

## Anvendelse af køteori og simulation ved løsningen af bemandingsproblemer i en afdeling i et stormagasin.

Af FLEMMING TORP PETERSEN\*)

Nedenstående artikel belyser problemerne i forbindelse med fastsættelse af antal ekspedienter i en afdeling i et stormagasin.

Artiklen indeholder forslag til en model, der skal hjælpe beslutningstageren ved løsningen af bemandingsproblemet. Endvidere gives en rederørelse for modellens struktur, dataindsamlingsprocedurer, løsningsmetodik samt en kort fremstilling af problemerne med at kontrollere og implementere løsningen i praksis.

### I. *Indledning.*

Mens operationsanalyse har vundet betydelig udbredelse ved løsning bl. a. af lager-, produktionsstyrings-, distributionsproblemer m. m. i større produktionsvirksomheder, er der i detailforretninger kun spredte eksempler på, at problemerne søges løst ved anvendelse af operationsanalyse. Der kendes enkelte eksempler på, at man har søgt at løse sortimentsproblemerne ved hjælp af lineær programmering, lagerproblemer med lagermodeller og fastlæggelse af det optimale antal kassediske ved anvendelse af kømodeller.

I det følgende skal muligheden for at anvende køteori og simulation ved løsningen af en afdelings bemandingsproblemer underkastes nærmere analyse. Bemandingsproblemet består i, at beslutningstageren skal fastsætte et udfra en given målsætning optimalt antal ekspedienter i afdelingen.

### II. *Problemformulering.*

I problemet indgår en lang række komponenter f. eks. konkurrenters bemandingspolitik, forskellige personaleorganisationers overenskomster, kundernes egenskaber, ekspedienternes effektivitet, virksomhedsledelsens

\*) cand. merc., Metodeforskningsgruppen, Handelshøjskolen i København.

## Anvendelse af køteori og simulation ved løsningen af bemandingsproblemer i en afdeling i et stormagasin.

Af FLEMMING TORP PETERSEN\*)

Nedenstående artikel belyser problemerne i forbindelse med fastsættelse af antal ekspedienter i en afdeling i et stormagasin.

Artiklen indeholder forslag til en model, der skal hjælpe beslutningstageren ved løsningen af bemandingsproblemet. Endvidere gives en rederørelse for modellens struktur, dataindsamlingsprocedurer, løsningsmetodik samt en kort fremstilling af problemerne med at kontrollere og implementere løsningen i praksis.

### I. *Indledning.*

Mens operationsanalyse har vundet betydelig udbredelse ved løsning bl. a. af lager-, produktionsstyrings-, distributionsproblemer m. m. i større produktionsvirksomheder, er der i detailforretninger kun spredte eksempler på, at problemerne søges løst ved anvendelse af operationsanalyse. Der kendes enkelte eksempler på, at man har søgt at løse sortimentsproblemerne ved hjælp af lineær programmering, lagerproblemer med lagermodeller og fastlæggelse af det optimale antal kassediske ved anvendelse af kømodeller.

I det følgende skal muligheden for at anvende køteori og simulation ved løsningen af en afdelings bemandingsproblemer underkastes nærmere analyse. Bemandingsproblemet består i, at beslutningstageren skal fastsætte et udfra en given målsætning optimalt antal ekspedienter i afdelingen.

### II. *Problemformulering.*

I problemet indgår en lang række komponenter f. eks. konkurrenters bemandingspolitik, forskellige personaleorganisationers overenskomster, kundernes egenskaber, ekspedienternes effektivitet, virksomhedsledelsens

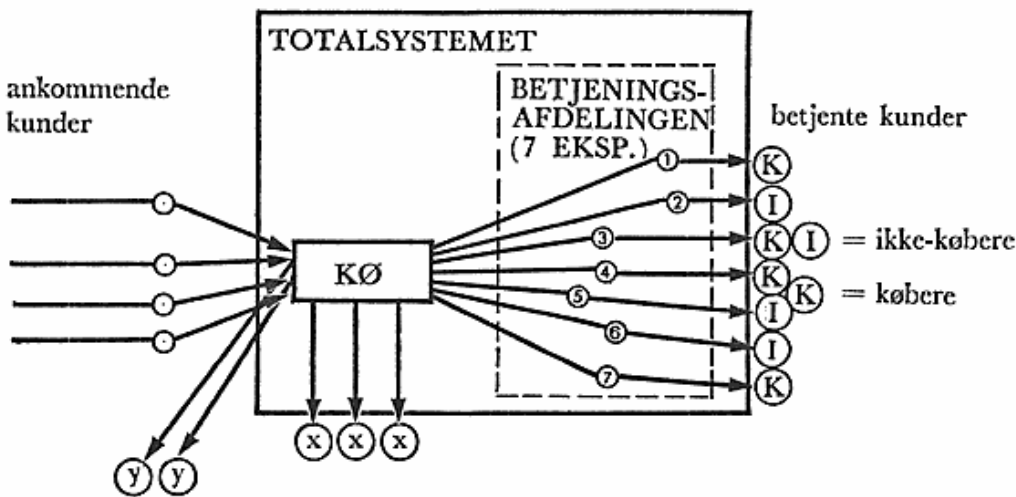
\*) cand. merc., Metodeforskningsgruppen, Handelshøjskolen i København.

målsætning, beslutningstagerens dygtighed og erfaring m. m. For at simplificere problemstillingen skal vi i det følgende analysere problemet partielt, d. v. s. vi inddrager kun ekspedienternes og kundernes egenskaber i modellen og forudsætter, at målsætningen er gevinstmaksimering.

I det foreliggende tilfælde er derfor faktorer som kundernes ankomstfordeling, deres acceptable køtid, salgets fordeling, ekspedienternes betjeningsfordeling etc. af betydning for den optimale bemanning af afdelingen. Visse af disse størrelse har beslutningstageren ikke kontrol over.

Problemet, for hvilket det følgende indeholder løsningsforslag, kan kort formuleres:

Hvorledes kan og bør beslutningstageren over tiden fastlægge antallet af ekspedienter i en afdeling, givet en for ham ikke styrbar kundeankomstfordeling (og visse andre begrænsninger, som vi ser bort fra i det følgende), når hensyn tages til omkostnings- og indtægtsrelationerne som funktion af beslutningsvariablen, – antal ekspedienter –, og målsætningen er gevinstmaksimering.



x angiver kunder, som har forladt køen, fordi deres acceptable køtider er overskredet.

y angiver kunder, for hvem køen har været uacceptabel lang.

Fig. 1. Køsystemets komponenter og relationer.

### III. Modelvalg.

#### 1. Indledning.

Med udgangspunkt i en enkel, grafisk systembeskrivelse skal der kort gøres rede for, hvilke faktorer og relationer beslutningstageren må have kendskab til og eksplicit inddrage i sine overvejelser.

Til systemet ankommer et varierende antal kunder pr. tidsenhed. (Vi skal senere vende tilbage til kundebegrebets indhold). I systemet befinder sig et af beslutningstageren *delvist* kontrollabelt antal ekspedienter. (Det beslutningstageren rent faktisk kan kontrollere er antal fremmødte og ikke antal »betjeningsberedte« ekspedienter).

