

Flerkriteriemetoder - en översikt

Av Bertil Tell*) och Jyrki Wallenius**)

Resumé

I denna artikel ger vi en översikt av de senaste årens utveckling av flerkriteriemetoder. Både nyttoteorimetoder och matematiska programmeringsmetoder diskuteras och ett antal praktiska tillämpningar redovisas.

1. Inledning och syfte

Traditionell ekonomisk teori antar att företag söker maximera sin vinst. Under de senaste decennierna har det utifrån såväl teoretisk som empirisk forskning framförts som mer realistiskt att företag strävar mot flera mål. Flermåls- eller flerkriterietanken skulle inte enbart gälla företag och dess högsta mål. Beslutsproblem på alla nivåer inom såväl myndigheter som företag skulle bättre karakteriseras genom användning av flera kriterier. Se vidare Tell (1976) för en översikt.

*) Ekonomie doktor vid Handelshögskolan i Stockholm.

***) Ekonomie doktor, gästforskare vid Handelshögskolan i Stockholm.

Flerkriteriemetoder - en översikt

Av Bertil Tell*) och Jyrki Wallenius**)

Resumé

I denna artikel ger vi en översikt av de senaste årens utveckling av flerkriteriemetoder. Både nyttoteorimetoder och matematiska programmeringsmetoder diskuteras och ett antal praktiska tillämpningar redovisas.

1. Inledning och syfte

Traditionell ekonomisk teori antar att företag söker maximera sin vinst. Under de senaste decennierna har det utifrån såväl teoretisk som empirisk forskning framförts som mer realistiskt att företag strävar mot flera mål. Flermåls- eller flerkriterietanken skulle inte enbart gälla företag och dess högsta mål. Beslutsproblem på alla nivåer inom såväl myndigheter som företag skulle bättre karakteriseras genom användning av flera kriterier. Se vidare Tell (1976) för en översikt.

*) Ekonomie doktor vid Handelshögskolan i Stockholm.

***) Ekonomie doktor, gästforskare vid Handelshögskolan i Stockholm.

Vi vill med denna artikel ge en kortfattad översikt på svenska av metoder, vilka föreslagits för att underlätta beslutsfattande då flera kriterier utnyttjas för att beskriva handlingsalternativen. Mer omfattande översikter har givits av Johnsen (1968), MacCrimmon (1973), Wallenius (1975) och Tell (1976).

2. Avgränsningar

I denna artikel ger vi en koncis redogörelse för de senaste årens utveckling av flerkriteriemetoder. För att inom artikelns begränsade format kunna göra detta vill vi göra vissa avgränsningar. Vi begränsar oss för det första till *deterministiska problem*, d.v.s. problem där handlingsalternativens konsekvenser är eller kan antas vara fullständigt kända. (Denna begränsning utesluter dock relativt få metoder). Vi antar vidare att de *kriterier* som används för att beskriva handlingsalternativen är *kända och givna*, och vi kommer således ej att diskutera hur de fastställs. Den tredje avgränsningen gäller antalet beslutsfattare. Vi har valt att enbart ta upp metoder som är användbara när det finns *en beslutsfattare*. Flerkriterieproblem som uppstår på grund av att beslut skall fattas av flera personer med olika preferenser kräver studier av gruppprocesser, och denna problematik diskuteras inte här. De av oss presenterade metoderna kan emellertid i flerpersonsfallet utnyttjas individuellt av var och en av beslutsfattarna, varefter de kartlagda preferenserna kan utgöra en utgångspunkt vid sökandet efter det för gruppen lämpligaste handlingsalternativet. Slutligen kommer vi att begränsa oss till *normativa metoder*, d.v.s. metoder vilka syftar till att förbättra beslutsfattandet vid flerkriterieproblem.

De metoder som uppfyller dessa krav har antingen sin grund i *nyttoteori* eller bygger på *matematisk programmering*. De senare metoderna kräver att det finns en beskrivning (en modell) över handlingsmöjligheterna. Denna beskrivning har ofta formen av en linjär programmeringsmodell. Nyttoteorimetoderna kräver inte en sådan modell, men förutsätter att handlingsalternativen är specificerade. Problemformuleringarna skiljer sig alltså åt genom det sätt på vilket handlingsmöjligheterna är definierade. I båda fallen består problemet av att välja det handlingsalternativ som i beslutfattarens tycke är bäst.

