

Nogle økonomiske problemer i fordelingen af hjælpesteders omkostning på hovedsteder i omkostningsstatistikken.

Af SØREN AGGEBØ¹⁾

Betragt et internt regnskab, der afspejler hoved- og hjælpesteder med gensidig udveksling af ydelser. I det følgende vises, at regnskabs regnemekanik under vidtgående tekniske og økonomiske proportionalitetsforudsætninger resulterer i, at omkostningerne registreres netop der, hvor det af hensyn til grænseomkostningskalkuler og ansvarlighedskontrollen er hensigtsmæssigt. Ræsonnementet gennemføres ved hjælp af et taleksempel og med støtte i input-output-betragtninger.

1. Omkostningsstatistikken gennemførelse og afslutning rummer tre hovedproblemer. For det første problemet om, hvilke forudsætninger er impliceret i udparcelleringen af værdien af de enkelte omkostningsarter på omkostningssteder; for det andet de forudsætninger, der ligger i den interne afregning mellem omkostningsstederne; og endelig for det tredje hvilke forudsætninger af teknisk og økonomisk art man implicerer i overvæltningen af hovedstedernes samlede omkostninger på de enkelte omkostningsbærere.

I det følgende vil diskussionen alene omfatte den interne afregning af hjælpestedernes omkostninger, idet visse sider af omkostningsstatistikken anvendelighed med henblik dels på økonomiske kalkuler og dels på ansvarskontrollen vil blive belyst ud fra en simpel afdelingsmodel med tilhørende taleksempel²⁾.

^{*)} Jeg bringer professor Svend Fredens min tak for råd og vejledning ved dette arbejdes gennemførelse.

¹⁾ Cand. oec., økonomichef, Aktieselskabet Søren Wistoft & Co.'s Fabriker.

²⁾ Se Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1958, s. 129.

Nogle økonomiske problemer i fordelingen af hjælpesteders omkostning på hovedsteder i omkostningsstatistikken.

Af SØREN AGGEBØ¹⁾

Betragt et internt regnskab, der afspejler hoved- og hjælpesteder med gensidig udveksling af ydelser. I det følgende vises, at regnskabs regnemekanik under vidtgående tekniske og økonomiske proportionalitetsforudsætninger resulterer i, at omkostningerne registreres netop der, hvor det af hensyn til grænseomkostningskalkuler og ansvarlighedskontrollen er hensigtsmæssigt. Ræsonnementet gennemføres ved hjælp af et taleksempel og med støtte i input-output-betragtninger.

1. Omkostningsstatistikens gennemførelse og afslutning rummer tre hovedproblemer. For det første problemet om, hvilke forudsætninger er impliceret i udparcelleringen af værdien af de enkelte omkostningsarter på omkostningssteder; for det andet de forudsætninger, der ligger i den interne afregning mellem omkostningsstederne; og endelig for det tredje hvilke forudsætninger af teknisk og økonomisk art man implicerer i overvæltningen af hovedstedernes samlede omkostninger på de enkelte omkostningsbærere.

I det følgende vil diskussionen alene omfatte den interne afregning af hjælpestedernes omkostninger, idet visse sider af omkostningsstatistikens anvendelighed med henblik dels på økonomiske kalkuler og dels på ansvarskontrollen vil blive belyst ud fra en simpel afdelingsmodel med tilhørende taleksempel²⁾.

^{*)} Jeg bringer professor Svend Fredens min tak for råd og vejledning ved dette arbejdes gennemførelse.

¹⁾ Cand. oecon., økonomichef, Aktieselskabet Søren Wistoft & Co.'s Fabriker.

²⁾ Se Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1958, s. 129.