Såfremt alle tilstedeværende ekspedienter er optaget, vil en del af de ankommende kunder tage opstilling i en kø (flere køer kunne tænkes), og de resterende vil forlade systemet. Nogle forlader systemet fra køen. De betjente kunder vil forlade systemet som købere eller ikke-købere. Selv dette relativt enkle system omfatter et stort antal relationer. F. eks. kan både køtiden og omsætningen være en funktion af ankomstfordelingen til systemet, af betjeningstiden, antal ekspedienter, kundernes acceptable køtider o. s. v.

#### 2. Modelbegrebet.

For at kunne udvælge de for problemstillingen relevante relationer må der opstilles en *model* af systemet. En model kan kort defineres som en simplificeret afbildning af virkeligheden, d. v. s. kun et fåtal af virkelighedens komplicerede sammenhænge inddrages i modelbygningen. Det, der kendetegner en god model, er, at kun de for problemet *relevante sammenhænge* medtages og analyseres.

Generelt kan en beslutningsmodel symbolsk formuleres

$$V = f (X_i, Y_j, Z_k, W), \text{ hvor}$$

$V$  er et mål på beslutningens målopfyldelsesgrad

$X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) er beslutningstagerens beslutningsvariable.

$Y_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) er exogene, ikke styrbare variable.

$Z_k$  ( $k = 1, 2, \dots, l$ ) er konstante størrelser = parametre.

$W$  er begrænsninger (f. eks. organisatoriske).

Endelig angiver  $f$  de relationer, der eksisterer mellem beslutningsvariablerne, de exogene variable, parametrene og den afhængige målvariabel.

Problemet er at finde den værdi af  $X_i$ , in casu antal ekspedienter, der maximerer  $V$ .

I det følgende skal vi forsøge at konkretisere den generelle model.

Første gennemløb af analyseprocessen (se f. eks. Ackoff, 1962 og Johnsen, 1964 b) viste, at forudsætningen for at opstille en analytisk kømodel ikke var til stede (der kan henvises til Morse, 1958, Saaty, 1961 eller enhver standardlærebog i operationsanalyse), hvorfor vi straks skal gå over til en beskrivelse af den anvendte model.

### 3. En simulationsmodel.

Ved opstilling af en simulationsmodel tilstræbes opstilling af en model, der ret nøje afbilder systemets faktiske adfærd. I det konkrete tilfælde er udgangspunktet [ ] *kundeankomsterne*. Kunden bevæger sig derefter – evt. via en *kø* med en vis *køtid* – til et *betjeningssted* (= en ekspedient), hvor betjeningen tager en vis tid – *betjeningsstiden* – i løbet af hvilken kunden beslutter sig til at foretage et *køb* eller ikke.

De for nærværende problemstilling relevante størrelser er herefter:

1. Ankomstfordelingen
2. Betjeningsfordelingen
3. Købsfordelingen
4. Acceptabel køtidfordeling.

Disse 4 størrelser antages exogent givne, og vi skal opstille en model, der viser de indbyrdes relationer imellem disse og

5. Systemstrukturen (= antal ekspedienter).

Tænk vi os, at de nævnte fordelinger *er* fastlagt i form af kumulative fordelinger, kan modellen principielt opstilles ved, at man – via anvendelse af tilfældige tal – bestemmer tidsrum mellem ankomster (eller antal ankomster pr. tidsenhed), betjeningsstider, kundernes acceptable køtider og købsbeløb (evt. 0). Indbygges i modellen antal ekspedienter og deres time-løn, kan man som resultat bl. a. få: gennemført omsætning pr. tidsenhed,

systemets relevante omkostninger

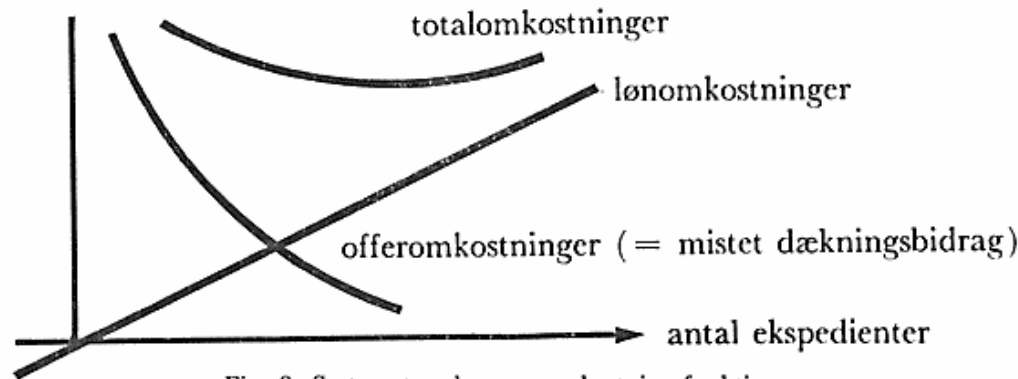


Fig. 2. Systemets relevante omkostningsfunktioner.

køleængdens fordeling, køtidens fordeling, offer ved kundebortgang, udbetalt løn m. m.

De for nærværende problem væsentligste relationer er:

1. offer ved kundebortgang =  $f$  (antal ekspedienter)
2. lønomkostninger =  $f$  ( - - )

Omkostningernes forløb kan grafisk illustreres som vist i fig. 2.

Optimalløsningen findes ved det antal ekspedienter, hvor totalomkostningerne har deres minimum.

Problemet er nu reduceret til, at vi skal konstruere en model, der som output angiver totalomkostningerne (forventede) som funktion af antal ekspedienter.

#### 4. GPSS III.

Da der indgår adskillige variable i modellen, og datamaterialet vil være temmelig omfattende, skal der opstilles en simulationsmodel til kørsel på EDB-anlæg. Blandt de færdige simulationssprog synes GPSS III, General Purpose System Simulator, særdeles velegnet i det foreliggende tilfælde. Pladsen tillader desværre ikke en detaljeret gennemgang af sproget og simulationsmodellen. I stedet skal principperne ganske kort skitseres. Man anvender Monte Carlo Simulation, hvilket kort sagt betyder, at simulationen foregår ved hjælp af tilfældige tal. GPSS III er et makroprogrammeringssprog, der er orienteret mod numerisk simulation og baseres på en systembeskrivelse i form af blokdiagrammer. Sproget er specielt rettet imod afbildning af stokastiske systemer med kødannelser.

I modellen indbygges de observerede fordelinger, og programmet konstrueres, så det afspejler det virkelige system. Man kan simulere en vis periode f. eks. en dag og som output få en lang række oplysninger af interesse for beslutningstageren, f. eks. trafikstrømmen gennem systemet, gennemsnitlig udnyttelse af ekspedienterne, maximal og gennemsnitlig kølængde, gennemsnitlig køtid m. v. Endvidere kan man selv specificere, hvilke oplysninger man ønsker fra programmet.

I modellen er der endvidere mulighed for at indbygge systemets kapacitet som en stokastisk variabel, hvilket dog ikke er forsøgt i foreliggende analyse. For den interesserede kan der henvises til IBM's GPSS manual, der er meget instruktiv og rig på eksempler.

