

Konvertering af annuitetslån.

Af SØREN AGGEBØ¹⁾

I det følgende vil der ad renteteoretisk vej blive eftersporet nogle af de forudsætninger, som øjensynlig er impliceret i den fra praxis velkendte regel, at kursdifferencen skal være noget mindre end 4 kurspoints for hver halve procent, hvormed renten nedsættes, for at en konvertering kan betale sig. Det påvises bl. a., at reglen indebærer en kapitaliseret konverteringsgevinst på et par procent af det nye låns hovedstol, såfremt dette lån løber over 60 år, og såfremt den subjektive kalkulationsrentefod falder sammen med det nye låns pålydende rentefod.

1. I daglig tale bruges ordene konvertering og omprioritering hyppigt i flæng. Når der tales om *omprioritering*, forestiller man sig vel nok i reglen dels en ændring i betingelserne for to eller flere bestående lån med sikkerhed i samme pant, dels en udvidelse af den samlede lånesum med fremskaffelse af et kontant beløb for øje. Ved omprioritering kan der tillige være tale om, at een eller flere af de hidtidige kreditorer erstattes af andre. – Ved *konvertering* vil vi forstå en ændring af de betingelser, hvorpå et bestående lån er blevet optaget, på en sådan måde, at der ved ændringen fremkommer hverken kontant over- eller underskud. Konverteringsfænomenet kan således betragtes som et specialtilfælde af den mere omfattende omprioritering, nemlig hvor der kun findes eet lån, og hvor nettoprovenuet er lig med nul.

2. Formålet med at gennemføre en konvertering er hyppigt det at opnå en lavere terminsydelse, som så til gengæld kommer til at løbe over et forlænget åremål; motivet ligger altså i likviditetsbetragtninger. I det følgende vil vi dog gå ud fra, at formålet med konverteringen er *ned-*

¹⁾ cand. oecon.

Jeg bringer videnskabelig assistent *Bent Gram Mikkelsen*, Handelshøjskolen i København, min tak for værdifulde bemærkninger til manuskriptet til nærværende arbejde.

Konvertering af annuitetslån.

Af SØREN AGGEBØ¹⁾

I det følgende vil der ad renteteoretisk vej blive eftersporet nogle af de forudsætninger, som øjensynlig er impliceret i den fra praxis velkendte regel, at kursdifferencen skal være noget mindre end 4 kurspoints for hver halve procent, hvormed renten nedsættes, for at en konvertering kan betale sig. Det påvises bl. a., at reglen indebærer en kapitaliseret konverteringsgevinst på et par procent af det nye låns hovedstol, såfremt dette lån løber over 60 år, og såfremt den subjektive kalkulationsrentefod falder sammen med det nye låns pålydende rentefod.

1. I daglig tale bruges ordene konvertering og omprioritering hyppigt i flæng. Når der tales om *omprioritering*, forestiller man sig vel nok i reglen dels en ændring i betingelserne for to eller flere bestående lån med sikkerhed i samme pant, dels en udvidelse af den samlede lånesum med fremskaffelse af et kontant beløb for øje. Ved omprioritering kan der tillige være tale om, at een eller flere af de hidtidige kreditorer erstattes af andre. – Ved *konvertering* vil vi forstå en ændring af de betingelser, hvorpå et bestående lån er blevet optaget, på en sådan måde, at der ved ændringen fremkommer hverken kontant over- eller underskud. Konverteringsfænomenet kan således betragtes som et specialtilfælde af den mere omfattende omprioritering, nemlig hvor der kun findes eet lån, og hvor nettoprovenuet er lig med nul.

2. Formålet med at gennemføre en konvertering er hyppigt det at opnå en lavere terminsydelse, som så til gengæld kommer til at løbe over et forlænget åremål; motivet ligger altså i likviditetsbetragtninger. I det følgende vil vi dog gå ud fra, at formålet med konverteringen er *ned-*

¹⁾ cand. oecón.

Jeg bringer videnskabelig assistent *Bent Gram Mikkelsen*, Handelshøjskolen i København, min tak for værdifulde bemærkninger til manuskriptet til nærværende arbejde.

sættelse af den effektive rentefod, og vi vil alene beskæftige os med sædvanlige kredit- og hypotekforeningslån (annuitetslån²⁾).

3. Låntagers problem ved konvertering er det, at han står over for valget mellem to finansielle transaktioner. På den ene side kan han betale det bestående låns terminlige bruttoydelse i dette låns restløbetid. Og på den anden side kan han – mod at optage et nyt lån, hvis netto-provenue går til indfrielse af det bestående låns restgæld – betale det nye låns terminlige bruttoydelse i dette låns samlede løbetid. Den følgende analyse har til formål at belyse dette valgproblem.

