Hur mycket färskvaror skall man ta hem i en butik?

Av Nils Blomqvist[1]), Staffan Ekblom[2]) *och* Göran Lindblad[3])

Efterfrågan på färskvaror i en butik varierar slumpmässigt, vilket kan medföra såväl överskott av varor (svinn) som underskott (tomtid). Författarna har med matematisk-statistiska metoder beräknat storleken av över- och underskott vid olika stor efterfrågan och rekvirerad varumängd. Med liknande metoder belyses, hur man kan minska både tomtid och svinn genom att öka färskvarornas hållbarhet. Slutligen bestämmes den ur ekonomisk synpunkt optimala rekvisitionsmängden för en vara genom en avvägning mellan å ena sidan försäljningsvinsten och å andra sidan kostnaderna för över- och underskott.

I denna artikel behandlas, hur de slumpmässiga variationerna i efterfrågan påverkar tillgången på färskvaror i en livsmedelsbutik. Begreppet färskvaror definieras närmare nedan.

Förutsättningar.

Förutsättningarna är enkla. En butik får in mängden L (= levererat) från en central eller leverantör och denna mängd minskar under tiden fram till nästa leverans med mängden x (= såld kvantitet). L kan vara lika stor som x (i så fall tar lagret slut före nästa leverans) eller större än x (i så fall blir det en mindre mängd av L kvar). Däremot kan L ej vara mindre än x, ty man kan ej sälja varor, som man inte har. (Detta är dock möjligt, om man antingen antar, att kunderna kommer tillbaka

[1]) Fil. lic., leder af O. R. afdelingen, AB. Volvo, Göteborg.

[2]) Fil. kand., Statistiska Forskningsgruppen, Stockholm.

[3]) Tekn. lic., civilekonom, Konsum, Stockholm.

Hur mycket färskvaror skall man ta hem i en butik?

Av Nils Blomqvist[1]), Staffan Ekblom[2]) *och* Göran Lindblad[3])

Efterfrågan på färskvaror i en butik varierar slumpmässigt, vilket kan medföra såväl överskott av varor (svinn) som underskott (tomtid). Författarna har med matematisk-statistiska metoder beräknat storleken av över- och underskott vid olika stor efterfrågan och rekvirerad varumängd. Med liknande metoder belyses, hur man kan minska både tomtid och svinn genom att öka färskvarornas hållbarhet. Slutligen bestämmes den ur ekonomisk synpunkt optimala rekvisitionsmängden för en vara genom en avvägning mellan å ena sidan försäljningsvinsten och å andra sidan kostnaderna för över- och underskott.

I denna artikel behandlas, hur de slumpmässiga variationerna i efterfrågan påverkar tillgången på färskvaror i en livsmedelsbutik. Begreppet färskvaror definieras närmare nedan.

Förutsättningar.

Förutsättningarna är enkla. En butik får in mängden L (= levererat) från en central eller leverantör och denna mängd minskar under tiden fram till nästa leverans med mängden x (= såld kvantitet). L kan vara lika stor som x (i så fall tar lagret slut före nästa leverans) eller större än x (i så fall blir det en mindre mängd av L kvar). Däremot kan L ej vara mindre än x, ty man kan ej sälja varor, som man inte har. (Detta är dock möjligt, om man antingen antar, att kunderna kommer tillbaka

1) Fil. lic., leder af O. R. afdelingen, AB. Volvo, Göteborg.

2) Fil. kand., Statistiska Forskningsgruppen, Stockholm.

3) Tekn. lic., civilekonom, Konsum, Stockholm.

senare och frågar efter samma vara igen, eller om efterfrågan noteras som beställning och expedieras, när varan kommit in. Då detta emellertid är ovanligt för färskvaror behandlas dessa fall icke här).

