål blev oprindeligt foreslået af Farrell (1957).



Figur 3. Konstruktion af referenceteknologier under alternative antagelser mht. skalaafkast.

Et alvorligt problem ved måling af efficiens er, at isokvanternes beliggenhed sjældent kan måles direkte, og at en observeret input-output kombination derfor ikke kan evalueres i forhold til de hertil svarende isokvanter i input- eller outputrummet. Data Envelopment Analysis gør en sådan evaluering mulig ved konstruktion af en reference-teknologi på basis af observerede input-outputkombinationer.

2. Præsentation af Data Envelopment Analysis

Måling af efficiens ved DEA indebærer således

- etablering af en referenceteknologi på basis af empirisk observerbare input-outputkombinationer og
- evaluering af de enkelte enheders efficiens i forhold til referenceteknologien.

Etablering af en referenceteknologi forudsætter på sin side

- introduktion af forhåndsantagelser mht. skalaafkast.

Skalaafkastet beskriver i tilfældet med et input og et output, hvorledes gennemsnitsproduktiviteten målt ved produceret mængde pr. anvendt inputenhed varierer med inputniveauet; stigende/konstant/aftagende skalaafkast indikerer således, at indsættelse af yderligere ressourcer giver anledning til stigende/konstant/aftagende gennemsnitlig output pr. inputenhed. En aftagelse om hhv. stigende, konstant eller aftagende skalaafkast giver i kombination med påstanden om inefficiens anledning til konstruktion af i det mindste 3 alternative referenceteknologier; disse er illustreret i figur 3. I figur 3a er 4 mulige input-output kombinationer angivet, og fig. 3b-3d viser, hvordan disse 4 kombinationer med 3 forskellige valg af referenceteknologi leder frem til 3 forskellige efficiensvurderinger.

I figur 3b er skalaafkastet stigende på segmentet A-B for derefter at blive aftagende; 3b definerer således en referenceteknologi karakteriseret ved varierende skalaafkast og betegnes derfor VRS (varying returns to scale). I figur 3c

er stigende skalaafkast udelukket; figuren definerer en teknologi karakteriseret ved først konstant og derefter aftagende skalaafkast og betegnes derfor DRS (decreasing returns to scale). I figur 3d er endelig antaget konstant skalaafkast; referenceteknologien betegnes derfor CRS (constant returns to scale).

Figur 3 giver anledning til 3 observationer:

- Mængden af teknisk mulige input-outputkombinationer er konveks, uanset hvilken af de 3 referenceteknologier, der vælges; hvis to kombinationer begge er teknisk mulige, så vil ethvert vægtet gennemsnit også være en teknisk mulig input-outputkombination.
- Referenceteknologien definerer i alle tilfælde den mindste mængde af input-outputkombinationer, som indeholder de empirisk observerede kombinationer, og som er i overensstemmelse med den underliggende antagelse mht. skalaafkast.
- Mulighedsområdet for VRS-teknologien er indeholdt i mulighedsområdet for DRS-teknologien, som igen er indeholdt i mulighedsområdet for CRS-teknologien; CRS-teknologien er i denne forstand den mindst restriktive.

De enkelte enheders efficiens kan herefter evalueres i forhold til de empiriske referenceteknologier. I figur 3b er A, B og C efficiente, da alle 3 punkter er beliggende på randen af mulighedsområdet; referenceteknologien indikerer, at det ikke er muligt at producere output Y_A , Y_B og Y_C med et input, som er mindre end hhv. X_A , X_B og X_C . A, B og C tilordnes derfor efficiensmålet 1. D er derimod inefficent, idet referenceteknologien indikerer, at samme outputmængde kan produceres ved benyttelse af en mindre inputmængde, eller alternativt, at en større outputmængde kan opnås ved samme inputmængde; ratioet $\frac{Y_D}{Y_D^D}$ angiver den mulige procentvise inputreduktion for enhed D og $\frac{X_D}{X_D^D}$ den mulige relative tilvækst i output. I figur 3c er B og C efficiente og A og D inefficente, og i figur 3d er kun B efficient; efficiente enheder tilordnes igen værdien 1, mens inefficente enheder får en efficiensværdi, der svarer til, hvor meget mindre input eller hvor

meget mere output, der er nødvendigt for at opnå efficiensværdien 1.

Der er i det mindste 2 begrundelser for at arbejde med alternative antagelse mht. skalaafkast ved måling af efficiens:

- Analysen giver et indtryk af resultaternes følsomhed over for disse antagelser.
- Det er muligt at vurdere om inefficiens skyldes for ringe udnyttelse af givne ressourcer, dvs. teknisk inefficiens, eller et u hensigtsmæssigt niveau mht. tildeling af ressourcer, dvs. skala inefficiens. Skala inefficiens optræder, når en enhed opererer under (over) niveauet med konstant skalaafkast. En tilvækst (begrænsning) i inputniveauet vil i sådanne tilfælde mindske det gennemsnitlige ressourceforbrug pr. produceret enhed.

