

# En algoritmskiss för Barfod's epsilonprocess

Av CAJ-GUNNAR LINDSTRÖM\*)

Efter ett referat av de grundläggande tankegångarna i professor Börge Barfods epsilonprocess sammanställer författaren en algoritmskiss med motsvarande program i FORTRAN. Denna algoritm används sedan för att belysa TV-penetrationen i Finland och speciellt städerna i sydvästra Finland.

## 1. INLEDNING

Under sin tid som ledare för Företagsekonomiska Institutionen vid Haldalshögskolan vid Åbo Akademi vidareutvecklade professor Börge Barfod den dynamiska modell, som han skapade redan under sin tid i Ålborg och som han kallade epsilonprocessen.<sup>1)</sup> Professor Barfod planerade en fortsatt utveckling av modellen speciellt beträffande explicit utformning av de exogena faktorernas inverkan på modellens fasta parametrar. Dessa planer avbröts emellertid av hans plötsliga bortgång den 2 oktober 1968.

Avsikten var att författaren skulle bistå professor Barfod i utvecklingsprojektet främst genom utformningen av ett program för epsilonprocessen. Detta program publiceras i denna artikel och illustreras med exempel på TV-beståndets tillväxt i Finland och speciellt städerna i sydvästra Finland. I samband härmed pekas på en del praktiska och teoretiska problem i samband med tillämpningen av modellen i empiriska studier. Den primära avsikten med detta arbete är ej att direkt berika teorin, ej heller att redovisa några empiriska forskningsresultat, utan främst att sprida information om en modell och dess användningsmöjligheter samt att peka på ett behov av ytterligare forskning och utveckling av ifrågavarande modell.

\*) ekonomiexamen, tf lektor vid Handelshögskolan vid Åbo Akademi.

<sup>1)</sup> Se B. Barfod, a. a. [1] ss 46-58 samt B. Barfod och T. Saxén a. a.

# En algoritmskiss för Barfod's epsilonprocess

Av CAJ-GUNNAR LINDSTRÖM\*)

Efter ett referat av de grundläggande tankegångarna i professor Börge Barfods epsilonprocess sammanställer författaren en algoritmskiss med motsvarande program i FORTRAN. Denna algoritm används sedan för att belysa TV-penetrationen i Finland och speciellt städerna i sydvästra Finland.

## 1. INLEDNING

Under sin tid som ledare för Företagsekonomiska Institutionen vid Haldalshögskolan vid Åbo Akademi vidareutvecklade professor Börge Barfod den dynamiska modell, som han skapade redan under sin tid i Ålborg och som han kallade epsilonprocessen.<sup>1)</sup> Professor Barfod planerade en fortsatt utveckling av modellen speciellt beträffande explicit utformning av de exogena faktorernas inverkan på modellens fasta parametrar. Dessa planer avbröts emellertid av hans plötsliga bortgång den 2 oktober 1968.

Avsikten var att författaren skulle bistå professor Barfod i utvecklingsprojektet främst genom utformningen av ett program för epsilonprocessen. Detta program publiceras i denna artikel och illustreras med exempel på TV-beståndets tillväxt i Finland och speciellt städerna i sydvästra Finland. I samband härmed pekas på en del praktiska och teoretiska problem i samband med tillämpningen av modellen i empiriska studier. Den primära avsikten med detta arbete är ej att direkt berika teorin, ej heller att redovisa några empiriska forskningsresultat, utan främst att sprida information om en modell och dess användningsmöjligheter samt att peka på ett behov av ytterligare forskning och utveckling av ifrågavarande modell.

\*) ekonomiexamen, tf lektor vid Handelshögskolan vid Åbo Akademi.

<sup>1)</sup> Se B. Barfod, a. a. [1] ss 46-58 samt B. Barfod och T. Saxén a. a.

## 2. EPSILONPROCESSEN

### 21. *Utgångssituationen*

Med hjälp av epsilonprocessen önskade Börge Barfod beskriva det dynamiska händelseförloppet mellan olika stationära tillstånd i en marknadsmodell. *Anpassningsprocessens* utveckling påverkas av endogena och exogena faktorer. I epsilonprocessen antas de exogena faktorernas inverkan vara konstant i tiden varav följer, att *modellens fasta parametrar är konstanta i tiden*. Modellen innehåller ingen extern återkoppling, varför enbart symptomatisk information lämnas beträffande inverkan av ett konglomerat av exogena faktorer. Till följd härav kan epsilonmodellen icke reservationslöst användas som *prediktionsvektyg*.

Epsilonprocessen beskriver *penetrationsprocessen* för en kapitalvara, varvid antas, att reinvestering icke sker. Penetrationen beskrivs som en *stokastisk process* där information ges beträffande fördelningen mellan »ägare» och »icke-ägare» av kapitalvaran samt beträffande fördelningen på olika besittningskvantiteter. Genom en koppling mellan *possesmedelvärdet* och transitionssannolikheterna erhålles en variantrik och flexibel penetrationsekvation, som är en differensekvation av första ordningen och  $(\varepsilon + 1)$  graden.

Utgångspunkt för epsilonprocessen är *en i tiden fast population* omfattande ett bestämt antal konsumtionsenheter  $C$ , samt *en i tiden variabel population*  $Y_t$  omfattande antalet enheter av en kapitalvara som population  $C$  besitter vid tidpunkten  $t$ . Vid en viss tidpunkt kan en konsumentenhet befinna sig i ett av tillstånden

$$x = 0, 1, \dots, n$$

och under tidsintervallet  $\delta t$  kan en förändring ske sålunda att konsumentenheten antingen

- 1) förvärvar 1 enhet och avyttrar 0 enheter eller
- 2) avyttrar 1 enhet och förvärvar 0 enheter eller
- 3) förvärvar 0 enheter och avyttrar 0 enheter eller
- 4) förvärvar 1 enhet och avyttrar 1 enhet

Av dessa förbises alternativ 4) i modellen då ingen reinvestering antas inträffa. Alternativ 3) betecknas  $E_0K_0$  och alternativ 2)  $K_1E_0$ , som anger en negativ nyinvestering och alternativ 1)  $E_1K_0$ , som anger en positiv nyinvestering. De mot övergångstillstånden svarande *transitionssannolikheterna* betecknas

$$\begin{aligned} s_{x,x+1} &= s\{E_1K_0|x\}, & x &= 0, 1, \dots, n-1 \\ s_{x,x-1} &= s\{K_1E_0|x\}, & x &= 1, 2, \dots, n \\ s_{x,x} &= s\{E_0K_0|x\}, & x &= 0, 1, \dots, n \end{aligned}$$

För dessa betingade sannolikheter gäller

$$(2.1) \quad \begin{aligned} s_{x,x} + s_{x,x+1} &= 1, & x &= 0 \\ s_{x,x-1} + s_{x,x} + s_{x,x+1} &= 1, & x &= 1, 2, \dots, n-1 \\ s_{x,x-1} + s_{x,x} &= 1, & x &= n \end{aligned}$$

Inom ramen för den s. k. lineära grannmodellen införs beteckningen  $a$  för *avanceringssannolikheten* på lägsta tillväxtnivå, dvs.  $a = s_{0,1}$  och  $b$  för *retarderingsannolikheten* på tillväxtnivån 1, dvs.  $b = s_{1,0}$ .

Den lineära grannhypotesen kan härefter skrivas som

$$(2.2) \quad s_{x,x+1} = a\left(1 - \frac{x}{n}\right), \quad x = 0, 1, \dots, n-1$$

$$(2.3) \quad s_{x,x-1} = b \cdot x, \quad x = 1, 2, \dots, n$$

$$(2.4) \quad s_{x,x} = 1 - a + \left(\frac{a}{n} - b\right)x, \quad x = 0, 1, \dots, n$$

Härvid erhålles *isostatsannolikheten*  $s_{x,x}$  i (2.4) som differensen mellan talet 1 och summan av (2.2) och (2.3). För *avanceringskoefficienten*  $a$  och *retarderingskoefficienten*  $b$  gäller härvid

$$(2.5) \quad \begin{aligned} 0 &\leq a \leq 1 \\ 0 &\leq b \leq \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Possessfördelningen kan uttryckas med följande blanco-funktion

$$(2.6) \quad v\{x\}_t = \varphi(x),$$

och fördelningens medelvärde

$$(2.7) \quad \bar{x}_t = \sum_{x=0}^n x \cdot v\{x\}_t$$

kallas possessmedelvärdet.

