Produktionsmodeller for projektplanlægning, II

Af Jørgen Hansen

I modellerne i den foregående artikel[1]) blev der ikke taget explicit hensyn til begrænsninger i de tilgængelige ressourcer eller gjort forsøg på at udjævne forbruget af ressourcer over tiden. Disse problemer tages nu op.

V. MODELLER MED BEGRÆNSEDE RESSOURCER

1) *Introduktion til afsnit V og VI.*

A. *Ressourceaggregering.*

Har man givet en tidsplan, kan man for enhver værdi af $t \leqslant T$ blandt mængden af alle aktiviteter, A, udtage en delmængde, A_t $(A_t \cap A)$, defineret således

$$(i,j) \in A_t, \text{ hvis } IT(i,j) \leqslant t \leqslant AT(i,j).$$

Man kan da finde virksomhedens samlede efterspørgsel efter den i'te faktor i periode t, der betegnes $E(v_t^{(i)})$, således

$$E(v_t^{(i)}) = \sum_{(i,j) \in A_t} v_t^{(i)}(i,j).$$

Eksempel: Antag i eksemplet fra p. 119, at $T = 14$ svarende til $t(i,j) = N(i,j)$ for alle (i,j). Fra aktivitetsproduktionsfunktionen findes de til $N(i,j)$ hørende v-værdier, nemlig værdierne i det ene af definitionsområdets endepunkter $a(i,j)$. Lad der være givet følgende værdier: $a(1,2) = 2$, $a(1,3) = 3$, $a(2,3) = 4$, $a(2,4) = 2$ og $a(3,4) = 1$. Antag endvidere, at alle aktiviteter starter tidligst mulige $E(v_t)$'s variation med datoen fra tidspunkt 0 til T ses da i fig. 12.

B. *Ressourceudjævning kontra begrænsede ressourcer.*

(a) Den faktorefterspørgselskurve, der findes ved ressourceaggregeringen, kan være uacceptabel, enten fordi

[1]) Hansen, J.: »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I« i nr. 2, 1968, p. 97 ff. Flere af de i nærværende artikel anvendte begreber og symboler er defineret i den tidligere artikel.

Produktionsmodeller for projektplanlægning, II

Af Jørgen Hansen

I modellerne i den foregående artikel[1]) blev der ikke taget explicit hensyn til begrænsninger i de tilgængelige ressourcer eller gjort forsøg på at udjævne forbruget af ressourcer over tiden. Disse problemer tages nu op.

V. MODELLER MED BEGRÆNSEDE RESSOURCER

1) *Introduktion til afsnit V og VI.*

A. *Ressourceaggregering.*

Har man givet en tidsplan, kan man for enhver værdi af $t \leqslant T$ blandt mængden af alle aktiviteter, A, udtage en delmængde, A_t ($A_t \cap A$), defineret således

$$(i,j) \in A_t, \text{ hvis } IT(i,j) \leqslant t \leqslant AT(i,j).$$

Man kan da finde virksomhedens samlede efterspørgsel efter den i'te faktor i periode t, der betegnes $E(v_t^{(i)})$, således

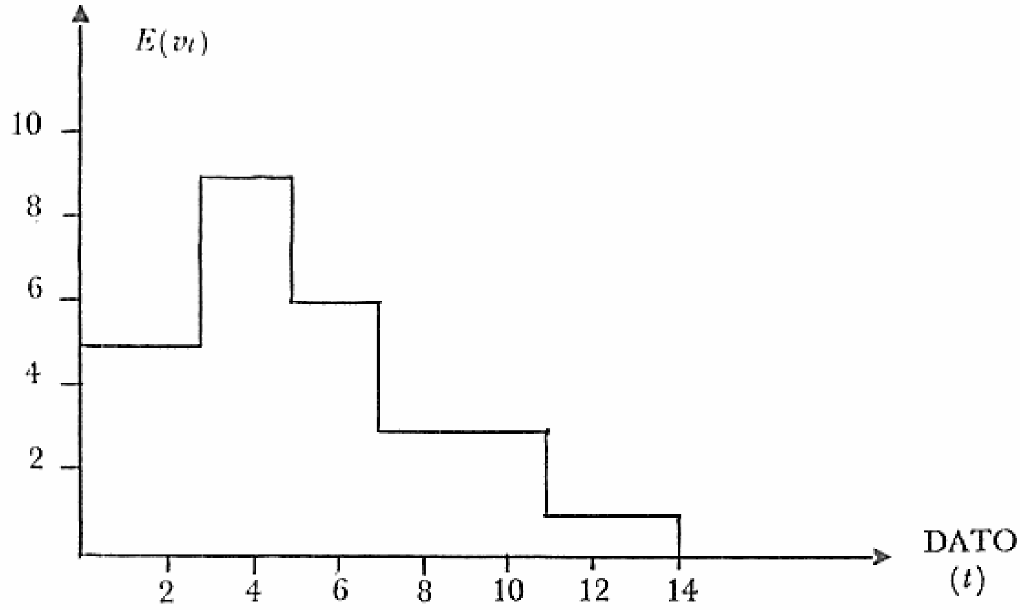
$$E(vt_t^{(i)}) = \sum_{(i,j) \in A_t} v_t^{(i)}(i,j).$$

Eksempel: Antag i eksemplet fra p. 119, at $T = 14$ svarende til $t(i,j) = N(i,j)$ for alle (i,j). Fra aktivitetsproduktionsfunktionen findes de til $N(i,j)$ hørende v-værdier, nemlig værdierne i det ene af definitionsområdets endepunkter $a(i,j)$. Lad der være givet følgende værdier: $a(1,2) = 2$, $a(1,3) = 3$, $a(2,3) = 4$, $a(2,4) = 2$ og $a(3,4) = 1$. Antag endvidere, at alle aktiviteter starter tidligst mulige $E(v_t)$'s variation med datoen fra tidspunkt 0 til T ses da i fig. 12.