I Data Envelopment Analysis beregnes Farrell's efficiensmål under alternative antagelser mht. skalaafkast. Disse beregninger gennemføres ved løsning af et lineært programmeringsproblem for hver enhed; LP-formuleringen er anført i appendix.

CRS-teknologien repræsenterer de svageste restriktioner og VRS-teknologien de stærkeste. Mulighedsområdet indskrænkes derfor successivt ved bevægelse fra en CRS- over en DRS- til en VRS-teknologi, se figur 3 og appendix. Enheder, som er efficiente ved en CRS-teknologi, er derfor også efficiente ved en DRS- og en VRS-teknologi, mens enheder, som er inefficente ved en CRS-teknologi, meget vel kan tænkes efficiente ved en DRS-teknologi (enhed C) og/eller en VRS-teknologi (enhed C og enhed A). Enhed B er såvel teknisk efficient som skalaefficient, A og C er teknisk efficiente, men skala inefficente, mens D er såvel teknisk som skala inefficient.

Hvert LP-problem modsvarer at et dualt problem, som giver anledning til en alternativ fortolkning af proceduren. Det duale problem kan sammenfattes ved et ikke-lineært optimeringsproblem, hvori kriteriefunktionen angiver ratioet mellem vægtet output og vægtet input; dette optimeringsproblem og dets LP-formulering i inputrummet er også anført i appendix.

Løsning af respektive LP-problemer fører til bestemmelse af det sæt af vægte, som maximerer det vægtede output-input ratio for hver enkelt enhed, og som samtidigt er brugbart for de resterende enheder. Enheden er efficient, hvis der eksisterer et brugbart sæt af vægte, der resulterer i en kriterieværdi lig 1; ingen anden enhed vil opnå en efficiensscore, som er større end 1, når dette sæt af vægte benyttes. Hvis den maximale kriterieværdi omvendt er mindre end 1, så er pågældende enhed inefficient i forhold til andre enheder i systemet. DEA kan således fortolkes som bestemmelse af det sæt af vægte, der stiller hver enkelt enhed i det bedst mulige lys.

Hvis en velafklaret målsætning for enhedernes aktiviteter foreligger a priori, kan et hertil svarende sæt af fælles vægte også bestemmes a priori. Er den overordnede målsætning eksempelvis profitmaksimering og købes og sælges input og output på markedet, så vil markedspriserne udgøre et passende sæt af vægte; benyttes dette sæt af vægte i en efficiensanalyse, vil alene den enhed, som giver det største afkast pr. investeret krone, være efficient. DEA muliggør imidlertid produktivitetmåling i situationer, hvor der ikke foreligger en målsætning a priori; dette er tilfældet for mange offentlige virksomheder. Et sygehus kan eksempelvis vurdere behandling af en patient i kategori I som 4 gange så værdifuld som behandling af en patient i kategori II og allokere ressourcer i overensstemmelse hermed. Dette mål afspejles i DEA ved, at behandling af patienter i kategori I og II vægtes i forholdet 4:1. Samtidig angives om der ved denne vægtning eller prioritering findes en kombination af andre enheder, som kunne producere samme vægtede mængde outputs, men ved benyttelse af færre inputs. Er det tilfældet, er sygehuset inefficient selv ved den vægtning af outputs, som stiller det i det bedst mulige lys. DEA resulterer således i forsigtige vurderinger; men det er svært at bortforklare en påvist inefficiens.

Disse observationer indikerer

- at ratioet mellem vægtede outputs og inputs definerer et mål for graden af mål opfyldelse,

- at DEA angiver de vægte, som indebærer størst mulig grad af målopfyldelse, og
- at vægtene afspejler de mål, som pågældende enhed forfølger.

Endvidere gælder, at forholdet mellem ethvert par af vægte kan fortolkes som marginale transformationsrater i sædvanlig forstand. Vægtene indikerer derfor også

- hvordan maksimalt output ændres ved ændring i input,
- hvordan sammensætningen af output kan ændres ved det givne inputmix, og
- hvordan sammensætningen af input kan ændres ved det givne outputmix.

Det bør i denne forbindelse erindres, at løsningen til de duale problemer er indeholdt i løsningerne til de hertil svarende primale problemer. DEA genererer således megen information udover et simpelt efficiensmål.