Om L är större än x, blir det som nämnts en viss kvantitet kvar. *Detta överskott antages försvinna.* Anledningen härtill är, att färskvaror i många fall icke går att sälja under nästa försäljningsperiod; det gäller t. ex. småfranska och wienerbröd dagen efter bakningen. Antagandet innebär att alla perioder startar på identiskt samma sätt, nämligen med begynnelselagret L. Det innebär också, att de nedan givna formlerna och siffrorna icke gäller för hållbara varor, t. ex. socker.

Till färskvaror brukar man i dagligt tal räkna mjölk, grädde, bröd, matfett, kött- och charkuterivaror, fisk, bär, frukt, grönsaker samt ägg. Det finns emellertid ytterligare några varor, som kan betraktas som färskvaror, t. ex. malet kaffe, styckad ost och vissa sötsaker. Några färskvaror har bara en dags hållbarhet (småfranska). Mjölk och limpa håller sig några få dagar, filmjölk upp till en vecka. Det finns emellertid också färskvaror med en hållbarhet, som räknas i veckor, (frukt, ostyckat nötkött). De har en så pass god hållbarhet, att restkvantiteten icke behöver kastas, när nästa leverans sker. Enligt definitionen ovan – restkvantiteten kastas vid nästa leverans – är sådana varor alltså icke färskvaror i egentlig mening; de intar en mellanställning mellan färskvaror och hållbara varor.

Försäljningsperiodens längd spelar i princip ingen roll; värdena nedan gäller för varor, som levereras dagligen, lika väl som för varor, som levereras en gång per vecka eller var fjortonde dag.

Det kan i första ögonblicket tyckas, att om $L = x$, så går man icke miste om någon försäljning. Till butiken levererad mängd svarar mot vad som efterfrågats. Verkligheten är emellertid mera komplicerad. Alla, som stått i butik, vet, att efterfrågan på en vara varierar. Här avses den slumpmässiga variationen från dag till dag (från vecka till vecka) och ej den säsongmässiga variationen, t. ex. ökad försäljning av filmjölk på sommaren. Även om *medel*efterfrågan är 20 wienerbröd per dag i en liten brödbutik, så efterfrågas 24 en dag, 17 nästa dag osv. Då efterfrågan icke är känd för en viss dag till sin absoluta storlek i förväg, omväxlar överskott och underskott i butiken även vid rätt avpassad beställningskvantitet.

Ur försäljningssynpunkt är *varuunderskott* (efterfrågad mängd större än tillgänglig kvantitet) av särskilt intresse. Om man vill öka försäljningen i en butik, är nämligen ingen försäljning lättare att erövra än den, som täcker en redan existerande efterfrågan. När en kund kommer in i en butik och frågar efter varor, som inte finns, är det till obehag för kunden och medför försäljningskostnader utan att leda till försäljning.

Men även *överskott* har betydelse. Enligt antagandet kastas nämligen hela restkvantiteten. Det är ett fullt realistiskt antagande för många färskvaror (wienerbröd) och ett partiellt realistiskt för andra (trimning av grönsaker). Överskott medför förluster (svinn).

Till slut en reservation. Nedan antages, att efterfrågan varierar på ett fullt slumpmässigt sätt. Men om man jämför en butik med monopolläge med en i konkurrensläge, är givetvis de slumpmässiga variationerna mindre i monopolbutiken, där kunderna tvingas att göra alla sina inköp. Under vissa förhållanden kan man alltså få mindre slumpmässighet än vad som här antagits. I andra fall kan den bli större, nämligen när även säsongvariationer och tillfälligheter (hamstring inför omsättningsskatt, kraftiga oväder etc.) adderas till de slumpmässiga variationerna.

Grundläggande matematisk-statistisk analys.