3. Nyttoteorimetoder

Under begreppet nyttoteorimetoder har vi samlat metoder som bygger en modell av beslutsfattarens preferenser med hjälp av ett formellt förfarande, men som ej kräver en modell över de möjliga handlingsalternativen. Vi vill börja denna redogörelse med att presentera några olika preferensmodeller, för att därefter redogöra för några i litteraturen föreslagna skattningsmetoder. För såväl modellerna som metoderna kommer vi att redovisa ett antal praktiska tillämpningar.

3.1 Modeller

Antalet olika modeller som föreslagits och utnyttjats är stort. Den enklaste är *dominansmodellen*. Den anger att ett handlingsalternativ (A) dominerar ett annat (B) om A överträffar B för åtminstone ett kriterium och inte är sämre än B för något annat kriterium. Modellen är grov och den lyckas inte alltid skilja handlingsalternativen åt. Den lämpar sig därför bäst för en första grovsortering av alternativen (Terry, 1963).

En del modeller förmår enbart dela upp handlingsalternativen i två grupper – acceptabla och oacceptabla. Den *konjunktiva modellen* är ett sådant exempel, den *disjunktiva* ett annat. Den förra klassificerar ett handlingsalternativ som acceptabelt om det för samtliga kriterier överstiger ett bestämt standardvärde, medan den disjunktiva modellen klassificerar det som acceptabelt om standardvärdet uppfylles för åtminstone ett kriterium. I alla andra fall klassificeras alternativet som oacceptabelt. Som exempel på tillämpningar kan nämnas att Svensk Bilprovning utnyttjar en konjunktiv modell vid de årliga besiktningarna av svenska bilar.

Den *lexikografiska modellen* förmår vanligtvis dela upp handlingsalternativen i fler klasser än två. Modellen förutsätter att beslutsfattaren kan rangordna kriterierna i avtagande viktighetsordning. Rangordningen av alternativen sker utifrån det viktigaste kriteriet. Endast om några alternativ befinnes vara jämgoda vid en jämförelse enligt detta kriterium, separeras de med hjälp av det näst viktigaste kriteriet. Om därefter några alternativ fortfarande anses som lika, utnyttjas det näst viktigaste kriteriet osv. En utförlig beskrivning av den lexikografiska metoden, med exempel på tillämpningar, ges av Fishburn (1974).

De hittills presenterade modellerna åstadkommer en klassindelning eller i bästa fall en rangordning av handlingsalternativen. Vi skall nu gå över till den mest använda typen av modeller, vilken tilldelar varje handlingsalternativ ett nyttovärde uttryckt på en intervallskala. Låt oss för detta avsnitt föra in några begrepp. Låt ett handlingsalternativ beskrivas med hjälp av en vektor $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, där x_i är värdet av det i -te kriteriet. Viktigheten hos detta kriterium uttrycks genom koefficienten a_i . Funktionen u_i , vilken utgör en godtycklig transformationsfunktion, benämnes ofta endimensionell nyttofunktion. Vi söker värdet U , som anger den nytta som beslutsfattaren upplever av det aktuella handlingsalternativet x .

Modell	Formel
Additiv	$U(x) = a_1 u_1(x_1) + a_2 u_2(x_2) + \dots + a_n u_n(x_n)$
Konjunktiv	$U(x) = x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}$
Disjunktiv	$U(x) = \left(\frac{1}{c_1 - x_1}\right)^{a_1} \cdot \left(\frac{1}{c_2 - x_2}\right)^{a_2} \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{c_n - x_n}\right)^{a_n}$
Avstånds	$U(x) = \sqrt{a_1^2(c_1 - x_1)^2 + a_2^2(c_2 - x_2)^2 + \dots + a_n^2(c_n - x_n)^2}$
Exponentiell	$U(x) = e^{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n}$
Logaritmisk	$U(x) = a_1 \log x_1 + a_2 \log x_2 + \dots + a_n \log x_n$
Additiv med interaktionstermer	$U(x) = a_1 u_1(x_1) + a_2 u_2(x_2) + \dots + a_n u_n(x_n) +$ $+ a_{1,2} u_1(x_1) u_2(x_2) + a_{1,3} u_1(x_1) u_3(x_3) + \dots +$ $+ a_{n-1,n} u_{n-1}(x_{n-1}) u_n(x_n) + a_{1,2,3} u_1(x_1) u_2(x_2) u_3(x_3) + \dots$ $+ a_{1,2,\dots,n} u_1(x_1) u_2(x_2) \dots u_n(x_n)$