2. Den betragtede virksomhed omfatter 4 afdelinger, nemlig to hjælpesteder – kraftcentral og reparationsværksted – og to hovedsteder, kaldet A og B. Virksomheden har for en bestemt tidsperiode, for eksempel en måned, i en ydelsesstatistik opgjort ydelserne

$$a_{ij} \quad (i=1,2; j=1,2,3,4)$$

fra hjælpested nr. i til sted nr. j . Den samlede produktion i hjælpested nr. i betegnes som

$$a_i = \sum_{j=1}^4 a_{ij} \quad (i=1,2)$$

Taleksemplets ydelsesstatistik fremgår af skema 1. Idet kraftcentralens og reparationsværkstedets primære omkostning har været 600 kr., henhv. 1100 kr. i den betragtede periode, findes afregningspriserne for kraft, p_1 , og for reparationsydelse, p_2 , som løsningen til ligningssystemet

Skema 1. Ydelsesstatistik.

Afleveret fra	Afleveret til				Produceret ialt	Heraf afgivet
	Kraftcentral	Reparation	A	B		
Kraftcentral	100 kWh	800 kWh	1300 kWh	1800 kWh	4000 kWh	3900 kWh
Reparation	20 h	6 h	70 h	104 h	200 h	194 h

$$600 + 20 p_2 = 3900 p_1$$

(1)

$$1100 + 800 p_1 = 194 p_2$$

Idet afregningspriserne herefter bliver $p_1=0,19$ og $p_2=6,44$, foregår den interne afregning som vist i skema 2.

Med henblik på den følgende diskussion vil det være hensigtsmæssigt at beregne de tekniske koefficienter

$$A_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_j} \quad (i,j=1,2,3,4)$$

der angiver det antal mængdeenheder fra sted nr. i , der gennemsnitligt

medgår til produktion af 1 mængdeenhed i omkostningssted nr. j. Disse tekniske koefficienter udgør

$$\begin{array}{llll} A_{11}=0,025 & A_{12}=4,00 & A_{13}=130 & A_{14}=180 \\ A_{21}=0,005 & A_{22}=0,03 & A_{23}=7 & A_{24}=10,4 \\ & & A_{33}=1 & \\ & & & A_{44}=1 \end{array}$$

Der medgår altså for eksempel 4 kWh til hver reparationstime. Det er herved antaget, at produktionen i hvert af de to hovedsteder har udgjort 10 mængdeenheder af hovedstedernes færdigprodukt.

Skema 2. Overvæltning af hjælpestedernes primære omkostning.

Kraft	Reparation	A	B
600,—	1100,—	—	—
128,81	149,50	242,94	336,38
		450,85	669,83
728,81	1249,50	693,79	1006,21

3. Vi vil nu gøre den *forudsætning, at størrelsen af de tekniske koefficienter er uafhængige af produktionsomfangets størrelse og sammensætning*; den mængde, som for eksempel kraftcentralen skal præstere til reparationsværkstedet, forudsættes altså at variere ligefrem proportionalt med reparationsværkstedets samlede produktion ('Produceret ialt').

Herefter vil vi rejse det spørgsmål, hvorledes tallene i ydelsesstatistikken ændres, såfremt et af hovedstederne kræver en ekstra mængdeenhed fra et af hjælpestederne. Undersøgelsen af dette problem sker lettest i to trin, idet vi først vil undersøge, hvorledes hjælpestedernes samlede produktion ændres, hvorefter det skal undersøges, hvorledes denne produktionsstigning fordeler sig på ydelsesstatistikens omkostningssteder.

Det antal mængdeenheder, z_{ij} , hvormed den samlede produktion i hjælpested nr. i må forøges, såfremt hovedstederne ønsker en yderligere mængdeenhed fra hjælpested nr. j, kan som bekendt³⁾ beregnes som

$$z_{ij} = \frac{|E - A|_j}{|E - A|} \quad (i, j = 1, 2)$$

³⁾ Se for eksempel P. Nørregaard Rasmussen, *Studies in Inter-sectoral Relations*, København og Amsterdam, 1956, s. 39.

hvor E angiver enhedsmatricen og A matricen

$$\begin{array}{cc} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{array}$$

I taleksemplet fås således

$$\begin{array}{cc} z_{11} = 1,048 & z_{12} = 4,321 \\ z_{21} = 0,005 & z_{22} = 1,053 \end{array}$$