4. Der skal indføres følgende symboler:

- H = lånets hovedstol
- R_m = lånets restgæld, umiddelbart efter at den m 'te terminsydelse er betalt,
- m = konverteringstidspunktet, umiddelbart efter at den m 'te terminsydelse er betalt,
- n = lånets løbetid i terminer,
- Y = bryttydelsen,
- y = nettoydelsen, d.v.s. bruttoydelsen med fradrag af fondsbidrag,
- k = kurs pr. 100 kr. hovedstol,
- r = lånets pålydende rentefod,
- i = låntagers subjektive kalkulationsrentefod (opgørelsesrentefod), og
- $a_{\overline{n}|i}$ = nutidsværdien af den efterbetalte annuitet på 1 kr. i n terminer, opgjort til rentefoden i .

Hvor disse symboler er forsynet med et mærke, for eksempel n' , refererer symbolet til det nye lån, hvortil der eventuelt konverteres; i modsat fald, for eksempel n , refererer det til det bestående lån.

5. Kapitalværdien af låntagers ydelser i henhold til det bestående lån kan – set ud fra låntagers synspunkt – opgøres til beløbet

$$-Y a_{\overline{n-m}|i}$$

idet der herved ses bort fra en mulig forkortelse af restløbetiden ved tilskrivning af reservefondsandele. – Ved at konvertere opnår låntager et nettoprovenue af det nye lån på beløbet

²⁾ der kan iøvrigt henvises til *Thorkil Kristensen m. fl.*, Haandbog i Kredit- og Hypotekforeningsforhold, Kbhvn. 1944, især kapitlerne om »Konverteringsproblemer«, »Beregning af effektiv Rente« og »Ændringer i Laaneforholdet«, alle i bind II.

$$H' \frac{k'}{100}$$

mens han til gengæld må købe obligationer til indfrielse af det bestående låns restgæld til et beløb af

$$R_m \frac{k}{100}.$$

Endelig må låntager afdrage og forrente det nye lån i n' terminer ved hjælp af bruttoydelsen y' pr. termin. Kapitalværdien af låntagers betalinger ved konvertering kan herefter opgøres til³⁾

$$H' \frac{k'}{100} - R_m \frac{k}{100} - Y' a_{\overline{n'}|i}$$

Her er der ligeledes set bort fra reservefondstilskrivninger såvel som fra omkostninger og indskud.

Konverteringen er nu fordelagtig, såfremt

$$(1) \quad H' \frac{k'}{100} - R_m \frac{k}{100} - Y' a_{\overline{n'}|i} + Y a_{\overline{n-m}|i} > 0$$

For en fuldstændigheds skyld skal det nævnes, at kursen på det bestående lån jo ikke kan overskride 100, idet der i så fald ville blive tale om kontant indfrielse.

Nu er det imidlertid forudsat, at konverteringen ikke medfører et kontant nettoprovenue. Dette indebærer, at

$$(2) \quad H' \frac{k'}{100} = R_m \frac{k}{100}$$

som indsat i fordelagtighedsbetingelsen (1) giver

$$(3) \quad Y a_{\overline{n-m}|i} - Y' a_{\overline{n'}|i} > 0$$

6. Ud fra denne sidste formulering – og i overensstemmelse med, hvad sund fornuft fortæller een – må der i hvert fald være visse ufordelagtige konstellationer mellem på den ene side om terminsydelsen i det bestående låns resterende terminer stiger, falder eller er uændret, og på den anden side om restløbetiden vokser, falder eller er uændret. For eksempel er en konvertering, hvor bruttoydelsen i de kommende $n-m$ terminer stiger (d. v. s. hvor $Y < Y'$), under alle omstændigheder ufordelagtig, såfremt lånets restløbetid også stiger (d. v. s. såfremt $n' > n-m$). – Omvendt er der åbenbart visse konstellationer mellem den ændrede bruttoydelse i det bestående låns resterende terminer og den ændrede restløbetid, der i henhold til (3) er nødvendige betingelser for fordelagtig konvertering. Disse kan opgøres således:

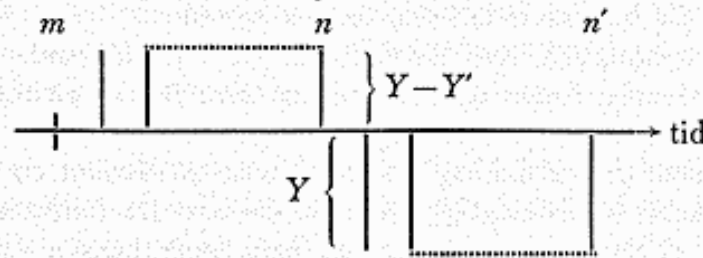
³⁾ Det forudsættes, at de to transaktioner opgøres til samme kalkulationsrentefod.