B. *Ressourceudjævning kontra begrænsede ressourcer.*

(a) Den faktorefterspørgselskurve, der findes ved ressourceaggregeringen, kan være uacceptabel, enten fordi

[1]) Hansen, J.: »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I« i nr. 2, 1968, p. 97 ff. Flere af de i nærværende artikel anvendte begreber og symboler er defineret i den tidligere artikel.



Figur 12.

(1) $E(v_t^{(i)}) > \bar{v}_t^{(i)}$ for visse værdier af t, hvor $\bar{v}_t^{(i)}$ er den mængde af faktoren $v^{(i)}$, virksomheden råder over på tidspunktet t

eller fordi

(2) $E(v_t^{(i)})$-kurven viser for store variationer.

I dette afsnit formuleres problemet med de begrænsede ressourcer og i afsnit VI drøftes ressourceudjævningsproblematikken i lyset af den generelle nyttemaksimeringsmålsætning.

(b) Fra den statiske produktionsteori kendes sondringen mellem faste og variable faktorer. Det antages, at virksomheden kan købe de variable faktorer i ubegrænset mængde, mens virksomheden må klare sig med den kapacitet, det faste anlæg har, da den ifølge forudsætningerne ikke kan ændre dette i planlægningsperioden. Det faste anlægs ydelser indgår i produktionsfunktionen, og anlæggets kapacitet giver et sæt bibetingelser af formen $v^{(i)} \leqslant \bar{v}^{(i)}$ (hvor $v^{(i)}$ er den anvendte mængde af den i'te faste faktors ydelser og $\bar{v}^{(i)}$ er denne faktors kapacitet), hvorunder periodens gevinst skal maksimeres.

Her, hvor vi betragter en virksomhed, der planlægger et projekt, der kan strække sig over flere perioder, er en antagelse om, at virksomheden ikke ændrer sit faste anlæg, ikke på forhånd acceptabel, og den bekvemme sondring mellem faste og variable faktorer kan ikke uden videre indføres.

Modeller med på forhånd givne begrænsninger i de mængder af forskellige ressourcer, virksomheden på givne tidspunkter kan anvende, vil kun for visse projekter og for visse ressourcekategorier kunne anvendes ved projektplanlægningen. I andre tilfælde er ressourceudjævningsproblemstillingen relevant.

Ved kortvarige projekter kan planlæggeren utvivlsomt udpege flere produktionsfaktorer, hvis mængde ikke lader sig ændre inden for projektets udførelsestid, f. eks. maskiner og visse former for arbejdskraft. Jo længere projektets udførelsestid er, desto færre faktorer må antages at være faste.

De begrænsede ressourcer medfører et sæt bibetingelser af formen

(B.1) $\quad E(v_t^{(i)}) \leqslant \bar{v}_t^{(i)}$;

disse bibetingelser sammen med de bibetingelser, der ligger i rækkefølgekravene, skal nytten maksimeres under.

Under alternative forudsætninger om aktivitetsproduktionsfunktionernes definitionsområder vises nu nogle modeller, der inddrager bibetingelser af formen (B.1).

2) *Aktivitetsproduktionsfunktionen defineret i et enkelt punkt.*

A. *Optimalløsninger.*

Når aktivitetsproduktionsfunktionen kun er defineret i et enkelt punkt, implicerer dette som tidligere nævnt stationær produktionshastighed, og specielt at en aktivitet, der er sat i gang, må fuldføres uden afbrydelse.

Når faktorintensiteten er konstant for alle aktiviteter, vil de aktivitetsdirekte omkostninger udgøre en konstant sum, da man her godt kan se bort fra diskonteringsproblemet, eftersom der må være tale om ret kortvarige projekter, for at en forudsætning om, at (dele af) det faste anlæg ikke kan ændres, er rimelig. Tilbage bliver da at minimere de aktivitetsindirekte omkostninger og tabet ved ikke at have fuldført projektet på et givet tidspunkt (TC_B og TC_C i modellen i den foregående artikel, p. 120). Da begge disse komponenter er stigende med T, gøres dette ved at minimere T.

Problemet kan under disse forudsætninger formuleres således:

En mulig tidsplan er en tidsplan, der respekterer rækkefølgekravene og ressourcebegrænsningerne. En optimal tidsplan er en mulig tidsplan, hvis projekttid ikke er længere end nogen anden mulig tidsplans.

Hvis man kunne give dette problem en nærmere udformning, således at en af de metoder, der kendes til optimering under bibetingelser[1]), lod sig anvende, så kunne man undersøge betingelserne for, at en løsning eksisterede, og man kunne afgøre, om en given tidsplan var optimal eller ej.

[1]) Jvf. Danø: »Constrained Maximization«. Appendix 1 til »Industrial Production Models« (04).

Problemet her har en struktur, der i høj grad indbyder til at formulere det som et lineær programmeringsproblem. Er det først formuleret således, skulle optimalløsningen kunne findes ved en af de algoritmer, der er udviklet til løsning af L. P.-problemer, f. eks. Simplex-algoritmen. En sådan formulering er faktisk foretaget af flere, f. eks. af Wiest[2]), Hadley[3]) og Moodie og Mandeville[4]). Når denne linie ikke skal følges op her, er grunden den, at for ethvert i praksis forekommende problem bliver antallet af bibetingelser og variable så stort, at løsning er umulig med de algoritmer og de regnemaskiner, der kendes i dag.

I praksis må man derfor (indtil videre) forlade sig på heuristiske metoder. Ved en heuristisk metode forstås her en fremgangsmåde, der frembringer en mulig (=feasible) løsning, der kan anses for tilfredsstillende i en eller anden forstand; i modsætning til en algoritme, der med sikkerhed frembringer en optimalløsning – forudsat selvfølgelig, at det matematiske bevis, der ligger til grund for algoritmen, er korrekt gennemført. Ved anvendelse af heuristiske metoder vil man under de givne forudsætninger kunne afgøre, om en løsning er bedre end en anden ved at sammenligne projektgennemførelsestiderne for de to løsninger. Skal man i praksis afgøre, om en given løsning er tilfredsstillende, må det i det mindste være et krav, at den er bedre end de løsninger, man kunne få ved at bruge hidtil anvendte metoder ved planlægningen.

