Mediaplanlægning ved hjælp af heltalsprogrammering

John Christensen,**) Hans Lindemann,**)
Børge Obel**)

Resumé

Vi vil i det følgende foreslå en metode, med hvilken man kan løse en klasse af mediaplanlægningsproblemer. Metoden bygger på tanker fremsat af Agostini [1], [2] *og anvendelse af heltalsprogrammering. Mediaplanlægningsproblemet formuleres som et heltalsprogram, og dette løses ved hjælp af en implicit enumeration teknik. Desuden vil vi anvende metoden på et praktisk eksempel.*

Problemstillingen

Når man skal lave en annoncekampagne for et eller flere produkter, skal man bl. a. vælge, hvilke medier man vil anvende, og hvor intenst man vil bruge disse i kampagneperioden.
Vi vil begrænse os til det tilfælde, hvor man har ét produkt eller én produktkombination, som man skal lave en annoncekampagne for, og hvor man kun har én annoncetype, der skal anvendes i alle de udvalgte medier. Grunden til denne begrænsning er, at der er store problemer med at bestemme forskellige annoncers indbyrdes forhold, og vi er endnu ikke i stand til at overvinde disse.
Problemet er nu at udvælge de medier, som skal indgå i kampagnen, og at bestemme med hvilken intensitet (antal gange pr. tidsenhed), man skal annoncere i disse, for at kampagnen bliver »bedst« mulig. Ved en sådan kampagne vil man være interesseret i at nå ud til flest mulige af de mennesker, der menes at være potentielle aftagere af produktet; den gruppe vil vi kalde målgruppen. Desuden er man interesseret i, at de mennesker, der ser annoncen, ser den flest mulige gange, thi des flere gange folk har set en annonce for et produkt, jo større er chancen for, at de køber produktet. Endelig vil man også være interesseret i at anvende mindst mulige ressourcer. Hvilke af de tre ovenstående mål, der anses for det vigtigste, afhænger af produktets natur, markedets struktur o.s.v.

*) Artiklen modtaget januar 1973.
**) Stud. scient. oecon., Aarhus Universitet.

Mediaplanlægning ved hjælp af heltalsprogrammering

John Christensen,**) Hans Lindemann,**)
Børge Obel**)

Resumé

Vi vil i det følgende foreslå en metode, med hvilken man kan løse en klasse af mediaplanlægningsproblemer. Metoden bygger på tanker fremsat af Agostini [1], [2] *og anvendelse af heltalsprogrammering. Mediaplanlægningsproblemet formuleres som et heltalsprogram, og dette løses ved hjælp af en implicit enumeration teknik. Desuden vil vi anvende metoden på et praktisk eksempel.*

Problemstillingen

Når man skal lave en annoncekampagne for et eller flere produkter, skal man bl. a. vælge, hvilke medier man vil anvende, og hvor intenst man vil bruge disse i kampagneperioden.
Vi vil begrænse os til det tilfælde, hvor man har ét produkt eller én produktkombination, som man skal lave en annoncekampagne for, og hvor man kun har én annoncetype, der skal anvendes i alle de udvalgte medier. Grunden til denne begrænsning er, at der er store problemer med at bestemme forskellige annoncers indbyrdes forhold, og vi er endnu ikke i stand til at overvinde disse.
Problemet er nu at udvælge de medier, som skal indgå i kampagnen, og at bestemme med hvilken intensitet (antal gange pr. tidsenhed), man skal annoncere i disse, for at kampagnen bliver »bedst« mulig. Ved en sådan kampagne vil man være interesseret i at nå ud til flest mulige af de mennesker, der menes at være potentielle aftagere af produktet; den gruppe vil vi kalde målgruppen. Desuden er man interesseret i, at de mennesker, der ser annoncen, ser den flest mulige gange, thi des flere gange folk har set en annonce for et produkt, jo større er chancen for, at de køber produktet. Endelig vil man også være interesseret i at anvende mindst mulige ressourcer. Hvilke af de tre ovenstående mål, der anses for det vigtigste, afhænger af produktets natur, markedets struktur o.s.v.