#### 5. Modellens forudsætninger:

Den skitserede model bygger på en række forudsætninger, hvoraf nogle kun vanskeligt lader sig verificere i praksis. De væsentligste forudsætninger er:

1. Det forudsættes muligt at fastlægge en eller flere ankomstfordelinger, som er stationære og uafhængige af andre størrelser, i nærmere afgrænsede tidsintervaller.

(verificerbar)

2. Det forudsættes, at samtlige ekspedienter og kunder følger samme betjeningstidsfordeling, som også er stationær og uafhængig af andre størrelser.

(verificerbar)

3. Endvidere forudsættes, at vi kan finde en for hele kundepopulationen gældende stationær fordeling af acceptable køtider, som er uafhængig af andre størrelser.

(verificerbar)

4. Endelig forudsættes, at vi kan bestemme en for *hele* kundepopulationen gældende købsfordeling, som også er stationær og uafhængig af andre størrelser.

1., 2. og 3. kan verificeres/afkræftes gennem anvendelse af statistiske tests, men vil kræve et overordentlig stort datamateriale for, at man skal nå op på tilfredsstillende teststyrke. Hvad angår 4. er vanskelighederne større. Det synes ikke praktisk muligt at afgøre, hvorvidt bortgående kunders købstilbøjelighed er den samme som købstilbøjeligheden hos de kunder, der forbliver i køen. Muligvis er den mindre for bortgåede kunder, hvorfor offeromkostninger ved kundebortgang overvurderes, når 4. lægges til grund for modelopstillingen.

Flere af forudsætningerne forekommer tvivlsomme, men for det første er det vanskeligt at vurdere, *hvor* store afvigelser man kan acceptere fra virkeligheden, og for det andet anses de for nødvendige for at komme videre i analysen. Vi skal senere vende tilbage til problemet under afsnittet om sensitivitetsanalyser.

Af tvivlsomme implikationer af de 4 nævnte forudsætninger skal blot nævnes:

- 1) Alle ekspedienters relevante egenskaber forudsættes identiske.
- 2) Ankomstprocessen og acceptabel køtidfordeling er uafhængig af kølængde og antal ekspedienter.
- 3) Alle kunders egenskaber forudsættes at kunne genereres fra samme fordeling.

ad 1) Det er dog ikke forbundet med principielle vanskeligheder at lave en fordeling for hver ekspedient eller grupper af ekspedienter.

- ad 2) Det er meget sandsynligt, at flere potentielle kunder ikke anmelder deres ankomst til systemet, når de erfarer køens længde. Endvidere kan deres tålmodighed tænkes at afhænge af kølængden.
- ad 3) Med et meget stort datamateriale ville man evt. kunne opstille visse klasser af kunder. Uden at kunne underbygge påstanden med statistisk materiale ville jeg umiddelbart tro, at omkostningerne ved indsamlingen af dette kæmpemateriale langt ville overstige de fordele, en kundeklassificering ville medføre, medmindre disse kundeanalyser kunne tjene andre betydningsfulde analyseformål.

Betydningen af f. eks. at øge betjeningskapaciteten kan spores på 3 områder:

1. Man vil kunne betjene en del af de kunder, der tidligere ville have forladt afdelingen på grund af køens længde.
2. Man opnår at reducere den gennemsnitlige køtid, hvilket medfører, at færre kunder vil forlade køen, fordi deres acceptable køtid blev overskredet.
3. Afdelingens »image« forbedres, hvilket på længere sigt kan forøge kundetilstrømningen.

Kun den i punkt 2 nævnte relation, der kan opfattes som den *direkte* følge af at forøge betjeningskapaciteten, bliver inddraget eksplicit i modellen.

#### IV. Definitioner og måling.

Selv om de hidtil anvendte begreber på det konceptuelle plan ikke volder forståelsesmæssige vanskeligheder, opstår der visse vanskeligheder, når vi skal anvende dem i modelopstillingen. Der skal ikke gives en detaljeret fremstilling af definitions- og måleproblemerne. I stedet kan de illustreres ved et eksempel. Vi har hidtil brugt termen *kunde* uden nærmere at definere begrebet. Fremgangsmåden ved definitions- og måleproceduren er, at vi udvælger relevante objekter i systemet, tildeler dem en række egenskaber og klassificerer objekter med visse egenskaber i visse grupper.

Det er imidlertid vigtigt, at disse egenskaber defineres operationelt, hvilket implicerer, at definition og måling bliver to nært forbundne analysetrin. Det synes umuligt entydigt at karakterisere en person som kunde ud fra f. eks. udseende eller adfærd. Det understreges, at der sondres imellem kunde og køber. Det, der karakteriserer en kunde er, at vedkommende ønsker kontakt med en ekspedient. Ved f. eks. at anvende et nummersystem



i afdelingen kan de personer, der trækker et nummer, betragtes som kunder; denne fremgangsmåde blev anvendt i analysen. D. v. s. en person, der trækker et nummer, er en kunde. Hvis der ikke er kø i systemet, trækkes ikke numre, men i sådanne situationer vil systemet være let overskueligt for observatøren, og han kan med ret stor sikkerhed afgøre antallet af kundeankomster. Problemet med fastlæggelse af kundebegrebet i situationer, hvor nummersystemet ikke lader sig anvende, er vanskeligt, men skal ikke behandles i denne artikel.

Observationerne kan gennemføres ved at måle antal kundeankomster pr. tidsenhed (in casu 5 min.) eller ved at observere tidsrum mellem kundeankomster. Endvidere observeres betjeningstid og køtid. Begivenheden, der adskiller køtid og betjeningstid, er at kunden opnår kontakt med ekspedienten. Betjeningstiden afsluttes, når kunden får udleveret sin pakke af ekspedienten eller forlader systemet.

I forbindelse med observation af betjeningstiden observeres samtlige antal betjente kunder,  $N$ , og antal køb,  $n$ , heraf. Købsprocenten defineres som  $n/N$ .

Ved at observere kunder, der opholder sig i køen, vil man se, at nogle forlader køen efter et stykke tid. Den tid, der går, før kunderne forlader køen, kaldes acceptabel køtid.

I en amerikansk undersøgelse<sup>1)</sup> foreslås, at disse observationer gennemføres ved interviews af kunder. Metodens validitet forekommer dog problematisk, hvorfor direkte observationer blev anvendt i analysen.

Endelig foretoges på grundlag af kasscopslag og salgssedler en måling af fordelingen af salgsbeløb, som suppleredes med en beregnet bruttoavanceprocent. Med kendskab til købsfordeling, bruttoavanceprocent og købsprocent kan relationen mellem antal bortgæede kunder og bortgangs-omkostningerne etableres.

Det voldtte også en del vanskeligheder at nå frem til et entydigt udtryk for systemets struktur. Måleenheden skulle være antal ekspedienter, men det er ikke så simpelt at opgøre antal »betjeningsberedte« og betjenende ekspedienter på et givet tidspunkt. Ved hjælp af direkte observationer og frekvensstudier opnåedes dog tilfredsstillende resultater.

Det er herefter muligt at danne relationen  $a/b$ , hvor  $a$  er antal betjenende og  $b$  er antal betjeningsberedte ekspedienter på et givet tidspunkt.  $a/b$  angiver systemets effektive udnyttelsesgrad. Med kendskab til forholdet mellem antal betjeningsberedte og aflønnede ekspedienter og ekspedienternes timeløn kan systemets kapacitet udtrykkes i kr. og ører.