Om possessfördelningen vid en given tidpunkt är känd och om  $a$  och  $b$  är kända kan den lineära grannmodellens ekvationssystem skrivas som

$$\begin{aligned}
v\{0\}_{t+1} &= (1-a)v\{0\}_t + bv\{1\}_t \\
v\{x\}_{t+1} &= a\left(1 - \frac{x-1}{n}\right)v\{x-1\}_t + \left[1-a + x\left(\frac{a}{n} - b\right)\right]v\{x\}_t \\
&\quad + b(x+1)v\{x+1\}_t \quad x = 1, 2, \dots, n-1 \\
v\{n\}_{t+1} &= \frac{a}{n}v\{n-1\}_t + (1-nb)v\{n\}_t.
\end{aligned}
\tag{2.8}$$

För possessmedelvärdet erhålles

$$\bar{x}_{t+1} = a + \left(1 - \frac{a}{n} + b\right)\bar{x}_t.
\tag{2.9}$$

Ovan betraktades  $a$  och  $b$  som konstanta i tiden. Utgående från en *attraktionshypotes* antas avanceringskoefficienten växa i tiden och utgående från en *deteriorationshypotes* antas att retarderingskoefficienten blir större och inverkar som en broms på utvecklingen.

En enkel och plausibel specifikation av attraktionshypotesen är antagandet att det råder ett lineärt samband mellan logaritmerna för possessmedelvärdet och avanceringssannolikheten. Detta antagande ger

$$a_t = a \bar{x}_t^{\varepsilon_a}, \quad \alpha > 0 \text{ och } \varepsilon_a \geq 0
\tag{2.10}$$

Motsvarande antagande för deteriorationshypotesen ger

$$b_t = \beta \bar{x}_t^{\varepsilon_b}, \quad \beta > 0 \text{ och } \varepsilon_b \geq 0.
\tag{2.11}$$

## 22. Epsilonmodellen

För den fortsatta framställningen antas

$$\varepsilon = \varepsilon_a = \varepsilon_b
\tag{2.12}$$

Om specifikationerna av attraktions- och deteriorationshypoteserna införs i (2.8) och (2.9) erhålles det ekvationssystem som styr epsilonprocessen, nämligen

$$\begin{aligned}
v\{0\}_{t+1} &= (1 - a\bar{x}_t^\varepsilon) \cdot v\{0\}_t + \beta\bar{x}_t^\varepsilon \cdot v\{1\}_t \\
v\{x\}_{t+1} &= a\bar{x}_t^\varepsilon \left(1 - \frac{x-1}{n}\right)v\{x-1\}_t + \left[1 - a\bar{x}_t^\varepsilon + \right. \\
&\quad \left. + x \cdot \bar{x}_t^\varepsilon \cdot \left(\frac{a}{n} - \beta\right)\right] \cdot v\{x\}_t + \beta\bar{x}_t^\varepsilon(x+1) \cdot v\{x+1\}_t \\
&\quad x = 1, 2, \dots, n-1 \\
v\{n\}_{t+1} &= \frac{a}{n} \cdot \bar{x}_t^\varepsilon \cdot v\{n-1\} + (1 - n\beta \bar{x}_t^\varepsilon) \cdot v\{n\}_t
\end{aligned}$$

och

$$(2.14) \quad \bar{x}_{t+1} = \bar{x}_t + \alpha \bar{x}_t^\varepsilon - \left(\frac{\alpha}{n} + \beta\right) \bar{x}_t^{\varepsilon+1}$$

Epsilonprocessen konvergerar mot ett stationärt jämviktsläge. Det stationära possessmedelvärdet erhålles som

$$(2.15) \quad \bar{x}^* = \frac{\alpha \cdot n}{\alpha + \beta \cdot n}$$

Hela possessfördelningen konvergerar mot binominalfördelningen då  $t \rightarrow \infty$ . Härvid fås den stationära possessfördelningen som

$$(2.16) \quad v\{x\} = \binom{n}{x} \cdot \Theta^x \cdot (1 - \Theta)^{n-x}$$

där

$$\Theta = \frac{\alpha}{\alpha + \beta \cdot n}$$

För avancerings- och retarderingskoefficienterna erhålles de stationära värdena

$$(2.17) \quad a = \alpha^{\varepsilon+1} \left(\frac{n}{\alpha + \beta n}\right)^\varepsilon,$$

och

$$(2.18) \quad b = \beta \left(\frac{\alpha n}{\alpha + \beta n}\right)^\varepsilon,$$

då

$$0 \leq \alpha^{\varepsilon+1} \left(\frac{n}{\alpha + \beta n}\right)^\varepsilon \leq 1$$

och

$$0 \leq \beta n^{\varepsilon+1} \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta n}\right)^\varepsilon \leq \textcircled{1}$$

Kurvan för possessmedelvärdet, jfr ekv. (2.14) har en inflexionspunkt, vars ordinata i en diskontinuerlig process ligger i närheten av och i en kontinuerlig process exakt i

$$(2.19) \quad \bar{x}_t(\text{inflex}) = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \bar{x}^*.$$

Nettotilväxten av positiv och negativ nyinvestering erhålles som

$$(2.20) \quad {}_t\Delta_{t+1} = \left(\frac{\alpha}{n} + \beta\right) \cdot \bar{x}_t^\varepsilon \cdot (\bar{x}^* - \bar{x}_t),$$

..

och tillväxtraten eller den procentuella tillväxten per tidsenhet som

$$(2.21) \quad {}_t\Delta_{t+1} = \left(\frac{\alpha}{n} + \beta\right) \cdot \bar{x}_t^{\epsilon-1} \cdot (\bar{x}^* - \bar{x}_t) .$$

### 23. Epsilonprocessens efterfrågeutveckling

Emedan epsilonmodellen är utformad som en stokastisk process kan nettotillväxten  ${}_t\Delta_{t+1}$  uppsjälkas i dels ett positivt element, som anger tillkomsten  ${}_tE_{t+1}$  och dels ett negativt element som anger avgången  ${}_tK_{t+1}$ , dvs.

$$(2.22) \quad {}_t\Delta_{t+1} = {}_tE_{t+1} - {}_tK_{t+1}$$

I (2.22) anger  ${}_tE_{t+1}$  efterfrågan under tidsintervallet mellan tidpunkterna  $t$  och  $t+1$ , medan  ${}_tK_{t+1}$  anger bortfallet eller 'utvecklingsbromsen' under motsvarande tidsintervall.  $E$  och  $K$  kan separeras ur (2.20) genom att  $\beta$  och  $\alpha$  turvis sättes = 0, varvid vi får

$$(2.23) \quad {}_tE_{t+1} = \frac{\alpha}{n} \bar{x}_t^{\epsilon} (n - \bar{x}_t) = \alpha \bar{x}_t^{\epsilon} \left(1 - \frac{\bar{x}_t}{n}\right)$$

och

$$(2.24) \quad {}_tK_{t+1} = \beta \bar{x}_t^{\epsilon+1}$$

vilket för nettotillväxten sålunda ger

$$(2.25) \quad {}_t\Delta_{t+1} = \alpha \bar{x}_t^{\epsilon} \left(1 - \frac{\bar{x}_t}{n}\right) - \beta \bar{x}_t^{\epsilon+1}$$

Då possessmedelvärdet går mot en stationär nivå följer att även nettotillväxten måste närma sig 0 för  $t \rightarrow \infty$ , varvid tillkomsten av »nya köpare« bör vara i jämvikt med avgången av »gamla köpare«, dvs.

$$(2.26) \quad E^* = K^* = \beta \bar{x}^{\epsilon+1} .$$

Om den stationära efterfrågan uttryckes som bråkdel av det stationära possessmedelvärdet fås

$$(2.27) \quad \omega = \frac{\beta \bar{x}^{\epsilon+1}}{\bar{x}} = \beta \bar{x}^{\epsilon} = b ;$$