B. *Heuristiske metoder.*

Kelley[5]) har foreslået en sondring mellem såkaldte serie-metoder og parallel-metoder ved tidsfæstningen af aktiviteterne. Der gøres i det følgende rede for ideen i disse metoder, og det demonstreres ved små eksempler, hvorledes de virker.

α) Seriemetoden.

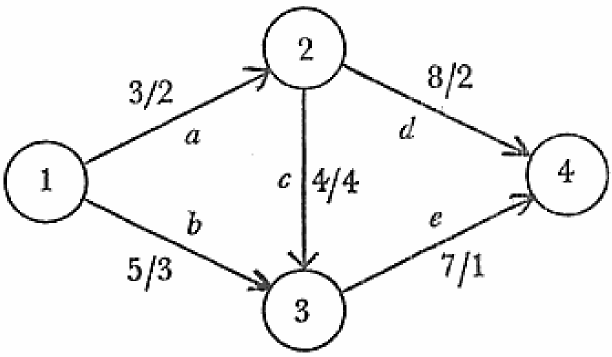
Ideen i seriemetoden er, at tidsfæstningen foretages fra en liste omfattende samtlige aktiviteter. Rækkefølgen af aktiviteterne på listen skal respektere ordningsmatricens rækkefølgekrav[6]). Aktiviteterne tidsfæstes én for én fra toppen af listen, så tidligt det kan lade sig gøre uden at krænke rækkefølgekravene og ressourcebegrænsningerne (tidsfæstningsregel 1).

[2]) Jvf. henvisningen i (25), p. 405.
[3]) Jvf. (19), p. 263–67.
[4]) Jvf. (20).
[5]) Jvf. kap. 21 i (21).
[6]) Se herom »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«, afsnit II.

Såvel en sortering efter 1. koordinat i aktivitetsbetegnelsen som en sortering efter 2. koordinat (her forudsat selvfølgelig, at pilediagrammet anvendes til at repræsentere ordningsmatricen) vil give en liste med den ønskede egenskab: at rækkefølgen ikke krænker ordningsmatricens rækkefølgekrav.

Ved en sortering efter f. eks. 2. koordinat vil flere lister være mulige. Er der n hændelser i netværket, og betegner u_i antallet af aktiviteter, der munder ud i hændelse nr. i, vil antallet af mulige lister blive $\prod_{i=1}^{n} u_i!$. Ydermere kan rækkefølgen af aktiviteterne påvirkes af den nummerering, hændelserne har fået, idet der ofte kan være flere nummereringer, der er konsistente med et givet sæt rækkefølgekrav. Da projekttiden kan variere, alt efter hvilken liste man anvender ved tidsfæstningen, er det klart, at det ikke er ligegyldigt, hvorledes listen frembringes. Før det diskuteres, hvorvidt der findes prioriteringskriterier, der lader sig anvende ved frembringelse af listen, er det hensigtsmæssigt at se på, hvorledes seriemetoden virker i et par småeksempler.

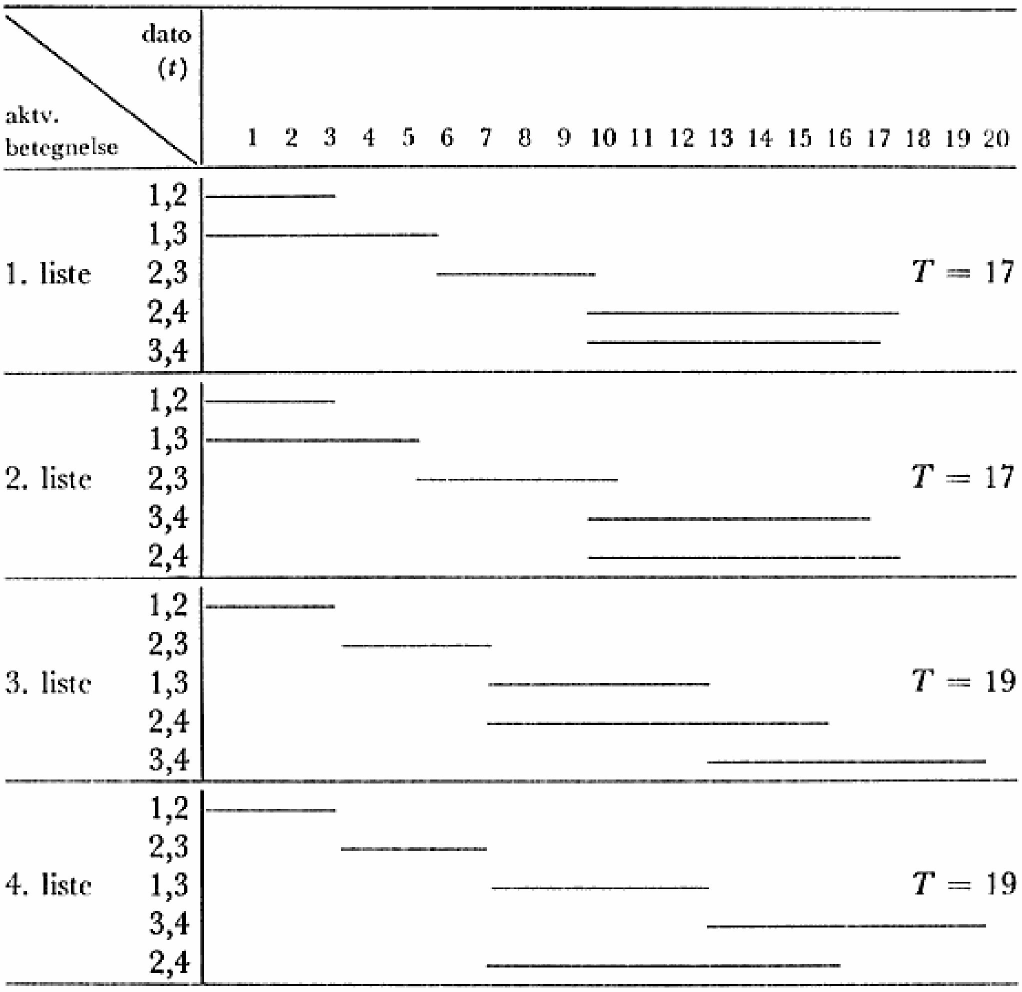
1. eksempel:



Svarer til eksemplet p. 189.