Hvis markedspriserne for mængden af inputs kendes a priori kan disse benyttes ved vægtning af inputvektorerne, som derved reduceres fra m -dimensionale vektorer til skalarer. DEA fører herefter til et efficiensmål, som refererer til output pr. forbrugt krone. Efficiens indebærer da, at et givet outputmix produceres ved de mindst mulige omkostninger, dvs. såvel teknisk som allokativt efficient. Denne fremgangsmåde vil blive benyttet i det efterfølgende eksempel på anvendelse af DEA til sammenligning af produktivitet mellem 96 somatiske sygehuse i Danmark. Dette valg er begrundet i begrænsede data vedr. input, men giver anledning til en yderligere observation:

- DEA kan implementeres, selv om inputdata alene foreligger i form af et omkostningsmål.

3. Produktivitetsvurdering af 96 sygehuse ved DEA

I dette afsnit vises et eksempel på anvendelse af DEA. Eksemplet refererer til produktivitetmåling på sygehuse, og datagrundlaget er det, som er benyttet i indenrigsministeriets undersøgelse af standardomkostninger og produktivitet for 96 somatiske sygehuse i Danmark. Der

er 2 fordele ved at benytte disse data. De er for det første umiddelbart tilgængelige og muliggør for det andet sammenligning mellem produktivitetmåling ved DEA og den metode, der er benyttet i indenrigsministeriets undersøgelse. Ulempen er omvendt, at disse data er indsamlet og bearbejdet med henblik på anvendelse i den af indenrigsministeriet benyttede metode til produktivitetmåling, og den er baseret på estimation af en omkostningsfunktion og således metodisk forskellig fra DEA. De benyttede data er derfor ikke nødvendigvis de bedst mulige for en DEA-analyse.

Den danske sygehussektor er bevillingsmæssigt underlagt de 14 amtskommuner og København og Frederiksberg kommune; der foregår således ikke nogen direkte statslig bevillingsstyring. De 16 sygehuskommuner godkender de økonomiske og normeringsmæssige rammer for det enkelte sygehus, enten i form af et overordnet rammebudget eller ved tildeling af bevillinger til de enkeltfunktioner, som varetages på det enkelte sygehus. Sygehusene arbejder dog i praksis under ensartede normeringsbetingelser mht. personaleindsats.

Efterspørgsel efter sygehusedydelser genereres bortset fra visse ambulante ydelser ved henvisninger fra alment praktiserende læger eller speciallæger; det enkelte sygehus bestemmer således ikke selv mængde og sammensætning af de leverede ydelser. På den anden side vil lægerne på det enkelte sygehus qua deres specialviden og valg af behandlingsmetoder selv give anledning til produktion af visse ydelser og dermed selv påvirke outputprofilen for det pågældende sygehus. Uddannelses- og forskningsaktiviteter er ikke snævert behandlingsorienterede, de resulterer i et selvstændigt resourceforbrug og kan desuden give anledning til produktion af mere specielle behandlingsydelser. Også dette forhold betyder, at det enkelte sygehus selv påvirker sin output profil.

Den enkelte sygehuskommune beslutter i princippet det behandlingsberedskab, der skal være på de enkelte sygehuse i kommunen, men øver kun indflydelse på den faktiske produktion via den bevillingsmæssige styring. Det en-

kelte sygehus kan derfor inden for visse rammer forfølge sin egen målsætning mht. valg af produktionssammensætning. Der foreligger således ikke nogen operationel målsætning for sygehussektoren, som graden af målopfyldelse kan vurderes i forhold til.

Det tildelte budget og de i praksis ensartede begrænsninger mht. sammensætningen af inputs definerer den skala, sygehuset opererer på; det enkelte sygehus bør derfor ikke nødvendigvis kritiseres for at operere på et inefficiant skalaniveau. DEA gør det muligt at tage højde for dette forhold ved at arbejde med alternative antagelser mht. skalaafkast i referenceteknologien, se afsnit 2. Den producerede mængde ydelser vil i en vis udstrækning afhænge af patientindtaget, og dette kontrolleres ikke suverænt af sygehuset selv. Det kan meget vel tænkes, at et givet sygehus i en given periode producerer for få ydelser af en given type i forhold til det opbyggede beredskab, fordi patientindtaget i pågældende periode har været usædvanligt lavt. DEA gør det også muligt at tage højde for dette forhold, f.eks. ved at arbejde med gennemsnitlige input-output kombinationer over en længere årrække; der skal allerede her gøres opmærksom på, at dette forhold ikke er integreret i det efterfølgende eksempel, idet data alene refererer til situationen i 1983.