Tabell 1. Exempel på några flerkriteriemodeller.

Den vanligaste modellen är den *additiva*. Många andra modeller har föreslagits och utnyttjats. I tabell 1 har vi angivit några sådana. De konjunktiva och disjunktiva modeller som presenteras där utgör matematiska formuleringar av de modeller som presenterades ovan.

Modellerna skiljer sig åt bl.a. genom sitt antagande om kompensationsmöjligheter mellan kriterierna, dvs. huruvida ett lågt värde på ett kriterium kan uppvägas av ett högt värde på ett eller flera andra kriterier. De additiva modellerna antar att en sådan kompensation är möjlig, medan den är mer begränsad hos de övriga modellerna.

Den additiva modellen har utnyttjats av t.ex. Dawes (1971) för att prognosticera studieframgången hos doktorandsökanden, och av Moore och Baker (1969) och Souder (1972) för att välja FoU-projekt. Keeney (1973) använde den additiva modellen med interaktionstermer för att utvärdera flygplatsalternativ i Mexico City-regionen; Huber (1968) använde en konjunktiv modell för att utvärdera några militära transportsystem; Easton (1966) utnyttjade en avståndsmodell då ett företag skulle välja reklambyrå. Einhorn (1971) utnyttjade den konjunktiva och disjunktiva modellen i två problemsituationer.

Avslutningsvis bör nämnas att ett flertal teoretiska arbeten, laboratorieexperiment och jämförande empiriska undersökningar indikerar att den additiva modellen ofta ger nyttovärden som bättre överensstämmer med beslutsfattarens intuitiva uppfattning än de övriga modellerna. För en närmare diskussion, se Tell (1976).

3.2 Metoder

Som redan nämnts är de nyttoteorimodeller som tilldragit sig det största intresset de som ger nyttovärden på intervallskalenivå. Vi vill därför i denna metoddel koncentrera oss på metoder som är lämpliga för att skatta parametrar m.m. för dessa modeller, dvs. formlerna i tabell 1. Skattningsmetoderna kan indelas i fyra grupper – indirekta, direkta, hybrid och övriga metoder. Vi vill redogöra för dem en i sänder.

Indirekta metoder

De vanligaste metoderna är de indirekta och bland dem framför allt de statistiska teknikerna regressions-, diskriminant- och variansanalys. De indirekta metoderna bygger på att beslutsfattarens preferenser

härleds ur hans (hennes) tidigare beslut eller, om sådana data ej finns tillgängliga, från några speciellt utvärderade alternativ.

Om historiskt material, dvs. tidigare gjorda värderingar eller fattade beslut, finns tillgängligt behöver inga frågor ställas till beslutsfattaren. Ett underlag motsvarande tabell 2 finns då tillgängligt vilket direkt kan utnyttjas av den indirekta motoden för att bestämma den valda modellens koefficienter (a_i i tabell 1). Antalet värderade alternativ måste dock vara minst ett fler än antalet kriterier. Används t.ex. regressionsanalys, bestäms koefficienterna så att man minimerar summan av kvadraten på skillnaden mellan de nyttovärden som beslutsfattaren respektive modellen avger.

Det vanligaste förhållandet är emellertid att historiskt material saknas, och framför allt gäller detta nyttovärdena. Beslutsfattaren blir då tvungen att värdera ett antal (eventuellt hypotetiska) alternativ, innan den indirekta metoden kan utnyttjas.