Hændelserne kan med de givne rækkefølgekrav kun nummereres som vist. Aktiviteterne er markeret $t(i,j)/v(i,j)$. $\bar{a}$ antages at være 5 for alle t.

Antallet af mulige lister ved sortering efter 2. koordinat bliver $1! \times 1! \times 2! \times 2! = 4$. De forskellige lister ses i forspalten i nedenstående stavdiagram, hvor de 4 tidsplaner, der fås ved anvendelse af tidsfæstningsregel 1, er gengivet.

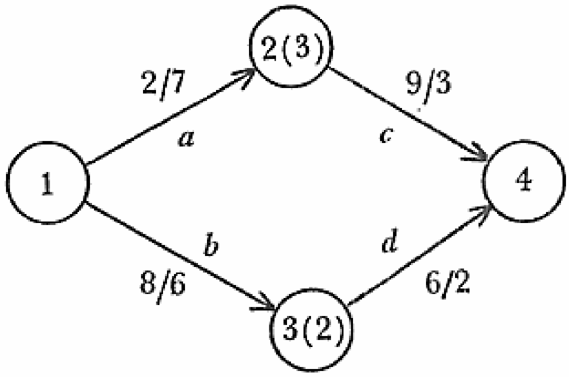


Ved beregning af simpel kritisk vej i dette netværk fås, at vejen (1,2,3,4) er kritisk. I denne forbindelse er det værd at lægge mærke til

(1) at tidsplanerne 1 og 2 er identiske, ligesom 3 og 4 er det. Det er åbenbart uden betydning i dette eksempel, at (2,4) og (3,4) byttes om på listen, til trods for at (3,4) er kritisk.

(2) at listerne 3 og 4, hvor den kritiske aktivitet (2,3) kommer før den ikke-kritiske (1,3), giver de dårligste tidsplaner.

2. eksempel:



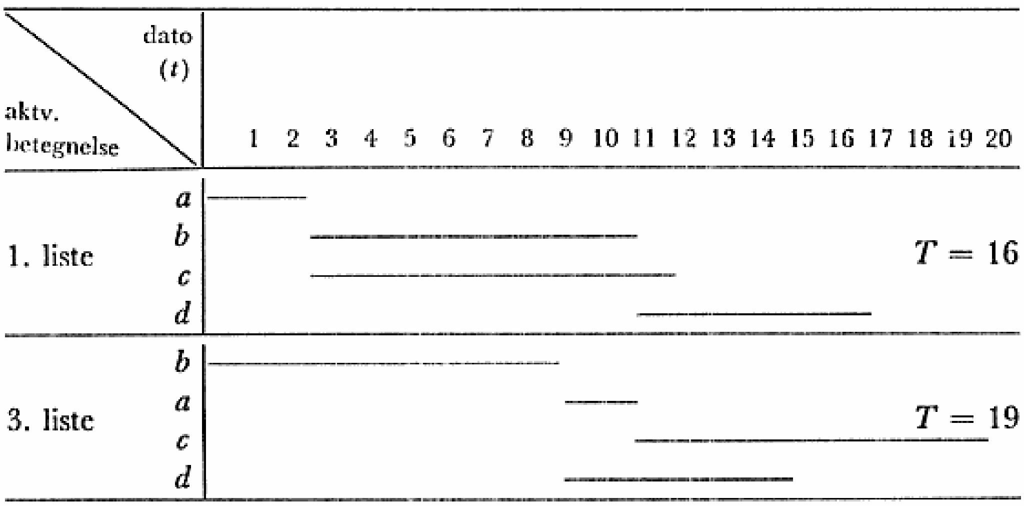
Aktiviteterne er markeret $t(i,j)/v(i,j)$

$\overline{v}_t = 10$ for alle t.

I dette netværk er to nummereringer mulige. Aktivitet a kan således enten betegnes (1,2) el. (1,3) osv. Sorteres efter 2. koordinat, fås følgende lister:

1. liste: a, b, c, d.
2. – : a, b, d, c.
3. – : b, a, c, d.
4. – : b, a, d, c.

Da det viser sig uden betydning med de givne data, at c og d byttes om, gengives kun de til liste 1 og 3 hørende tidsplaner:



Her bemærkes det, at aktiviteterne b og d er kritiske, men at den bedste tidsplan fås ved at lade a komme før b.

β) Parallelmetoden.

Ved seriemetoden tidsfæstes én aktivitet ad gangen. Ved parallelmetoden betragtes flere aktiviteter på én gang som tidsfæstningskandidater. Heraf navnene på metoderne.

Da splitting af en aktivitet under de givne forudsætninger ikke tillades, skal en aktivitet føres til ende uden afbrydelse, når den først er startet.

Lad S_t betegne den mængde af aktiviteter, der tidsfæstes til at starte i periode t. Lad K_t betegne den mængde af aktiviteter, der er tidsfæstningskandidater i periode t, dvs. dem, der kan starte i periode t. For at en aktivitet kan blive element i K_t, må alle dens forgængere være udført før periode t, og den må ikke være startet før. Lad $r_t^{(i)}$ betegne den mængde af den i'te ressourcekategori, der er til rest til brug for aktiviteterne i S_t. $r_t^{(i)}$ bestemmes ved at trække ressourceforbruget for de aktiviteter, der er startet før periode t, og som ikke er afsluttet endnu, fra den mængde, der oprindeligt var til rådighed i periode t, $\bar{v}_t^{(i)}$.

