Løsning af et mediaplanlægnings-problem

Af Lars Grønholdt*)

RESUMÉ

Nærværende artikel er et sammendrag af forfatterens store afhandling ved cand. merc.-eksamen sommeren 1974 inden for fagområdet operationsanalyse.

Artiklens mål *er at løse en klasse af mediaplanlægningsproblemer: hvorledes allokeres et reklamebudget optimalt på forskellige reklamemedia? Artiklens* metode *er den operationelle erhvervsøkonomi, forenet med systematisk kombination af viden fra eksisterende litteratur.*

Mediaplanlægningsproblemet kan ikke på tilfredsstillende måde afbildes på en af de fra litteraturen kendte optimeringsmodeller, hvorfor der med udgangspunkt i responsfunktionen og eksponeringsfrekvensfordelingen formuleres en ny og for vort formål mere relevant beslutningsmodel. Modellen gøres herefter operationel gennem en redegørelse for, hvorledes dens elementer måles. Løsningen af modellen sker ved en heuristisk løsningsmetode, der ikke kan sikre den optimale løsning, men giver en (nær)optimal løsning. Afslutningsvis refereres de vigtigste resultater af modellens anvendelse på et praktisk mediaplanlægningsproblem i en virksomhed.

*) Cand. merc., adjunkt, Institut for teoretisk Statistik, Handelshøjskolen i København.
Artiklen er indleveret i september 1974.

Løsning af et mediaplanlægnings-problem

Af Lars Grønholdt*)

RESUMÉ

Nærværende artikel er et sammendrag af forfatterens store afhandling ved cand. merc.-eksamen sommeren 1974 inden for fagområdet operationsanalyse.
Artiklens mål *er at løse en klasse af mediaplanlægningsproblemer: hvorledes allokeres et reklamebudget optimalt på forskellige reklamemedia?*
Artiklens metode *er den operationelle erhvervsøkonomi, forenet med systematisk kombination af viden fra eksisterende litteratur.*
Mediaplanlægningsproblemet kan ikke på tilfredsstillende måde afbildes på en af de fra litteraturen kendte optimeringsmodeller, hvorfor der med udgangspunkt i responsfunktionen og eksponeringsfrekvensfordelingen formuleres en ny og for vort formål mere relevant beslutningsmodel. Modellen gøres herefter operationel gennem en redegørelse for, hvorledes dens elementer måles. Løsningen af modellen sker ved en heuristisk løsningsmetode, der ikke kan sikre den optimale løsning, men giver en (nær)optimal løsning. Afslutningsvis refereres de vigtigste resultater af modellens anvendelse på et praktisk mediaplanlægningsproblem i en virksomhed.

*) Cand. merc., adjunkt, Institut for teoretisk Statistik, Handelshøjskolen i København.
Artiklen er indleveret i september 1974.

1. Problemformulering

1.1. *Virksomhedens mediaplanlægningsproblem*

Ved tilrettelæggelsen af en annoncering for et fast reklamebudget i en bestemt periode må enhver virksomhed træffe 2 typer valg (Ottesen, 1973b, s. 35): 1) Valg af den udformning, annoncen skal have, og 2) valg af de reklamemidler, som annoncens budskab skal formidles igennem. Artiklen vil vise en metode til valg af type 2, hvor det gælder om at bestemme hvor mange indrykninger af annoncen, der skal foretages i en række for problemet relevante reklamemedia, dvs. fastlægge den optimale værdi for et sæt af virksomhedens handlingsparametre. Vi vil udelukkende beskæftige os med trykte reklamemedia (aviser, ugeblade og magasiner) som formidlere af annoncens budskab. En samling eller gruppe af media, hvor der til hvert medium er knyttet oplysning om antal indrykninger, der skal foretages i mediet, vil vi kalde en mediakombination.
Virksomhedens delmålsætning, der gælder for salgsarbejdet, antages at være at maksimere salget for et givet reklamebudget. Men her er salget som målsætningsvariabel ikke operationel, da vi har meget vanskeligt ved at måle effekten af en mediakombination i salgskroner. Vi indfører derfor begrebet respons som et teoretisk udtryk for et individs reaktion på annoncens budskab. Respons udtrykkes som et reelt tal i intervallet $[0,1]$, og vi antager, at der er en positiv sammenhæng mellem respons og salget. Er først sammenhængen mellem mediaparameteren og respons fastlagt, kan vi ordne en række alternative mediakombinationer efter kriteriet respons og vælge den, der giver størst værdi.

1.2. *Grundlæggende forudsætninger og begreber*

En person, der læser eller ser i et blad, hvori en bestemt annonce er indrykket, har mulighed for at modtage eller sanse annoncens budskab; vi siger, at personen er eksponeret for den pågældende annonce. Vi regner med, at en persons respons på en annonces budskab er afhængig af det antal gange, han har haft mulighed for at se annoncen, altså antal eksponeringer. Denne sammenhæng udtrykkes ved responsfunktionen. Med det i afsnit 1.1. indførte respons-begreb er responsfunktionen altså en afbildning af de ikke-negative tal på intervallet $[0,1]$.
Det antages, at personer, der læser eller ser i et medium, alle har samme

mulighed for at blive opmærksom på annoncens indhold. Vi forudsætter også, at alle media, der indgår i en mediakombination, har samme evne til at bringe budskabet videre til læseren, når annoncen er indrykket i samme tekniske udførelse.
Tre vigtige begreber i relation til vort problem er elementærdækningen for et medium samt brutto- og nettodækningen for en mediakombination. Lad m være antallet af media, der indgår i kombinationen, og lad x_j angive, hvor mange gange (= i hvor mange numre), annoncen indrykkes i medium j ($j = 1, 2, \ldots, m$). x_j kan antage ikke-negative heltalsværdier. En kombination af disse m media vil vi kalde mediakombinationen $(x_1, x_2, \ldots, x_m) = X$. Vi kan nu definere følgende (jfr. f. eks. Schyberger (1965, s. 22ff)):

Elementærdækning b_j for medium j: Det gennemsnitlige antal personer i målgruppen, der læser et nummer af medium j.