Disse størrelser kan udledes ved følgende ræsonnement. Vi vil for eksempel søge det antal kWh, z_{11} , hvormed kraftcentralens samlede produktion ændres, såfremt produktionen i virksomheden stiller krav om et yderligere kraftforbrug på 1 kWh. – I første række kræves jo 1 kWh. Men hertil kommer en række indirekte virkninger. 1 kWh kræver en yderligere produktion i reparationsværkstedet på A_{21} persontimer, hvortil medgår $A_{21}A_{12} = 0,02$ kWh. Samtidig kræves der i kraftcentralen selv $A_{11} = 0,025$ kWh ekstra, hvortil medgår yderligere $A_{11}A_{11} = 0,001$ kWh. etc. Som den endelige virkning af disse reperkusjoner får man, at $z_{11} = 1,048$ kWh. Den indirekte virkning udgør altså 4,8 %.

Det næste problem er nu, hvorledes en stigning i den samlede produktion af kraft, respektive reparationstimer, vil fordele sig over virksomhedens hoved- og hjælpesteder. Mere koncist udtrykt søger vi tallene

$$y_{ij,k} \quad (i,k = 1,2; \quad j = 1,2,3,4)$$

der angiver det antal mængdeenheder, der i den betragtede tidsperiode ydes fra hjælpested nr. i til sted nr. j , når gennemførelsen af produktionen i virksomhedens hovedsteder kræver 1 yderligere mængdeenhed fra hjælpested nr. k , samtidig med at hovedstedernes forbrug fra virksomhedens øvrige hjælpesteder er uforandret. – Lad os her se på for eksempel kraftcentralen.

Tænker man sig indledningsvis hovedstedernes forbrug af reparationsydelser uforandret, mens deres forbrug af kraft vokser med 1 kWh i den betragtede tidsperiode, fordeler den samlede stigning på $z_{11} = 1,048$ kWh sig åbenbart på følgende måde: (a) Forbruget af kraft i hovedstedet, for eksempel nr. 3, vokser med $y_{13,1} = 1$ kWh. (b) Kraftcentralens eget forbrug af kraft vokser med

$$\begin{aligned} y_{11,1} &= A_{11} + A_{11}^2 + A_{11}^3 + \dots \\ &= \frac{1}{1 - A_{11}} - 1 = 0,026 \text{ kWh,} \end{aligned}$$

når hovedstedet forbruger 1 yderligere kWh, samtidig med at hoved-

stedernes forbrug af reparationsydelser er uforandret. (c) Og endelig vokser under samme omstændigheder reparationsværkstedets kraftforbrug med resten. d. v. s.

$$y_{12.1} = z_{11} - (y_{11.1} + y_{13.1}) = 0,022 \text{ kWh.}$$

Tænker man sig dernæst hovedstedernes forbrug af kraft uforandret, mens reparationsforbruget i hovedstedet, for eksempel nr. 3, vokser med 1 h i den betragtede tidsperiode, fordeles den samlede stigning i kraftforbruget, $z_{12}=4,321$ kWh, på følgende måde: (a) Hovedstedets kraftforbrug er uforandret, $y_{13.2} = 0$ kWh. (b) Kraftforbruget i kraftcentralen vokser derimod med

$$\begin{aligned} y_{11.2} &= A_{12}A_{11} + A_{12}A_{11}^2 + A_{12}A_{11}^3 + \dots \\ &= \frac{A_{12}A_{11}}{1 - A_{11}} = 0,103 \text{ kWh,} \end{aligned}$$

når hovedstederne forbruger 1 yderligere h, samtidig med at deres kraftforbrug er uforandret. (c) Og endelig vokser reparationsværkstedets kraftforbrug under samme omstændigheder med resten af den samlede stigning, d. v. s.