Tidsfæstningen foregår da som følger (tidsfæstningsregel 2):

A. For hver periode fra 1 og fremefter, indtil alle aktiviteter er tidsfæstet, udføres disse trin:
   1. Bestem K_t.
   2. Udvælg $S_t \subseteq K_t$, således at $\sum_{S_t} v_t^{(i)} \leqslant r_t^{(i)}$.

B. T beregnes som $\max_{(i) \leqslant (n)} \{IT(i,n) + t(i,n)\}$, hvor n er sluthændelsen.

1. eksempel: Data som i eksempel 1, p. 193.

A.	t	K_t	S_t	
	1	$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	da $2+3 = 5$
	2	$\emptyset$		
	3	$\emptyset$		
	4	$\{c, d\}$	$\{d\}$	da $r_4 = 5-3 = 2$
	5	$\{c\}$	$\emptyset$	
	6	$\{c\}$	$\emptyset$	
	.			
	.			
	.			
	12	$\{c\}$	$\{c\}$	da $r_{12} = 5$
	.			
	.			
	.			
	16	$\{e\}$	$\{e\}$	da $r_{16} = 5$
B.	$T = \max\{(3+8),(15+7)\} = 22$			

2. eksempel: Data som i eksempel 2, p. 195.

A.	t	K_t	S_t	
	1	$\{a, b\}$	$\{a\}$ el. $\{b\}$	

Her må der tydeligvis træffes et valg. Vælges den første mulighed, fås ved videre anvendelse af tidsfæstningsregel 2:

B. $T = 16$

Vælges den anden mulighed, fås på samme måde:

B. $T = 19$

Det må være nærliggende at søge at finde prioritetskriterier og undersøge, hvilke der giver de bedste løsninger.

Man kan næppe slutte noget positivt om forskellige metoders effektivitet ud fra sådanne småeksempler som dem, der netop er gennemgået. Eksemplerne er faktisk konstrueret som modeksempler for at vise, at nogle af de ideer, man på forhånd kunne have, om hvilke metoder der gav de bedste resultater, ikke kan holde generelt: det er nemt at lave modeksempler.

Man kunne således på forhånd antage, at parallelmetoden ville give bedre resultater end seriemetoden, fordi førstnævnte udnytter mere information hver gang, der foretages en tidsfæstning. Eksemplerne viser, at dette i hvert fald ikke gælder generelt. Pascoe[7]) har foretaget en statistisk undersøgelse af, hvilke metoder der gav de bedste resultater på et stort antal netværker med forskellige karakteristika. Han fandt, at parallelmetoden var signifikant bedre end seriemetoden på et meget lavt signifikansniveau. Men da det trods alt tager nogen køretid på en datamat at gennemføre beregningerne for et enkelt netværk, og da køretiden vokser med netværkets størrelse, er der imidlertid grænser for, hvor store netværker man kan anvende i en sådan undersøgelse, når man skal producere resultater for et større antal netvæker for at kunne foretage en statistisk vurdering. Derfor må man være forsigtig med at generalisere Pascoes resultater til netværker af en hvilken som helst størrelse og med en hvilken som helst fordeling af aktiviteter i seriekoblede og parallelkoblede.

Både ved seriemetoden og ved parallelmetoden opstår der et problem med prioriteringen af aktiviteter. Ved seriemetoden opstår det, når flere aktiviteter efter hovedsorteringen (efter 2. koordinat) er lige berettigede

[7]) Refereret i (18).

til at indtage en bestemt plads på listen. Ved parallelmetoden opstår prioriteringsproblemet ved udtagelse af mængden S_t fra K_t. En af de mest nærliggende ideer, man her kan få, er at give prioritet til de kritiske aktiviteter. Desværre er dette, som det fremgår af eksemplerne, ikke nogen garanti for at opnå de bedste resultater. Herved mister begreberne kritisk vej og kritiske aktiviteter ikke så lidt af deres betydning, for ikke at sige: i forbindelse med begrænsede ressourcer er begreberne helt meningsløse. Adskillige regnemaskineprogrammer opererer imidlertid med prioritet til kritiske aktiviteter[8]) ved at udtage aktiviteterne efter stigende værdi af spillerummet for tidsfæstningen $(SIT-TIT)$[9])

I 2. eksempel p. 195 opnås det bedste resultat i det tilfælde, hvor a tidsfæstes før b. Det kan let indses, at a har den mindste værdi af SAT. Hos Pascoe viste dette prioritetskriterium sig også ganske rigtigt at give de bedste tidsplaner. Imidlertid er dette kriterium ikke til megen hjælp i tilfælde som eksempel 1. Her har de aktiviteter, hvis rækkefølge man kan ændre, jo samme seneste afslutningstidspunkt, fordi de munder ud i den samme hændelse.

Af andre prioritetskriterier kan nævnes: at give fortrin til de aktiviteter, der har flest efterfølgere. Også tilfældig udvælgelse kan tænkes anvendt.

3) *Aktivitetsproduktionsfunktionen defineret i flere punkter.*

(a) Er aktivitetsproduktionsfunktionen defineret i mere end ét punkt, bliver der mulighed for at ændre produktionshastigheden under aktivitetens udførelse (ikke-stationær produktionshastighed, jvf. fig. 2, p. 100).

Et vigtigt specialtilfælde heraf har man, når definitionsområdet foruden $v = v_0$ også omfatter $v = 0$. Dette kaldes splitting. Hvis man kan tillade sig at se bort fra omkostningerne ved at afbryde og genoptage en aktivitet, bliver de aktivitetsdirekte omkostninger konstante, og den afledede målsætning bliver igen at minimere T.

De heuristiske metoder, der blev omtalt i afsnit 2), lader sig selvfølgelig også anvende her. Man kan lade splittingsmuligheden give sig udtryk i en opdeling af samtlige aktiviteter i delaktiviteter af længden 1 tidsenhed. Man kan da bruge tidsfæstningsregel 2, idet dog nu haves $v_j^{(i)} = \bar{v}_j^{(i)}$ da ingen aktivitet strækker sig over mere end én periode.