Produktivitetsmåling for sygehuse forudsætter ideelt data for ressourceanvendelse og slutprodukter for det enkelte sygehus; indsatsen af behandlingspersonale, plejepersonale, udstyr og støttefunktioner mv. pr. færdigbehandlet patient med et bestemt behandlingsforløb bør ideelt være kendt. Sådanne data er ikke til rådighed. På inputsiden foreligger imidlertid oplysninger om de årlige udgifter for det enkelte sygehus og om de nettoindtægter, et sygehus har ved at udføre arbejde for andre. Ved at korrigere egne driftsomkostninger med disse indtægter og for geografiske pris- og lønforskelle opnås et mål for de omkostninger, der er knyttet til det enkelte sygehus' behandlingsaktiviteter. Dette omkostningsmål vil blive benyttet som et aggregeret inputmål i analysen; indsats-

sen af ressourcer repræsenteres således ved de faktisk afholdte nettodriftsomkostninger.

På outputsiden foreligger i landspatientregistret oplysninger om diagnoser, liggetid og evt. operativ behandling for alle patienter, som er udskrevet fra et sygehus i løbet af et givet år. Disse data gør det muligt at udarbejde en nuanceret beskrivelse af hvilke patienter, der i en given periode er behandlet på det enkelte sygehus. Denne beskrivelse definerer diagnoseprofilen for det pågældende sygehus og angiver altså antal producerede sengedage henført til forskellige diagnosegrupper. Det er vigtigt, at disse grupper er karakteriseret ved en høj grad af intern homogenitet mht. ressourcecyngde og omvendt en høj grad af ekstern heterogenitet på tværs af grupperne; derved opnås, at grupperne refererer til kvalitativt forskellige ydelser, som det i ressourcemæssig henseende er rimeligt at aggregere.

Diagnoseprofilen er opbygget af de 6 grupper, som er benyttet i indenrigsministeriets undersøgelser af standardomkostninger og produktivitet i det danske sygehusvæsen. Konstruktionen af de 5 diagnosegrupper er foretaget på grundlag af en distinktion mellem behandlinger, som kræver hhv. ikke kræver operative indgreb, og behandlinger som typisk indebærer hhv. ikke indebærer et højt relativt ressourcetræk pr. sengedag. Datagrundlaget er 23 planlægningsdiagnosegrupper defineret af sundhedsstyrelsen, se Sundhedsstyrelsen (1979). De 5 diagnosegrupper er:

- 1) kirurgisk diagnosegruppe med relativt højt ressourcetræk,
- 2) kirurgisk diagnosegruppe med relativt lavt ressourcetræk,
- 3) medicinsk diagnosegruppe med relativt højt ressourcetræk,
- 4) medicinsk diagnosegruppe med relativt lavt ressourcetræk,
- 5) rest, såvel kirurgisk som medicinsk.

Diagnoseprofilens 6. gruppe udgøres af antallet af akutte ambulante behandlinger; de ikke-akutte ambulante behandlinger er splittet op i 3 grupper og adderet (med vægten 1/2) til grupperne 1), 4) og 5), hhv.

Statistiske analyser af sammenhængen mellem sygehusenes størrelse, deres omkostninger og deres diagnoseprofil har vist, at der er en vis sammenhæng mellem størrelsen af et sygehus og dets omkostninger pr. sengedag i hver af de 6 diagnosegrupper, hvilket indikerer, at en sengedag i samme diagnosegruppe på et stort og et lille sygehus ikke er en homogen enhed. Størrelsen af sygehuset indgår derfor som en selvstændig output-enhed med det formål at korrigere for denne heterogenitet. Denne output-kategori har tillige til formål at korrigere for det forhold, at det typisk er de store sygehuse, der er pålagt forsknings- og undervisningsforpligtelser.

Endelig skal nævnes, at såvel input som output er normeret med antal normerede sengedage, hvorved opnås, at analysen fokuserer på den driftsøkonomisk relevante størrelse nettoomkostninger pr. normeret sengedag.

Resultatet af analysen for en referenceteknologi baseret på en antagelse om hhv. konstant, aftagende og varierende skalaafkast er gengivet i tabel 1, og den hertil svarende fordeling af enhederne efter omfanget af den mulige relative inputbegrænsning er gengivet i tabel 2.

Tabel 1. DEA efficiensmål, E, for 96 somatiske sygehuse i Danmark i forhold til referenceteknologier karakteriseret ved hhv. CRS, DRS og VRS.