$$y_{12.2} = z_{12} - (y_{11.2} + y_{13.2}) = 4,218 \text{ kWh.}$$

På tilsvarende måde kan man undersøge, hvorledes den samlede stigning i reparationsværkstedets produktion, z_{21} og z_{22} , fordeles på omkostningssteder ved en forøget efterspørgsel efter kraft, henholdsvis reparationsydelser i virksomhedens hovedsteder. Herved får man

$$\begin{array}{lll} y_{11.1} = 0,026 & y_{12.1} = 0,022 & y_{13.1} = 1 \\ y_{11.2} = 0,103 & y_{12.2} = 4,218 & y_{13.2} = 0 \\ y_{21.1} = 0,005 & y_{22.1} = 0,001 & y_{23.1} = 0 \\ y_{21.2} = 0,022 & y_{22.2} = 0,031 & y_{23.2} = 1 \end{array}$$

Tallene i de to første linier har dimensionen kWh pr. tidsenhed, mens dimensionen i de to sidste linier angiver et antal persontimer pr. tidsenhed.

På grundlag af de foregående oplysninger om produktionens struktur er det nu muligt at belyse visse sider af omkostningsstatistikens anvendelighed som redskab i virksomhedens økonomiske kalkuler, ligesom man kan få et indblik i nogle af de forudsætninger, som ansvarligheds-kontrollen hviler på.

4. Det første problem vi skal undersøge er følgende: Når produktionen i et af virksomhedens hovedsteder vokser med 1 enhed af færdigvaren i den betragtede tidsperiode, (a) med hvilket beløb vokser da hjælpestedernes samlede primære omkostning, og (b) hvorledes fordeles dette beløb på virksomhedens hovedsteder i henhold til omkostningsstatistikens interne afregningsmetode?

(a) Lad os betragte hovedsted A. Man vil umiddelbart gå ud fra, at da omkostningen i henhold til skema 2 har udgjort kr. 693,79 ved en produktion på 10 mængdeenheder, vil summen af hjælpestedernes omkostning forøges med kr. 69,38 ved en produktionsstigning i afdeling A på 1 enhed.

For at undersøge dette, vil vi opstille ydelsesstatistikken i henhold til den forøgede produktion; før produktionsstigningen udgjorde ydelsen fra sted nr. i til sted nr. j a_{ij} enheder, mens den som følge af produktionsstigningen nu bliver

$$a_{ij} + \sum_{k=1}^2 A_{k3} y_{ij,k}.$$

For eksempel vokser kraftcentralens reparationsforbrug med $130 y_{12,1} + 7 y_{21,2} = 0,84$ persontimer pr. tidsenhed. Ydelsesstatistikken fremgår herefter af skema 3.

Vi vil nu gøre den *forudsætning*, at den primære omkostning i hvert hjælpested varierer *proportionalt* med hjælpestedets samlede produktion

Skema 3. Ydelsesstatistik ved forøget produktion.

Afleveret fra	Afleveret til				Produceret ialt	Heraf afgivet
	Kraftcentral	Reparation	A	B		
Kraftcentral	104,05	832,44	1430	1800	4166,49	4062,44
Reparation	20,84	6,24	77	104	208,07	201,84

('Produceret ialt'), hvorefter den primære omkostning i kraftcentralen vokser fra kr. 600 til kr. 624,97, mens den i reparationsværkstedet vokser fra kr. 1100 til kr. 1144,41. Den samlede primære omkostning er altså som følge af produktionsstigningen vokset med netop den gennemsnitlige omkostning i hovedsted A.

(b) Spørgsmålet er da, hvorvidt denne omkostningsforøgelse alene optræder i hovedsted A, eller om den influerer på det omkostningsbeløb, der i henhold til den interne afregning tilregnes hovedsted B i omkostningsstatistikken. Da forbruget af såvel kraft som reparationsydelser er uforandret i B, kan man i stedet spørge, om afregningspriserne, p_1 og p_2 , ændres som følge af produktionsstigningen.