Bruttodækning $B(X)$: Summen af elementærdækningerne b_j multipliceret med x_j for de m media, der indgår i kombinationen X, dvs. det totale antal eksponeringer for annoncen i målgruppen. Eller opskrevet i symboler:

$$B(X) = B(x_1, x_2, \ldots, x_m) = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j.$$

Nettodækning $N(X)$: Antal personer i målgruppen, der læser mindst ét nummer, i hvilket annoncen findes, blandt de m media, der indgår i kombinationen X, dvs. antal personer i målgruppen, der eksponeres mindst én gang.

Ved at indrykke en annonce én gang i medium i og én gang i medium j vil der være personer, der eksponeres 2 gange for annoncen, nemlig de, der læser både medium i og j; antallet af disse læsere benævnes dobbeltdækningen mellem i og j. For en kombination af m media kan vi på grund af overlapning i læserskarerne altså komme ud for dobbelt-, tertiær-, kvartær-, . . . , m-dækning.
Ved at indrykke annoncen i flere numre af samme medium, vil vi ikke komme i kontakt med de samme mennesker hver gang, idet der finder en vis læserkredsudskiftning sted fra nummer til nummer. Det antal personer, der læser mindst ét af et voksende antal gennemsnitlige numre af

mediet, kaldes den akkumulative nettodækning (jfr. Schyberger (1965, s. 26)).

Af dette afsnit fremgår det, at problemet omkring allokering af et annoncebudget er meget komplekst. Vi kan ikke foretage en isoleret betragtning af ét medium for at vurdere dets egnethed til at indgå i en optimal mediakombination, men må foretage en samlet bedømmelse af en kombination af media.

1.3. *Endelig problemformulering*

Der findes normalt et meget stort antal mulige kombinationsmuligheder af media og indrykninger (se herom senere i afsnit 4.2.). Da der desuden er grund til at antage, at forskellige kombinationer giver forskellig grad af målopfyldelse, foreligger der altså et problem for virksomheden, nemlig at finde den mediakombination, der er optimal i relation til målsætningen.

Mediaplanlægningsproblemet kan sammenfattende formuleres således: Beslutningstageren har på forhånd truffet beslutning om 1) reklamebudgettets størrelse for en given periode, 2) definition af en målgruppe, som annoncens budskab henvender sig til, 3) udformningen af annoncen og dens tekniske krav til mediet (f. eks. farve og størrelse) samt 4) en gruppe af m media, der udgør de mulige formidlere af annoncens budskab.

Problemet er nu at bestemme værdien af beslutningsvariablene x_1, x_2, $\ldots$, x_m ($x_j = 0, 1, 2, \ldots$), således at denne mediakombination – alt andet lige – er optimal i relation til virksomhedens målsætning, dvs. giver størst samlet respons i målgruppen, eller – ækvivalent hermed – giver størst mulig gennemsnitlig respons pr. målgruppeindivid.

Det er klart, at reklamebudgettets størrelse lægger visse grænser for det totale antal indrykninger. Det gælder altså om at foretage en optimal allokering af budgettet på de m media.

2. Afbildning af problemet på en model

Vi skal nu foretage et modelvalg, dvs. finde kausalrelationen mellem beslutningsvariablene og målsætningsvariablen. Det er naturligt at starte søgningen efter en tilfredsstillende, operationel model blandt de modeller, der er beskrevet i litteraturen.

2.1. *Søgning blandt kendte modeller*

Inden for mediaplanlægningen har især lineære programmeringsmodeller, 0–1 heltallige modeller og simulationsmodeller været forsøgt anvendt; se Gensch (1973), Little og Lodish (1969) og Christensen m.fl. (1973). Hos Grønholdt (1974, s. 31ff) gives en vurdering af en række af disse metoder, hvoraf 2 skal omtales ganske kort.
Et vigtigt kritikpunkt mod lineær programmering er, at der kræves en kriteriefunktion, som skal være en lineær funktion af antallet af indrykninger. Dette betyder, at værdien af 10 eksponeringer af 1 person har samme effekt som 1 eksponering af 10 personer, dvs. der regnes med en lineær responsfunktion. Linearitetsforudsætningen betyder, at det mest effektive medium vil blive anvendt et maksimalt antal gange, hvorefter det næstbedste vil udnyttes mest muligt osv., indtil budgettet er opbrugt. Desuden kan der ikke tages hensyn til multidækningsfænomenet, som blev omtalt i afsnit 1.2., og endelig er der ved anvendelse af lineær programmering ikke mulighed for at tage hensyn til eventuelle rabatter ved gentagen anvendelse af samme medium.
I Erhvervsøkonomisk Tidsskrift har Christensen m.fl. (1973) beskrevet en 0–1 heltalsmodel til løsning af mediaplanlægningsproblemet. Forfatterne har som mål at nå ud til en vis brøkdel af den opstillede målgruppe (dvs. en minimum nettodækning) og blive inden for en given budgetramme på en sådan måde, at de mennesker, der ser annoncen, ser den flest mulige gange. Kriteriefunktionen er altså $\frac{\text{bruttodækning}}{\text{nettodækning}}$, der benævnes gennemsnitlig frekvens, som ønskes maksimeret under visse betingelser. Som det ses, er målsætningen ikke identisk med vor problemformulerings målsætning.
Et kritikpunkt mod Christensen m.fl.'s model er, at der er indført en minimumsgrænse for nettodækningen, hvorefter den gennemsnitlige frekvens maksimeres. Betragt nemlig 2 mediakombinationer A og B med en dækning på henholdsvis 80 % og 72 % og med en gennemsnitlig frekvens på henholdsvis 2,5 og 4,0. Ved anvendelse af denne model vil beslutningstageren med en minimumsdækning på 70 % – alt andet lige –

foretrække alternativ B frem for A. Dette valg behøver ingenlunde at være optimalt i relation til vor målsætning; det afhænger ganske af responsfunktionens form!
Konklusionen hos Grønholdt (1974, s. 36f) af disse vurderinger af kendte modeller er, at vi ikke ser os i stand til på tilfredsstillende måde at anvende en af disse modeller som afbildning af vort problem. Grunden hertil er, at de forudsætninger, der er nedfældet i problemformuleringen, ikke passer ind i de forudsætninger, modellerne er opbygget efter. Vi forsøger derfor i det følgende afsnit at formulere en ny og for vort formål mere relevant modelstruktur.