<sup>1)</sup> Charles J. Stokes & Philip Mintz: How many clerks on floor? Journal of Marketing Research. November 1965, p. 386 ff.

Foruden de nævnte grunddata (i. e. ankomstfordeling, betjeningstidsfordeling, acceptable køtider, bortgangsomkostninger og systemstruktur) indsamledes en række testdata til kontrol af såvel observationernes som modellens reliabilitet og validitet. (Ankomstfordeling, betjeningstidsfordeling, kølængde, køtid og kundebortgang). Ved indsamling af testdata benyttedes andre indsamlingsmetoder end ved indsamlingen af grunddataerne. Overensstemmelsen var tilfredsstillende.

Til bestemmelse af et tilfredsstillende (optimalt?) antal observationer findes en række statistiske metoder, hvoraf Bayes' statistik har vundet udbredt (teoretisk) interesse. Anvendelse af sådanne metoder kræver dog (evt. via andre analyser) pålidelige skøn over forventede besparelser eller indtægtsforøgelser. Jeg så mig ude af stand til at afgive sådanne skøn, og under hensyntagen til de begrænsede ressourcer stoppedes dataindsamlingen, da datamaterialet skønnedes at være tilfredsstillende.

Samtlige observationer indførtes i kumulerede fordelinger, som siden lader sig læse ind i GPSS III-programmet ved angivelse af sammenhørende koordinatpar på kurven.

Fordelinger fra forskellige tidspunkter og perioder testedes for overensstemmelse med 1) teoretiske fordelinger (poisson, exponential og Erlangfordelingen, 2) en stamfordeling. Testene viste, at ankomstfordelingen og betjeningstidsfordelingen ikke kunne tilnærmes teoretiske fordelinger (i. e. poisson- eller exponentialfordeling).

Kun for ankomstfordelingen viste der sig store afvigelser af fordelingerne over tiden. I modelopbygningen forudsættes således betjeningsfordeling, acceptabel køtidfordeling og købsfordeling at være stationære, og ankomstprocessen kunne opdeles i 3 tilnærmelsesvis stationære fordelinger:

- I. 9<sup>00</sup>-12<sup>00</sup>
- II. 12<sup>00</sup>-15<sup>30</sup>
- III. 15<sup>30</sup>-17<sup>30</sup>.

Endvidere afveg fordelingerne for fredage og lørdage betydeligt fra de øvrige dage.

Materialet tydede dog på, at betjeningstiden næppe er stationær, men er en funktion af ankomstprocessen. Endvidere tydede beregningerne på, at betjeningstidsfordelingen for købere var signifikant forskellige fra ikke-købende kunder. Materialet var dog ikke tilstrækkeligt til, at man med fornøden styrke kan forkaste nulhypoteserne: at fordelingerne er stationære og uafhængige.

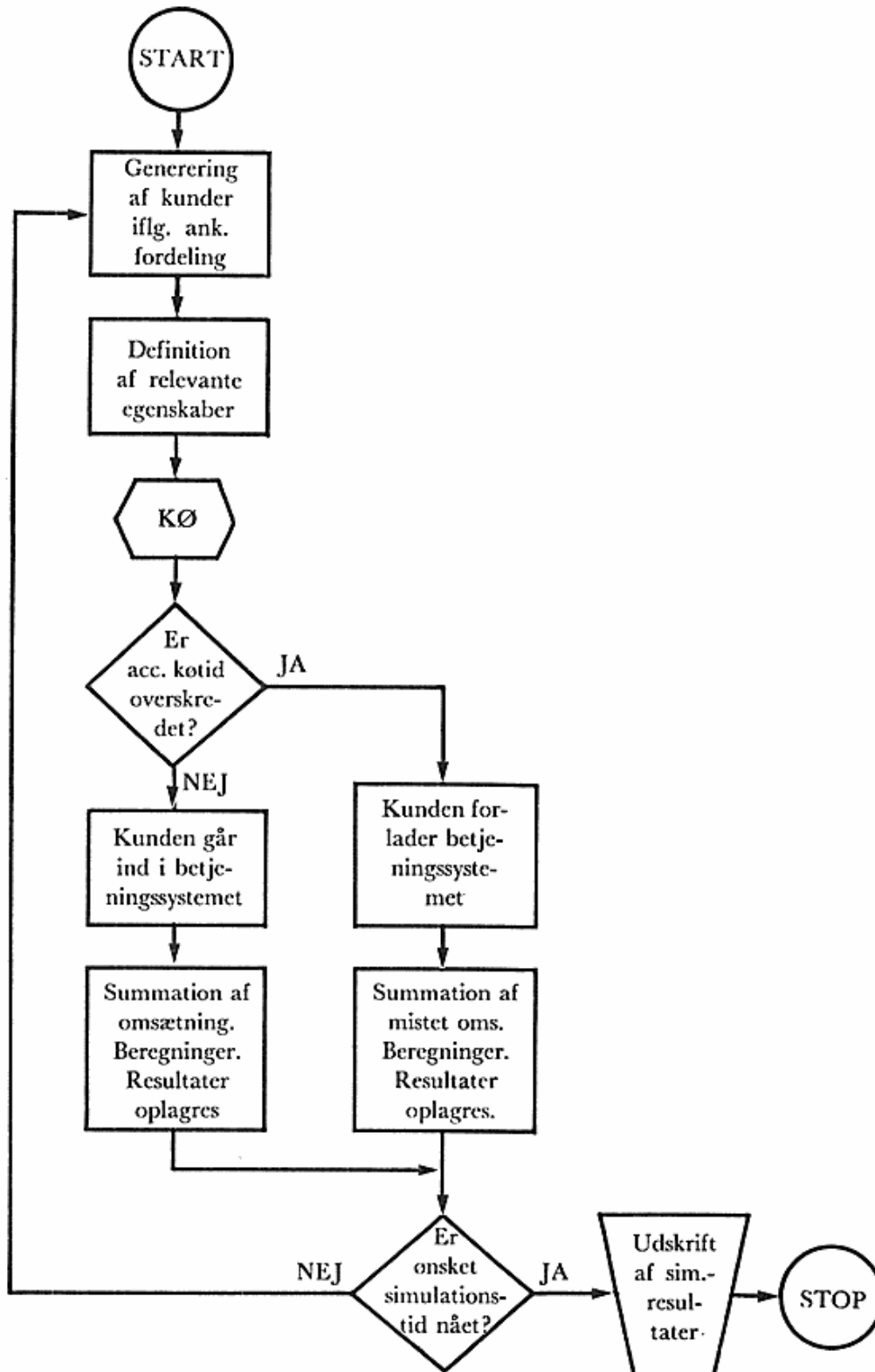


Fig. 3. Grafisk illustration af simulationmodellens principielle opbygning og udførelse.