Afregningspriserne udgør løsningen til systemet

$$\begin{aligned} 624,97 + 20,84 p_2 &= 4062,44 p_1 \\ 1144,41 + 832,44 p_1 &= 201,84 p_2, \end{aligned}$$

jfr. skema 3. Dette ligningssystem kan imidlertid skrives som

$$\begin{aligned} 1,04 (600 + 20 p_2) &= 1,04 (3900 p_1) \\ 1,04 (1100 + 800 p_1) &= 1,04 (194 p_2). \end{aligned}$$

Dette system har samme løsning som systemet (1), og de søgte afregningspriser er altså uforandret. Grænseomkostningen registreres derfor alene under hovedsted A, mens den del af den samlede primære omkostning, der tilregnes B, er uafhængig af produktionsstørrelsen i afdeling A.

Såfremt de gjorte forudsætninger af teknisk og økonomisk karakter faktisk er opfyldt i virksomheden, kan de omkostningsbeløb, der overvælttes fra hjælpesteder på hovedsteder, øjensynlig danne grundlag for omkostningsmæssige overvejelser i forbindelse med produktionens størrelse, idet *den sekundære gennemsnitsomkostning i et hovedsted er lig med den sekundære grænseomkostning*, ligesom størrelsen af *den sekundære omkostning i eet hovedsted er uafhængig af produktionens omfang i et andet hovedsted*.

5. Det andet problem, vi skal undersøge, drejer sig om omkostningsstatistikens regnemekanik med henblik på omkostningskontrollen. Spørgsmålet er her, om en forbrugsstigning ud over budgettets forbrugstal for et bestemt omkostningssted alene henføres til dette sted i omkostningsstatistikken, eller om forbrugsstigningen influerer på det beløb, der tilregnes de øvrige afdelinger i henhold til omkostningsstatistikens interne afregning.

Vi kan for eksempel tænke os, at virksomheden i sit budget regner med en produktion som angivet ved skema 1, og at registreringerne af regnskabsperiodens fakta viser, at hovedstedernes produktion og forbrug har svaret til forventningerne alene med undtagelse af, at hovedsted A har haft et ekstra forbrug på 100 kWh i regnskabsperioden, mens de to hjælpesteders produktion, forbrug og primære omkostning netop er

ændret i overensstemmelse hermed: kraftcentralens forbrug af kraft er således vokset med $100 y_{11,1} = 2,56$ kWh etc., jfr. skema 5. Den primære omkostning i kraftcentral og reparationsværksted er vokset til henholdsvis kr. 615,72 og kr. 1102,97, altså en stigning på tilsammen kr. 18,69 i forhold til budgettet.

Herefter gennemføres omkostningskontrollen således, at hjælpestederne godskrives for de faktiske ydelser, vurderet til de budgetterede afregningspriser – der jo er løsningen til ligningssystemet (1) – mens hovedstederne belastes for de modtagne ydelser, vurderet til samme afregningspriser.

Skal omkostningskontrollen hvile på et logisk grundlag, må man i vort eksempel i hvert fald forlange, at omkostningsstigningen fremtræder regnskabsmæssigt alene under hovedsted A, der har bevirket den forøgede omkostning, mens ingen del af den må optræde som en over- eller underdækning i hjælpestederne.

Sammenligner man budgettet, skema 2, med regnskabet, skema 5, hvor den interne afregning er gennemført på grundlag af ydelsesstatistikken i skema 3, ses det, at omkostningsstigningen alene findes i regnskabet under hovedsted A; omkostningsstigningen beløber sig netop til afregningsprisen gange forbrugsstigningen. Hjælpestederne, hvis primære

Skema 5. Intern afregning med standardpriser.

	Kraft	Reparation	A	B
Primær omkostning	615,72	1102,97	—	—
Intern	—	149,92	261,64	336,38
afregning	132,19	—	450,85	669,85
Ialt	747,91	1252,89	712,49	1006,21
Normomkostning	747,91	1252,89	693,80	1006,21
Difference	—	—	18,69	—

omkostning er lig med normomkostningen – defineret som den faktiske primære omkostning med tillæg af den budgetterede afregningspris multipliceret med den faktisk afgivne mængde – fremviser derimod ikke nogen over- eller underdækning.