*) Artiklen modtaget januar 1973.
**) Stud. scient. oecon., Aarhus Universitet.

Vi har hermed tre mål, som man ønsker opfyldt på en gang, altså at maksimere de to første og minimere det sidste på samme tid.
At gøre dette er ikke praktisk muligt, og man må så vælge, hvilket mål man vil maksimere/minimere, og derefter stille minimums/maksimumskrav til de øvrige to mål. Vi har som eksempel valgt at ville nå ud til en vis brøkdel af den opstillede målgruppe og blive inden for en given budgetramme på en sådan måde, at de mennesker, der ser annoncen, ser den flest mulige gange. Et sådant valg vil bl. a. være rimeligt i tilfælde, hvor produktet nok er kendt i målgruppen, men endnu ikke slået fast i denne.
Dette resulterer i, at man skal løse følgende 3 problemer, hvor 1 og 2 skal være løst, før man begynder på problem 3:

Man har givet en annoncetype.
1) Bestem hvilke medier, der skal tages i betragtning.
2) Bestem målgruppen.
3) Bestem med hvilken intensitet (som kan være 0) medierne skal anvendes, således at man får den »bedst« mulige dækning (jfr. ovenfor).

ad 1) og 2): Hvilke medier der skal tages i betragtning, og hvordan målgruppen skal se ud, afhænger af producenten, produktets struktur o.s.v. Målgruppen og hvilke medier der skal tages i betragtning, anses i det følgende for kendt.

Løsningen af problemet

Tilbage står det kombinatoriske problem at finde de optimale intensiteter for de givne medier. Dette problem er det samme som flg. matematiske programmeringsproblem:

$$\text{Maksimer} \quad \frac{B(x_{11} \ldots x_{k_1 1}, x_{12} \ldots x_{k_2 2}, \ldots, x_{1l} \ldots x_{k_l l})}{N(x_{11} \ldots x_{k_1 1}, x_{12} \ldots x_{k_2 2}, \ldots, x_{1l} \ldots x_{k_l l})}$$

u.b.b.

$$(1) \qquad \sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{k_l} c_{ij} x_{ij} \leqq M$$

$$(2) \quad N(x_{11}, \ldots, x_{k_l l}) \geqq F \cdot K$$

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{k_l} x_{ij} \leqq 1 \qquad\qquad j = 1, \ldots, l$$

$$x_{ij} \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

Notationen dækker følgende for at begynde forneden:

$x_{ij} = 1$ betyder, at der skal annonceres med intensitet nr. i i media nr. j
$x_{ij} = 0$ betyder, at der *ikke* skal annonceres med intensitet nr. i i media nr. j
at $x_{ij} = 0 \quad \forall i = 1, \ldots, k_j$ vil altså sige, at media nr. j ikke skal anvendes i kampagnen (eller intensiteten $= 0$).

k_j er det antal intensiteter, der skal tages i betragtning, og da der kun kan annonceres med én intensitet i hvert media, svarer det til, at for hvert j er der maksimalt et i $(1 \leqq i \leqq k_j)$, hvor $x_{ij} = 1$ eller

$$\sum_{i=1}^{k_j} x_{ij} \leqq 1.$$

$N(x_{11} \ldots, x_{lk_l})$, nettodækningen, er det antal personer fra målgruppen, der ser annoncen mindst én gang, hvis der annonceres med kombinationen $(x_{11} \ldots, x_{k_l l})$.

Da der ovenfor krævedes, at en vis brøkdel af målgruppen ser annoncen mindst én gang, vil det her sige, at der kræves $N(x_{11} \ldots, x_{k_l l}) \geqq K \cdot F$, hvor K er målgruppens størrelse, og F er den brøkdel, vi ønsker at nå, for at kombinationen $(x_{11} \ldots, x_{k_l l})$ kan accepteres.