Hverdage kl. 9<sup>00</sup> til 12<sup>00</sup>

	Bemandingen er 6				Bemandingen er 8			
	Real. oms.	Mistet oms.	Betj. kunder	Bortg. kunder	Real. oms.	Mistet oms.	Betj. kunder	Bortg. kunder
	6536	5080	66	41	9349	2855	92	24
	7745	2959	72	36	7877	2501	84	23
	6214	2528	74	27	6814	651	89	7
	6991	3740	70	36	8814	1743	85	21
	6737	3580	67	35	7858	1841	81	14
	5475	3750	68	41	8169	2360	80	16
	5202	2859	66	30	7580	303	81	16
	6230	3989	77	35	8292	1833	90	17
	8110	3887	65	42	12103	2291	96	35
	6628	3321	79	29	9629	2233	88	25
Σns.	6586.8	3569.3	70.4	35.2	8648.5	1861.1	86.6	19.8
St. afv.	299.6	239.5	1.6	1.8	490.6	269.4	1.8	2.5

	Bemandingen er 10				Bemandingen er 11			
	Real. oms.	Mistet oms.	Betj. kunder	Bortg. kunder	Real. oms.	Mistet oms.	Betj. kunder	Bortg. kunder
	9808	1338	102	10	9811	212	108	3
	9446	1568	100	19	10830	604	100	6
	13171	478	102	5	9374	783	110	8
	8336	273	91	7	12565	1886	112	13
	7861	480	109	9	8866	649	106	7
	8417	1531	93	11	11172	864	106	9
	7943	610	92	6	10298	0	98	4
	10965	670	100	8	13098	1189	125	11
	8971	245	91	7	11429	1410	100	14
	8033	646	94	9	9979	1104	105	11
Σns.	9295.1	783.9	97.4	9.1	10742.2	870.1	107	8.6
St. afv.	559.7	167.8	2.0	1.3	452.4	185.8	2.6	1.2

Tabel 1. Oversigt over præliminære simulationsresultater.

## V. Løsningsprocedure og resultater.

### 1. Modellens funktioner.

Simulationsmodellen kan som udgangspunkt med fordel opstilles ved hjælp af et blokdiagram, som kort sagt er en grafisk afbildning af de procedurer, som finder sted i systemet. Da GPSS III som nævnt selv arbejder med blokke, er programmeringen *principielt* afsluttet, når der er opstillet et tilfredsstillende blokdiagram, og man har fundet blokke fra GPSS III-manualen med de ønskede funktioner.

Programmet er opstillet på grundlag af det i figur 3 skitserede meget enkle blokdiagram.

Det er for hver kørsel muligt at få en beskrivelse af de direkte økonomiske konsekvenser af forskellige bemandinger i afdelingen. Præliminært omfattede hver kørsel 10 forskellige bemandinger. Senere kan antallet skæres ned til 3-5.

En kørsel, hvor man for hver bemanding ønsker at gennemregne 10 eksempler, hver med 10 forskellige bemandinger, tager knap 10 minutter i ren maskintid.<sup>2)</sup> Sproget er altså temmelig langsomt.

Samtlige resultater kom ud i den viste form. Nedenfor gengives blot gennemsnitstallene (af ialt 10 obs.).

Af de få viste eksempler fremgår, at der er tale om en ret betydelig spredning på de forskellige størrelser. Af resultaterne fremgår endvidere, at materialet må være større for at kunne anvendes til beslutningsgrundlag. Imidlertid skal vi opstille relationen mellem antal ekspedienter og forventet gevinst. Beregningerne er meget simple og lader sig let indbygge i programmet. Tabel 3 gengiver et udsnit af de foretagne beregninger.

Der er i tabel 3 regnet med en dækningsgrad på 30 %, timelønnen andrager kr. 10.-.

Af tabellen fremgår, at maximal absolut gevinst ikke opnås ved samme bemanding som maximal relativ gevinst, hvilket som nævnt skyldes materialets utilstrækkelighed. Det relevante i denne forbindelse er de relative størrelser, hvor man har korrigeret for afvigelser, der skyldes, at det er en stokastisk model, vi arbejder med.

Med de givne eksempler viser det sig, at et antal ekspedienter varierende mellem 12 og 15 for praktiske formål giver samme relative forventede gevinst. Optimalpunktet er, som tabellen viser, ikke særlig kritisk.

<sup>2)</sup> Programmet blev kørt på NEUCC'S IBM 7094.

Hverdage kl. 9 <sup>00</sup> til 12 <sup>00</sup>				
Bemanding	Realiseret omsætning kr.	Mistet omsætning kr.	Betjente kunder antal stk	Bortg. kunder antal stk
10	9295	784	97	9,1
11	10742	870	107	8,6
12	10234	296	102	2,2
13	10162	181	110	1,8
14	10340	108	107	1,3
15	11140	143	110	1,7
18	11079	0	110	0
20	10533	0	110	0,1

Tabel 2. Oversigt over simulationskørsler (gennemsnitstal).

Hverdage kl. 9 <sup>00</sup> til 12 <sup>00</sup>										
Bem.	Gns. real. oms.	Gns. mist. oms.	Gns. pot. oms.	Gns. real. DB	Gns. mist. DB	Løn-omk.	Gns. tot.omk.		Gns. gevinst	
							abs.	pct.	abs.	pct.
6	6587	3569	10156	1976	1071	180	1251	12.32	1796	17.68
8	8649	1861	10510	2595	558	240	798	7.60	2355	21.40
10	9295	784	10079	2789	235	300	535	5.31	2489	24.69
11	10742	870	11612	3223	261	330	591	5.09	2893	24.91
12	10234	296	10529	3070	89	360	449	4.26	2710	25.74
13	10162	181	10342	3048	54	390	444	4.30	2658	25.70
14	10340	108	10447	3102	32	420	452	4.33	2682	25.67
15	11140	143	11283	3342	43	450	493	4.37	2892	25.63
18	11079	0	11079	3324	0	540	540	4.87	2784	25.13
20	10533	0	10533	3160	0	600	600	5.70	2560	24.30

Tabel 3. Oversigt over beregninger til bestemmelse af relation mellem bemanding og forventet gevinst.

## 2. Modeltest.

Før modellen bringes i anvendelse må den testes. Der findes en lang række testmuligheder, og det skal her blot nævnes, at resultaterne fra modellen blev sammenlignet med virkelige observationer over omsætning,

antal ekspeditioner og kølængdens fordeling m. v., og overensstemmelse blev testet ved hjælp af  $\chi^2$ -test. De observationer, der blev sammenlignet var:

- 1) kølængdefordeling
- 2) køtidfordeling
- 3) kundebortgangsfordeling
- 4) omsætningsfordeling
- 5) fordeling over antal gennemførte ekspeditioner.

Testproceduren er principielt enkel; derimod er det meget vanskeligt a priori at angive årsagen til en evt. konstateret signifikant afvigelse. Derfor søgtes testproceduren gennemført på forskellige niveauer. Lad et eksempel illustrere tankegangen. Først sammenlignes modellens outputomsætning med virkelighedens. Er afvigelsen signifikant, kan den skyldes, at der er anvendt en fejlagtig salgsfordeling, og man går så at sige et skridt tilbage og sammenligner antal gennemførte ekspeditioner, hvorved salgsfordelingens indflydelse er elimineret. Der findes naturligvis mangfoldige fejlmuligheder, hvoraf nogle kun vanskeligt lader sig afsløre gennem anvendelse af statistiske testmetoder. Jeg mener dog gennem den her foreslåede »trin-testprocedure« at have opnået mulighed for at lokalisere, hvor i modellen de værste fejlkilder kan tænkes at befinde sig. Er der eksempelvis god overensstemmelse imellem modellens og virkelighedens køkarakteristika, kan man deraf (med forsigtighed) slutte, at ankomst- og betjeningsprocesserne afbildes rimeligt nøjagtigt i modellen. Er der derimod ikke tilfredsstillende overensstemmelse, er det overordentlig vanskeligt at afgøre, hvorvidt det er modellens struktur eller observationsmaterialets omfang, kvalitet og behandling, man skal søge at ændre. Under alle omstændigheder kræves et særdeles omfangsrigt datamateriale.