Alternativ	Kriterier				Nyttovärde
	x_1	x_2	$x_3 \dots$	x_n	
A	10	125	10.1 ...	1.25	0.80
B	10	137	9.3 ...	1.20	0.63
C	8	99	16.1 ...	0.87	0.55
D	9	151	21.5 ...	1.65	0.93
.
.
.

Tabell 2. Underlag vid användning av indirekta metoder.

Direkta metoder

Två nackdelar med de indirekta metoderna är deras tidsåtgång om inte historiskt material finns tillgängligt samt behovet av dator för att ur materialet beräkna koefficienterna. De direkta metoderna uppvisar

inte dessa nackdelar, och det är ett skäl till att de tilldragit sig uppmärksamhet under de senaste åren. De karakteriseras av att beslutsfattaren direkt får uttrycka sina preferenser för de olika kriterierna.

Direkta metoder har under de senaste åren utarbetats av t.ex. Keeney (1973), Miller (1970) och Tell (1976). I Fishburn (1967) finns en god översikt över något äldre metoder. Principen för de direkta metoderna är att man först klarlägger om metodens förutsättningar är uppfyllda. Därefter får beslutsfattaren skatta de endimensionella nyttofunktionerna genom att ange sin nytta av olika värden för respektive kriterium. Slutligen får han ange hur viktiga de olika kriterierna är i förhållande till varandra. De exakta formuleringarna varierar mellan metoderna.

Hybridmetoder

Med hybridmetoder avser vi sådana metoder som innehåller vissa moment av direkt utfrågning av beslutsfattaren och några moment där dennes preferenser fastställs indirekt utifrån t.ex. fattade beslut. Huber, Daneshgar och Ford (1971) utnyttjade i en studie direkta frågor för att få beslutsfattaren att ange sina endimensionella nyttofunktioner (u_i), medan vikterna (a_i) fastställdes med hjälp av regressionsanalys.

Andra metoder

Förutom de ovan presenterade metoderna finns det ett antal ansatser som kan utnyttjas för speciella skattningar eller dylikt, och dem har vi fört samman under denna rubrik.

Grafisk framtagning av indifferenskurvor (vanligtvis enbart för två kriterier) är en möjlighet när det gäller att skatta en flerkriteriemodell. Sådana metoder har utvecklats av t.ex. MacCrimmon och Toda (1969). *Flerdimensionella skaltekniker* har också utnyttjats flitigt (Klahr, 1969). Vid användning av *interaktiva metoder* (se vidare nedan) för att lösa flerkriterieproblem kan transformationskvoterna för den optimala lösningen under vissa antaganden utnyttjas som koefficienter i en additiv modell, varefter denna modell kan utnyttjas i stället.

4. Matematisk programmering

Under de senaste åren har flera matematiska programmeringsmetoder utvecklats för att lösa flerkriterieproblem: linjär programmering, målprogrammering, vektormaximering och interaktiv programmering. Fastän dessa metoder i de flesta fall bygger på linjär programmering, har olika angreppssätt använts. Karaktäristiskt för dessa metoder är att de möjliga handlingsalternativen måste beskrivas matematiskt i form av ett antal restriktioner och kriteriefunktioner.

4.1 Linjär programmering

Med hjälp av linjär programmering kan praktiska problem med flera tusen restriktioner och variabler enkelt lösas. Linjär programmering kan utnyttjas för att lösa flerkriterieproblem om vi känner till beslutsfattarens vikter för de olika kriterierna, och om hans preferenser kan uttryckas i en linjär funktion.

4.2 Målprogrammering

Målprogrammeringen utvecklades av Charnes och Cooper (1961) i början på sextiotalet för att lösa flerkriterieproblem. Kornbluth (1973) diskuterar nyare utvecklingstendenser och presenterar en översikt över praktiska tillämpningar. Målprogrammering kan användas om följande två villkor är uppfyllda: för varje kriterium kan önskvärda eller acceptabla kvantiteter anges, och beslutsfattaren kan rangordna eller ge sina subjektiva vikter för de olika kriterierna. Idén bakom målprogrammering är att med hjälp av vanliga algoritmer för linjärprogrammeringsproblem finna den lösning som ligger »närmast« den vanligtvis inte tillåtna önskvärda lösningen.