2.2. *Formulering af ny modelstruktur*

Fra afsnit 1.2. haves, at sammenhængen mellem antal eksponeringer og respons udtrykkes ved responsfunktionen. Responsfunktionens form skal belyses i det følgende afsnit 2.2.1. Endnu et begreb, som skal omtales nedenfor i afsnit 2.2.2., er eksponeringsfrekvensfordelingen, der er defineret som fordelingen af læsere i målgruppen på antallet af gange, de eksponeres.
Afsnit 2.2.3. vil herefter vise, hvorledes disse sammenhænge kan kombineres til en beslutningsmodel.

2.2.1. *Responsfunktionens form*

Broadbent og Segnit (1967) har foretaget en grundig analyse af foreliggende empiriske data og har på baggrund heraf en tro på en degressiv responsfunktion (Broadbent og Segnit, 1967, s. 207). Senest har Ottesen (1973a) i sin disputats opbygget en teori om responsfunktionens form på en række hypoteser fra adfærdsteorien om konsumenternes handlemåde. Ottesen (1973a, s. 72) konkluderer sin teori således: »Vor point er ikke, at S-formede responsfunktioner er utænkelige, men at de degressive responsfunktioner, vi har formuleret, repræsenterer en rimelig tilnærmelse til virkeligheden . . .« Både Broadbent og Segnit (1967) og Ottesen (1973a) er altså med hver sit udgangspunkt nået frem til at vælge den degressive responsfunktion som den mest realistiske.
Vi vil nu finde en matematisk formulering af en degressiv responsfunktion, således at respons udtrykkes som et tal i intervallet [0,1]. Benævnes respons ved y eksponeringer som $W(y)$, foreslår bl. a. Lee (1962, s. 236) og Broadbent og Segnit (1967, s. 207) følgende funktion, som også vi

vil anvende: $W(y) = 1 \div r^y$, hvor $0 \leq r < 1$. r er responsfunktionens parameter. Fig. 2.2.1. viser eksempler på responsfunktioner med alternative r-værdier, og det ses, at små værdier af r (tæt ved 0) giver et stærkt degressivt forløb, mens store værdier af r (tæt ved 1) giver en mindre degressiv funktionsform.

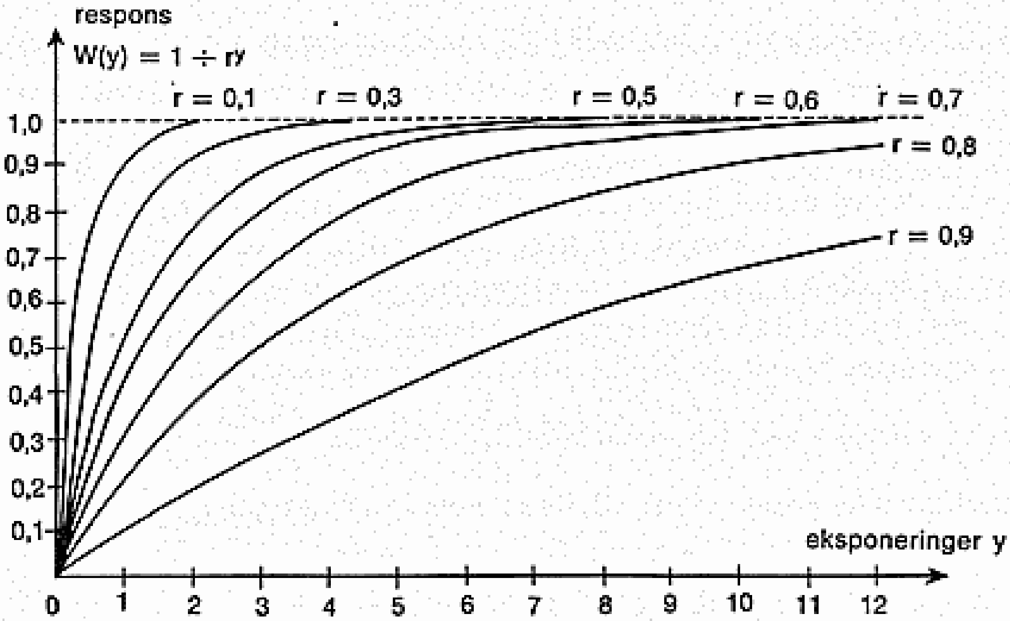

Fig. 2.2.1. Responsfunktioner med alternative værdier for parameteren r.

2.2.2. *Eksponeringsfrekvensfordelingen*

Lad os atter betragte en mediakombination bestående af m media, hvor x_j angiver antal indrykninger i medium j $(j = 1, 2, \ldots, m)$. De læsere, der ser *alle* numre af *alle* m media vil blive eksponeret $\sum_{j=1}^{m} x_j = S$ gange. Der er altså mulighed for eksponeringsværdier på $y = 0, 1, 2, \ldots, S$. Vi vil lade H_y angive antallet af personer i målgruppen, der eksponeres netop y gange.

2.2.3. *Kombination af de opstillede sammenhænge til en model*

På grundlag af den opstillede responsfunktion og eksponeringsfrekvensfordeling skal vi nu etablere den søgte sammenhæng mellem mediakombinationen X og dennes værdi af målsætningsvariablen (respons).

Lad M være antallet af personer i målgruppen. Den gennemsnitlige respons pr. målgruppeindivid fås da – ved indsættelse af den valgte degressive responsfunktion – som

$$R^*(X) = \frac{1}{M} \sum_{y=0}^{s} W(y)H_y = \frac{1}{M} \sum_{y=1}^{s} (1 \div r^y)H_y.$$

$R^*(X)$ er beliggende i intervallet [0,1], og er netop vor målsætningsvariabel.