Endelig skal blot nævnes, at evt. uoverensstemmelse mellem model og virkelighed kunne forklares ved de ikke-verificerede forudsætninger, på hvilke modellen bygger. Er sidstnævnte tilfældet, må man søge at anvende en helt anden modelstruktur på problemet.

## VI. Implementering.

Den operationsanalytiske caselitteratur indeholder adskillige eksempler på, at detaljerede analyser og deres løsninger ikke kommer til anvendelse i praksis. Dette kan naturligvis have mange årsager, der såvel kan skyldes fejl og mangler ved analysen, hos analysemanden som hos beslutningstageren eller opdragsgiveren. Af andre implementeringsvanskeligheder skal blot nævnes: beslutningstagerens mere eller mindre begrundede frygt for at

blive overflødiggjort, at modellens forudsætninger og/eller begrænsninger ikke tydeligt er gjort klart for beslutningstageren, at anvendelse af modeller forudsætter visse – ikke opfyldte – krav til beslutningstagerens viden og erfaring, kommunikationsproblemer mellem analysemand og beslutningstager etc.

Står man over for at skulle formulere en beslutningsregel, der skal anvendes af beslutningstageren, og skal tage hensyn til ovennævnte problemer, støder man på den vanskelighed, at der ikke findes en »implementeringsteori« eller »implementeringsmodeller«, der kan hjælpe os.

I det foreliggende tilfælde anses det for væsentligt at gøre sig klart, hvilke problemer *beslutningstageren* skal løse, og hvilke problemer *modellen* kan løse.

Beslutningstagerens problem består i at definere en del af modellens input. I dette tilfælde at give et skøn over ankomstprocessen for en given periode, når de øvrige fordelinger forudsættes stationære. Endvidere må han kunne konkretisere relationen: antal betjeningsberedte/antal lønnede ekspedienter, idet modellen opererer med »effektive« ekspedienter.

Givet disse to størrelser og de øvrige fordelinger kan han direkte af modellens output komme frem til optimalt antal ekspedienter for den givne periode.

For at lette beslutningstagerens job kan modellens resultater gengives enten i tabel- eller nomogramform. Fordelen ved nomogrammet er, at man i én figur kan indbygge flere variable.

Nedenfor er givet et eksempel på, hvorledes et nomogram indeholdende 4 variable kunne konstrueres:

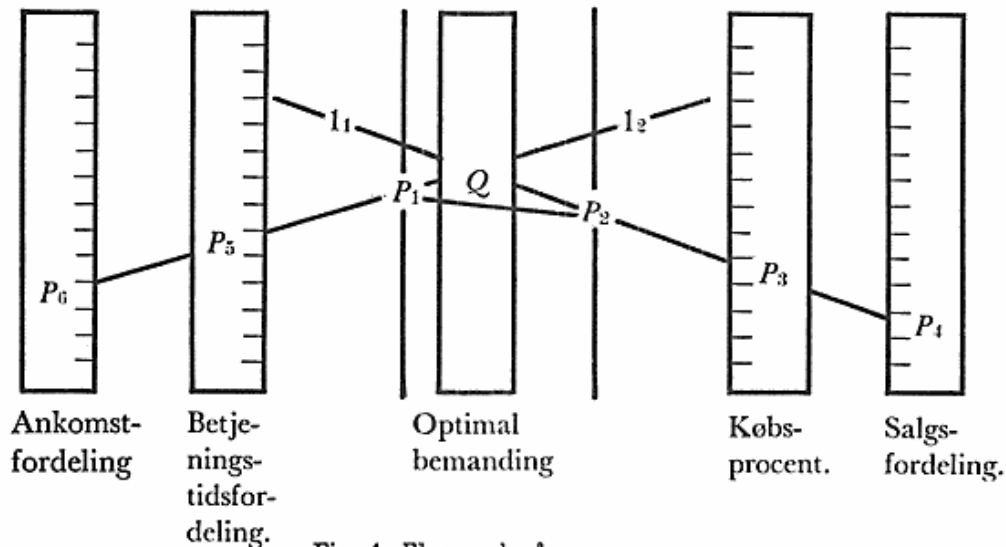


Fig. 4. Eksempel på nomogram.



Konstaterer beslutningstageren ændringer i de øvrige parametre, kan han nemt tage hensyn til de stedfundne ændringer. I øvrigt volder det ikke vanskelighed at instruere beslutningstageren i at anvende et nomogram.

## VII. Kontrol.

Da vi beskæftiger os med et *dynamisk* system, hvilket vil sige, at parameterværdierne *kan* ændres over tiden, er det nødvendigt at supplere løsningen med metoder til

- 1) at konstatere signifikante ændringer i modellens parametre
- 2) at ændre modellen, så den til stadighed lader sig anvende af beslutningstageren.

Modellen kan blive uanvendelig af flere årsager, f. eks. kan systemets struktur ændres, nye variable kan få betydning for systemet, systemrelationerne kan ændres radikalt m. v. Da indtræden af de hidtil nævnte begivenheder måtte medføre, at også modellens struktur skulle ændres radikalt, skal vi blot foreslå metoder til afgørelse af, hvorvidt der er sket signifikante ændringer i modellens parametre og fordelinger, og hvilke foranstaltninger beslutningstageren må iværksætte, såfremt han konstaterer signifikante ændringer.

Pladsen tillader ikke detaljeret gennemgang af kontrolproblemet, så det skal blot nævnes, at man på forhånd må gøre sig klart, hvilke inputstørrelser der skal kontrolleres, hvorledes de indgår i modellen, hvilke forudsætninger der skal være opfyldt for, at de lader sig anvende i modellen, hvilket signifikansniveau og hvilke testmetoder man ønsker at arbejde med, hvor ofte de forskellige variable skal kontrolleres, hvor mange kontrolobservationer der er nødvendige for at opnå den ønskede teststyrke m. v. Igen står vi over for et problem, som principielt er enkelt at løse, men som i praksis viser sig at indeholde komplicerede problemer, som næppe kan løses uden personlige skøn og vurderinger. Eksempelvis er det nødvendigt a priori at specificere sandsynlighederne for fejl af type I og fejl af type II. Som bekendt består type I-fejl i at forkaste en rigtig nulhypotese, mens type II-fejl begås, hvis man fejlagtigt accepterer en forkert nulhypotese. Før man konkret specificerer disse sandsynligheder, må man foretage beregninger, der viser omkostningerne ved at begå fejl af de to typer, hvilket i sig selv er en meget vanskelig opgave. Eventuelt kunne man benytte simulationsmodellen til beregning af de søgte omkostninger. De totale kontrolomkostninger sammensætter sig hovedsagelig af følgende komponenter:

- Dataindsamlingsomkostninger
- + Databearbejdningsomkostninger
- + Testomkostninger
- + Modelændringsomkostninger
- + Pr (fejl af type I). (Offer ved type-I fejl).
- + Pr (fejl af type II). ( - - -II - ).