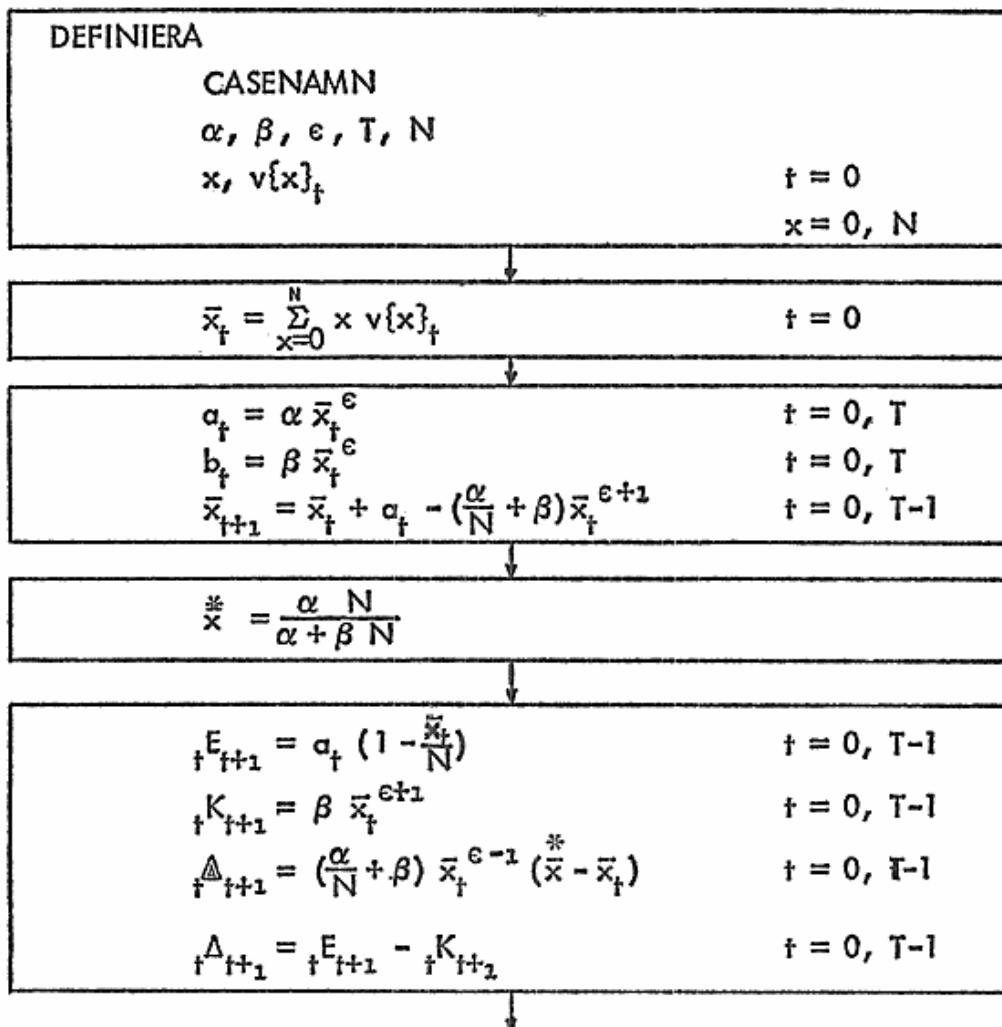
dvs. den stationära efterfrågan i procent av det stationära beståndet är lika med den stationära retarderingskoefficienten.

## 3. EPSPR – EN ALGORITMSKISS

## 31. Funktionssystemet.

I det följande redogörs för en algoritm, EPSPR, med motsvarande program för epsilonprocessen. Algoritmen startas med definition av de fasta parametrarna samt possessfördelningen vid initialtidpunkten,  $t = 0$ . Här efter följes step by step epsilonprocessens ekvationssystem, varefter de stationära värdena beräknas, såsom framgår av fig. 3.1.

Fig. 3.1. EPSPR-algorithmens funktionssystem.





### 32. EPSPR-programmet

EPSPR-programmet är skrivet i FORTRAN och gjort i främsta hand för IBM 1130, dock med tanke på att programmet skall kunna köras även på andra maskiner efter utbyte av styrkort. Av programmeringstekniska skäl har vissa beteckningar ändrats i jämförelse med i avsnitt 2 och i algoritmskissen använda beteckningar. Detta torde emellertid icke förvirra läsaren i högre grad då programutskriften direkt följer algoritmskissen. I programutskriften gives de stegvis uppnådda värdena vid siden av de stationära värdena för att underlätta en direkt analys och jämförelse vid körningen.

Detta program är dimensionerat för

$$N \leq 5$$

$$T \leq 100$$

$$a \leq 99.999$$

$$\beta \leq 99.999$$

$$\varepsilon \leq 99.999$$

I problem, där  $N = 1$  erhålles ingen utskrift för possessfördelningen eftersom denna fördelning är given i form av possessmedelvärdet. Då  $N > 1$  erhålles utskrift angående possessfördelning per analystidpunkt samt den stationära possessfördelningen.



```

606 WRITE(3,11) I,VP(I),I,VS(I)
608 DO 610 J X 1,IT
    WRITE(3,3) J
    WRITE(3,4) A(J), AS
    WRITE(3,5) B(J), BS
    WRITE(3,6) XB(J), XBS
    WRITE(3,7) E(J), ES
    WRITE(3,8) C(J), CS
    WRITE(3,9) D(J), DA(J)
    WRITE(3,10)
    IF(N=1) 630,610,620
620 I X 0
    WRITE(3,11) I,V0(J),I,V50
611 I X I +1
    IF(I=N) 615,616,610
615 WRITE(3,11) I,V(I,J),I,VS(I)
    GO TO 611
616 WRITE(3,11) I,V(I,J),I,VS(I)
610 CONTINUE
630 CALL EXIT
    END

```

FEATURES SUPPORTED  
EXTENDED PRECISION  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR EPSPR  
COMMON 0 VARIABLES 4674 PROGRAM 1752

END OF COMPILATION

### 33. Input-data-format

Datapacken består av 2 styrkort och 3 datakorttyper, rubrikkort, parameterkort samt fördelningskort. För dessa korttyper gäller följande format

#### Rubrikkort

Kolumn	Innehåller
1- 8	Case namn eller nummer

#### Parameterkort

Kolumn	Innehåller
1- 6	$\alpha$ -värdet, dec.punkt i kol. 3
7-12	$\beta$ -värdet, - i - 9
13-18	$\varepsilon$ -värdet, - i - 15
19-22	$T$ högerorienterat, ingen dec.punkt
23-26	$N$ - -

THE EPSILON PROCESS.....B.BARFOD

INITIAL SITUATION

A(T)	0.0800	A(STAT)	0.6400
B(T)	0.0299	B(STAT)	0.2400
XB(T)	0.2000	XB(STAT)	1.6000
XB(INFLEX)	0.8000		

X	V(X,T)	X	VS(X)
0	0.8500	0	0.1296
1	0.1000	1	0.3456
2	0.0500	2	0.3456
3	0.0000	3	0.1536
4	0.0000	4	0.0256

T 1

A(T)	0.1079	A(STAT)	0.6400
B(T)	0.0404	B(STAT)	0.2400
XB(T)	0.2700	XB(STAT)	1.6000
E(T-1,T)	0.0760	E(STAT)	0.3840
K(T-1,T)	0.0059	K(STAT)	0.3840
DELTA(T-1,T)	0.0700	DA(T-1,T)	0.3500

X	V(X,T)	X	VS(X)
0	0.7850	0	0.1296
1	0.1620	1	0.3456
2	0.0510	2	0.3456
3	0.0020	3	0.1536
4	0.0000	4	0.0256

T 2

A(T)	0.1439	A(STAT)	0.6400
B(T)	0.0539	B(STAT)	0.2400
XB(T)	0.3597	XB(STAT)	1.6000
E(T-1,T)	0.1007	E(STAT)	0.3840
K(T-1,T)	0.0109	K(STAT)	0.3840
DELTA(T-1,T)	0.0897	DA(T-1,T)	0.3325

X	V(X,T)	X	VS(X)
0	0.7067	0	0.1296
1	0.2312	1	0.3456
2	0.0574	2	0.3456
3	0.0044	3	0.1536
4	0.0000	4	0.0256

:

:

T 20

A(T)	0.6394	A(STAT)	0.6400
B(T)	0.2398	B(STAT)	0.2400
XB(T)	1.5986	XB(STAT)	1.6000
E(T-1,T)	0.3838	E(STAT)	0.3840
K(T-1,T)	0.3829	K(STAT)	0.3840
DELTA(T-1,T)	0.0008	DA(T-1,T)	0.0005

X	V(X,T)	X	VS(X)
0	0.1298	0	0.1296
1	0.3458	1	0.3456
2	0.3454	2	0.3456
3	0.1533	3	0.1536

## Fördelningskort

Kolumn	Innehåller
1- 2	$x$ högerorienterat
3- 8	v-värdet, dec.punkt i kol. 4

För IBM-1130 består input-packen av  
 Monitor Cold Start Card  
 // XEQ EPSPR  
 Case nr  
 Parameterkortet  
 Fördelningskortet  
 Blankt kort

## 4. NÅGRA EXEMPEL

Avsikten i detta avsnitt är dels att testa EPSPR-programmet och dels att ge exempel på praktiska tillämpningsmöjligheter.