Her er problemet imidlertid at få bestemt alle H_y'erne, hvilket ikke kan lade sig gøre med det til rådighed stående datamateriale (Dansk Media Index). Vi må derfor omformulere $R^*(X)$, således at vi får et operationelt maksimeringskriterium. Vi deler målgruppens M personer i 2 grupper: 1) de $N(X)$ personer, der eksponeres mindst én gang, og 2) de $M \div N(X)$, der ikke eksponeres for annoncen. Det gennemsnitlige antal eksponeringer blandt de $N(X)$ personer, der eksponeres for annoncen, kan vi udtrykke ved den gennemsnitlige frekvens, $\frac{B(X)}{N(X)}$. En gennemsnitseksponeret person vil da udvise en respons af størrelsen

$$W\left(\frac{B(X)}{N(X)}\right) = 1 \div r^{\frac{B(X)}{N(X)}}.$$

Da der er $N(X)$ personer, der eksponeres for annoncen, og da respons hos de øvrige $M \div N(X)$ er $W(0) = 0$, fås den gennemsnitlige respons i hele målgruppen som

$$R^*(X) \approx R(X) = \left(1 \div r^{\frac{B(X)}{N(X)}}\right)\frac{N(X)}{M}.$$

Det vil senere fremgå, at dette er et operationelt udtryk for den gennemsnitlige respons pr. målgruppeindivid og kan derfor anvendes som kriteriefunktion i modellen. Det gælder da om at vælge en kombination X, således at $R(X)$ ved givet r maksimeres under visse restriktioner, som herefter skal formuleres.

Beslutningsvariablene $x_1, x_2, \ldots, x_m$ kan kun antage ikke-negative heltalsværdier. Endvidere skal der lægges en øvre grænse n_j på værdien af x_j, afhængig af dels planlægningsperiodens længde og dels det pågældende mediums udgivelseshyppighed. Disse restriktioner kan udtrykkes ved $x_j = 0, 1, 2, \ldots, n_j$; $j = 1, 2, \ldots, m$. Den næste restriktion er, at reklameomkostningerne ved mediakombinationen ikke må overskride budgettet, hvis størrelse vi kalder P. Lad c_{ij} være prisen for i indrykninger i medium j. Budgetrestriktionen kan da opstilles således:

$$\sum_{j=1}^{m} c_{x_j j} \leq P \quad \forall\, x_j \neq 0.$$

Ved denne formulering kan der også tages hensyn til eventuelle rabatter ved gentagen anvendelse af samme medium. Flere restriktioner kan selvfølgelig indlægges, men disse vil være af subjektiv art og afhængig af den konkrete problemstilling; vi skal ikke her lægge flere begrænsninger på løsningsmulighederne.

Den partielle, deterministiske og statiske beslutningsmodel, vi er nået frem til som en tilfredsstillende afbildning af mediaplanlægningsproblemet, kan sammenfattende opskrives således:

Maksimer $$R(X) = \left(1 \div r^{\frac{B(X)}{N(X)}}\right)\frac{N(X)}{M}$$

under hensyntagen til

(1) $$\sum_{j=1}^{m} c_{x_j j} \leq P \quad \forall\, x_j \neq 0$$

(2) $$x_j = 0, 1, 2, \ldots, n_j, \quad j = 1, 2, \ldots, m.$$

3. Måling af modellens elementer

Vor næste opgave bliver at måle de elementer, der indgår i modellen. Dette afsnit skulle gerne præsentere en tilfredsstillende metode til måling af modelelementerne, thi først da kan vi sige, at modellen er operationel og derfor anvendelig til løsning af et praktisk mediaplanlægningsproblem. Ved måling af nogle af elementerne i modellen vil vi anvende data fra Dansk Media Index (herefter forkortet DMI), der belyser læservanerne hos personer på 15 år og derover i Danmark.

Først skal målgruppen defineres, dvs. vi må specificere ét eller flere individkendetegn; alle, som har dette/disse kendetegn, indgår i målgruppen. Målgruppens størrelse må hentes fra DMI, da vi jo vil benytte den publikation som kilde for vore øvrige data. Derfor må individkendetegnene være identiske med de inddelinger i materialet, som DMI angiver, således at vi kan søge oplysninger om netop denne gruppe personers læservaner.

Målingen af bruttodækningen volder ikke beregningsmæssige problemer, da vi kan finde de enkelte medias elementærdækninger i målgruppen i DMI, og derfor kan bestemme bruttodækningen ved anvendelse af formlen i afsnit 1.2., jfr. Christensen m.fl. (1973, s. 24).

Vi får imidlertid vanskeligheder ved målingen af nettodækningen. Lad den akkumulative nettodækning ved x_j indrykninger i medium j, dvs. antal personer, der eksponeres mindst én gang af x_j numre af medium j, være symboliseret ved $a(j, x_j)$. Og lad $d(i, x_i, j, x_j)$ være antal personer, der læser mindst ét af x_i numre af medium i, og samtidig mindst ét af x_j numre af medium j, dvs. dobbeltdækningen mellem medium i med x_i indrykninger og medium j med x_j indrykninger.

I en kombination af m media kan nettodækningen beregnes ved anvendelse af den generelle additionssætning fra sandsynlighedsregningen, der for vort formål får udseendet:

$$N(X) = \sum_{j=1}^{m} (\div 1)^{j \div 1} D_j,$$

hvor D_1 er summen af de akkumulative nettodækninger, D_2 summen af alle parvise dobbeltdækninger blandt de m media, D_3 summen af tertiærdækninger og D_s summen af alle mulige s-dækninger. Med de data, vi har til rådighed i DMI, kan vi imidlertid kun beregne

$$D_1 = \sum_{j=1}^{m} a(j, x_j) \qquad \text{og} \qquad D_2 = \sum_{i=1}^{m \div 1} \sum_{j=i+1}^{m} d(i, x_i, j, x_j),$$

og kan altså ikke beregne nettodækningen på denne måde for en kombination af 3 eller flere media. Det ville da også være meget omstændeligt at finde alle D_s'erne for en rimelig stor kombination af media.