Sygehus	E^{CRS}	E^{DRS}	E^{VRS}
1 Rigshospitalet	1.000	1.000	1.000
2 Kommunchospitalet	0.917	1.000	1.000
3 Sundby Hospital	0.928	1.000	1.000
4 Bispebjerg Hospital	1.000	1.000	1.000
5 Hvidovre Hospital	0.815	1.000	1.000
6 Frederiksberg Hospital	0.883	0.993	0.993
7 Diakonissestiftelsen	0.811	0.970	0.970
8 Amtssygehus Gentofte	0.930	1.000	1.000
9 Amtssygehus Glostrup	1.000	1.000	1.000
10 Amtssygehus Sct. Elisabeth	1.000	1.000	1.000
11 Sct. Lucas Stiftelsen	0.883	0.884	0.884
12 Amtssygehus Herlev	0.638	0.795	0.795
13 Amtssygehus Hillerød	0.866	0.879	0.879
14 Fysiurgiske Sygehus Esbønderup	0.939	1.000	1.000
15 Amtssygehus Hørsholm	1.000	1.000	1.000
16 Amtssygehus Frederiksværk	1.000	1.000	1.000
17 Amtssygehus Frederikssund	0.876	0.876	0.894
18 Amtssygehus Helsingør	0.850	0.869	0.869
19 Amtssygehus Roskilde	0.795	0.830	0.830
20 Amtssygehus Køge	0.857	0.961	0.961
21 Centralsygehus Holbæk	0.684	0.684	0.710
22 Slagelse Centralsygehus	0.774	0.786	0.786
23 Kalundborg Sygehus	0.898	0.898	0.899
24 Ringsted Sygehus	0.839	0.839	0.847
25 Sygehus Sæby pr. Høng	1.000	1.000	1.000
26 Nykøbing Sj. Sygehus	0.964	1.000	1.000
27 Haslev Sygehus	1.000	1.000	1.000
28 Gigthospitalet Skælskør	1.000	1.000	1.000
29 Korsør Sygehus	1.000	1.000	1.000
30 Næstved Centralsygehus	0.914	0.958	0.958
31 Nykøbing F. Centralsygehus	0.762	0.762	0.762
32 Amtssygehus i Fakse	0.783	0.783	0.791
33 Amtssygehus i Maribo	0.867	0.867	0.924
34 Amtssygehus i Nakskov	1.000	1.000	1.000
35 Amtssygehus i Stege	1.000	1.000	1.000
36 Centralsygehus Rønne	0.662	0.662	0.664
37 Neksø Sygehus	0.933	0.933	1.000
38 Svendborg Sygehus	0.800	0.838	0.838
39 Odense Sygehus	1.000	1.000	1.000
40 Nyborg Sygehus	0.954	0.954	0.963
41 Fåborg Sygehus	0.945	0.955	0.955
42 Ringe Sygehus	0.777	0.822	0.822
43 Middelfart Sygehus, Som.	0.898	0.898	0.906
44 Rudkøbing Sygehus	0.829	0.829	0.862
45 Ærøskøbing Sygehus	0.784	0.784	0.812
46 Bogense Sygehus	1.000	1.000	1.000
47 Assens Sygehus	0.666	0.666	0.733
48 Sønderborg Sygehus	0.870	0.870	0.870
49 Haderslev Sygehus	0.873	0.873	0.886

Tabel 2. Fordelingen af mulige procentvise inputreduktioner.

Teknologi	Mulig procentvis inputreduktion					
	0	0 < 5	5-10	10-15	15-20	> 20
CRS	18	5	14	19	17	23
DRS	27	10	7	17	15	20
VRS	31	11	11	15	13	15

18 enheder er efficiente under en CRS teknologi, yderligere 9 under en DRS teknologi, og ialt 31 under en VRS teknologi; 23 enheder kan reducere input med mere end 20% under en CRS teknologi, 20 under en DRS teknologi, og 15 under en VRS teknologi. Disse tal afspejler det forhold, at CRS teknologien er den mindst og VRS teknologien den mest restriktive. De indikerer samtidig, at mange sygehuse er inefficente selv under den mest restriktive teknologi; ialt 43 enheder (15 + 13 + 15) kan reducere input med mere end 10% under den mest restriktive teknologi, altså reducere nettoomkostninger pr. normeret sengedag med mere end 10%.

De 18 enheder, som er efficiente under en CRS teknologi, er i sagens natur også efficiente under såvel en DRS som en VRS teknologi. Enheder, som er inefficente ved en CRS teknologi, men efficiente ved en DRS teknologi (og dermed også ved en VRS teknologi), opererer på et aktivitetsniveau, som er større end det optimale; dette er eksempelvis tilfældet for Kommunehospitalet i København, Sundby Hospital, Hvidovre Hospital og Amtssygehuset i

Gentofte. Enheder, som alene er efficiente ved en VRS teknologi opererer omvendt på et for lavt aktivitetsniveau; dette er f.eks. tilfældet for Neksø Sygehus, Ørsted Sygehus og Ebeltoft Sygehus. Tilbage står en række enheder, der er karakteriseret som inefficente, uanset valget af referenceteknologi. Amtssygehuset i Herlev har eksempelvis opnået en efficiensscore på 0.638, 0.795 og 0.795 under en hhv. CRS, DRS og VRS teknologi; hospitalet opererer således på en for stor skala, men selv når der kontrolleres for dette, kunne omkostningerne pr. normeret sengedag nedbringes med ca. 20%. Høbro Sygehus har tilsvarende opnået en efficiensscore på 0.656, 0.656 og 0.709 og opererer således på for lille skala, men selv når der kontrolleres for dette, kunne omkostningerne pr. normeret sengedag nedbringes med knap 30%.