- I mindre bruttoydelse og forlænget løbetid,
 - II større bruttoydelse og forkortet løbetid,
- samt – for fuldstændighedens skyld –
- III samme bruttoydelse og forkortet løbetid og
 - IV mindre bruttoydelse og uændret løbetid.

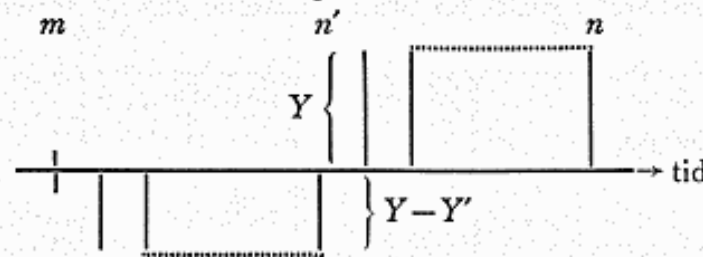
Alle andre sammensætninger af ændring i bruttoydelse og løbetid fører til ufordelagtig konvertering. – Tilfældene III og IV fører altid til fordelagtig konvertering.

Tilbage står derfor dels tilfælde I, hvor låntager opnår en reduktion i ydelserne i de første $n-m$ terminer, mod at han til gengæld i hver af de resterende $n'-(n-m)$ terminer betaler ydelsen Y' (se figur 1); og dels tilfælde II, hvor låntager får en stigning i ydelsen i de første n' terminer, men slipper til gengæld for ydelsen Y i hver af de resterende $n-m-n'$ terminer.

Figur 1.



Figur 2.



I praktiske konverteringsovervejelser tænkes der vel nok især på tilfælde I (figur 1). Men der er imidlertid i teorien ikke nogen grund til at se bort fra tilfælde II, såfremt man ikke søger konvertering ud fra likviditetsmæssige betragtninger, men alene har en reduktion af den effektive rentefod for øje.

7. Figur 1 fremviser billedet af en *egentlig lånetransaktion*, hvor indbetalingerne kommer før udbetalingerne – respektive hvor besparelserne kommer før merudgifterne. Det fremgår umiddelbart af figuren, at be-

sparelsenerne i de første $n-m$ terminer skal være af en vis mindste størrelse og varighed for at kunne kompensere merudgiften i de sidste $n'-(n-m)$ terminer. Besparelsens størrelse og varighed må være desto større, jo større vægt låntager lægger på de fremtidige merudgifter, d. v. s. jo mindre den subjektive kalkulationsrentefod er.

Omvendt fremviser figur 2 billedet af en *egentlig investering*⁴⁾. Her må tilsvarende besparelsen i de sidste $n-m-n'$ terminer være af en vis mindste størrelse og varighed for at kompensere merudgiften i de første n' terminer. Men besparelsens størrelse må her omvendt være desto større, jo mindre vægt låntager tillægger de fremtidige betalinger, d. v. s. jo større kalkulationsrentefoden er.

8. Den besparelse, respektive den merudgift, der fremkommer umiddelbart efter konverteringens gennemførelse, hænger selvsagt sammen med bl. a. kursen på det bestående og det nye låns obligationer. For at belyse dette forhold nærmere, vil vi nu indføre den forenkende forudsætning, at vi i det følgende ser bort fra de terminlige fondsbidrag for såvel det bestående lån som for det nye lån.

Den unøjagtighed, som derved indføres i de følgende overvejelser, er overordentlig ringe, og den retning, som fejlen trækker i, kan tilmed bestemmes: Besparelsen og merudgiften formindskes nemlig med samme beløb pr. termin, og det indebærer, at såfremt en konvertering er fordelagtig (ufordelagtig), når man ser bort fra fondsbidrag, vil den være det så meget desto mere, hvis man tager hensyn til disse beløb.