Den franske mediaforsker J.-M. Agostini har udviklet en metode til estimation af nettodækningen, som udelukkende anvender D_1 og D_2. Agostini (1961) påstår, at der eksisterer en funktionel sammenhæng mellem $\frac{N(X)}{D_1}$ og $\frac{D_2}{D_1}$. Til fastlæggelse af den konkrete sammenhæng havde

Agostini en fransk undersøgelse, som angiver den eksakte nettodækning for et stort antal kombinationer af 15 ugeblade. Agostini valgte herfra 98 samhørende værdier af D_1, D_2 og $N(X)$, og fandt følgende meget nøje sammenhæng mellem $N(X)/D_1$ og D_2/D_1:

$$\frac{N(X)}{D_1} = \frac{1}{1{,}125 \dfrac{D_2}{D_1} + 1}.$$

Herfra fås straks et udtryk til beregning af nettodækningen, som vi jo søger:

$$N(X) = \frac{1}{1{,}125 \dfrac{D_2}{D_1} + 1} D_1$$

Dette udtryk kaldes Agostini's formel. På franske media giver formlen meget nøjagtige resultater, jfr. Agostini (1961, s. 14). Også i andre lande er der foretaget beregninger, der synes at vise formlens generelle gyldighed; se f. eks. Bower (1963) og Caffyn og Sagovsky (1963). Lohmann (1963) har foretaget en bedømmelse af formlens anvendelighed for danske ugeblade, og denne undersøgelse giver så gode resultater, at vi vil anvende den her skitserede metode ved måling af nettodækningen. Beregningen af D_1 og D_2 fremgår direkte af udtrykkene ovenfor og volder ingen beregningsmæssige problemer ved anvendelse af DMI's dobbeltdækningstabeller og frekvens/akkumulations/repetitions-tabeller; beregningseksempler er vist hos Christensen m.fl. (1973, s. 24f) og Grønholdt (1974, s. 62ff).

Fastlæggelsen af værdien af responsfunktionens parameter r er noget usikker og vil afhænge af beslutningstagerens subjektive skøn, dersom han ikke har empiriske undersøgelser for det pågældende marked som grundlag. Det er klart, at en række forhold, f. eks. konkurrencesituation, varens art og annoncens udformning, indgår i overvejelserne ved valget af r. Hos Broadbent og Segnit (1967, s. 207ff) findes en række metoder, der kan støtte beslutningstageren ved fastlæggelsen af den for problemet relevante responsfunktion. Som følge af den subjektivitet og usikkerhed, der ligger i målingen af r, bliver en vigtig opgave ved optimeringen at studere den optimale mediakombinations følsomhed over for ændringer i parameteren r. Viser der sig nemlig meget lille følsomhed, er gevinsten ved at kunne angive r mere nøjagtigt måske minimal.

Vi mangler nu blot at kunne måle modelelementerne c_{ij}, P samt n_j ($j = 1, 2, \ldots, m$); jfr. modelformuleringen i afsnit 2.2.3. Disse parametre volder imidlertid ingen måleproblemer. I dette afsnit har vi redegjort for, hvorledes den formulerede models elementer kan måles, dvs. vi har gjort modellen operationel.

4. Løsning og test af modellen

Det næste skridt bliver at løse modellen, dvs. bestemme den mediakombination X, der under de givne betingelser maksimerer R(X).

4.1. *Løsningsmetoder for heltalsproblemer*

Vor model er *heltallig*, men kan ikke karakteriseres som en heltallig lineær model, da kriteriefunktionen ikke er en lineær funktion af variablene $x_1, x_2, \ldots, x_m$. Derfor kan vi ikke anvende en af de løsningsmetoder, der normalt kan finde anvendelse på lineære heltalsproblemer, f. eks. Cutting Plane eller Branch and Bound, da disse principper direkte udnytter kriteriefunktionens linearitet ved optimeringen (jfr. f. eks. Wagner (1972, s. 459–480)). En tredie metode er Implicit Enumeration (Wagner, 1972, s. 480–485), der imidlertid kun kan anvendes ved løsning af 0–1 heltallige problemer. Dette sidste princip er anvendt af Christensen m.fl. (1973) ved løsning af deres model, der blev omtalt i afsnit 2.2. Forfatterne finder i et eksempel den optimale kombination blandt ialt $3^9 = 19.683$ mulige løsninger. Heraf opfyldte 12.105 kombinationer beslutningstagerens restriktioner. Selve kørslen af dette problem skete på Århus Universitets CDC 6400-datamat, og det tog ca. et kvarter, før den optimale mediakombination var fundet.

4.2. *Problemets kombinatoriske egenskaber*

Vi lader $n_1 = n_2 = \ldots = n_m = n$. For hvert medium kan beslutningsvariablen være $x_j = 0, 1, \ldots, n$, altså antage én af $(n + 1)$ forskellige heltal. Da vi har m media til rådighed, vil det totale antal kombinations-

muligheder være $(n + 1)^m$, når vi ikke tager hensyn til budgetrestriktionen. Det er klart, at antallet af brugbare alternativer oftest vil være noget mindre, afhængig af budgettets størrelse.
Sammenhængen mellem antal kombinationsmuligheder (såvel brugbare som ikke-brugbare) og m og n er stærkt progressiv, hvilket er illustreret i fig. 4.2. Heraf ses det, at mediaproblemet ikke skal være ret stort, før antallet af mulige mediakombinationer bliver af enorm størrelsesorden. Det problem, som Christensen m.fl. (1973) løste, havde som før nævnt knap 20.000 mulige mediakombinationer, $(m = 9, n = 2)$. Ved blot at forøge m fra 9 til 10, og n fra 2 til 3, bliver antallet af mulige mediakombinationer mere end 50 gange større!

n	antal kombinations-muligheder for $m = 10$: $(n+1)^{10}$
4	$0{,}977 \cdot 10^7$
8	$0{,}349 \cdot 10^{10}$
12	$0{,}138 \cdot 10^{12}$
16	$2{,}016 \cdot 10^{12}$
17	$3{,}570 \cdot 10^{12}$
18	$6{,}131 \cdot 10^{12}$
19	$10{,}240 \cdot 10^{12}$
20	$16{,}680 \cdot 10^{12}$