Som nævnt er det principielt muligt at minimere de totale kontrolomkostninger, men som det vel også kort er vist, volder det adskillige vanskeligheder i praksis. I øvrigt bliver optimeringsproblematikken – selv på det principielle plan – særdeles kompliceret, når vi tager hensyn til, at flere forskellige størrelser skal kontrolleres simultant. Eksempelvis vil summen af omkostningerne ved type I-fejl for betjeningstidsfordelingen og omkostningerne ved type II-fejl for salgsfordelingen, når de to fejl begås hver for sig, næppe være lig summen af omkostningerne, når de begås samtidig. Tilsyneladende er »totaloptimering« umulig, og vi må endnu en gang stille os tilfreds med forsøg på suboptimering.

#### VIII. *Vurdering og konklusion.*

##### 1. Analysemetodik.

Af fremstillingens disposition fremgår, at jeg med mindre ændringer har fulgt det af Ackoff<sup>3)</sup> og Johnsen<sup>4)</sup> udarbejdede principforslag til proceduren i en driftsøkonomisk analyse. Anvendelsen heraf sikrer efter min mening, at analysen får et logisk og systematisk forløb og, hvad der måske er mere betydningsfuldt, at man får arbejdet sig igennem alle nødvendige og tilstrækkelige etaper i en driftsøkonomisk analyse.

##### 2. Resultater.

På grundlag af de indsamlede observationer har jeg foretaget partielle analyser af inputmaterialets sensitivitet. Resultaterne fra GPSS III-programmet blev konverteret til input i et Fortran IV-program, som arbejder betydelig hurtigere og enklere end GPSS III-programmet.

Der blev foretaget i alt 20 kørsler:

1 - 4:	Ankomstintensitet	varieres	$\pm 20\%$	og	$\pm 10\%$
5 - 8:	Betjeningstiderne	-	$\pm 20\%$	-	$\pm 10\%$
9 -12:	Købsprocenten	-	$\pm 20\%$	-	$\pm 10\%$
13 -16:	Acceptable køtider	-	$\pm 20\%$	-	$\pm 10\%$

<sup>3)</sup> Ackoff: Scientific Method: Optimizing Applied Research Decisions. John Wiley & Sons, N. Y. 1962.

<sup>4)</sup> Erik Johnsen: Analyseprocessen. E. T. 1964. Nr. 2, p. 95-114. Se endvidere Erik Johnsen: Analyseprocessen i en operationsanalyse i: Introduktion til operationsanalyse, p. 186-92.

Derudover er i 17 og 18 bruttoavancen og i 19 og 20 timelønnens betydning for bemanningen illustreret.

Kendskab til inputvariablenes sensitivitet har mange formål, hvoraf kan fremhæves:

- 1) vi kan danne os et indtryk af, hvor kritiske optimalpunkterne er
- 2) vi kan danne os et indtryk af, hvor kritiske observationernes nøjagtighed er
- 3) vi kan afgøre nødvendig kontrolfrekvens for forskellige inputvariable
- 4) vi kan benytte resultaterne til eventuelt at reducere de kritiske variables betydning ved at ændre systemets struktur
- 5) ved senere anvendelse af modellen har man retningslinjerne for tilrettelæggelse af hensigtsmæssig dataindsamlingsplan
- 6) endelig kan vi muligvis gennem sensitivitetsanalysen afgøre, hvorvidt det overhovedet tjener noget formål at anvende modellen i andre tilfælde. Er modellens resultater kun meget lidt sensitive, kan en erfaren beslutningstagers skøn være lige så gode som modellens resultater – og betydelig billigere.

Analysen gav en (for mit vedkommende) række overraskende og til dels skuffende resultater. Generelt gælder det, at inden for visse bemanningsgrænser er optimalpunkt, uanset inputvariablesnes niveau, meget lidt sensitivt. Noget afhængig af niveauet medfører en 100 % ændring i bemanningen ikke en ændring i forventet gevinst på over 15 %. De foretagne beregninger antyder, at relationen imellem gevinst resp. totalomkostninger og bemanning er en funktion af formen vist i fig. 5.

A = Relativ  
gevinst

B = Relative total-  
omkostninger

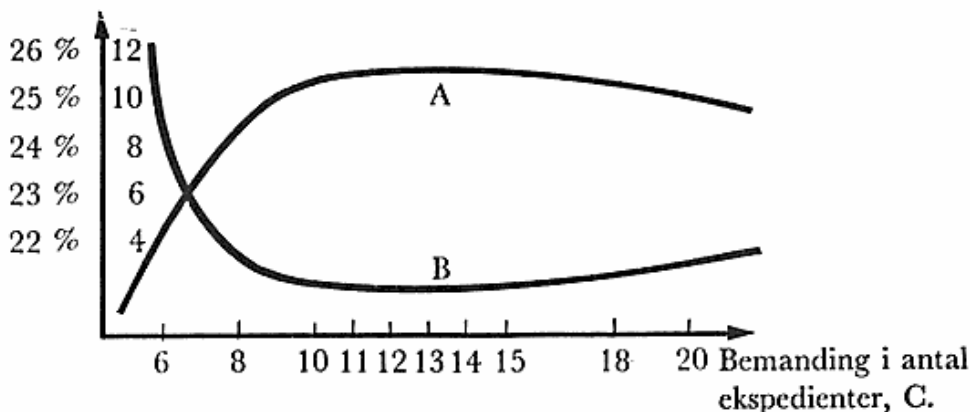


Fig. 5. Grafisk illustration af sammenhæng mellem relativ gevinst, relative totalomkostninger og antal ekspedienter.

Det vil sige, at konsekvenserne af en fejlbehandling (inden for ret vide grænser) ikke er alvorlige.

Foruden at afsløre, at *optimalpunktet* ikke er særlig kritisk, viser beregningerne endvidere, at *inputvariablerne* heller ikke er særlig sensitive. Ændring af eksempelvis ankomstintensiteten fra 80 % af den observerede i et givet tidsrum til 120 % (altså en ændring på 50 %) ændrer højst den optimale bemanding 15 %.

Dette medfører 4 væsentlige fordele:

- 1) stort dataindsamlingsarbejde til fastlæggelse af inputvariabernes størrelse er unødvendigt. Grove skøn kan være tilstrækkelige.
- 2) Modellen skal kun sjældent ændres.
- 3) Beslutningstagerens skøn over ankomstintensiteten behøver ikke være særlig nøjagtige.
- 4) Det er simpelt at udarbejde og anvende nomogrammer.