De duale priser giver som anført information om de mål, den enkelte enhed forfølger. I tabel 3 er angivet de duale priser for Odense Sygehus og Aarhus Kommunehospital, som begge er efficiente; referenceteknologien er CRS.

Tabel 3. Duale outputpriser for Odense Sygehus og Aarhus Kommunehospital.

	Odense Sygehus	Aarhus Kommunehospital
kirurgisk, høj	0.047	0.207
kirurgisk, lav	0.074	0.000
medicinsk, høj	0.060	0.039
medicinsk, lav	0.030	0.038
rest	0.046	0.020
akut ambulant behandling	0.005	0.003
normeret antal sengedage	0.030	0.024

På Odense Sygehus tillægges en sengedag i kategorien medicinsk høj, dobbelt så stor værdi som en sengedag i kategorien medicinsk lav, og højere værdi end sengedage i kategorien kirurgisk høj, og sengedage i kategorien kirurgisk lav tillægges højere værdi end sengedage i kategorierne medicinsk høj, medicinsk lav og kirurgisk høj. På Aarhus Kommunehospital tillægges sengedage i kategorierne medicinsk høj og medicinsk lav omtrent samme vægt; sengedage i kategorien kirurgisk høj tillægges 5 gange så stor vægt som sengedage i kategorierne medicinsk høj og lav, mens sengedage i kategorien kirurgisk lav ikke tillægges vægt overhovedet.

Disse resultater indikerer tydeligvis, at målsætningen varierer sygehusene imellem. Det er en styrke ved DEA, at målsætninger ikke kræves specificeret a priori, men tværtimod afdækkes gennem analysen, idet inefficiente enheder ellers ville kunne hævde, at en a priori postuleret målsætning ikke afspejler de sande mål, og at en konstateret inefficiens alene er i forhold til en fejlagtig målspecifikation. DEA indebærer afdækning af den målsætning, som stiller den enkelte enhed i det bedst mulige lys. Samtidig bemærkes, at aspekter af en måldiskussion let kan inddrages i DEA, idet det er muligt at indføre a priori restriktioner på sættet af vægte. I relation til det foreliggende eksempel kan tænkes, at sengedage i kategorien kirurgisk høj a priori beslutes at være af større værdi end sengedage i kategorien kirurgisk lav. Dette indebærer introduktion af yderligere begrænsninger i det duale problem og en hertil svarende introduktion af yderligere variable i det primale problem. Dette kan meget vel resultere i, at Odense Sygehus ikke længere vil blive karakteriseret som efficient, idet det sæt af vægte, som aktuelt indebærer efficiens derved udelukkes.

Det bør afslutningsvis understreges, at de rapporterede resultater alene er baseret på 1983-data, og at en anden rangordning af sygehusene meget vel kan tænkes, hvis input-output data i stedet refererede til en flerårsperiode.

4. Sammenfatning

DEA tillader evaluering af beslægtede organisationers efficiens på basis af observerbare data, idet det eneste datakrav er de enkelte enheders realiserede input og output. Metoden er let at implementere, idet

- DEA er baseret på anvendelse af lineær programmering.

Metoden er robust overfor kritik, idet

- DEA er baseret på den mikroøkonomiske produktionsteori,
- DEA tillader en vilkårlig mængde af inputs og outputs, og idet
- DEA ikke indebærer a priori specifikation af en målsætning.

Metoden er således specielt anvendelig i situationer, hvor

- der ikke findes nogen velafklaret overordnet målsætning for enhedernes aktiviteter, og
- der ikke findes nogen teoretisk velfunderet beskrivelse af, hvad den enkelte enhed bør kunne præstere.

Dette er karakteristiske egenskaber for mange offentlige virksomheder, eksempelvis indenfor sygehussektoren.

Metoden

- muliggør en vis kontrol for variationer i skallaafkast, og
- fører til afdækning af de enkelte enheders implicite målsætning.

Metoden er anvendt til en evaluering af 96 danske somatiske sygehuses efficiens baseret på 1983-data. Resultaterne indikerer, at mindst 15 sygehuse i 1983 kunne have reduceret deres nettoomkostninger pr. normeret sengedag med mere end 20%, og at i hvert fald 43 sygehuse kunne have reduceret deres omkostninger med mere end 10%. Omvendt er i det mindste 18 sygehuse teknisk efficiente; disse 18 sygehuse er også effektive i forhold til deres egne målsætninger, men ikke nødvendigvis i forhold til respektive sygehuskommuners.