(1)

m	antal kombinations-muligheder for $n = 8$: 9^m
4	$0{,}656 \cdot 10^4$
6	$0{,}531 \cdot 10^6$
8	$0{,}430 \cdot 10^8$
12	$0{,}282 \cdot 10^{12}$
13	$2{,}542 \cdot 10^{12}$
14	$22{,}877 \cdot 10^{12}$
15	$205{,}890 \cdot 10^{12}$
16	$1853{,}010 \cdot 10^{12}$

(2)

Fig. 4.2. Illustration af mediaproblemets kombinatoriske egenskaber. m = antal media, n = højeste antal indrykninger i hvert medium. I (1) er $m = 10$ og n varierer, mens $n = 8$ og m varierer i (2).

4.3. *Heuristisk løsningsmetode*

Disse betragtninger omkring de kombinatoriske egenskaber ved problemet og dermed også for modellen sammenholdt med løsningstiden for Christensen m.fl.'s i omfang yderst beskedne problem, fører til, at vi i rimeligt store mediaplanlægningsproblemer ikke kan anvende algoritmer, der garanterer en optimal løsning; thi da ville regnetiden blive utilladelig stor. For at reducere den betydelige regnetid, må vi altså udvikle nye beslutningsregler, der – omend ikke kan sikre den optimale løsning – vil give en nær-optimal mediakombination.

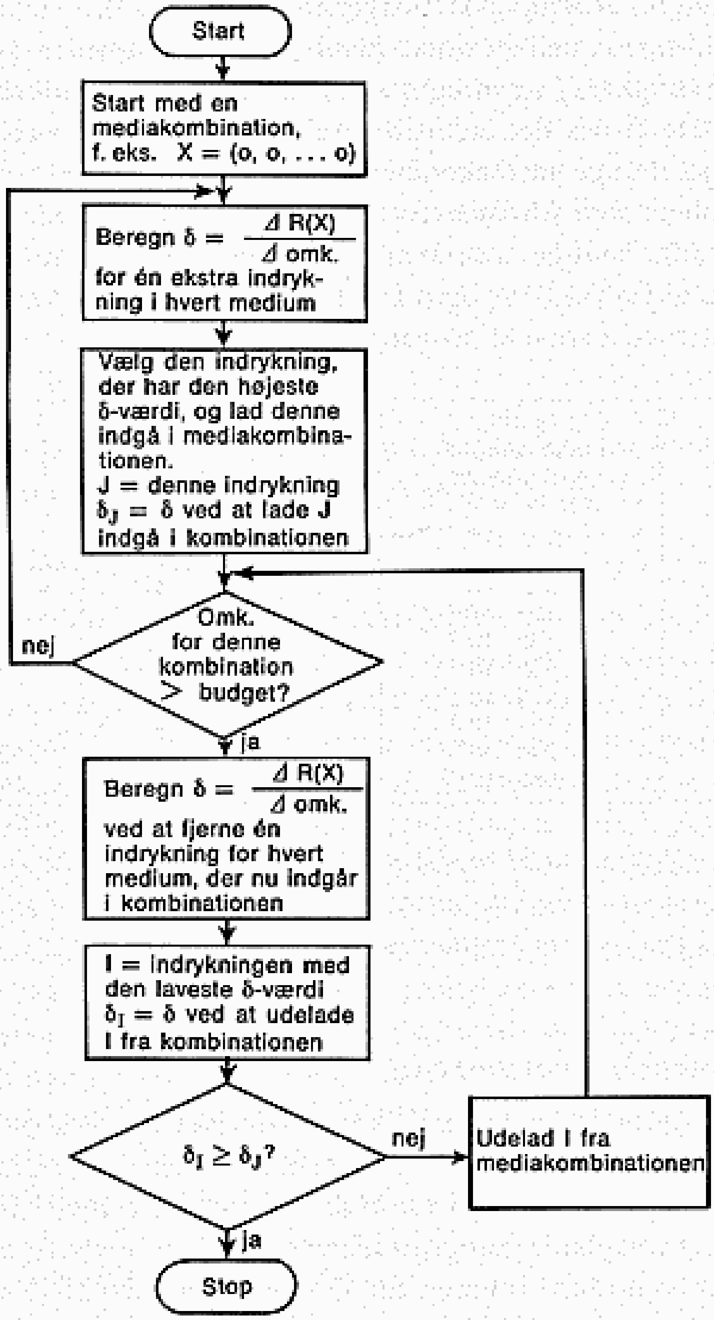

Fig. 4.3. Principskitse for algoritmen til løsning af modellen.

En sådan heuristisk løsningsmetode er vist i fig. 4.3., som i sit princip bygger på den af Little og Lodish (1969) udviklede heuristik. Algoritmen søger mod en optimal løsning ved at lade én indrykning ad gangen indgå i/udelades fra en funden mediakombination. Den indrykning, der giver størst stigning i respons pr. kr. skal indgå i kombinationen, mens den indrykning, der giver mindst fald i respons pr. kr. skal udelades fra kombinationen. Fremgangsmåden synes logisk, og det ses af figuren, at der sker en søgeproces omkring budgetstørrelsen, og at den bliver mere og mere centreret omkring det punkt, hvor den optimale mediakombination ligger, dvs. at man har en stadig konvergens mod den optimale løsning, men ingen garanti for at nå den.
For at sikre en rimelig løsning må vi stille den betingelse, at prisen for en indrykning skal være lille i forhold til den samlede budgetstørrelse.
Det fremgår af principskitsen i fig. 4.3., at den løsning, algoritmen giver, vil overskride budgettet en smule; dette forhold kan man evt. tage højde for ved budgetfastlæggelsen.