Man kan herefter konkludere, at såfremt de gjorte tekniske og økonomiske forudsætninger faktisk er opfyldt i virksomheden, *optræder*

omkostningsstigningen regnskabsmæssigt alene der, hvor den er opstået. Beror det forøgede forbrug derfor helt og fuldt på afdeling A, viser omkostningsstatistikken, hvor ansvaret skal placeres.

6. Der foreligger nu den mulighed, at der ikke er ledig kapacitet til en produktionsudvidelse i en eller flere af virksomhedens afdelinger, og derfor rejser det spørgsmål sig, om det nu også er korrekt i de økonomiske kalkuler såvel som i omkostningskontrollen alene at se på de regnskabsmæssige omkostningsbeløb, således som de er betragtet i det foregående, eller om det faste anlæg i virksomhedens afdelinger ikke har en særlig værdi i sig selv.

Svaret på dette spørgsmål er kendt fra teorien om lineær programmering: det faste anlæg vil have en særlig værdi, såfremt det er fuldt udnyttet.

Lad os da betragte den samlede produktion pr. tidsenhed, a_i , i hjælpested nr. i . Udtrykt alene som funktion af produktionen i virksomhedens hovedsteder kan den skrives som

$$a_i = \sum_{j=3}^4 a_{ij} (A_{1jz_{i1}} + A_{2jz_{i2}}) \quad (i = 1, 2).$$

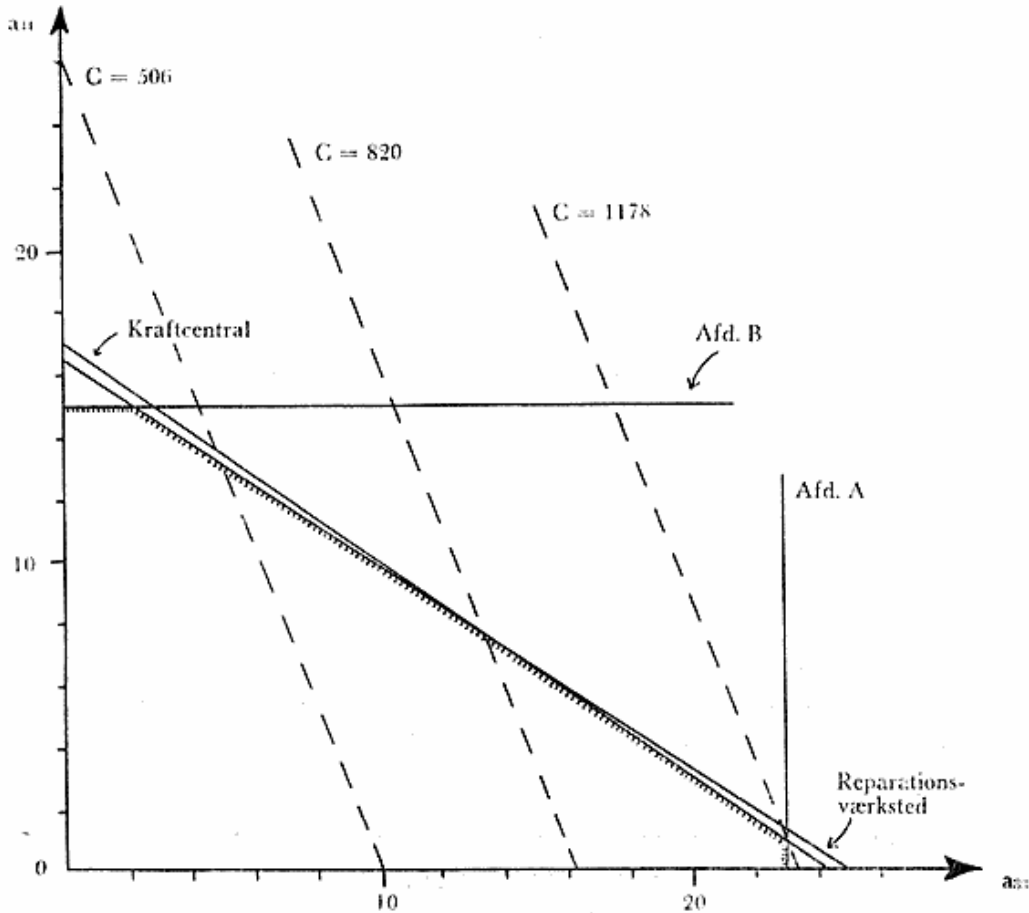
For eksempel medgår der et vist antal kWh til hver enhed af færdigproduktet i afdeling nr. 3, nemlig $A_{13z_{11}}$ i forbindelse med kraftcentralens ydelser, og samtidig medgår der $A_{23z_{12}}$ i forbindelse med reparationsværkstedets ydelse til afdeling nr. 3.