Som nyss framhållits, medför slumpmässigheten i efterfrågan, att butiker omväxlande uppvisar varubrist (tomperioder) och varuöverskott (svinn) för färskvaror även när rekvirerad mängd (L) är lika med i *genomsnitt* efterfrågad mängd. Det första problem, som här tages upp till behandling, är, hur man med hjälp av matematisk-statistisk analys skall beräkna den genomsnittliga storleken av underskott (eller tomperiod) respektive överskott vid olika stor rekvisition. Med utgångspunkt från de resultat, som erhålles vid lösningen av detta problem, skall ytterligare två frågor belysas. Hur mycket kan svinnet minskas, om färskvarornas hållbarhet ökas? Hur mycket skall rekvireras, om man vill uppnå bästa möjliga ekonomiska resultat?

Följande beteckningar användes:

ingångsstorheter:

a = medelefterfrågan under en period

L = rekvirerad mängd vid början av varje period

utgångsstorheter:

p = proportion av tiden som lagret står tomt = proportion av efterfrågan som ej kan tillgodoses = relativt underskott

q = överskottet vid en periods slut i relation till medelefterfrågan.

Av det ovan sagda framgår, att resultatet av kalkylerna väsentligen beror på arten och storleken av variationerna i efterfrågan från period till period. Då empiriska data härom ej finns publicerade, har antagits, att efterfrågan är helt slumpmässig (säsongvariationer antages ej förekomma), vilket innebär, att den totala efterfrågan under en period varierar enligt den s. k. Poissonfördelningen. Sannolikheten att efterfrågan är x enheter under en godtycklig period är i så fall lika med

$$e^{-a} \cdot \frac{a^x}{x!} \tag{1}$$

där a = genomsnittlig efterfrågan under en period. Poissonfördelningen finns tabulerad av t. ex. *Molina*[1]). Med hjälp av hans tabeller kan man beräkna sannolikheterna för olika storlekar av efterfrågan, om man känner den genomsnittliga efterfrågan a.

Man kan förmoda, att antagandet att en Poissonfördelning skall gälla ger större över- och underskott till resultat än vad som förekommer i praktiken. Skälet till denna förmodan är, som ovan antytts, att om butiken betjänar en någorlunda fixerad kundkrets, kan man troligen räkna med en mindre variation från period till period än vad Poissonfördelningen utsäger.

Under förutsättningar att Poissonfördelningen gäller, kan det relativa underskottet p resp. överskottet q beräknas på följande sätt. Betrakta en godtycklig period, låt x beteckna den verkliga efterfrågan under denna period och z ett eventuellt underskott vid periodens slut.

Sätt vidare:

p_z = sannolikheten att underskottet vid periodens slut är z.

q_x = sannolikheten att efterfrågan under perioden är lika med x.

(q_x är lika med uttrycket i formel (1))

Då är

$$p_z = q_{z+L} \qquad \text{för } z > 0$$

$$p_0 = \sum_{x=0}^{L} q_x$$

[1]) Molina, E. C.: „Poisson's Exponential Binomial Limit". New York 1942.

För det relativa medelunderskottet fås

$$p = \frac{1}{a} \sum_{z=0}^{\infty} z \cdot p_z = \frac{1}{a} \sum_{z=1}^{\infty} z \cdot q_{z+L} = \frac{1}{a} \sum_{x=L+1}^{\infty} (x - L) \cdot q_x =$$

$$= \frac{1}{a} \sum_{x=L+1}^{\infty} x \cdot q_x - \frac{L}{a} \sum_{x=L+1}^{\infty} q_x$$

För Poissonfördelningen gäller emellertid [se (1)], att

$$q_{x-1} = \frac{x}{a} \cdot q_x$$

$$\therefore \quad p = \sum_{x=L}^{\infty} q_x - \frac{L}{a} \sum_{x=L+1}^{\infty} q_x = \sum_{x=L}^{\infty} e^{-a} \cdot \frac{a^x}{x!} - \frac{L}{a} \cdot \sum_{x=L+1}^{\infty} e^{-a} \cdot \frac{a_x}{x!} \tag{2}$$

Beträffande överskottet gäller, att om initiallagret (L) ökas med underskottet, räcker detta i det långa loppet precis till efterfrågan (a) och överskottet. Härav följer att

$$\text{överskottet} = \text{underskottet} + L - a$$

eller (efter division med medelefterfrågan a):

$$q = p + \frac{L}{a} - 1 \tag{3}$$

Med hjälp av ovannämnda tabellverk kan alltså såväl p som q tabuleras för olika värden på L och a.