4.4. *Test af løsning*

Som det er fremgået, er mediaproblemet et komplekst problem med stor datamængde. EDB er derfor et velegnet hjælpemiddel ved den konkrete løsning af modellen.
Programmeringen er foretaget i FORTRAN IV med henblik på kørsel på Handelshøjskolens lokale datamat, General Automation 18/30.
Et spørgsmål er, hvor »tæt« algoritmen evner at komme den optimale løsning. For at besvare dette spørgsmål betragtede jeg 4 tilfældigt valgte ugeblade med mulighed for indtil 5 indrykninger i hvert blad. I et særligt konstrueret EDB-program fik jeg genereret og udskrevet alle $(5 + 1)^4 = 1296$ mulige mediakombinationer og værdien af kriteriefunktionen for alternative r-værdier. Derefter lod jeg modellen og EDB-systemet løse problemet med at finde den optimale mediakombination, og systemet fandt ved en række forskellige budgetstørrelser og r-værdier frem til netop den optimale kombination! Afhængig af budgettets størrelse og værdien af parameteren r, skulle algoritmen kun anvende 5–13 iterationer for blandt de 1296 mulige at finde den optimale kombination. Testresultaterne er så gode, at vi uden betænkelighed vil anvende algoritmen og antage dens resultater for tilfredsstillende, (nær)optimale

mediakombinationer ved løsning af konkrete mediaplanlægningsproblemer.

5. Anvendelse af modellen på et praktisk problem

Modellen er forsøgt anvendt hos en større virksomhed, der havde en annoncekampagne kørende i ugeblade og magasiner. Her havde man hidtil benyttet sig af kvalitative skøn på grundlag af beregnede tal for dækning og gennemsnitlig frekvens for nogle få, på forhånd valgte mediakombinationer, men man følte et behov for anvendelse af en egentlig beslutningsmodel.

Beslutningstageren valgte en gruppe af mediamuligheder (ugeblade og magasiner), definerede målgruppen, gav et skøn over responsfunktionens form (værdien af r), besluttede sig for budgettets størrelse for en 3 måneders periode og udformningen af den pågældende annonce. Givet disse forhold samt data om annoncepriser og læservaner samt maksimalt antal indrykninger i hvert medium, blev modellen anvendt ved løsningen af det foreliggende problem.

Der blev foretaget en række sensitivitetsanalyser, hvis formål var at få et indtryk af, dels hvor kritisk den optimale mediakombination er, og dels hvor kritiske input-variablenes nøjagtighed er (får især betydning for responsfunktionens parameter r).

Som de vigtigste resultater af de foretagne EDB-kørsler skal nævnes følgende:

Den mediakombination, som modellen angav som løsning, gav for en hvilken som helst værdi af r ($0 \leq r < 1$) mindst 10 % større værdi af målsætningsvariablen (gennemsnitlig respons pr. målgruppeindivid) end den mediaplan, der – til samme reklameomkostninger – realiseredes af virksomheden i en tidligere periode (for den r-værdi, som beslutningstageren anså for realistisk, var forskellen i gennemsnitlig respons 16 %).

Et studium af mediakombinationerne ved varierende r-værdier viste, at responsparameterens nøjagtighed inden for vide grænser ikke er særlig kritisk. Dette betyder, at målingen af r ikke behøver at være yderst nøjagtig.

Disse sensitivitetsanalyser viste også, at jo større r-værdi, vi vælger, desto større gennemsnitlig frekvens, men mindre dækning, opnår vi for de samme annoncekroner. Ved at lade r variere fra 0 mod 1 sker der en stadig kraftigere koncentration af indsatsen på få media. Troen på en lineær responsfunktion medfører altså, at reklameindsatsen koncentreres på få media, mens en degressiv responsfunktion trækker i retning af spredning.

Ved at ændre budgetstørrelsen kan sammenhængen mellem omkostninger og gennemsnitlig respons for en række (nær)optimale mediakombinationer studeres. Denne sammenhæng kan beskrives ved en degressiv funktion, hvilket er en direkte følge af forudsætningen om responsfunktionens form: For lille r (tæt ved 0) er respons/omkostningskurven stærkt degressiv og for stor r (tæt ved 1) er kurven mindre degressiv. Gensch (1973, s. 104–107) refererer en række empiriske undersøgelser, der alle viser en sådan degressiv sammenhæng mellem respons (målt på forskellig måde) og anvendte reklamekroner.

Gennem sensitivitetsanalyser, hvor budgetstørrelsen varierer, kan modellen også anvendes til at bestemme den mediakombination, der giver en bestemt gennemsnitlig respons for mindst mulige annoncekroner.

For den pågældende virksomhed førte sådanne sensitivitetsanalyser til mediakombinationer, der (ved alle værdier af r) gav samme gennemsnitlige respons, men var billigere end den af virksomheden anvendte mediaplan (for den r-værdi, som beslutningstageren anså for realistisk, kunne opnås samme respons, men anvendes 35 % færre annoncekroner end hidtil ved at benytte den mediakombination, som modellen gav som løsning).

Efter anvendelsen af mediaplanlægningssystemet havde vi mulighed for at se på computertiden. Kørselstiden på datamat afhænger især af antallet af nødvendige iterationer, dvs. først og fremmest af budgettets størrelse, samt antal media i medialisten. For det refererede problem, der omfattede 11 media, skulle algoritmen ved den fastlagte budgetstørrelse gennem 25–30 iterationer (afhængig af værdien af r) for at nå frem til en (nær)optimal mediakombination, og det tog ca. $^1/_2$ min. i computertid. (Sammenlign her med ca. 1 kvarter i kørselstid for Christensen m.fl.'s langt mindre problem; jfr. afsnit 4.2.).

6. Konklusion

Indledningsvis blev artiklens mål formuleret som at løse en klasse af mediaplanlægningsproblemer. Dette mål er efter min mening nået.

Vi har i artiklen konstrueret en praktisk anvendelig model til løsning af problemet med at foretage en optimal allokering af reklamebudgettet på forskellige reklamemedia. Dette problem løses oftest i praksis uden anvendelse af beslutningsmodeller, men alene ved et subjektivt skøn, evt. på grundlag af tal som dækning og gennemsnitlig frekvens for nogle ganske få, på forhånd valgte mediakombinationer.