Ankomstintensitet			Betjeningstider		
Ændring	Optimal bemanding	Gns. rel. gevinst	Ændring	Optimal bemanding	Gns. rel. gevinst
+ 20 %	18	25.93	+ 20 %	14	25.36
+ 10 %	14	26.30	+ 10 %	12	25.43
- 10 %	12	25.66	- 10 %	12	26.33
- 20 %	13	25.49	- 20 %	11	26.11

Acceptable køtider			Købsprocenten		
Ændring	Optimal bemanding	Gns. rel. gevinst	Ændring	Optimal bemanding	Gns. rel. gevinst
+ 20 %	14	25.84	65 %	13	26.51
+ 10 %	15	25.83	60 %	13	26.16
- 10 %	15	26.07	50 %	13	25.35
- 20 %	15	25.34	45 %	14/15	24.92

Eksemplerne må ikke tages for bogstaveligt, det er et spinkelt materiale, men det viser ganske tydeligt, at inputvariabernes sensitivitet er ganske ringe.

På nuværende tidspunkt er analysen ikke endeligt afsluttet, hvorfor det ikke er forsvarligt at give en endelig vurdering af modellens anvendelighed til løsning af det stillede problem.

Hovedformålet med artiklen har været at underkaste en modeltype og de med opstillingen og anvendelsen heraf forbundne måle-, definitions-, data-behandlings-, løsnings-, test-, implementerings- og kontrolproblemer nærmere analyse. Derfor har hovedvægten været lagt på metodeproblemerne frem for de konkrete resultater, der kom ud af modellen.

*Litteratur:*

- Russel L. Ackoff: *Scientific Method: Optimizing Applied Research Decisions*. John Wiley & Sons. New York, 1962.
- The Concept and Exercise of Control in O. R. (in: *Proceedings of the first International Conference on Operations Research*. Oxford, 1957. The English Universities Press, Ltd.).
- Nils Blomquist och Göran Lindblad: *Kö och Kapacitet i Detaljhandeln*. Meddelanden från institutet för distributionsekonomisk och administrativ forskning vid Handelshögskolan i Göteborg. IDAF. Nr. 4. 1955.
- C. W. Churchmann, R. L. Ackoff & E. L. Arnoff: *Introduction to Operations Research*. John Wiley & Sons. New York, 1957.
- William E. Deming: *Some Theory of Sampling*. John Wiley & Sons. New York, 1950.
- William Feller: *An Introduction to Probability Theory and its Application*, 2nd ed. John Wiley & Sons. New York, 1957.
- Charles Goodeve: The »Scientific Method«. (in: *Proceedings of the first international Conference on Operations Research*. Oxford, 1957. The English Universities Press, Ltd.).
- J. M. Hammersley & D. C. Handscomb: *Monte Carlo Methods*. Methuen & Co. Ltd. London, 1964.
- IBM: *Reference Manual for General Purpose Systems Simulator*. 1966.
- Alec M. Lee: *Applied Queueing Theory*. Macmillan. London, 1966.
- McMillan & Gonzales: *Systems analysis. A computer Approach to Decisions Models*. Irwin, Rev. ed., 1968.
- P. M. Morse: *Queues, Inventories, and Maintenance*. John Wiley & Sons. New York, 1958.
- E. S. Pearson & H. O. Hartley (eds.). *Biometrika Tables for Statisticians*. 1962.
- Paul H. Rigby: *Conceptual Foundations of Business Research*. John Wiley & Sons. New York, 1965.
- Thomas L. Saaty: *Elements of Queueing Theory and Mathematical Methods of O. R.* McGraw-Hill Book Company, Inc., N. Y., 1961.
- Maurice Sasieni, Arthur Yaspan & Lawrence Friedman: *Operations Research: Methods and Problems*. John Wiley & Sons. New York, 1959.
- Robert Schlaifer: *Probability and Statistics for Business Decisions. An Introduction to Managerial Economics under Uncertainty*. McGraw-Hill Book Company, Inc., N. Y., 1959.
- K. D. Tocher: *The Art of Simulation*. D. van Nostrand C., Inc., Princeton, N. J., 1964.

Hovedformålet med artiklen har været at underkaste en modeltype og de med opstillingen og anvendelsen heraf forbundne måle-, definitions-, data-behandlings-, løsnings-, test-, implementerings- og kontrolproblemer nærmere analyse. Derfor har hovedvægten været lagt på metodeproblemerne frem for de konkrete resultater, der kom ud af modellen.

*Litteratur:*

- Russel L. Ackoff: *Scientific Method: Optimizing Applied Research Decisions*. John Wiley & Sons. New York, 1962.
- The Concept and Exercise of Control in O. R. (in: *Proceedings of the first International Conference on Operations Research*. Oxford, 1957. The English Universities Press, Ltd.).
- Nils Blomquist och Göran Lindblad: *Kö och Kapacitet i Detaljhandeln*. Meddelanden från institutet för distributionsekonomisk och administrativ forskning vid Handelshögskolan i Göteborg. IDAF. Nr. 4. 1955.
- C. W. Churchmann, R. L. Ackoff & E. L. Arnoff: *Introduction to Operations Research*. John Wiley & Sons. New York, 1957.
- William E. Deming: *Some Theory of Sampling*. John Wiley & Sons. New York, 1950.
- William Feller: *An Introduction to Probability Theory and its Application*, 2nd ed. John Wiley & Sons. New York, 1957.
- Charles Goodeve: The »Scientific Method«. (in: *Proceedings of the first international Conference on Operations Research*. Oxford, 1957. The English Universities Press, Ltd.).
- J. M. Hammersley & D. C. Handscomb: *Monte Carlo Methods*. Methuen & Co. Ltd. London, 1964.
- IBM: *Reference Manual for General Purpose Systems Simulator*. 1966.
- Alec M. Lee: *Applied Queueing Theory*. Macmillan. London, 1966.
- McMillan & Gonzales: *Systems analysis. A computer Approach to Decisions Models*. Irwin, Rev. ed., 1968.
- P. M. Morse: *Queues, Inventories, and Maintenance*. John Wiley & Sons. New York, 1958.
- E. S. Pearson & H. O. Hartley (eds.). *Biometrika Tables for Statisticians*. 1962.
- Paul H. Rigby: *Conceptual Foundations of Business Research*. John Wiley & Sons. New York, 1965.
- Thomas L. Saaty: *Elements of Queueing Theory and Mathematical Methods of O. R.* McGraw-Hill Book Company, Inc., N. Y., 1961.
- Maurice Sasieni, Arthur Yaspan & Lawrence Friedman: *Operations Research: Methods and Problems*. John Wiley & Sons. New York, 1959.
- Robert Schlaifer: *Probability and Statistics for Business Decisions. An Introduction to Managerial Economics under Uncertainty*. McGraw-Hill Book Company, Inc., N. Y., 1959.
- K. D. Tocher: *The Art of Simulation*. D. van Nostrand C., Inc., Princeton, N. J., 1964.

*Tidsskriftartikler:*

Erik Johnsen: Analyseprocessen. E. T., 1964, nr. 2.

– En metodeproblematisk note. E. T., 1965, nr. 1.

Niels Chr. Knudsen: Tidsspærring og kundespærring i et køsystem. E. T., 1965, nr. 3.

J. Peter Lassen: Salling-super analyse. E. T., 1967, nr. 4.

L. Printz: Om løsning af køproblemer. E. T., 1966, nr. 3.

E. T. = Erhvervsøkonomisk Tidsskrift.