Anvendes tidsfæstningsregel 2 i eksempel 1, p. 193, fås en tidsplan med $T = 16$, idet aktivitet d deles således, at den tidsfæstes i periode 4–5 og

[8]) Således RAMPS (Resource Allocation and Multi-Project Scheduling), se f. eks. Karlsson (13), p. 78–80, og ICT 1900 PERT, se f. eks. Wenell (24), p. 5/10.

[9]) De anvendte forkortelser er defineret i »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«, afsnit III, 1, A.

10–15. Den større fleksibilitet har muliggjort den hidtil bedste tidsplan for eksempel 1.

(b) Det skal nu undersøges, hvorledes problemstillingen ændres, når flere positive faktorintensiteter er mulige ved udførelsen af en aktivitet. Hermed bliver der, også i de tilfælde hvor der er neutral tidspræference, mulighed for at ændre de aktivitetsdirekte omkostninger. Målsætningen kan derfor ikke som i det foregående afsnit reduceres til at minimere projektgennemførelsestiden. Man må nu veje meromkostningerne ved forkortelse af en eller flere aktiviteter mod reduktionen i de aktivitetsindirekte omkostninger og tabet ved ikke at have afsluttet projektet en bestemt dato[10])[11]).

Principielt kan man nok formulere dette som et matematisk programmeringsproblem. Man kan udvide modellen fra afsnit IV,2 med de bibetingelser, der følger af ressourcebegrænsningerne. Det må imidlertid være klart, at var modellen uden ressourcebegrænsninger uoverkommelig at løse, så vil en sådan model så meget desto mere være det. Man må da lade sig nøje med heuristiske metoder.

VI. RESSOURCEUDJÆVNING

(a) I flere af de regnemaskineprogrammer, der er udviklet til allokering af ressourcer i projektnetværker, antages det, at virksomheden i visse tilfælde ønsker at udjævne forbruget af ressourcer over tiden.

Formålet med dette afsnit er først og fremmest at diskutere, under hvilke omstændigheder og i hvilken form ressourceudjævning er konsistent med den generelle nyttemaksimeringsmålsætning (jvf. afsnit III).

Flere regnemaskinefirmaer har introduceret heuristiske metoder, hvor der opereres med mulighed for flere faktorintensiteter ved aktiviteternes udførelse, til at frembringe løsninger i tilfælde med begrænsede ressourcer.

En af de mest kendte er RAMPS. Denne metode søger at opfylde en flerhed af målsætninger. De fleste af disse er, omend de ved første øjekast ser rimelige ud[12]), dog ret vilkårlige, og de kan ikke afledes af den generelle nyttemaksimeringsmålsætning. Således er det som tidligere nævnt (og demonstreret ved eksempler) ingen garanti for at få de bedste løsninger at give prioritet til de kritiske aktiviteter. At minimere den ledige tid på det faste anlæg kan betyde anvendelse af overarbejde i et omfang, der ikke opvejes af besparelser ved forkortelse af projekttiden. At igangsætte og afslutte aktiviteterne så tidligt som muligt kan føre til, at halvfærdige projektstumper kommer til at vente urimeligt lang tid på den endelige færdiggørelse.

10) Som i fig. 11 i »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«.

11) Hvis man ikke kan se bort fra omkostningerne ved at afbryde og genoptage en aktivitet i det under (a) nævnte splitting-tilfælde, kan en lignende teknik anvendes. For parametrisk T minimeres »afbrydelsesomkostningerne«, der adderes til de iøvrigt konstante aktivitetsdirekte omkostninger. Denne sum vejes mod $TC_B + TC_C$.

12) I Karlssons referat opregnes 6 målsætninger for RAMPS. Se Karlsson, T.: Nätverksplanering, Göteborg 1966, p. 79.

Udgangspunktet for diskussionen er, at ressourceudjævning ikke uden videre kan godtages som en målsætning for planlægningen, selv om det intuitivt forekommer rimeligt, at virksomheden skulle ønske at udjævne forbruget af ressourcer over tiden. Det må vises, at ressourceudjævningsmålsætningen kan afledes af den generelle nyttemaksimeringsmålsætning.

Diskussionen vil blive indskrænket til tilfælde, hvor aktivitetsproduktionsfunktionen er defineret i et enkelt punkt.

(b) Ønsket om ressourceudjævning må være en følge af, at de ressourcer, der er tale om, ikke er sande variable faktorer. Kunne f. eks. arbejdskraften frit ansættes og afskediges, ville man kun behøve at betale for benyttelsen af en faktor i den tid, man faktisk udnyttede den. Da antallet af faktortimer må være konstant, fordi kun én faktorintensitet er mulig ved udførelsen af en aktivitet, ville de aktivitetsdirekte omkostninger blive konstante, hvis faktorerne var sande variable. Da ville problemet udelukkende være at minimere projektgennemførelsestiden. Kan man imidlertid også komme til at betale for en faktor i en periode, hvor man faktisk ikke udnytter den, vil de aktivitetsdirekte omkostninger kunne variere med størrelsen af spildtiden. Det er rimeligt på forhånd at antage, at jo jævnere en ressourceudnyttelse, man ønsker at opnå, desto mere må T forlænges. Det bliver altså opgaven at veje fluktuationer i ressourceforbruget mod ændringer i projekttiden.

Dette kan gøres helt på samme måde, som ændringer i TC_A[13]) tidligere (se fig. 11) er blevet vejet mod ændringer i $TC_B + TC_C$. Problemet er da formuleret som at finde minimum af TC_A for parametrisk T og stille denne kurve over for en kurve, der viser $(TC_B + TC_C)$'s variation med T.