Der var endvidere givet et budget, M, som ikke måtte overskrides. Det koster c_{ij} kroner at annoncere med intensitet nr. i i media nr. j, dvs. at udgiften ved at annoncere med kombinationen $(x_{11} \ldots, x_{k_l l})$ er

$$\sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{k_j} c_{ij}x_{ij}.$$ Denne måtte ikke overskride M, altså har vi

$$\sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{k_j} c_{ij}x_{ij} \leqq M$$ for de kombinationer, der kan accepteres.

Alle løsninger, som kan accepteres, kaldes de brugbare løsninger.

Vi skal nu finde den »bedste« af de brugbare løsninger. Hvis $B(x_{11} \ldots x_{k_l l})$ er det antal gange annoncen ses (bruttodækningen) er

$$\frac{B(x_{11} \ldots x_{k_l l})}{N(x_{11} \ldots x_{k_l l})}$$ netop det gennemsnitlige antal gange en person ser annoncen, givet at han ser den mindst én gang. Ifølge vor målsætning er det netop denne brøk, vi ønsker at maksimere.

For at løse det opstillede heltalsproblem, må vi kunne beregne $B(x_{11} \ldots x_{k_l l})$ og $N(x_{11} \ldots x_{k_l l})$. Det er klart, at $B(x_{11} \ldots x_{k_l l}) =$

$\sum_{j=1}^{l} \sum_{i=1}^{k_l} b_{ij}x_{ij}$, hvor b_{ij} er det antal gange media nr. j med intensitet nr. i læses.

Nettodækningen volder straks større problemer. Man kunne selvfølgelig bruge den fra sandsynlighedsregningen så velkendte sætning

$$※ \{ \bigcup_{t=1}^{n} A_t \} = \sum_{s=1}^{n} (\div 1)^{s+1} S_s,$$

hvor A_t'erne er givne mængder og ※ A_t er antallet af elementer i A_t. I vores tilfælde skulle A_t betegne mængden af personer, der læser mindst ét nummer af media/intensitet nr. t (vi har her nummereret den betragtede kombination om, således at vi har nummereret de x_{ij}, der er lig 1 fortløbende fra 1 til n), og S_s skulle betegne summen af antallet af personer, der læser mindst et nummer fra hver af givne s A-mængder, og hvor vi summerer over alle de måder, vi kan udtage s mængder af de n.

Da det ville være alt for omstændeligt at finde S_s'erne, har vi valgt at bruge en metode, udviklet af J. M. Agostini [2], der kun bruger S_2 (dobbeltdækningen):

Hvis vi sætter $A = \sum_{t=1}^{n} A_t$, kan vi definere to størrelser:

$$z := \frac{N}{A} \text{ og } x = \frac{S_2}{A}$$

Agostini påstår så, at der er en funktionel sammenhæng mellem z og x, altså

$$\exists f : z = f(x).$$

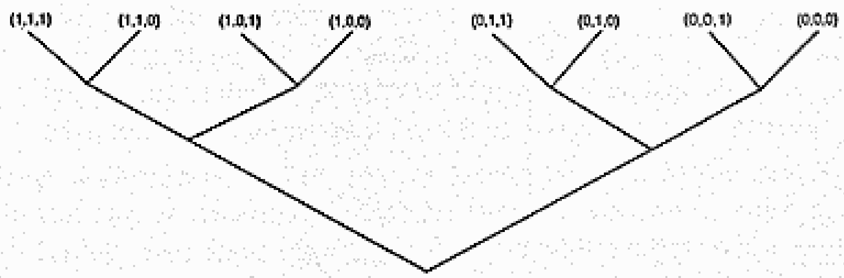
Ved at tegne forskellige værdier af z og x op mod hinanden har Agostini fundet, at

$$z = \frac{1}{1{,}128x + 1} \quad \text{eller } N = \frac{A^2}{1{,}128S_2 + A}$$

Agostini har efterprøvet formlen på en række franske aviser og ugeblade med gode resultater. Svenskeren Bo W:son Schyberger [7] har derimod undersøgt formlen for en række svenske blade med et ret nedslående resultat. Desværre har vi ikke kunnet finde en tilsvarende dansk undersøgelse, men da vi ved at formlen bruges kraftigt i praksis, har vi uden ret mange skrupler valgt at bruge den.