Ved således at se bort fra fondsbidrag og alene betragte de terminlige nettoydelse i stedet for bruttoydelse kan (3) skrives som

$$(4) \quad y a_{\overline{n-m}|i} - y' a_{\overline{n'}|i} > 0.$$

Det gælder nu, at

$$R_m = y a_{\overline{n-m}|r}, \text{ og} \\ H' = y' a_{\overline{n'}|r}$$

som indsat i (2) giver

$$y a_{\overline{n-m}|r} \frac{k}{100} - y' a_{\overline{n'}|r} \frac{k'}{100} = 0.$$

Løser vi denne ligning med hensyn til y' og indsætter det udtryk,

⁴⁾ Man kan i stedet sige, at tilfælde I (II) er et eksempel på en investering af type II (I); denne sontring bygger jo netop på, om indbetalingerne »gennemsnitligt« kommer før eller efter udbetalingerne. Se for eks. E. Schneider, Investering og Rente, Kbhvn. 1944, p. 15.

som da fremkommer, i (4), kan betingelsen for fordelagtig konvertering under de gjorte forudsætninger skrives som

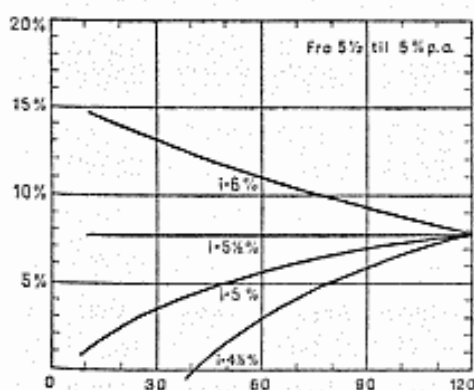
$$(5) \quad \frac{k-k'}{k} < 1 - \frac{\alpha \frac{n-m}{n} r}{\alpha \frac{n-m}{n} i} : \frac{\alpha \frac{n'}{n'} r'}{\alpha \frac{n'}{n'} i}$$

Den maksimale (minimale) kursspænding, der må være til stede, for at en konvertering til et lån med en lavere (højere) pålydende rentefod skal kunne betale sig, afhænger således af fem størrelser, nemlig (a) restløbetid og (b) pålydende rentefod for det bestående lån, (c) samlet løbetid og (d) pålydende rentefod for det nye lån, samt endelig (e) låntagers subjektive kalkulationsrentefod.

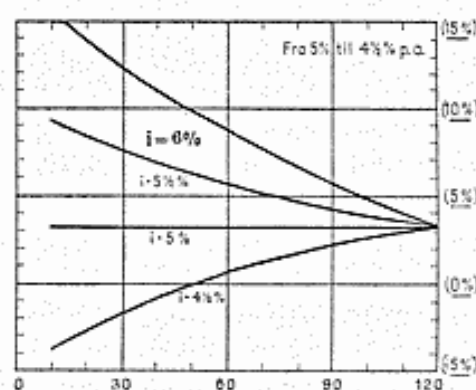
9. Figurerne 3 og 4 tjener til at belyse denne afhængighed, idet ordinatorne angiver den maksimale kursdifference i procent af kursen på det bestående lån, når den subjektive kalkulationsrentefod og det bestående låns restløbetid er af en vis størrelse. Det er herved forudsat, at det nye låns samlede løbetid $n' = 120$ terminer, og at konverteringen indebærer en formindskelse af den pålydende rentefod på $\frac{1}{2}$ % p. a., nemlig fra $5\frac{1}{2}$ til 5, henholdsvis fra 5 til $4\frac{1}{2}$ % p. a.

Af disse figurer fremgår for det første, at sammenhængen mellem den maksimale kursdifference og restløbetiden for det bestående lån beror på størrelsen af kalkulationsrentefoden i forhold til den pålydende rentefod. Der gælder nemlig den regel, at såfremt den pålydende rentefod, r , for det bestående lån er større (mindre) end kalkula-

Figur 3.



Figur 4.



Abcisse: Restløbetid for det bestående lån. – Ordinater: Maksimal kursdifference i pct. af kursen på det bestående lån. – Parameter (i): Subjektiv kalkulationsrentefod. – Ordinatværdierne yderst til højre tager hensyn til omkostninger m. v. på 5 %, jfr. tekstens punkt 11.

tionsrentefoden, i , vokser (aftager) den maksimale kursdifference med stigende restløbetid. Er derimod netop $r=i$, er den maksimale kursspænding uafhængig af restløbetiden⁵⁾.

Dernæst fremgår det af figurerne, at ved en given kalkulationsrentefod, i , er den maksimale kursspænding desto større, jo mindre den pålydende rentefod, r , for det bestående lån er. Dette gælder især for korte restløbetider.

Endelig fremgår det af figur 3 og 4, at *den maksimale kursspænding vokser med en stigning i kalkulationsrentefoden*. Især ved korte restløbetider er den maksimale kursspænding overordentlig følsom over for kalkulationsrentefodens størrelse; en ændring heri på blot 1 % påvirker den maksimale kursspænding med omkring 6 % ved en restløbetid på 60 terminer.