## 4.1. Barfod's exempel

I det tidigare anförda arbetet av Barfod och Saxén illustrerar Barfod epsilonprocessen med ett numeriskt exempel, se speciellt fig. 2 (I-XXIV). Samma exempel har körts med EPSPR-programmet och en del av utskriften visas i fig. 4.1. De för detta exempel erhållna kurvorna för possessmedelvärdet, efterfrågan, avgången och tillväxthastigheten visas i fig. 4.2.

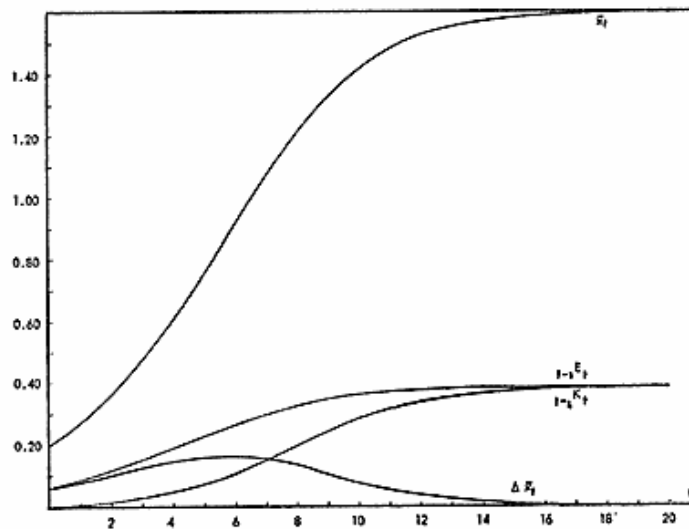


Fig. 4.2. Barfod's illustration av epsilonprocessen (Beräknat enligt EPSPR).

ÅBO			Observerade data $\bar{x}_t$ $\Delta \bar{x}_t$		$\nabla \bar{x}_t$		
År	Antal hushåll	Antal TV-licenser			$\bar{x} = 0.68$ $e = 0.262$ $r = 0.9429$ $t = 6.9372$	$\bar{x} = 0.70$ $e = 0.237$ $r = 0.9208$ $t = 5.7839$	$\bar{x} = 0.80$ $e = 0.159$ $r = 0.7091$ $t = 2.2436$
1958	44810	190	.0042	.0042	-	-	-
1959	45831	3105	.0678	.0636	.0941	.0914	.0799
1960	46777	8422	.1801	.1123	.1834	.1776	.1534
1961	48123	14460	.3005	.1204	.2408	.2316	.1942
1962	49621	20010	.4033	.1028	.2709	.2573	.2058
1963	51045	24044	.4710	.0677	.2447	.2282	.1707
1964	52135	28727	.5510	.0800	.3828	.3493	.2432
1965	52905	31991	.6047	.0537	.4163	.3604	.2157
1966	54480	34120	.6263	.0216	.2869	.2267	.1106
SALO			Observerade data $\bar{x}_t$ $\Delta \bar{x}_t$		$\nabla \bar{x}_t$		
År	Antal hushåll	Antal TV-licenser			$\bar{x} = 0.95$ $e = 0.299$ $r = 0.9698$ $t = 9.7326$	$\bar{x} = 0.97$ $e = 0.292$ $r = 0.9700$ $t = 9.7725$	$\bar{x} = 0.98$ $e = 0.289$ $r = 0.9698$ $t = 9.7334$
1958	3658	21	.0057	.0057	-	-	-
1959	3759	202	.0537	.0480	.0508	.0498	.0493
1960	3955	617	.1560	.1023	.1141	.1116	.1104
1961	4125	1103	.2675	.1115	.1404	.1370	.1353
1962	4291	1601	.3731	.1056	.1547	.1503	.1482
1963	4501	2067	.4592	.0861	.1492	.1444	.1419
1964	4692	2666	.5682	.1090	.2221	.2134	.2093
1965	4854	3111	.6410	.0728	.1907	.1812	.1768
1966	4896	3510	.7170	.0760	.2460	.2310	.2242
NYSTAD			Observerade data $\bar{x}_t$ $\Delta \bar{x}_t$		$\nabla \bar{x}_t$		
År	Antal hushåll	Antal TV-licenser			$\bar{x} = 0.70$ $e = 0.479$ $r = 0.9623$ $t = 8.6628$	$\bar{x} = 0.72$ $e = 0.459$ $r = 0.9741$ $t = 10.5517$	$\bar{x} = 0.73$ $e = 0.450$ $r = 0.9725$ $t = 10.2316$
1958	1650	5	.0030	.0030	-	-	-
1959	1638	42	.0256	.0226	.0324	.0315	.0311
1960	1645	168	.1021	.0765	.1134	.1102	.1086
1961	1673	426	.2546	.1525	.2551	.2468	.2429
1962	1685	668	.3964	.1418	.3414	.3257	.3184
1963	1710	835	.4883	.0919	.3027	.2840	.2755
1964	1785	1009	.5653	.0770	.3637	.3323	.3186
1965	1859	1145	.6159	.0506	.3756	.3271	.3072
1966	1956	1310	.6697	.0538	.6397	.5168	.4715
NÅDENDAL			Observerade data $\bar{x}_t$ $\Delta \bar{x}_t$		$\nabla \bar{x}_t$		
År	Antal hushåll	Antal TV-licenser			$\bar{x} = 0.72$ $e = 0.288$ $r = 0.9785$ $t = 11.6251$	$\bar{x} = 0.73$ $e = 0.275$ $r = 0.9795$ $t = 11.9133$	$\bar{x} = 0.75$ $e = 0.253$ $r = 0.9722$ $t = 10.1752$
1958	1749	7	.0040	.0040	-	-	-
1959	1829	129	.0705	.0665	.0929	.0916	.0891
1960	1910	337	.1764	.1059	.1630	.1606	.1558
1961	1942	569	.2930	.1166	.2145	.2106	.2033
1962	1968	824	.4187	.1257	.2944	.2876	.2751
1963	2000	1041	.5205	.1018	.3379	.3270	.3073
1964	2052	1223	.5960	.0755	.3784	.3604	.3290
1965	2070	1328	.6415	.0455	.3669	.3396	.2955
1966	2147	1440	.6707	.0292	.3720	.3299	.2691

Fig. 4.3. Utgångsdata och mancovoten för olika hypoteser beträffande stationär nivå.

42. *TV-beståndets tillväxt i några städer i sydvästra Finland.*

År 1964 redogjorde Börge Barfod<sup>2)</sup> för ett första utkast till epsilonprocessen och visade i samband härmed huru modellen kunde användas för att beskriva TV-beståndets tillväxt i Danmark. Härvid definierades TV-beståndet som antalet TV-licenser i relation till den totala befolkningen. En exakt likadan analys har även gjorts för Finland<sup>3)</sup>. I en pro gradu avhandling har Alf-Erik Lerviks analyserat TV-beståndets tillväxt i sydvästra Finland och baserar härvid sin analys på den log-normala fördelningen<sup>4)</sup>. På basen av de statistiska uppgifter han i detta arbete uppsamlat dels beträffande antal TV-licenser och dels beträffande hushåll har det i fig. 4.3 angivna siffermaterialet sammanställts. I de 5 första kolumnerna i fig. 4.3 anges observerade data medan de 3 sista kolumnerna innehåller 3 hypoteser per stad beträffande den stationära nivån för possessmedelvärdet.