Til løsning af det opstillede matematiske programmeringsproblem vil vi anvende en implicit enumeration teknik, jfr. [4], [5], [6], [8]. Denne

teknik går ud på at undersøge samtlige 2^m mulige løsninger ($m =$ antal mediakombinationer). Undersøgelsen kan være direkte eller indirekte ved hjælp af nogle tests.
Implicit enumeration kan opfattes som en træstruktur, hvor man starter fra bunden (se figur 1) og vandrer opad. Når man bevæger sig til venstre i et knudepunkt sættes en variabel lig 1, og når man går til højre, sættes variablen lig 0. Ved træets endepunkter har man 2^m grene »strittende ud«, og disse grene repræsenterer de 2^m mulige løsninger. Man kan da opstille nogle tests, som afgør, om det er muligt at finde den optimale løsning, hvis man bevæger sig ud af den gren, man betragter. Er det ikke muligt »skæres grenen af«. Heraf ses, at det ikke er nødvendigt at gå ud i samtlige 2^m »træender«, og des før en gren »skæres af«, des bedre.
Knudepunkterne kaldes partielle løsninger, thi her har man fastlagt nogle variable, mens de andre kan variere (de frie variable). Den naturlige efterfølger til en partiel løsning er den løsning, hvor man sætter alle de frie variable til 0.



Figur 1.

Her er et problem med 3 variable. De $2^3 = 8$ mulige løsninger står i træenderne.

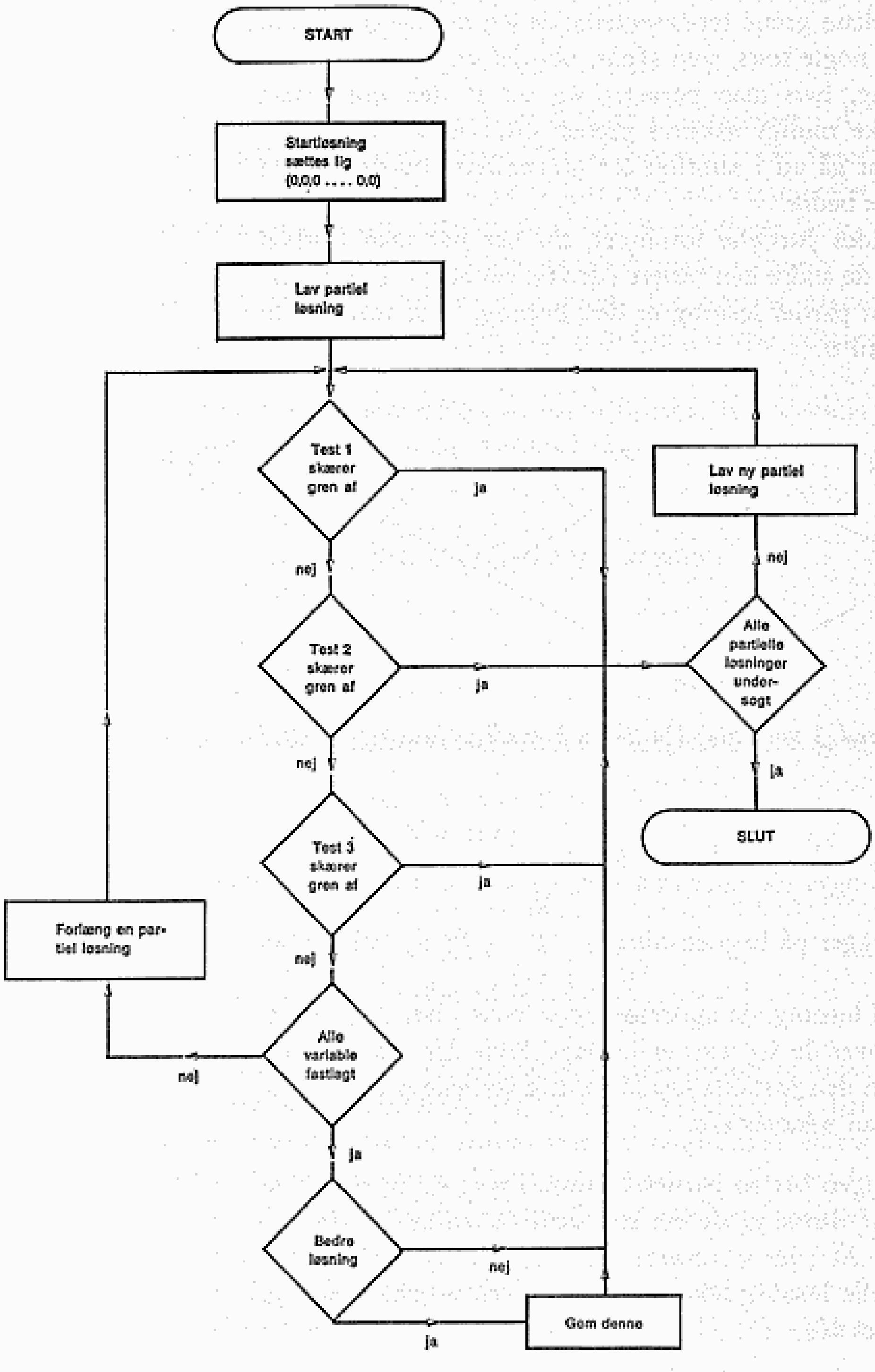
Til vores problem har vi brugt følgende 3 tests:

Test 1: Dette test bygger på begrænsningen $\sum_{i=1}^{k_j} x_{ij} \leqq 1 \;\; \forall j$. Antag vi står med en partiel løsning, da undersøges for hvert j om $\Sigma\, x_{ij} \leqq 1$, hvor der summeres over de x_{ij}, som er fastlagt. Hvis der for ét j gælder, at $\Sigma\, x_{ij} > 1$, kan den partielle løsning aldrig forlænges til brugbar løsning, og grenen kan »skæres af«.

Test 2: Antag, at vi igen har en partiel løsning. Da $c_{ij} \geqq 0$, har vi, at enhver forlængelse af denne er dyrere end dens naturlige efterfølger, så hvis $\Sigma\,\Sigma\, c_{ij}\, x_{ij} > M$ (der summeres igen over de x_{ij}, som er fastlagt), kan den partielle løsning ikke forlænges til en brugbar løsning, og grenen kan »skæres af«.

Test 3: Antag, at vi har en partiel løsning. Vi vil nu undersøge, om det er muligt med denne som udgangspunkt at nå op på den krævede dækning af målgruppen. Den maksimale dækning af målgruppen med den partielle løsning som udgangspunkt fås ved at udvide denne på en sådan måde, at vi skal annoncere med maksimalt mulige intensiteter i

Figur 2.



de medier, den partielle løsning ikke påbyder os at annoncere i. Hvis man på den måde ikke kan opnå den ønskede dækning, »skæres grenen af«. Selve gangen i den algoritme, vi har brugt, ses af flowchartet i figur 2.

Et eksempel

For at vise metoden anvendt i praksis hjalp en reklamekonsulent os med at finde et praktisk eksempel. Vi skulle lave en annoncekampagne for et nyt rengøringsmiddel i ugeblade og magasiner. Kampagnen skulle løbe i 4 måneder, og der skulle bruges en på forhånd fastlagt annonce.