Resultat.

Siffervärden på relativt underskott (relativ tomtid) och relativt överskott vid leveransperiodens slut för olika värden på medelefterfrågan a och den rekvirerade mängden L framgår av tabell 1.

Tabell 1. Relativt under- och överskott.

a = medelefterfrågan i antal enheter
L = rekvirerad mängd i antal enheter
p = relativt medelunderskott = procent av tiden mellan två leveranser som lagret står tomt
q = relativt medelöverskott vid tidpunkten för nästa leverans

a	L	p (%)	q (%)
3	3	22,40	22,40
	4	10,65	43,98
	5	4,49	71,16
	6	1,69	101,69
	8	0,18	166,85
	10	0,01	233,34
5	5	17,55	17,55
	6	9,87	29,87
	7	5,11	45,11
	8	2,44	62,44
	9	1,08	81,08
	10	0,44	100,44
	11	0,17	120,17
	12	0,06	140,06
10	10	12,51	12,51
	12	5,31	25,31
	14	1,87	41,87
	16	0,55	60,55
	18	0,13	80,13
20	20	8,88	8,88
	22	4,90	14,90
	24	2,44	22,44
	26	1,09	31,09
	28	0,44	40,44
	30	0,16	50,16
	32	0,05	60,05
30	30	7,26	7,26
	35	1,91	18,58
	40	0,32	33,65
	45	0,03	50,03
40	40	6,29	6,29
	45	2,02	14,52
	50	0,46	25,46
	55	0,07	37,57
50	50	5,63	5,63
	55	2,06	12,06
	60	0,57	20,57
	65	0,12	30,12
60	60	5,14	5,14
	65	2,07	10,40
	70	0,66	17,33
	75	0,16	25,16
	80	0,03	33,36
70	70	4,76	4,76
	75	2,07	9,21
	80	0,73	15,02
	85	0,21	21,64
	90	0,05	28,62
80	80	4,46	4,46
	85	2,05	8,30
	90	0,79	13,29
	95	0,25	19,00
	100	0,06	25,06
90	90	4,20	4,20
	95	2,03	7,59
	100	0,83	11,94
	105	0,29	16,96
	110	0,08	22,30
100	100	3,99	3,99
	105	2,00	7,00
	110	0,87	10,87
	115	0,32	15,32
	120	0,10	20,10
200	200	2,95	2,95
	205	1,84	4,34
	210	1,06	6,06
	215	0,56	8,06
	220	0,27	10,27
	225	0,12	12,62
500	500	1,84	1,84
	510	0,99	2,99
	520	0,47	4,47
	530	0,20	6,20
	540	0,07	8,07
10.000	10.000	0,40	0,40
	10.020	0,31	0,51
	10.040	0,23	0,63
	10.060	0,17	0,77
	10.080	0,12	0,92
	10.100	0,08	1,08

Användningen av tabell 1 skall klargöras med några exempel.

Om man i en brödbutik beställer 10 wienerbröd varje dag och efterfrågan i genomsnitt också är 10, är butiken enligt tredje kolumnen i tabellen utan wienerbröd 12,51 % av försäljningstiden. Den omständigheten, att en kund kommer in sent på eftermiddagen och finner, att butiken är utan wienerbröd, berättigar i och för sig inte till omdömet, att för litet tas hem. De dagar, då den beställda kvantiteten räcker till, uppstår det ett överskott, som i genomsnitt uppgår till 12,51 % · 10 = 1,25 wienerbröd per dag.