Ett av de största problemen i samband med tillämpningen av en teoretisk modell i praktiken gäller estimering av parametervärdena. Genom en omformning av ekvation (2.25) erhålles för nettotillväxten

$$(4.1) \quad \Delta \bar{x}_t = \alpha \bar{x}_{t-1} - \left( \frac{\alpha}{N} + \beta \right) \bar{x}_{t-1}^{\epsilon+1}$$

Genom att i (4.1) observera (2.15) samt att  $N = 1$  erhålles

$$(4.2) \quad \Delta \bar{x}_t = (\alpha + \beta) \bar{x}_{t-1}^{\epsilon} [\bar{x}^* - \bar{x}_{t-1}]$$

I (4.2) antas härvid högra medlemmarna alltid vara  $\geq 0$ . Härvid följer, att mancokvoten kan definieras som

$$(4.3) \quad \nabla \bar{x}_t = \frac{\Delta \bar{x}_t}{\bar{x}^* - \bar{x}_{t-1}}$$

Då (4.3) beaktas i (4.2) erhålles

$$(4.4) \quad \nabla \bar{x}_t = (\alpha + \beta) \bar{x}_{t-1}^{\epsilon} \bar{x}^*$$

I fig. 4.3 har mancokvoten beräknats för 3 olika  $\bar{x}^*$ -värden för varje stad. En viss uppfattning om de stationära värdena kan erhållas medelst en grafisk analys av observerade värden. Genom logaritmering av (4.4) erhålles.

<sup>2)</sup> Se B. Barfod, a. a. [1] ss 41–55.

<sup>3)</sup> Se A. Juppi, a. a.

<sup>4)</sup> Se A.-E. Lerviks, a. a.

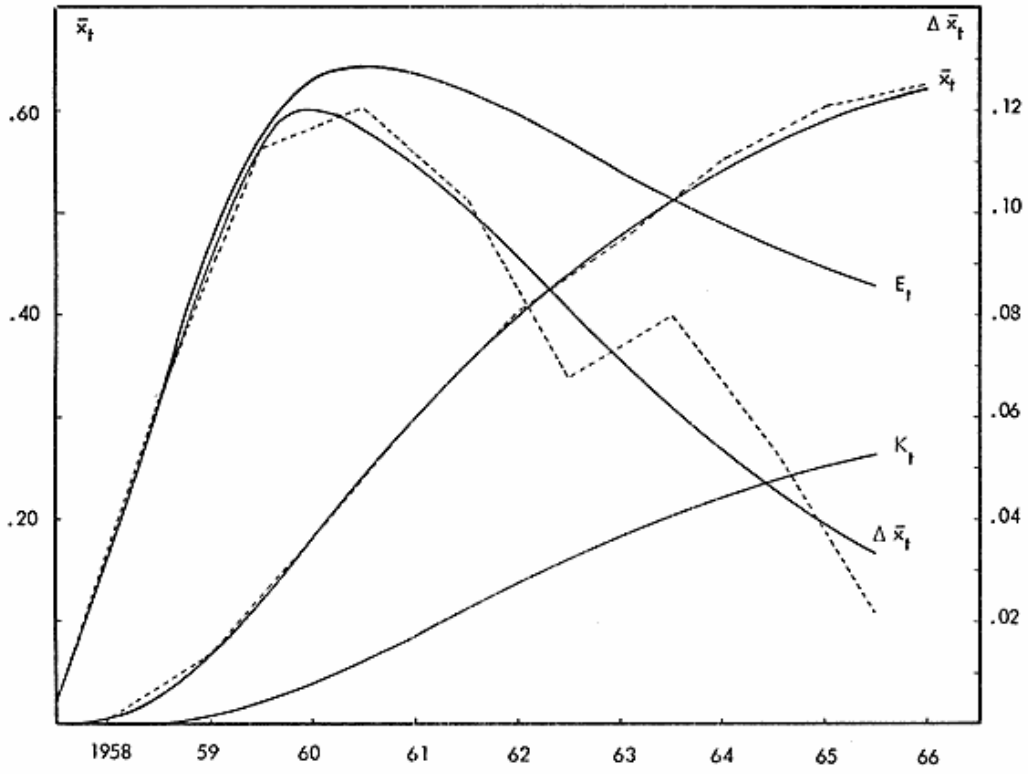
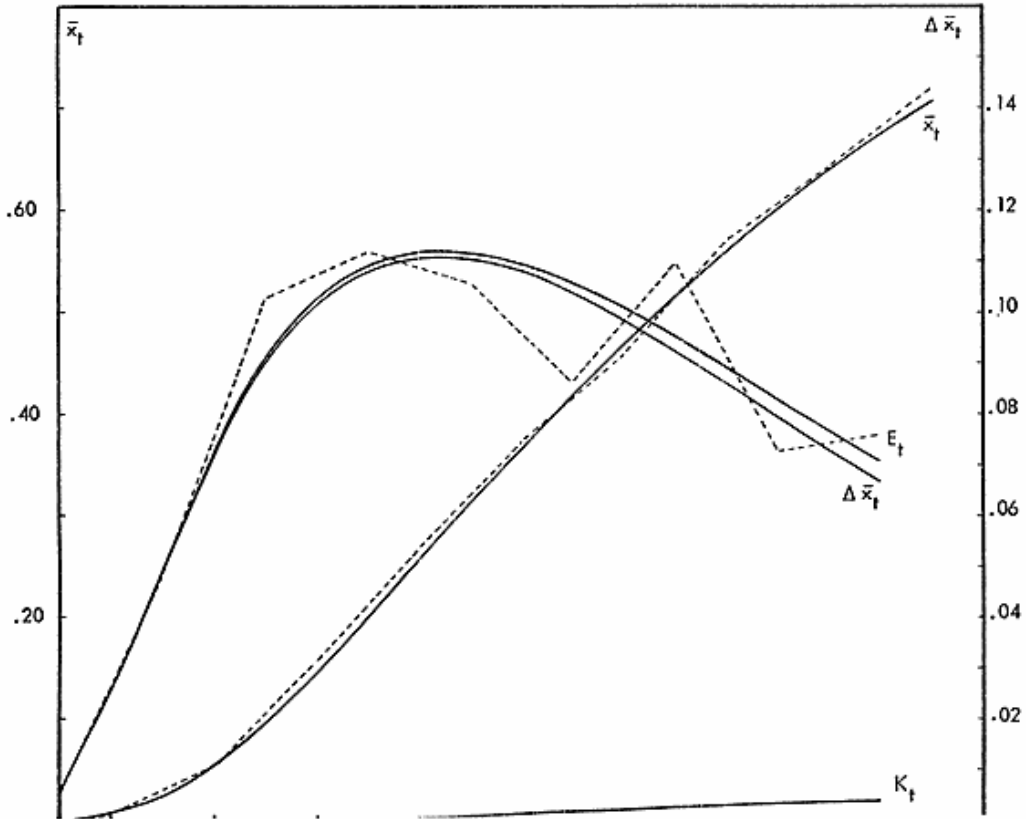


Fig. 4.5. TV-penetrationsen i Åbo, observerade och beräknade värden.