Den præsenterede model giver altså mediaplanlæggeren mulighed for at forbedre sit beslutningsgrundlag. Modellens anvendelse på praksis viser da også, at den pågældende virksomhed – under de gjorte forudsætninger – har mulighed for at anvende sine annoncekroner på en måde, der giver større grad af målopfyldelse end hidtil opnået.

Referencer:

1. Agostini, J.-M.: *How to Estimate Unduplicated Audiences*, s. 11–14 i Journal of Advertising Research, 1961, vol. 1, nr. 3.
2. Bower, J.: *Net Audiences of U.S. and Canadian Magazines: Seven Tests of Agostini's Formula*, s. 13–20 i Journal of Advertising Research, 1963, vol. 3, nr. 1.
3. Broadbent, S. R. & S. Segnit: *Response Functions in Media Planning* (The Thomson Organisation Medals and Awards for Advertising Research 1967), s. 187–238 i Ten Years of Advertising Media Research 1962–1971. London, 1972.
4. Caffyn, J. M. & M. Sagovsky. *Net Audiences of British Newspapers: A Comparison of the Agostini and Sainsbury Methods*, s. 21–25 i Journal of Advertising Research, 1963, vol. 3, nr. 1.
5. Christensen, J., H. Lindemann & B. Obel: *Mediaplanlægning ved hjælp af heltalsprogrammering*, s. 17–28 i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1973, vol. 37, nr. 1.
6. Gensch, D. H.: *Advertising Planning, Mathematical Models in Advertising Media Planning*. Amsterdam, 1973.
7. Grønholdt, L.: *Løsning af et mediaplanlægningsproblem: En model til optimal fordeling af et reklamebudget på forskellige reklamemedia*. København, 1974 (ikke publiceret).
8. Johnsen, E.: *Analyseprocessen*, s. 95–114 i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1964, vol. 28, nr. 2.
9. Lee, A. M.: *Decision Rules for Media Scheduling: Static Campaigns*, s. 229–242 i Operational Research Quarterly, 1962, vol. 13, nr. 3.
10. Little, J. D. C. & L. M. Lodish: *A Media Planning Calculus*, s. 1–35 i Operations Research, 1969, vol. 17, nr. 1.
11. Lohmann, E.: *Nyt hjælpemiddel ved mediaplanlægningen*, s. 33–43 i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1963, vol. 27, nr. 1.
12. Ottesen, O.: *Studier i virksomhedens mediabeslutninger* (disputats). København, 1973.
13. Ottesen, O.: *Udformning af kommunikation*, s. 35–49 i Ottesen, O. (red.): Det kommunikationsbevidste salg. København, 1973.
14. Schyberger, B. W.: *Methods of readership research*. Lund, 1965.
15. Wagner, H. M., *Principles of Operations Research, With Applications to Managerial Decisions*. London, 1972.

Vi har i artiklen konstrueret en praktisk anvendelig model til løsning af problemet med at foretage en optimal allokering af reklamebudgettet på forskellige reklamemedia. Dette problem løses oftest i praksis uden anvendelse af beslutningsmodeller, men alene ved et subjektivt skøn, evt. på grundlag af tal som dækning og gennemsnitlig frekvens for nogle ganske få, på forhånd valgte mediakombinationer.

Den præsenterede model giver altså mediaplanlæggeren mulighed for at forbedre sit beslutningsgrundlag. Modellens anvendelse på praksis viser da også, at den pågældende virksomhed – under de gjorte forudsætninger – har mulighed for at anvende sine annoncekroner på en måde, der giver større grad af målopfyldelse end hidtil opnået.

Referencer:

1. Agostini, J.-M.: *How to Estimate Unduplicated Audiences*, s. 11–14 i Journal of Advertising Research, 1961, vol. 1, nr. 3.
2. Bower, J.: *Net Audiences of U.S. and Canadian Magazines: Seven Tests of Agostini's Formula*, s. 13–20 i Journal of Advertising Research, 1963, vol. 3, nr. 1.
3. Broadbent, S. R. & S. Segnit: *Response Functions in Media Planning* (The Thomson Organisation Medals and Awards for Advertising Research 1967), s. 187–238 i Ten Years of Advertising Media Research 1962–1971. London, 1972.
4. Caffyn, J. M. & M. Sagovsky. *Net Audiences of British Newspapers: A Comparison of the Agostini and Sainsbury Methods*, s. 21–25 i Journal of Advertising Research, 1963, vol. 3, nr. 1.
5. Christensen, J., H. Lindemann & B. Obel: *Mediaplanlægning ved hjælp af heltalsprogrammering*, s. 17–28 i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1973, vol. 37, nr. 1.
6. Gensch, D. H.: *Advertising Planning, Mathematical Models in Advertising Media Planning*. Amsterdam, 1973.
7. Grønholdt, L.: *Løsning af et mediaplanlægningsproblem: En model til optimal fordeling af et reklamebudget på forskellige reklamemedia*. København, 1974 (ikke publiceret).
8. Johnsen, E.: *Analyseprocessen*, s. 95–114 i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1964, vol. 28, nr. 2.
9. Lee, A. M.: *Decision Rules for Media Scheduling: Static Campaigns*, s. 229–242 i Operational Research Quarterly, 1962, vol. 13, nr. 3.
10. Little, J. D. C. & L. M. Lodish: *A Media Planning Calculus*, s. 1–35 i Operations Research, 1969, vol. 17, nr. 1.
11. Lohmann, E.: *Nyt hjælpemiddel ved mediaplanlægningen*, s. 33–43 i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1963, vol. 27, nr. 1.
12. Ottesen, O.: *Studier i virksomhedens mediabeslutninger* (disputats). København, 1973.
13. Ottesen, O.: *Udformning af kommunikation*, s. 35–49 i Ottesen, O. (red.): Det kommunikationsbevidste salg. København, 1973.
14. Schyberger, B. W.: *Methods of readership research*. Lund, 1965.
15. Wagner, H. M., *Principles of Operations Research, With Applications to Managerial Decisions*. London, 1972.