Man kan vælge at betragte disse resultater som et eksempel på metodens anvendelse alene. Men man kan også drage den konklusion, at det danske sygehusvæsen bør underkastes en nøjere analyse, fordi højst 31 enheder er effi- ciente selv i forhold til deres egen målsætning, fordi i hvert fald 15 enheder kunne reducere deres omkostninger pr. normeret sengedag med mere end 20%, og fordi i hvert fald 43 en- heder kunne reducere samme med mere end 10%. Det er indres, at 96 sygehuse er inddraget i undersøgelsen, hvilket turde angive perspek- tivet i de anførte observationer.

5. Referencer

- Banker, R. D., A. Charnes and W.W. Cooper, Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30, 1984, pp. 1078-1092.
- Banker, R. D., R. F. Conrad and R. P. Strauss, A Comparative Application of Data Envelopment Analysis and Translog Methods: An Illustrative Study of Hospital Production. *Management Science*, 32, 1986, pp. 30-44.
- Byrnes, P., R. Färe and S. Grosskopf, Measuring Productive Efficiency: An Application to Illinois Strip Mines. *Management Science*, 30, 1984, pp. 671-681.
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 1978, pp. 429-444.
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science*, 27, 1981, pp. 668-697.
- Farrell, M. J., The Measurement of Productive Efficiency. *The Journal of the Royal Statistical Society*, 120, 1957, Part III, Series A., General.
- Färe, R., S. Grosskopf and C. A. K. Lovell, The Measurement of Efficiency of Production. *Studies in Productivity Analysis*. Kluwer-Nijhof Publishing, 1985.
- Jennergren, L. P. og B. Obel, Forskningsevaluering - eksemplificeret ved 22 økonomiske institutter. *Økonomi og Politik*, 85/86, No. 2, pp. 86-95.
- Lewin, A. Y. and R. C. Morey, Measuring the Relative Efficiency and Output Potential of Public Sector Organizations: An Application of Data Envelopment Analysis. *International Journal of Policy Analysis and Information Systems*, 5, 1981, pp. 276-285.
- Standardomkostninger og Produktivitet for 96 Somatiske Sygehuse. Indenrigsministeriet, Danmark, 1986.
- Aktiviteten i Sygehusvæsenet 1979, Sundhedsstyrelsen, Danmark, 1980.

Man kan vælge at betragte disse resultater som et eksempel på metodens anvendelse alene. Men man kan også drage den konklusion, at det danske sygehusvæsen bør underkastes en nøjere analyse, fordi højst 31 enheder er effiente selv i forhold til deres egen målsætning, fordi i hvert fald 15 enheder kunne reducere deres omkostninger pr. normeret sengedag med mere end 20%, og fordi i hvert fald 43 enheder kunne reducere samme med mere end 10%. Det er indres, at 96 sygehuse er inddraget i undersøgelsen, hvilket turde angive perspektivet i de anførte observationer.

5. Referencer

- Banker, R. D., A. Charnes and W.W. Cooper, Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30, 1984, pp. 1078-1092.
- Banker, R. D., R. F. Conrad and R. P. Strauss, A Comparative Application of Data Envelopment Analysis and Translog Methods: An Illustrative Study of Hospital Production. *Management Science*, 32, 1986, pp. 30-44.
- Byrnes, P., R. Färe and S. Grosskopf, Measuring Productive Efficiency: An Application to Illinois Strip Mines. *Management Science*, 30, 1984, pp. 671-681.
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 1978, pp. 429-444.
- Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through. *Management Science*, 27, 1981, pp. 668-697.
- Farrell, M. J., The Measurement of Productive Efficiency. *The Journal of the Royal Statistical Society*, 120, 1957, Part III, Series A., General.
- Färe, R., S. Grosskopf and C. A. K. Lovell, The Measurement of Efficiency of Production. *Studies in Productivity Analysis*. Kluwer-Nijhof Publishing, 1985.
- Jennergren, L. P. og B. Obel, Forskningsevaluering - eksempel ved 22 økonomiske institutter. *Økonomi og Politik*, 85/86, No. 2, pp. 86-95.
- Lewin, A. Y. and R. C. Morey, Measuring the Relative Efficiency and Output Potential of Public Sector Organizations: An Application of Data Envelopment Analysis. *International Journal of Policy Analysis and Information Systems*, 5, 1981, pp. 276-285.
- Standardomkostninger og Produktivitet for 96 Somatiske Sygehuse. Indenrigsministeriet, Danmark, 1986.
- Aktiviteten i Sygehusvæsenet 1979, Sundhedsstyrelsen, Danmark, 1980.

6. Appendix: Matematisk beskrivelse af DEA

Lad hver af N enheder producere r outputs under indsættelse af m inputs.