10. Det er måske denne sammenhæng, der springer mest i øjnene. Forholdet er jo nemlig herefter det, at den korrekte fastlæggelse af opgørelsesrentefoden – der vel hører med til investeringskalkulens sværeste opgaver – er helt afgørende for kalkulens udfald.

Spørgsmålet er da, om det er muligt at udtale sig noget om kalkulationsrentefodens størrelse i relation til konverteringsberegninger. Her må man erindre, at en konvertering i reglen kommer på tale, når kursen på det bestående lån nærmer sig pari, d. v. s. når det bestående låns pålydende rentefod nærmer sig markedrenten. Men da kalkulationsrentefoden og markedrenten må falde sammen, hvis konverteringsanalysen overhovedet skal have nogen mening, kan der i sådanne tilfælde altså være fornuft i at sætte $r=i$ som et foreløbigt arbejdsgrundlag.

Under forudsætning af, dels at kursen på det bestående lån $k=100$, dels at kalkulationsrentefoden, $i=r$, ændres betingelsen for fordelagtig konvertering, (5), til

$$(6) \quad \frac{100-k'}{100} < 1 - \frac{a_{\overline{n}|r}}{a_{\overline{n}|r'}}$$

Ved konvertering til et nyt lån med en *formindskelse* på $\frac{1}{2}$ % p. a. i den pålydende rentefod, må kursdifference herefter *højest* være omkring 8 % ved en løbetid for det nye lån på 120 terminer; er løbetiden kun 60 terminer, formindskes den maksimale kursdifference dog til omkring 5 %.

⁵⁾ se *Børge Sørensen*, Beregning af effektiv Rente, i Haandbog i Kredit- og Hypotekforeningsforhold, Bd. II, p. 408 f, hvor i sættes lig med r

Er der derimod tale om en konvertering, der indebærer en *stigning* på $\frac{1}{2}$ % p. a. i den pålydende rentefod, må kursdifferencen *mindst* være omkring 8 %, såfremt $n'=120$, og for $n'=60$ omkring 5 %.

11. Disse maksimale, respektive minimale kursdifferencer tager imidlertid ikke hensyn til indskud ved oprettelse af et nyt lån, omkostninger ved køb og salg af obligationer, stempling af pantebrev, vurdering af pantet samt eventuelt salg i forbindelse med konverteringens gennemførelse. Alle disse omkostninger vil hyppigt udgøre 2-3 % af det beløb, der skal konverteres. - Dertil kommer, at låntager naturligvis kun vil gennemføre en konvertering, der indebærer en konverteringsgevinst, og som ikke blot stiller ham lige så godt som før. Ordinaten til højre i figurerne 3 og 4 tager hensyn til omkostninger og ønsket konverteringsgevinst på tilsammen 5 % af kursværdien for det bestående låns restgæld.

Der ser herefter ud til at være ganske god overensstemmelse mellem på den ene side den regel, som her er udviklet ad renteteoretisk vej, og på den anden side den retningslinie, som man i praksis i vide kredse støtter sig til: at kursdifferencen »... skal være noget mindre end 4 Kurspoints for hver halve Procent, Renten nedsættes, for at Konverteringen kan betale sig«⁶⁾. Forudsætningen for denne regels gyldighed er altså dels, at den subjektive kalkulationsrentefod er lig med det bestående låns pålydende rentefod, dels at det nye lån har en løbetid på omkring 120 terminer, og endelig dels, at man ønsker en kapitaliseret konverteringsgevinst på et par procent af det beløb, der skal konverteres.

12. Til slut kan der være grund til at understrege, at spørgsmålet om *valg mellem alternative konverteringsmuligheder* ud fra rentabilitetsovervejelser må belyses ud fra til dels andre overvejelser end dem, der er anført ovenfor. - Sådanne valgsituationer vil kunne formuleres på følgende måde: (a) Find en fordelagtig konverteringsmulighed, for eks. ved hjælp af reglen om de 4 kurspoints. (b) Undersøg dernæst, om eventuelle andre konverteringsmuligheder er fordelagtigere end den fundne, for eks. ved sammenligning mellem kapitalværdierne af låntagers betalinger ved enhver af de j (≥ 2) konverteringsmuligheder, d. v. s.

$$-Y_j a \overline{n_j}^i$$

En nærmere undersøgelse af dette problem falder dog uden for dette arbejdes rammer.

⁶⁾ Haandbog i Kredit- og Hypotekforeningsforhold, Bd. II, p. 36.