Målprogrammering har kritiserats av t.ex. Dyer (1972) för sina restriktiva antaganden. Ett praktiskt problem gäller att bestämma vikterna till kriteriefunktionerna, men för detta kan man utnyttja flera av metoderna som presenterades i avsnittet om nyttoteori.

4.3 Vektormaximering

Många har studerat hur man skall generera samtliga effektiva (Pareto optimala) lösningar till ett flerkriterieproblem. (Se t.ex. Evans och Steuer (1973) och Philip (1972.) Fastän effektiva lösningsmetoder existerar är problemet svårt. Det är tveksamt om beslutsfattaren kan välja den i hans tycke bästa lösningen bland flera tusen (möjligen tiotusen) effektiva lösningar. Steuer (1976) har försökt lösa problemet genom att utveckla en lösningsmetod som bygger på idén bakom vektormaximering. Metoden ber beslutsfattaren att välja den bästa lösningen bland ett förhållandevis litet antal effektiva lösningar i varje iteration. Genom sitt val styr beslutsfattaren metoden så att den konvergerar till det område som innehåller hans optimala lösning.

4.4 Interaktiva metoder

Det har ansetts onödigt att bestämma en beslutsfattares totala nytto-modell då vanligtvis enbart en mindre del är nödvändig för beslutsfattandet (Roy, 1971). Det har vidare ansetts värdefullt att beslutsfattandet sker i samarbete mellan man och maskin, dvs. att man försöker utnyttja både beslutsfattarens och datorns egenskaper på ett sätt som skulle förbättra lösningsprocessen. En svårighet är emellertid att verifiera att de svar som beslutsfattaren lämnar på datorns (metodens) frågor verkligen representerar hans (implicita) preferenser. Geoffrion, Dyer och Feinberg (1972) har utvecklat en sådan metod som bygger på icke-linjär programmering för att lösa flerkriterieproblem. Metoden genererar en sekvens av möjliga lösningar, som till slut konvergerar till hans optimala lösning (om han varit konsistent i sina svar). Metoden har utnyttjats praktiskt för att utföra resursplanering vid ett universitet.

I ett experiment där några olika interaktiva metoder jämfördes har vi konstaterat att alla undersökta metoder inte fungerade särskilt bra för att lösa ett förhållandevis enkelt problem (Wallenius, 1975). En flerkriteriemetod som enbart kräver att beslutsfattaren besvarar ja/nej-frågor utvecklades därför (Zionts och Wallenius, 1976). Metoden genererar en sekvens av effektiva lösningar och under förhållan-

devis generella antaganden konvergerar dessa mot beslutsfattarens optimala lösning. Metoden har tillämpats på ett investeringsproblem i ett stålverk.

Ett flertal andra interaktiva flerkriteriemetoder har utvecklats av t.ex. Aubin och Näslund, Dyer, Fandel, Geoffrion och Hogan samt Hemming. Se vidare Tell och Wallenius (1976).

5. Sammanfattning

Med denna översikt har vi velat peka på ett antal olika sätt att lösa flerkriterieproblem samt visa på några tillämpningar av dessa metoder. Utvecklingen av nya metoder har varit snabb under det senaste decenniet, varför forskningsbehovet för närvarande ligger mer på tillämpningar och experimentella undersökningar för att fastställa metodernas för- och nackdelar. Dessa resultat kommer att utgöra ett värdefullt underlag för teoretiskt förbättringsarbete. De hittills rapporterade tillämpningarna tyder på att metoderna väl kan hjälpa beslutsfattare att värdera alternativ beskrivna med flera kriterier.