For at forenkle analysen er det ved udledningen af TC_A-kurven antaget, at der er neutral tidspræference, således at man umiddelbart kan addere omkostninger fra forskellige perioder. Da ressourceudjævning imidlertid ofte forekommer i forbindelse med langvarige projekter, kan det blive nødvendigt at tage hensyn til diskonteringsproblemet. Dette kan ske ved at fortolke ethvert punkt på TC-kurverne som de til en given projekttid svarende kapitaliserede omkostninger[14]).

(c) Udledning af TC_A-kurven.

α) En ressourcekategori.

[13]) Dog er selve betegnelsen aktivitetsdirekte omkostninger ikke længere heldig for denne del af omkostningerne, da de uudnyttede ressourcer netop ikke vil kunne henføres til bestemte aktiviteter.

[14]) Jvf. »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«, p. 122.

TC_A-kurven udledes ved at finde et punkt svarende til én værdi af T ad gangen. Det antages først, at kun forbruget af en enkelt faktor skal udjævnes, og at denne faktor er arbejdskraft. Det kan da vises, at alternative forudsætninger om virksomhedens ansættelses- og afskedigelsesmuligheder fører til forskellige former for ressourceudjævning.

Hvis virksomheden er i den situation, at den må holde en konstant arbejdsstyrke, v', under hele projektet, bliver omkostningerne ved aktiviteternes udførelse $q \times v' \times T$, hvor q er en udefra given arbejdsløn pr. tidsenhed. Da $q \times T$ for given værdi af T er konstant, findes minimum af TC_A ved at minimere v', hvilket vil sige at minimere højden af spidsbelastningen. Virksomheden kan på planlægningstidspunktet frit bestemme arbejdsstyrkens størrelse, f. eks. 75 mand, men »bordet fanger« i den forstand, at ændringer i arbejdsstyrken ikke er mulige undervejs, således at virksomheden må betale for alle 75 mand i alle T perioder, hvadenten de faktisk bliver udnyttet eller ej. Med de tidligere indførte betegnelser kan ressourceudjævningsmålsætningen under disse forhold formuleres som

$$\text{(M1)} \qquad \text{Minimér} \ \underset{t \leq T}{\text{Max}} \ \{E(v_t)\}$$

En variant af denne målsætning fås, hvis det antages, at virksomheden frit kan bestemme arbejdsstyrken i forskellige kontraktperioder, f. eks. et kvartal eller et år, men at bordet fanger inden for hver af disse perioder. ((M1) bliver et specialtilfælde af (M2) med en kontraktperiode omfattende hele projektgennemførelsestiden). Antages det, at T netop kan deles i k lige lange kontraktperioder, bliver opgaven at minimere summen af faktorforbrugsmaksima i de enkelte kontraktperioder.

$$\text{(M2)} \qquad \text{Minimér} \ \sum_{i=1}^{i=k} \ \underset{\frac{(i-1)T}{k} < t \leq \frac{iT}{k}}{\text{Max}} \ \{E(v_t)\}$$

Er ikke alle kontraktperioder lige lange, vejes de enkelte maksima med de respektive periodelængder.

Ressourceudjævningsmålsætningerne (M1) og (M2) følger helt logisk af antagelserne om kontraktforholdene. Det kan man derimod næppe sige om flere af de andre målsætningsfunktioner, der er blevet foreslået[15]). Disse synes dog alle på en eller anden måde at afspejle omkostningerne ved at foretage ændringer i arbejdsstyrken.

Nogle målfunktioner minimerer afvigelserne fra det gennemsnitlige faktorforbrug. Således kan man minimere summen af de numeriske afvigelser

[15]) Flere af de anførte målfunktioner findes i en artikel om et beslægtet problem af Wagner (23).

eller summen af kvadratet på afvigelserne[16]). Når større afvigelser i det sidste tilfælde tillægges større vægt end små afvigelser, kan dette være en måde at tage hensyn til, at små ændringer i faktorforbruget lettere lader sig opfange af overarbejde og afspadsering.

I andre målfunktioner er minimanden ændringer i faktorforbruget fra en periode til den næste, f. eks. den største numeriske ændring eller summen af de numeriske ændringer. Ligger vanskelighederne ved ændring i arbejdsstyrken alene ved udvidelse eller ved indskrænkning, kan man begrænse sig til at gøre henholdsvis stigningen eller faldet i faktorforbruget fra en periode til den næste så lille som muligt.

β) Flere ressourcekategorier.

Når der er r ressourcekategorier, hvis forbrug skal udjævnes samtidig, så må man veje variationerne i de enkelte faktorers forbrug med deres priser. Antages forudsætningerne for (M1) at være opfyldt, og er prisen for benyttelse af den i'te faktor i en periode q_i, fås denne målfunktion

$$(\mathrm{M1})' \qquad \text{Minimér} \sum_{i=1}^{i=r} q_i \max_{t \leq T} \{E(v_t)\}$$

(d) Problemet er da at minimere en af de ovenfor nævnte målfunktioner under netværks- og aktivitetsproduktionsfunktionsbibetingelserne. Blev dette formuleret som matematiske programmeringsmodeller, ville man få lineære eller kvadratiske programmeringsproblemer. Imidlertid ligger vanskeligheden her – ligesom i afsnit V – i, at intet praktisk forekommende netværksproblem lader sig løse på denne måde. Derfor må heuristiske metoder anvendes ved ressourceudjævningen. Det er principielt de samme metoder, serie- og parallelmetoderne, man kan anvende ved ressourceudjævning som i tilfælde med begrænsede ressourcer. Ligeledes opstår der helt de samme prioriteringsproblemer ved tidsfæstningen af aktiviteterne. Der henvises til behandlingen heraf i afsnit V.

Levy, Thompson og Wiest (26) har beskrevet en heuristisk metode til minimering af spidsbelastning. De forudsætter, at kun én faktorintensitet er mulig for hver aktivitet. Metoden bygger på tilfældig udvælgelse af ikke-kritiske aktiviteter ved udtagning af de aktiviteter, der skal flyttes for at udjævne ressourceforbruget.