Målgruppen var blevet fastlagt til:

a. Husmødre, som er medlem af en husstand på mindst 3 personer.
b. Undtaget er lærlinge, studerende, elever m.v., og pensionister og andre ude af erhverv.
c. Husstanden skal mindst have en indtægt på 18.000 kr.

Desuden havde fabrikanten følgende krav til kampagnen:
Høj indrykningsfrekvens.
Dækning af mindst 75–80 % af målgruppen.
Ønske om at dække de samme læsere flest mulige gange.
Man havde et budget på 176.000 kr. i hver af de 4 måneder.

Udover de konkrete ønsker, som er nævnt ovenfor, havde man forestillinger om, at det antal gange, en læser så annoncen, helst skulle være fordelt over flere uger, og at man så vidt muligt skulle undgå, at man i samme uge så annoncen i flere blade. Dette var ikke praktisk muligt at efterkomme, da bladene dels bliver læst flere uger efter deres fremkomst, og da de forskellige blade ligeledes udkommer forskudt i forhold til hinanden.

Ud fra de øvrige ønsker, som var fremkommet fra fabrikantside, lavede vi følgende målsætning for vort problem:

Da der var ønsket en høj indrykningsfrekvens, splittede vi problemet op i de 4 måneder, som kampagnen skulle løbe over. Inden for hver måned ville vi så maksimere $\frac{\text{Bruttodækningen}}{\text{Nettodækningen}}$ således, at vi nåede ud til mindst 75 % af målgruppen uden at budgettet blev sprængt. Tillige kunne man kun annoncere 0, 2 eller 4 gange i ugebladene, og 0, 1 eller 2 gange i de øvrige blade, der udkommer hver 14. dag. Dette giver i alt 3 intensiteter at vælge imellem, eller $k_j = 2$ for samtlige blade, idet 0 gange svarer til hverken 2 eller 4 gange pr. måned.

Af hensyn til problemets størrelse sorterede vi de ugeblade og magasiner fra, som havde den mindste dækning af vor målgruppe, og derved kom vi frem til at tage følgende blade i betragtning: Familie Journalen, Samvirke, Billed Bladet, Alt for Damerne, Hjemmet, Søndags B.T., Se og Hør, Ude og Hjemme samt Motor.

For at kunne løse vort problem mangler vi blot at finde de nødvendige data, og da vi ikke har haft midler og muligheder for at skaffe de størrelser, vi skal bruge, har vi måttet nøjes med at transformere de tal, vi har kunnet finde i »Dansk Media Index« 1971.

Vi vil her kort skildre den fremgangsmåde, vi har brugt til bestemmelse af de enkelte størrelser. For ikke at gøre nøjagtigheden større, end den er, er alle tal opgivet i hele tusinde.

Målgruppe: Da det er umuligt at bestemme antallet af husmødre, der opfylder punkterne a, b og c på side 17 samtidig, kun ved brug af Dansk Media Index, nøjedes vi med at betragte husmødre med en husstand på mindst 3 personer, idet vi mener, at denne gruppe ikke omfatter ret mange lærlinge, studerende, elever m.v., samt at næsten ingen af disse husstande tjener under 18.000 kr. Dette tal ses at være 43 % af 1707000 = *734.000.*

Bruttodækning: Betragt f. eks. Alt for Damerne. Vi ser at 49 % af de husmødre, der læser Alt for Damerne, kommer fra husstande med over 3 personer. Endvidere ses, at 274.000 husmødre læser Alt for Damerne.

Heraf sluttes at bruttodækningen for 1 nr. er 134.000, for 2 nr. 269.000 og for 4 nr. 537.000. Det samme gøres for de andre blade.

Dækning inden for hver kombination (A_t): Vi ønsker at finde nettodækningen inden for hver gruppe.

Hvis gruppen kun består af ét nummer, er nettodækningen klart lig bruttodækningen.