Referenser:

- Charnes, A., and Cooper, W. W., 1961, *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, Vol. I. Wiley, New York.
- Dawes, R. M., 1971, A Case Study of Graduate Admissions: Application of Three Principles of Human Decision Making. *American Psychologist*, 26, 180-88.
- Dyer, J. S., 1972, Interactive Goal Programming. *Management Science*, 19, No. 1, 62-70.
- Easton, A., 1966, A Forward Step in Performance Evaluation. *Journal of Marketing*, 30, 26-32.
- Einhorn, H. J., 1971, Use of Nonlinear, Noncompensatory Models as a Function of Task and Amount of Information. *Organizational Behavior and Human Performance*, 6, 1-27.
- Evans, J. P., and Steuer, R. E., 1973, A Revised Simplex Method for Linear Multiple Objective Programs. *Mathematical Programming*, 5, No. 1, 54-72.
- Fishburn, P. C., 1967, Methods of Estimating Additive Utilities. *Management Science*, 13, No. 7, 435-53.
- Fishburn, P. C., 1974, Lexicographic Orders, Utilities and Decision Rules: A Survey. *Management Science*, 20, No. 11, 1442-1471.
- Geoffrion, A., Dyer, J. S., and Feinberg, A., 1972, An Interactive Approach for Multicriterion Optimization with an Application to the Operation of an Academic Department. *Management Science*, 19, No. 4, 357-368.
- Huber, G. P., 1968, Multiplicative Utility Models in Cost Effectiveness Analysis. *Journal of Industrial Engineering*, 19, No. 3, XVII-XIX.
- Huber, G. P., 1974, Multi-attribute Utility Models: A Review of Field and Field-Like Studies. *Management Science*, 20, No. 10, 1393-402.
- Huber, G. P., Daneshgar, R., and Ford, D. L., 1971, An Empirical Comparison of Five Utility Models for Predicting Job Preferences. *Organizational Behavior and Human Performance*, 6, 267-82.
- Johnsen, E., 1968, *Studies in Multiobjective Decision Models*. Studentlitteratur, Lund.
- Keeney, R. L., 1973, A Decision Analysis with Multiple Objectives: The Mexico City Airport. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, No. 1, 101-17.
- Klahr, D., 1969, Decision Making in a Complex Environment: The Use of Similarity Judgments to Predict Preferences. *Management Science*, 15, No. 11, 595-618.
- Kornbluth, J., 1973, A Survey of Goal Programming. *Omega, The International Journal of Management Science*, 1, No. 2, 193-205.
- MacCrimmon, K. R., 1973, An Overview of Multiple Objective Decision Making. In Cochrane, J. L., and Zeleny, M. (eds.), *Multiple Criteria Decision Making*. University of South Carolina Press, Columbia, S.C.
- MacCrimmon, K. R., and Toda, M., 1969, The Experimental Determination of Indifference Curves. *Review of Economic Studies*, 36, No. 4, 433-50.
- Miller, J. R., III, 1970, *Professional Decision-Making: A Procedure for Evaluating Complex Alternatives*. Praeger Publishers, New York.
- Moore, J. R., Jr., and Baker, N. R., 1969, Computational Analysis of Scoring Models for R and D Project Selection. *Management Science*, 16, No. 4, B212-32.
- Philip, J., 1972, Algorithms for the Vector Maximization Problem. *Mathematical Programming*, 2, No. 2, 207-229.
- Roy, B., 1971, Problems and Methods with Multiple Objective Functions. *Mathematical Programming*, 1, No. 2, 239-266.
- Souder, W. E., 1972, A Scoring Methodology for Assessing the Suitability of Management Science Models. *Management Science*, 18, No. 10, B526-43.
- Steuer, R. E., 1976, An Interactive Linear Multiple Objective Programming Procedure Employing an Algorithm for the Vector-Maximum Problem. *Management Science* (i press).

- Tell, B., 1976, A Comparative Study of Some Multiple-Criteria Methods. EFI, Handelshögskolan, Stockholm.
- Tell, B., and Wallenius, J., 1976, A Survey of Multiple Criteria Decision Methods and Applications: Utility Theory and Mathematical Programming. EFI Working Paper No. 6058, Handelshögskolan, Stockholm.
- Terry, H., 1963, Comparative Evaluation of Performance Using Multiple Criteria. *Management Science*, 9, No. 3, 431-41.
- Wallenius, J. 1975, Interactive Multiple Criteria Decision Methods: An Investigation and an Approach. Handelshögskolan, Helsingfors.
- Zionts, S., and Wallenius, J., 1976, An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem. *Management Science*, 22, No. 6, 652-663.