Lad observeret input for enhed j_0 være

$$X_{j_0} = (x_{1j_0}, \dots, x_{mj_0})$$

og lad observeret output være

$$Y_{j_0} = (y_{1j_0}, \dots, y_{rj_0})$$

Da kan det input baserede produktivitetsmål E_{j_0} for enhed j_0 bestemmes ved løsning af det lineære programmeringsproblem:

$$(1) \quad \min_{\lambda, E_{j_0}} E_{j_0}$$

$$\text{s.t.} \quad E_{j_0} x_{ij_0} \geq \sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$y_{kj_0} \leq \sum_{j=1}^N \lambda_j y_{kj} \quad (k = 1, \dots, r)$$

$$(\lambda_1, \dots, \lambda_N) \in \Gamma$$

hvor Γ er en mængde, som bestemmer referenceteknologien.

(1) minimerer det inputmix $E_{j_0} X_{j_0}$ som i henhold til referenceteknologien er nødvendig for produktion af outputvektor Y_{j_0} . Den efficiente kant repræsenteres ved et vægtet gennemsnit af observerede input-output kombinationer,

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix}, \quad \text{og angiver mængden}$$

af teknisk mulige og samtidig efficiente kombinationer. Restriktionen $(\lambda_1, \dots, \lambda_N) \in \Gamma$ refererer til valget af referenceteknologi. VRS teknologien er defineret ved

$$\Gamma^{\text{VRS}} = \{(\lambda_1, \dots, \lambda_N) \mid \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \forall j\}$$

DRS teknologien er defineret ved

$$\Gamma^{\text{DRS}} = \{(\lambda_1, \dots, \lambda_N) \mid \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \forall j\}$$

CRS teknologien er defineret ved

$$\Gamma^{\text{CRS}} = \{(\lambda_1, \dots, \lambda_N) \mid \lambda_j \geq 0 \forall j\}$$

Heraf ses, at CRS-teknologien repræsenterer de svageste og VRS-teknologien de stærkeste restriktioner. I CRS-teknologien er elementerne i λ -sektoren alene begrænset ved en ikke-negativitetsrestriktion, i DRS-teknologien skal summen yderligere være mindre end eller lig med 1 og i VRS-teknologien skal summen være netop 1; mulighedsområdet indskrænkes således successivt ved bevægelse fra CRS over DRS til VRS.

Optimalløsningen til problem (1), $(E_{j_0}^*, \lambda_1^*, \dots, \lambda_N^*)$, angiver Farrell's efficiensmål i inputrummet, $E_{j_0}^*$, og den efficiente input-output kombination,

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^* \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix},$$

som enheden vurderes i forhold til. Hvis enhed j_0 er efficient, så gælder

$$E_{j_0}^* = 1$$

$$\lambda_{j_0}^* = 1$$

$$\lambda_j^* = 0 \quad \forall j: j \neq j_0$$

Hvis enhed j_0 er inefficent, så er $E_{j_0}^*$ mindre end 1 og $\lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_N^*)$ den linearkombination af øvrige enheder, som kunne have produceret samme output som j_0 , men ved benyttelse af inputmængden $E_{j_0}^* \cdot X_{j_0}$, altså en inputmængde, som er mindre end den af j_0 benyttede.

Det duale LP-problem, som korresponderer til (1), kan repræsenteres ved det ikke-lineære optimeringsproblem (2), se f.eks. Lewin & Morey (1981).

$$(2) \quad \max_{U, V} \frac{\sum_{k=1}^r U_k y_{kj_0}}{\sum_{i=1}^m V_i x_{ij_0}}$$

$$\text{s.t. } \frac{\sum_{k=1}^r U_k y_{kj}}{\sum_{i=1}^m V_i x_{ij}} \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$U_k \geq 0 \quad (k = 1, \dots, r) \text{ (outputs)}$$

$$V_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \text{ (inputs)}$$

Kriteriefunktionen angiver her ratioet mellem vægtet output og vægtet input, og problemet består i at bestemme det sæt af vægte, som maximerer dette ratio for enhed j_0 og samtidig er brugbart for de resterende $N-1$ enheder. Charnes, Cooper & Rhodes (1978) har vist, at (2) kan formuleres og løses som et LP-problem:

$$(3) \max_{U, V} \sum_{k=1}^r U_k y_{kj}$$

$$\text{s.t. } \sum_{k=1}^r U_k y_{kj} \leq \sum_{i=1}^m V_i x_{ij} \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$1 = \sum_{i=1}^m V_i x_{ij_0}$$

$$V_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

$$U_k \geq 0 \quad (k = 1, \dots, r)$$

(3) er det duale til (1).

Vi vil gerne takke professor Lars Peter Jennergren, Institut for Virksomhedsledelse ved Odense Universitet, for at have stillet software til rådighed for implementering af DEA-proceduren.