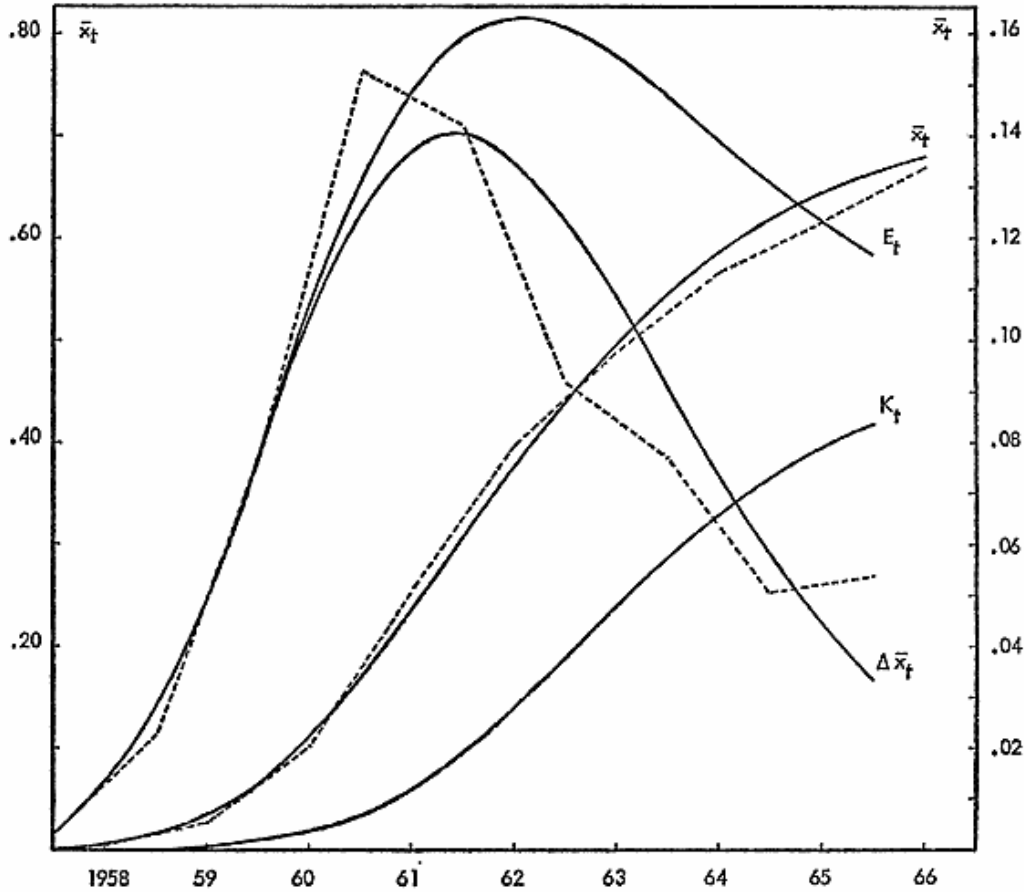


Fig. 4.7. TV-penetrationen i Nystad, observerade och beräknade värden.

$$(4.5) \quad \log \nabla \bar{x}_t = \log (a + \beta) + \varepsilon \log \bar{x}_{t-1}$$

Hypoteserna i fig. 4.3 har testats och  $\varepsilon$ -,  $\alpha$ - och  $\beta$ -värdena har beräknats på basen av denna ekvation. Regressionsanalysen har utförts på IBM 1130 på basen av ett standard program för multipel linjär regressionsanalys ur SSP<sup>5</sup>). Som beslutsvariabel vid valet mellan de tre hypoteserna kan här användas korrelationskoefficienten och  $t$ -värdet. Emellertid bör härvid observeras den information som residualerna ger. Sålunda ger t.ex. för Åbo  $\bar{x}^* = 0.70$  bättre anpassning i EPSPR än  $\bar{x}^* = 0.68$  även om den senare ger högra korrelationskoefficient och högre signifikans. Orsaken härtill finnes i residualerna, som ger bättre resultat för  $\bar{x}^* = 0.70$ .

<sup>5</sup>) Se 1130 Scientific Subroutine Package (1130 - CM - 02x) IBM H20 - 0252 - 2.

För korrelationskoefficientens signifikansnivå erhålles<sup>6)</sup> för 7 frihetsgrader

$$r\{P = .01\} = .7977$$

$$r\{P = .05\} = .6664$$

och för  $t$ -värdena erhålles

$$t_{.995} = 3.499$$

$$t_{.99} = 2.998$$

$$t_{.975} = 2.365$$

dvs. förutom Åbo  $\bar{x}^* = 0.80$  erhålles signifikansnivåen 0.995 för hypotesarna.

EPSPR-algoritmen tillämpades för att testa de uppställda hypotesernas anpassning till observerade data. De modeller som ger bästa anpassning anges i fig. 4.4 och för varje stad anges skilt i fig. 4.5–4.8 kurvorna för possessmedelvärdet, tillväxthastigheten, efterfrågehastigheten och bortfallshastigheten. Såsom av dessa figurer framgår erhålles rätt god anpassning även om estimeringen av parametervärdena kan anses ge en symptomatisk kännedom om de exogena faktorernas inverkan på  $\alpha$  och  $\beta$ . Sålunda kommer t.ex.  $\beta$  att utöver det rena bortfallet vid estimeringen även att erhålla andra egenskaper som gör att bortfallshastigheten  $K$  blir för stor, vilket speciellt framgår för hela landet. För hela Finland erhålles<sup>7)</sup>

År	Folkmängd per 31/12	TV-bestånd per 31/12		Licensbortfall per år	
		Absol.	$\bar{x}_t$	Absol.	Relat.
1958	4 376 300	7 757	.0018	–	–
1959	4 413 000	34 259	.0078	101	.0000
1960	4 446 200	92 524	.0208	516	.0001
1961	4 487 100	190 132	.0424	1 295	.0003
1962	4 523 200	335 990	.0743	2 256	.0004
1963	4 562 100	475 687	.1043	4 365	.0010
1964	4 597 700	622 455	.1354	5 207	.0011
1965	4 625 700	731 986	.1582	6 857	.0015
1966	4 652 700	822 311	.1767	7 110	.0015

<sup>6)</sup> Jfr. F. Mills a. a. s 305.

<sup>7)</sup> De statistiska uppgifterna är hämtade från Statistisk årsbok för Finland och från A.-E. Lerviks a. a.

ÅBO			Beräknade värden						
Observerade data			$\bar{x}$	= 0.6994		$\alpha = 0.235$			
År	$\bar{x}_t$	$\Delta \bar{x}_t$	$\bar{x}_t$	Residual	$\Delta \bar{x}_t$	$E_t$	$K_t$	$\epsilon = 0.237$	
1958	.0042	.0042	.0042	.0000	-	-	-	-	
1959	.0678	.0636	.0680	.0002	.0638	.0639	.0001	15.2024	
1960	.1801	.1123	.1802	.0001	.1122	.1158	.0036	1.6487	
1961	.3005	.1204	.2964	-.0041	.1162	.1283	.0121	0.6447	
1962	.4033	.1028	.3979	-.0054	.1014	.1239	.0224	0.3423	
1963	.4710	.0677	.4793	.0083	.0814	.1137	.0323	0.2045	
1964	.5510	.0800	.5414	-.0096	.0621	.1027	.0406	0.1295	
1965	.6047	.0537	.5873	-.0174	.0458	.0931	.0472	0.0847	
1966	.6263	.0216	.6205	-.0058	.0331	.0854	.0522	0.0564	
SALO			Beräknade värden						
Observerade data			$\bar{x}$	= 0.9695		$\alpha = 0.223$			
År	$\bar{x}_t$	$\Delta \bar{x}_t$	$\bar{x}_t$	Residual	$\Delta \bar{x}_t$	$E_t$	$K_t$	$\epsilon = 0.292$	
1958	.0057	.0057	.0057	.0000	-	-	-	-	
1959	.0537	.0480	.0547	.0010	.0490	.0490	.0000	8.6017	
1960	.1560	.1023	.1448	-.0112	.0900	.0902	.0001	1.6459	
1961	.2675	.1115	.2527	-.0148	.1078	.1084	.0005	0.7450	
1962	.3731	.1056	.3630	-.0101	.1103	.1115	.0011	0.4366	
1963	.4592	.0861	.4668	.0076	.1037	.1056	.0018	0.2858	
1964	.5682	.1090	.5593	-.0089	.0925	.0951	.0026	0.1982	
1965	.6410	.0728	.6390	-.0020	.0796	.0829	.0033	0.1423	
1966	.7170	.0760	.7057	-.0113	.0667	.0706	.0039	0.1043	
NYSTAD			Beräknade värden						
Observerade data			$\bar{x}$	= 0.7198		$\alpha = 0.406$			
År	$\bar{x}_t$	$\Delta \bar{x}_t$	$\bar{x}_t$	Residual	$\Delta \bar{x}_t$	$E_t$	$K_t$	$\epsilon = 0.459$	
1958	.0030	.0030	.0030	.0000	-	-	-	-	
1959	.0256	.0226	.0311	.0055	.0281	.0281	.0000	9.3667	
1960	.1021	.0765	.1100	.0079	.0789	.0799	.0009	2.5395	
1961	.2546	.1525	.2349	-.0197	.1249	.1312	.0063	1.1347	
1962	.3964	.1418	.3756	-.0208	.1406	.1597	.0190	0.5986	
1963	.4883	.0919	.4995	.0112	.1238	.1617	.0378	0.3296	
1964	.5653	.0770	.5898	.0245	.0903	.1477	.0573	0.1809	
1965	.6159	.0506	.6474	.0315	.0575	.1306	.0731	0.0975	
1966	.6697	.0538	.6808	.0111	.0334	.1172	.0837	0.0516	
NÅDENDAL			Beräknade värden						
Observerade data			$\bar{x}$	= 0.7303		$\alpha = 0.279$			
År	$\bar{x}_t$	$\Delta \bar{x}_t$	$\bar{x}_t$	Residual	$\Delta \bar{x}_t$	$E_t$	$K_t$	$\epsilon = 0.275$	
1958	.0040	.0040	.0040	.0000	-	-	-	-	
1959	.0705	.0665	.0647	-.0058	.0607	.0608	.0000	15.1958	
1960	.1764	.1059	.1845	.0081	.1197	.1229	.0031	1.8490	
1961	.2930	.1166	.3155	.0225	.1310	.1429	.0119	0.7097	
1962	.4187	.1257	.4309	.0112	.1153	.1390	.0236	0.3656	
1963	.5205	.1018	.5217	.0012	.0907	.1259	.0352	0.2105	
1964	.5960	.0755	.5883	-.0077	.0666	.1115	.0449	0.1277	
1965	.6415	.0455	.6352	-.0063	.0468	.0992	.0523	0.0796	
1966	.6707	.0292	.6673	-.0034	.0320	.0898	.0577	0.0504	