Hvis gruppen består af to numre af et blad, belyses problemet af flg. eksempel for Alt for Damerne 1: Vi ser, at 214.000 læser 2 ud af 2 numre af bladet. Idet vi håber på, at vores målgruppe opfører sig ligesom »alle husmødre«, slutter vi, at 49 % af 214.000 = 105.000 læser 2 ud af 2. Dette tal trækkes fra bruttotallet (269.000), og nettotallet er 164.000.

Hvis gruppen består af 4 numre, er fremgangsmåden som følger: 194.000 læser 4 numre ud af 4 af Alt for Damerne, 21.000 læser 3 ud af 4, og 58.000 læser 2 ud af 4. De overskydende er 3 × 194.000 + 2 × 21.000 + 58.000 = 682.000. 49 % heraf er 334.000. Dette tal trækkes fra bruttotallet (537.000), og nettotallet er 203.000.

Vi ved, at dobbeltdækningen S_2 kan findes ved hjælp af følgende formel:

$$S_2 = \sum_{j=1}^{1} \sum_{i=1}^{2} \sum_{r=1}^{m} \sum_{s=1}^{2} RD(j,i,r,s)x_{ij}x_{rs}$$

hvor RD(j,i,r,s) er dobbeltdækningen mellem blad j med intensitet i og blad s med intensitet r i Dansk Media Index' forstand.

Dobbeltdækning mellem kombinationerne: Her må vi også håbe på, at læsevanerne er de samme inden for målgruppen, som blandt husmødre som helhed. Lad os igen tage et eksempel: Vi ser, at 38 % af Alt for Damernes læsere også læser Billed Bladet, mens 26 % af Billed Bladets læsere også læser Alt for Damerne. 2 numre af Alt for Damerne læses af 164.000. 38 % heraf er 62.000. 2 numre af Billed Bladet læses af 191.000. 26 % heraf er 50.000. Dobbeltdækningen siges så at være gennemsnittet heraf, 56.000.

Priser: Annoncepriserne har vi fået fra de omtalte ugeblade og magasiner.

Vi implementerede vor algoritme i Algol 60 og kørte vort problem på Aarhus Universitets CDC 6400. Vi fandt følgende optimale strategi:

4 gange i Familie Journalen
0 gange i Samvirke
4 gange i Billed Bladet
0 gange i Alt for Damerne
4 gange i Hjemmet
2 gange i Søndags B.T.
4 gange i Se og Hør
4 gange i Ude og Hjemme
0 gange i Motor

Det skulle koste 175.880 kr., give en nettodækning på 625.000 (ca. 88 % af målgruppen) og en bruttodækning på 3.355.000. Dette giver en optimal værdi af kriteriefunktionen på 5,4. Vi har lavet en følsomhedsanalyse på budgetbegrænsningen, hvor vi kørte med et budget på 170.000 kr. og 200.000 kr. Alle blade undtagen Søndags B.T. holdt sig konstant ved de tre kørsler. Søndags B.T. indgår i de optimale strategier på følgende måde:

170.000 kr.: 0 gange
176.000 kr.: 2 gange
200.000 kr.: 4 gange.

Hertil skal dog bemærkes, at ved kørsel med et budget på 190.000 kr. bliver det 4 gange Søndags B.T. og kun 2 gange Ude og Hjemme.

En ting man kunne hæfte sig ved er den høje nettodækning (ca. 88 %).

Det viser sig desværre, at den maksimale annoncering på 4 gange i samtlige ugeblade og 2 gange i de øvrige blade giver en nettodækning på 807.000, altså en overskridelse af antal husmødre i målgruppen (734.000) med 10 %. At vi har godtaget denne overskridelse skyldes, at vi regner med, at 90–95 % af husmødrene i løbet af en måned læser mindst 1 af de undersøgte ugeblade, således at den reelle overskridelse bliver på ca. 20 %. Grunden til overskridelsen, mener vi, er unøjagtighed i bestemmelsen af data.