VII. AFSLUTTENDE BEMÆRKNINGER

Til slut et par ord om anvendelse af datamater ved projekttypeproduktion. I indledningen[17]) er der sondret mellem planlægningsfasen og kontrol-

[16]) Svarer til den i Karlsson, T.: Nätverksplanering, p. 70 nævnte målfunktion.

[17]) Jvf. »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«, afsnit I.

fasen. Det er alene planlægningsfasen, der er behandlet i det foregående. Allerede her vil det ofte være forsvarligt at anvende datamatens evne som hurtig regnemaskine til at finde løsningen i den relevante planlægningsmodel; men det må dog bemærkes, at selve ordningen af aktiviteterne må foretages manuelt, og at nogle af de beregninger, der skal foretages for at tidsfæste aktiviteterne, meget vel lader sig udføre som »håndarbejde«, f. eks. beregning af simpel kritisk vej, hvis netværket ikke er alt for stort. I kontrolfasen er datamaten et velegnet styringsinstrument. Her udnyttes foruden dens formåen som regnemaskine tillige dens evne til at lagre, sortere og sammenligne oplysninger. Data om netværket lagres én gang for alle, og der kan da foretages rettelser, indlæses nye oplysninger, efterhånden som projektets udførelse skrider frem, foretages sammenligninger mellem faktisk og planlagt udvikling, udfærdiges reviderede planer m. m. Jo flere kontroltidspunkter, der indlægges i kontrolfasen, desto større bliver selvfølgelig datamængden, og desto mere påkrævet bliver automatisk databehandling.

Supplement til litteraturlisten i »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«.

(17) Archibald, R. D. og Villoria, R. L.: Network-based Management Systems (PERT/CPM). New York 1967.

(18) Carruthers, J. A. og Battersby, A.: »Advances in Critical Path Methods« i Operations Research Quarterly, dec. 1966.

(19) Hadley, G.: Nonlinear and Dynamic Programming. Reading, Massachusetts 1964.

(20) Moodie, C. L. og Mandeville, D. E.: »Project Resource Balancing by Assembly Line Balancing Techniques« i The Journal of Industrial Engineering, juli 1966, vol. 17, nr. 7, p. 377–83.

(21) Muth, J. F. og Thompson, G. L. (ed.): Industrial Scheduling. Englewood Cliffs, New Jersey 1963.

(22) Thompson, G. L.: »Some Approaches to the Solution of Large-Scale Combinatorial Problems« i Essays in Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern (ed. by M. Shubik). Princeton, New Jersey 1967.

(23) Wagner, H. M. m. fl.: »Preventive Maintenance Scheduling by Mathematical Programming« i Management Science, jan. 1964, vol. 10, nr. 2, p. 316–34.

(24) Wenell, T.: Handbok i praktisk nätplanering. Uppsala 1966.

(25) Wiest, J. D.: »Some Properties of Schedules for Large Projects with Limited Resources« i Operations Research, maj–juni 1964, vol. 12, nr. 3, p. 395–418.

(26) Wiest, J. D., Thompson, G. L. og Levy, F. K.: »Multi-Ship, Multi-Shop Workload Smoothing Program« i Naval Research Logistics Quarterly, vol. 8, 1962, p. 32–44.

fasen. Det er alene planlægningsfasen, der er behandlet i det foregående. Allerede her vil det ofte være forsvarligt at anvende datamatens evne som hurtig regnemaskine til at finde løsningen i den relevante planlægningsmodel; men det må dog bemærkes, at selve ordningen af aktiviteterne må foretages manuelt, og at nogle af de beregninger, der skal foretages for at tidsfæste aktiviteterne, meget vel lader sig udføre som »håndarbejde«, f. eks. beregning af simpel kritisk vej, hvis netværket ikke er alt for stort. I kontrolfasen er datamaten et velegnet styringsinstrument. Her udnyttes foruden dens formåen som regnemaskine tillige dens evne til at lagre, sortere og sammenligne oplysninger. Data om netværket lagres én gang for alle, og der kan da foretages rettelser, indlæses nye oplysninger, efterhånden som projektets udførelse skrider frem, foretages sammenligninger mellem faktisk og planlagt udvikling, udfærdiges reviderede planer m. m. Jo flere kontroltidspunkter, der indlægges i kontrolfasen, desto større bliver selvfølgelig datamængden, og desto mere påkrævet bliver automatisk databehandling.

Supplement til litteraturlisten i »Produktionsmodeller for projektplanlægning, I«.

(17) Archibald, R. D. og Villoria, R. L.: Network-based Management Systems (PERT/CPM). New York 1967.

(18) Carruthers, J. A. og Battersby, A.: »Advances in Critical Path Methods« i Operations Research Quarterly, dec. 1966.

(19) Hadley, G.: Nonlinear and Dynamic Programming. Reading, Massachusetts 1964.

(20) Moodie, C. L. og Mandeville, D. E.: »Project Resource Balancing by Assembly Line Balancing Techniques« i The Journal of Industrial Engineering, juli 1966, vol. 17, nr. 7, p. 377–83.

(21) Muth, J. F. og Thompson, G. L. (ed.): Industrial Scheduling. Englewood Cliffs, New Jersey 1963.

(22) Thompson, G. L.: »Some Approaches to the Solution of Large-Scale Combinatorial Problems« i Essays in Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern (ed. by M. Shubik). Princeton, New Jersey 1967.

(23) Wagner, H. M. m. fl.: »Preventive Maintenance Scheduling by Mathematical Programming« i Management Science, jan. 1964, vol. 10, nr. 2, p. 316–34.

(24) Wenell, T.: Handbok i praktisk nätplanering. Uppsala 1966.

(25) Wiest, J. D.: »Some Properties of Schedules for Large Projects with Limited Resources« i Operations Research, maj–juni 1964, vol. 12, nr. 3, p. 395–418.

(26) Wiest, J. D., Thompson, G. L. og Levy, F. K.: »Multi-Ship, Multi-Shop Workload Smoothing Program« i Naval Research Logistics Quarterly, vol. 8, 1962, p. 32–44.