Fig. 4.4. Slutlig modell för de analyserade städerna.

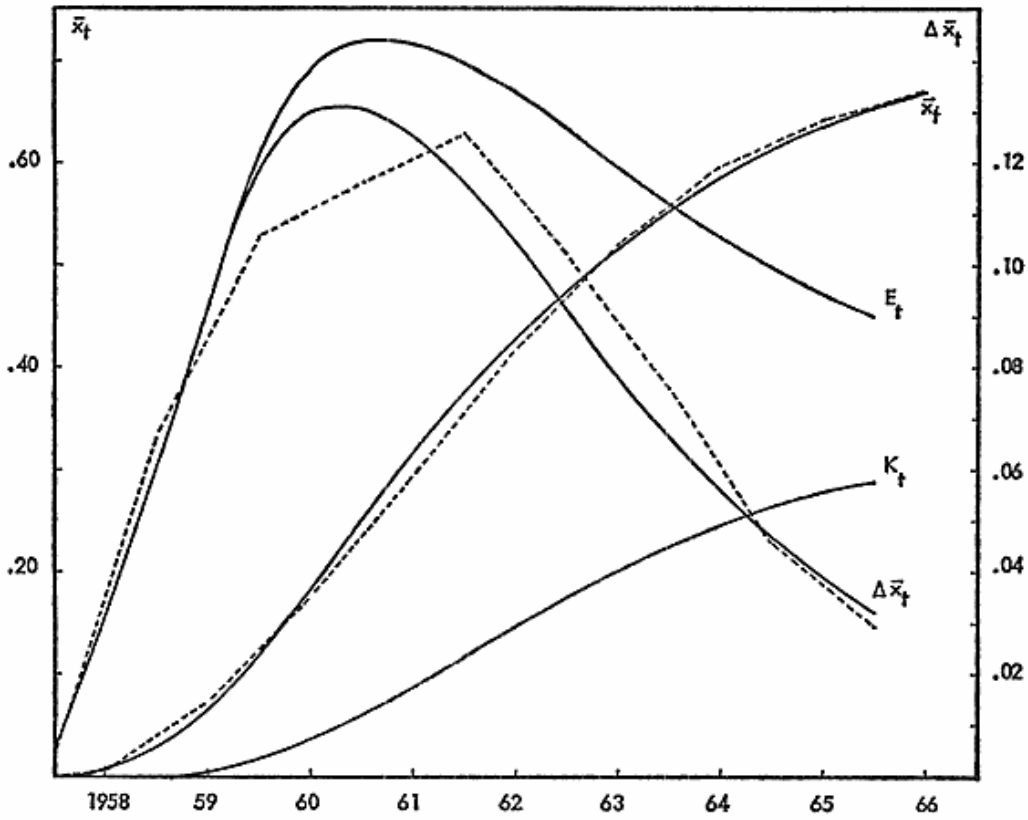


Fig. 4.8. TV-penetrationen i Näddal, observerade och beräknade värden.

En analys och hypotesprövning ger bästa resultat för  $\bar{x}^* = 0.20$  och resultatet av EPSPR-körningen för hela landet visas i fig. 4.9 och fig. 4.10. Resultatet av denna körning ger vid handen en mycket god anpassning visavi possessmedelvärdet och tillväxthastigheten. Däremot är den beräknade bortfallshastigheten hög i jämförelse med observerade data.

Hela Finland			Beräknade värden					
År	Observerade data		* $\bar{x}$	= 0.1996		$\alpha = 0.240$		
	$\bar{x}_t$	$\Delta\bar{x}_t$	$\bar{x}$ (inflex)	= 0.0738	$\beta = 0.962$	$\varepsilon = 0.587$		
			$\bar{x}_t$	Residual	$\Delta\bar{x}_t$	$E_t$	$K_t$	$\Delta\bar{x}_t$
1958	.0018	.0018	.0018	.0000	-	-	-	-
1959	.0078	.0060	.0076	-.0002	.0058	.0058	.0000	3.2348
1960	.0208	.0130	.0208	.0000	.0131	.0136	.0004	1.7297
1961	.0424	.0216	.0429	.0005	.0221	.0242	.0020	1.0640
1962	.0743	.0319	.0726	-.0017	.0296	.0361	.0065	0.6911
1963	.1043	.0300	.1053	.0010	.0327	.0477	.0149	0.4509
1964	.1354	.0311	.1356	.0002	.0302	.0573	.0270	0.2869
1965	.1582	.0228	.1594	.0012	.0238	.0642	.0403	0.1756
1966	.1767	.0185	.1759	-.0008	.0164	.0686	.0522	0.1031

Fig. 4.9. Resultat för hela landet.

## 5. AVSLUTANDE DISKUSSION

Som av ovanstående exempel framgår är epsilonprocessen mycket flexibel och ger en mycket god anpassning för possessmedelvärdet och tillväxthastigheten. Själva possessfördelningen i epsilonprocessen har icke ännu testats empiriskt. Ur analysen för hela landet framgår ovan, att bortfallet blir för högt i jämförelse med de erhållna uppgifterna om uppsagda licenser. Orsakerna till att epsilonprocessens efterfrågeutveckling i detta fall icke överensstämmer med empiriska data är bl.a. att estimeringsprocessen ger som resultat en symptomatisk kännedom av exogena faktorerers inverkan, varav följer, att i estimaten ingår även annat än de rena attraktionskoefficienterna och deteriorationkoefficienterna. Å andra sidan synes här föreligga en definitionsmässig svaghet i det att det stationära possessmedelvärdet definieras som

$$\bar{x}^* = \frac{\alpha n}{\alpha + \beta n}$$

varav framgår, att om  $\beta = 0$  och således bortfallet  $K = 0$  så erhålles den stationära nivån 100 %. En dylik förutsättning synes ej helt plausibel.

Epsilonprocessen tarvar ytterligare utveckling och härvid bör speciell vikt läggas vid estimeringsprocessen för de fasta parametrarna samt beaktandet av reinvestering. För att epsilonprocessen skall kunna ge fullgod information som prognosinstrument fordras att de exogena faktorernas in-

verkan kan explicit observeras i processen. Detta låter sig icke göra med hjälp av traditionella regressionsanalysmetoder men eventuellt genom att inkoppla EPSPR-algoritmen i ett simuleringsprogram.