Om butiken är utan wienerbröd 12,51 % av tiden, betyder det, att i genomsnitt var $\frac{100}{12,51}$ dvs. var åttonde kund icke kan köpa wienerbröd.

Försäljningen skulle bristdagar kunna ökas med 14,3 %, om man förutsätter, att de kunder, som icke får önskad brödsort, i stället gör inköp på annat ställe.

Ett sätt att undvika, att så mycket som var åttonde kund blir utan begärd vara, är att ta hem flera wienerbröd än 10 per dag. Av tabellen framgår, att om man tar hem $L = 12$ eller 14 wienerbröd i stället för 10 per dag vid $a = 10$, så blir var nittonde resp. var femtiotredje kund utan. Ökar man till 18 wienerbröd per dag, blir endast fyra kunder om året utan wienerbröd. Att ta hem mer än som i genomsnitt går att sälja är dock otänkbart i praktiken; svinnet växer på ett skrämmande sätt (se q-kolumnen). Vid bedömning av siffrorna i q-kolumnen bör man veta, att 0,5–1 % svinn anses vara normalt för mjukt bröd i Sverige. I USA är motsvarande siffra högre, omkring 5 %. Detaljhandelsmarginalen för livsmedel är i Sverige 14–16 % (ev. återbäring frånräknad).

Av tabellen framgår, att de slumpmässiga variationerna betyder mindre i stora butiker än i små. Ökar medelefterfrågan från 5 till 10 enheter, sjunker tomtiden från 17,55 till 12,51 % dvs. med 5,0 %. Vid större efterfrågan sjunker den långsammare; ytterligare fördubbling av efterfrågan sänker tomtiden med 3,6 resp. 2,6 %. Först när man kommer upp till mycket stora kvantiteter, blir tomtiden obetydlig. Vid efterfrågan av 10.000 enheter per försäljningsperiod – i fallet bröd motsvarar detta närmast efterfrågan vid ett bageri – är den 0,4 %.

Om en butik är öppen kl. 8.30–18.00 (= 9,5 timmar), är tomperioden för en föga efterfrågad färskvara 22,4 % · 9,5 = 2,1 timmar. Butiken börjar alltså bli dåligt sorterad omkring kl. 16.00. Yrkesarbetande husmödrar, som handlar på väg från arbetet, måste sålunda ofta bli utan önskad vara.

Förlängning av färskvarornas hållbarhet.

En ökning av en färskvaras hållbarhet innebär att medelefterfrågan blir större, eftersom försäljningsperioden göres längre. Enligt tabell 1 minskar både tomtiden och svinnet, då medelefterfrågan göres större. För att tydligare kunna studera, hur detta sker, har tabell 2 beräknats. Formlerna (2) och (3) har använts även för denna beräkning.

Tabell 2 anger sambandet mellan å ena sidan det relativa överskottet (q), å andra sidan medelefterfrågan under en period (a) för ett och samma värde på det relativa underskottet (p). I tabellen har även angivits den rekvisitionsmängd (L), som erfordras, för att man skall erhålla det fixerade genomsnittliga underskottet p.

Tabell 2. Det relativa överskottet vid olika medelefterfrågan och fixerat relativt underskott.

Medel-efterfrågan	Behövlig rekvisition (L) vid p lika med				Relativt överskott (q %) vid p lika med			
a	20 %	5 %	1 %	0,1 %	20 %	5 %	1 %	0,1 %
3	3,1	4,9	6,5	8,4	23	68	118	180
5	4,8	7,0	9,1	11,6	16	46	84	133
10	8,7	12,2	15,1	18,4	6,9	26,5	51,6	84,4
20	16,5	21,9	26,2	30,9	2,6	14,7	32,2	54,4
30	24,4	31,6	37,0	42,8	1,3	10,3	24,2	42,6
40	32,3	41,2	47,4	54,2	0,8	7,9	19,5	35,7
50	40,2	50,7	57,9	65,5	0,5	6,4	16,9	31,1
60	48,2	60,2	68,3	76,7	0,3	5,3	14,8	27,9
70	56,1	69,7	78,6	87,7	0,2	4,5	13,3	25,3
80	64,1	79,2	88,9	98,5	0,1	4,0	12,1	23,2
90	72,1	88,6	99,1	109,3	0,1	3,5	11,1	21,6
100	80,1	98,1	109,2	120,0	0,1	3,1	10,2	20,1
200	160,0	193,2	210,5	226,0	0,0	1,6	6,2	13,1
500	400,0	477,2	509,9	536,7	0,0	0,4	3,0	7,4
10.000	8000	9500	9910	10090	0,0	0,0	0,1	1,0