Selve kørslen tog, med budgetbegrænsning på 176.000 kr., 850 sek., altså ca. et kvarter, og da lagerplads ikke er noget problem, er det kun køretiden, der er knap. For at undersøge vore tests' virkning satte vi nogle tællere på. Test 1 skar grene af 6958 gange, test 2 1734 gange og test 3 1142 gange; det ses altså, at alle tests har virket temmelig mange gange. Det kan lige bemærkes, at der var 12.105 bladkombinationer, der opfyldte de 3 betingelser, fabrikanten havde stillet.

Dataproblemer

Det viser sig desværre, at selv om vi havde haft direkte adgang til svarene på de spørgeskemaer, »Gallup Markedsanalyse A/S« benytter som grundlag for »Dansk Media Index«, havde vi ikke været i stand til at finde de korrekte tal til vores konkrete problem. De tal, vi kom til at mangle, er A_t'erne (mængden af personer, der læser mindst ét nummer af media/intensitet nr. t), idet Gallup ikke stiller spørgsmål til udregning af Akkumulations- og Repetitionstabellen i Dansk Media Index. Dette problem er ikke større end at hvis man vil bruge metoden, for gode ord og penge kunne få Gallup til at stille de ønskede spørgsmål.

Hvad værre er, man kender ikke den usikkerhed, der skyldes, at svarene ikke er helt i overensstemmelse med sandheden. Et eksempel herpå kan man få ved at sammenligne antallet af læsere af et ugeblad fra strukturtabellen med summen af dem, der læser hhv. 1, 2, 3 eller 4 numre ud af 4 af de pågældende blade, og her konstatere, at det sidste altid er betydelig højere end det første.

Afsluttende bemærkninger

Ovenstående beskriver en metode, som giver et godt beslutningsgrundlag for at tilrettelægge en annoncekampagne.

Vi har vist, hvorledes man griber sagen an, hvis man vælger en af sine målsætninger som den primære.

Vi valgte $\frac{B}{N}$ som primær målsætning og de øvrige som sekundære målsætninger.

Tit vil man komme ud for, at man vil vælge en anden målsætning som den primære. Man vil herved komme til at løse et andet heltalsproblem end det, vi betragtede, men der vil ikke kræves store ændringer i den beskrevne algoritme for at løse dette.

Der kan også tages andre mål og begrænsninger end de omtalte i betragtning, f. eks. minimums intensiteter, afhængighed mellem medier osv. At indføre disse i algoritmen vil ikke være vanskeligt, og de er kun udeladt i den generelle formulering af overskuelighedsgrunde.

Indførelse af ekstra begrænsninger vil tit medvirke til at gøre algoritmen hurtigere.

Litteraturhenvisninger:

1. Agostini, J. M.: *Analysis of Magazine Accumulative Audience: Journal of Advertising Research 1962:* 4.
2. Agostini, J. M.: *How to Estimate Unduplicated Audiences: Journal of Advertising Research 1961:* 3.
3. *Dansk Media Index* (bladstruktur) udg. af Dansk Media Komité.
4. Langhhum, D. J.: *Quadratic lineary programming with application to capital budgetting problems: Operations Research,* vol. 18, no. 13 (1970).
5. Lawler, E. L. and Bell, M. D.: *A Method for Solving Discrete Optimization Problems: Operations Research,* vol. 14, p. 1098–1112 (1966).
6. Petersen, Clifford C.: *Computational Experience with Variants of the BALAS Algorithm Applied to the Selection of R & D Projects: Management Science,* vol. 13, no. 9 (1967).
7. Schyberger, Bo W:son: *Methods of Readerships Research.* Lund Business Studies; Gleerup.
8. Tind, Jørgen: *Forelæsningsnoter til Økonomi 2,* Forår 1971: Institut for Operationsanalyse, Aarhus universitet.
9. Zangwill, W. I.: *Media Selection by Decision Programming: Journal Advertising Research 1961:* 5.