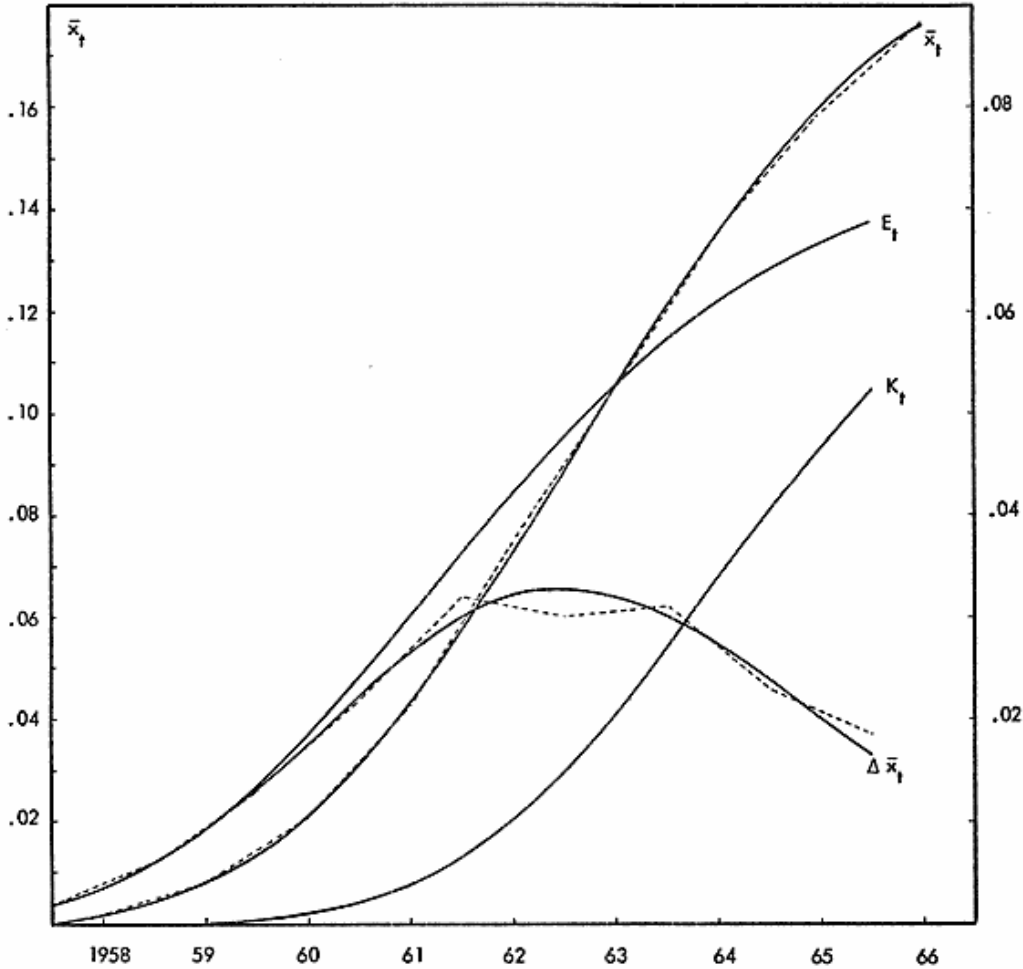


Fig. 4.10. TV-penetrationen i hela landet.

## LITTERATUR

- [1] *Börge Barfod*: Lidt om kvantitative modeller og deres anvendelse indenfor distributionsøkonomi. Göteborg 1964.
- [2] *B. Barfod och T. Saxén*: The epsilon process – part of a pattern for a dynamic market model. The Swedish Journal of Economics, nr. 1 1967, ss 19–50.
- [3] *Anja Juppi*: Televisioitten kysyntä Suomessa, Liiketaloudellinen Aikakauskirja, II 1967, ss 164–179.
- [4] *Alf-Erik Lerviks*: En mikroekonometrisk analys av televisionens penetrationsprocess i sydvästra Finland 1958–1966. Pro gradu avhandling. Åbo 1968.
- [5] *Frederick C. Mills*: Statistical methods. London 1965.

verkan kan explicit observeras i processen. Detta låter sig icke göra med hjälp av traditionella regressionsanalysmetoder men eventuellt genom att inkoppla EPSPR-algoritmen i ett simuleringsprogram.

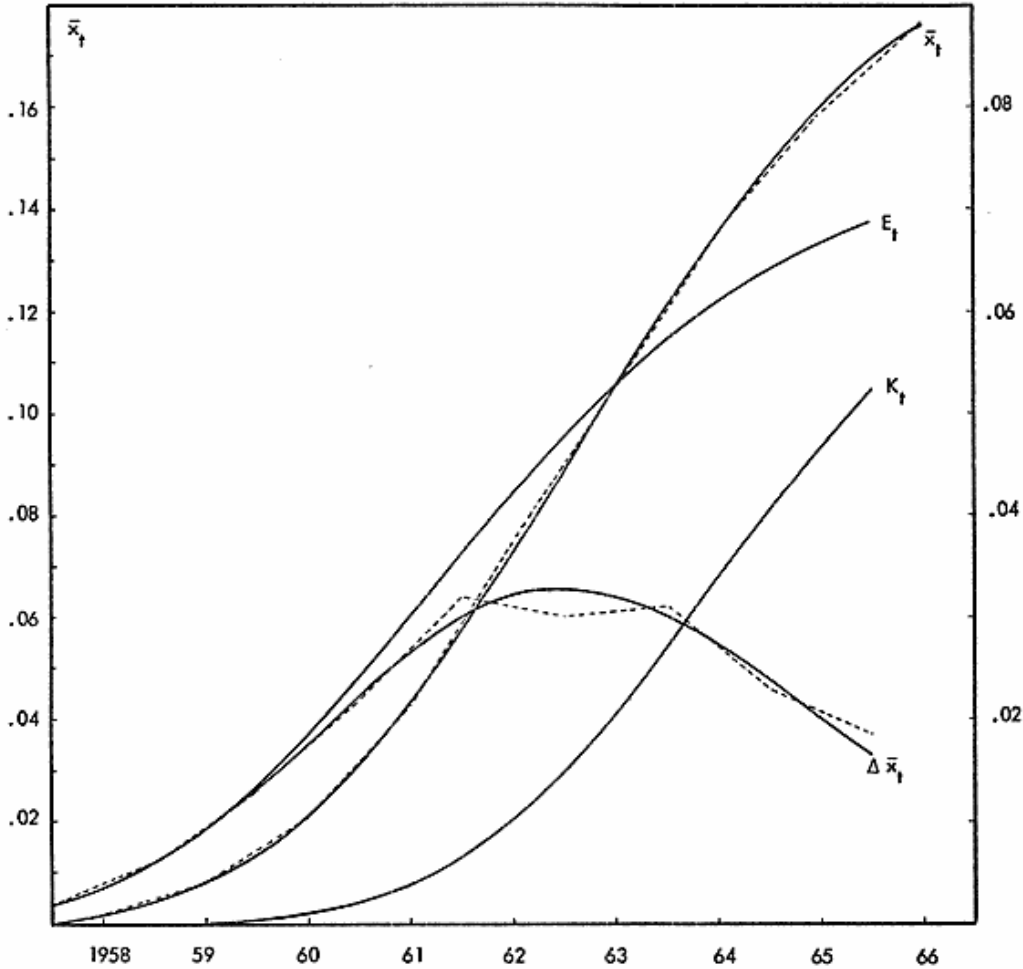


Fig. 4.10. TV-penetrationen i hela landet.

## LITTERATUR

- [1] *Börge Barfod*: Lidt om kvantitative modeller og deres anvendelse indenfor distributionsøkonomi. Göteborg 1964.
- [2] *B. Barfod och T. Saxén*: The epsilon process – part of a pattern for a dynamic market model. The Swedish Journal of Economics, nr. 1 1967, ss 19–50.
- [3] *Anja Juppi*: Televisioitten kysyntä Suomessa, Liiketaloudellinen Aikakauskirja, II 1967, ss 164–179.
- [4] *Alf-Erik Lerviks*: En mikroekonometrisk analys av televisionens penetrationsprocess i sydvästra Finland 1958–1966. Pro gradu avhandling. Åbo 1968.
- [5] *Frederick C. Mills*: Statistical methods. London 1965.