Följande exempel illustrerar användningen av tabell 2. Antag, att en varas hållbarhet är 1 dag, att medelefterfrågan per dag är 20 enheter och att man vill hålla det relativa underskottet vid i genomsnitt 1 %. Då blir det relativa överskottet 32,2 %. Om hållbarheten kan ökas till 2 dagar blir medelefterfrågan 40 enheter/period och det relativa överskottet minskar vid samma relativa underskott till 19,5 %. Om hållbarheten ökas till 5 dagar (medelefterfrågan 5 · 20 enheter) blir det relativa överskottet 10,2 %.

Man har vissa möjligheter att förlänga hållbarheten hos färskvaror; främst genom att kylförvara och genom att förpacka. Antag, att hållbarheten fördubblas genom en sådan åtgärd. Man får då följande minskning i försäljningssvinnet:

Medelefterfrågan	Minskning i q vid fördubblad hållbarhet:			
a	$p = 20$	5	1	0,1 %
5	16	19	32	49
10	4	12	19	30
20	2	7	13	19
30	1	5	9	15
40	0,7	4	7	13
50	0,4	3	7	11
100	0,1	2	4	7

Av tabellen framgår, att svinnet minskas snabbast, när de rekvirerade mängderna är små. Kyldiskar och förpackning borde därför i första hand användas i små butiker liksom för mera sällan sålda artiklar snarare än för stapelvaror.

Om efterfrågan på en färskvara är liten, kan förpackning eller kylförvaring tänkas bli lönande, ty vinsten i form av minskat svinn kan täcka kostnaderna för förpackningsmaterial resp. kylförvaring.

Optimal rekvisitionsmängd.

I tabell 2 ovan angavs den rekvisitionsmängd L, som erfordras, för att man i genomsnitt skall få ett givet underskott p. Med denna rekvisitionsmängd kan man alltså hålla underskottet under kontroll, men det är för den skull inte givet, att den så bestämda rekvisitionsmängden är den ur ekonomisk synpunkt bästa möjliga. Den optimala rekvisitionsmängden bör framkomma som ett resultat av en avvägning mellan vinsten vid ökad försäljning och kostnaderna för kasserat överskott samt good-willsänkande underskott.

En sådan avvägning skall här göras med hjälp av matematisk-statistiska metoder. Beräkningarna har gjorts med följande förutsättningar:

1) Efterfrågan är helt slumpmässig (samma förutsättning som vid konstruktionen av tabell 1).

2) Efterfrågan påverkas ej av rekvisitionsmängden. Det kan vara ett orealistiskt antagande, ty om små mängder rekvireras och en kund ständigt finner, att en butik är utan de varor han vill ha, flyttar han över till en annan butik.

3) Kalkylerna gäller endast för varor med relativt stor medelefterfrågan (säg $a > 50$) och resultatet blir därför alltmer approximativt ju mindre denna storhet är. Det är här möjligt att även för små a-värden genomföra exakta beräkningar, men dessa är komplicerade att utföra.

Matematisk härledning.