Vi antager nu, at den maksimale produktion pr. tidsenhed udgør 4000 kWh, 200 h, 23 mængdeenheder og 15 mængdeenheder i de fire betragtede omkostningssteder. Ud fra taleksemplets øvrige konstanter får man da for hver afdeling en begrænsningsligning

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 166 a_{33} + 234 a_{44} \leq 4000 \\ \text{(II)} & 8 a_{33} + 12 a_{44} \leq 200 \\ \text{(III)} & a_{33} \leq 23 \\ \text{(IV)} & a_{44} \leq 12 \end{array}$$

Omdannes disse uligheder til ligheder ved indførelse af 4 ikke-negative restvariable, rummer problemet 2 flere variable end begrænsningslig-

ninger, og en grafisk løsning bliver derved mulig, jfr. figur 1, hvor de fuldt optrukne linier hver for sig angiver den maksimale kombination (a_{33}, a_{44}), der med henblik på kapacitetsbegrænsningen i den betragtede afdeling er mulig.



Problemets optimale produktionsprogram afhænger som bekendt af dels de priser, som færdigproduktarterne afsættes til, dels de omkostninger, som de medfører. Antages det, at prisen pr. enhed af færdigvaren er 120 kr. for begge produktarter, og at den eneste omkostning, der løber på, er kraftcentralens kr. 0,15 pr. kWh og reparationsværkstedets kr. 5,50 pr. h, er virksomhedens præferencefunktion

$$\begin{aligned} C &= 120 a_{33} + 120 a_{44} - 0,15 a_1 - 5,50 a_2 \\ &= 51 a_{33} + 19 a_{44} = \text{maximum.} \end{aligned}$$

Det optimale produktionsprogram bliver herefter 23 mængdeenheder i afdeling 3 og 0,74 mængdeenheder i afdeling 4, hvortil medgår 4000 kWh og 194 h.

Da anlægget i afdelingerne 2 og 4 ikke udnyttes fuldt ud, kan der altså ikke tillægges disse nogen knaphedspris. Derimod viser den finale simplextabel for det lineære problem, respektive dets dual, at den betragtede tidsperiodes overskud ville være kr. 0,08 større, såfremt man kunne disponere over en ekstra kWh pr. tidsenhed, og kr. 13,81 større, såfremt produktionen i omkostningssted nr. 3 kunne forøges med 1 mængdeenhed pr. tidsenhed.

Det fremgår heraf, at et forøget forbrug af reparationsydelser koster virksomheden den regnskabsmæssige omkostning, således som den kan aflæses af omkostningsstatistikken; derimod medfører et forøget forbrug af kraftcentralens ydelser en omkostning i form af den gevinstændring, som fremkommer i forbindelse med den produktionsomlægning, som nødvendiggøres på grund af kapacitetsgrænserne.

Under disse omstændigheder er det altså *ikke den regnskabsmæssige omkostning, men derimod den skyggepris*, der opstår på grund af anlæggets knaphed, som man både i de økonomiske kalkuler og i ansvarlighedskontrollen må anse for den relevante omkostning.

Skema 4. Ydelsesstatistik ved forøget forbrug.

Afleveret fra	Afleveret til				Produceret ialt	Heraf afgivet
	Kraftcentral	Reparation	A	B		
Kraftcentral	104,05	832,44	1430	1800	4166,49	4062,44
Reparation	20,84	6,24	77	104	208,07	201,84