Vid en ökning av rekvisitionsmängden vinnes två fördelar, nämligen ökad försäljning och minskat underskott, medan en nackdel tillkommer, nämligen ökat överskott. Följande beteckningar införes utan att den precisa innebörden därav närmare förklaras:

c_1 = vinsten av en försåld enhet

c_2 = förlusten av en överskottsenhet

c_3 = förlusten av en underskottsenhet

Den totala vinsten per period (v) i relation till medelefterfrågan (a) blir då

$$v = c_1 \cdot f - c_2 \cdot q - c_3 \cdot p$$

där f = försäljningen i relation till medelefterfrågan.

Eftersom försäljningen är lika med rekvisitionsmängden (L) minskad med överskottet fås

$$f = \frac{L}{a} - q$$

Vidare är enligt formel (3)

$$q = p + \frac{L}{a} - 1$$

Genom insättning fås härigenom

$$v = c_1 + c_2 - c_2 \cdot \frac{L}{a} - (c_1 + c_2 + c_3) \cdot p$$

I detta uttryck är p en funktion av L. För *stora värden på a* övergår

Poissonfördelningen nämligen i normalfördelning (med medelvärde a och spridning $\sqrt{a}$), varför man då approximativt har

$$p = \frac{1}{\sqrt{a}} \{\varphi(t) - t \cdot [1 - \Phi(t)]\} = \frac{1}{\sqrt{a}} R(t) \, .$$

där $t = \dfrac{L - a - \frac{1}{2}}{\sqrt{a}}$ och

φ = den normala frekvensfunktionen

Φ = den normala fördelningsfunktionen.

Om antagandet om stora a-värden gäller, blir alltså v en funktion endast av variabeln L (t är enligt ovan en funktion av L):

$$v = c_1 + c_2 - c_2 \frac{L}{a} - (c_1 + c_2 + c_3) \frac{1}{\sqrt{a}} R(t)$$

Problemet är nu att bestämma rekvisitionsmängden L så, att vinsten v blir så stor som möjligt. För att söka maximum av v deriveras med avseende på L.

$$\frac{dv}{dL} = -\frac{c_2}{a} - (c_1 + c_2 + c_3) \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{dR}{dL}$$

Men $\dfrac{dR}{dL} = \dfrac{1}{\sqrt{a}} [\Phi(t) - 1]$, varför $\dfrac{dv}{dL} = 0$ ger

$$\Phi(t) = \frac{c_1 + c_3}{c_1 + c_2 + c_3} = \frac{1}{1 + \dfrac{c_2}{c_1 + c_3}} = \frac{1}{1 + k}$$

Det L-värde, som maximerar v kan alltså lösas ut ur ekvationen

$$\Phi\left(\frac{L - a - \frac{1}{2}}{\sqrt{a}}\right) = \frac{1}{1 + k} \tag{4}$$

där $$k = \frac{c_2}{c_1 + c_3} \, .$$

För att lösa ut L måste man ha tillgång till en tabell över den normala fördelningsfunktionen Φ. I tabell 3 ges några värden på $\Phi(t)$.

Tabell 3. Den normala fördelningsfunktionen.

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
−3	0.001	0	0.500
−2,5	0.006	+0,5	0.691
−2	0.023	+1	0.841
−1,5	0.067	+1,5	0.933
−1	0.159	+2	0.977
−0,5	0.309	+2,5	0.994
		+3	0.999

Resultat.

Den rekvisitionsmängd L, som i det långa loppet ger det bästa möjliga ekonomiska resultatet, dvs. den största vinsten, bestämmes av formel (4). Framräkningen av L kan lämpligen ske på följande sätt.

1) Bestäm kostnaderna c_1, c_2 och c_3 samt beräkna $\dfrac{1}{1+k}$

2) Uppsök i tabell 3 det t-värde som motsvarar $\Phi(t) = \dfrac{1}{1+k}$

3) Beräkna med hjälp av det så funna t-värdet L enligt formeln $L = t\sqrt{a} + a + \frac{1}{2}$.

Detta förfaringssätt skall tillämpas på följande exempel: En brödbutik antages ha en genomsnittlig efterfrågan på 50 småfranska per dag. Överblivna småfranska förutsättes vara osäljbara nästa dag och returneras. Hur många småfranska skall butiken rekvirera per dag?

Priset på ett småfranska sättes $= y$. Vinsten per sålt småfranska antages utgöra t. ex. $c_1 = 5\ \%$ av y.

Om ett småfranska blir över, förlorar man i stort sett inköpsvärdet. I allmänhet är detaljhandelsmarginalen 14–16 %, varför förlusten blir $c_2 =$ cirka 85 % av y.

Om en kund förgäves frågar efter småfranska, uppstår lönekostnader, som är något mindre än när försäljning sker, dvs. $c_3 =$ cirka 8 % av y. Däremot tages här ej hänsyn till att butiken förlorar i good-will, när en kund blir utan efterfrågad vara.

Först beräknas

$$k = \frac{c_2}{c_1 + c_3} = \frac{0,85\,y}{0,05\,y + 0,08\,y} = \frac{0,85}{0,13} = 6,54$$

och

$$\frac{1}{1 + k} = 0,133.$$

Enligt tabell 3 är $\Phi\,(-\,1,5) + 0,067$ och $\Phi\,(-\,1) = 0,159$, varför man genom interpolering finner, att $t = -\,1,1$ motsvarar $\Phi = 0,133$.

Det optimala L-värdet erhålles såsom

$$L = -\,1,1\,\sqrt{50} + 50 + \tfrac{1}{2} = 42.$$

Trots att vi har en genomsnittlig efterfrågan på 50 småfranska per dag, skall bara 42 beställas. Orsaken är, att det är dyrt att kassera de småfranska, som genom slumpmässigheten i efterfrågan blir över.

Man kan fråga sig, om det lönar sig att ständigt arbeta med en viss brist för att man överskottsdagar skall få liten mängd bröd över. Av ovanstående exempel framgår, att det *kan* vara ekonomiskt lönande att underförsörja en butik med färskvaror. Det är dock knappast någon nyhet. Ett stort svinn i en butik måste leda till åtgärder, om ej butiken skall gå i konkurs.

För brödbutiker är det ett känt förhållande, att stort svinn medför nedskärningar i rekvisitionerna, varigenom butikerna kommer att stå tomma viss del av dagen.

I anslutning till detta resonemang kan man fråga i vilka situationer det är ekonomiskt lönande att underförsörja en butik? Ett studium av formel (4) ger vid handen, att underförsörjning (dvs. $L < a$) bör ske, då $k > 1$ eller

$$c_2 > c_1 + c_3.$$

Butiken bör alltså underförsörjas, då kostnaden att kassera en enhet är större än summan av vinsten och bristkostnaden för en enhet.

LITTERATUR:

Whitin, T. M.: „The theory of inventory management". Princeton 1953.

Arrow, K., Karlin, S., Scarf, H.: „Studies in the mathematical theory of inventory and production". Stanford University Press 1958.

Copyright

Först beräknas

$$k = \frac{c_2}{c_1 + c_3} = \frac{0{,}85\,y}{0{,}05\,y + 0{,}08\,y} = \frac{0{,}85}{0{,}13} = 6{,}54$$

och

$$\frac{1}{1 + k} = 0{,}133.$$

Enligt tabell 3 är $\Phi\,(-\,1{,}5) + 0{,}067$ och $\Phi\,(-\,1) = 0{,}159$, varför man genom interpolering finner, att $t = -\,1{,}1$ motsvarar $\Phi = 0{,}133$.

Det optimala L-värdet erhålles såsom

$$L = -\,1{,}1\,\sqrt{50} + 50 + \tfrac{1}{2} = 42.$$

Trots att vi har en genomsnittlig efterfrågan på 50 småfranska per dag, skall bara 42 beställas. Orsaken är, att det är dyrt att kassera de småfranska, som genom slumpmässigheten i efterfrågan blir över.

Man kan fråga sig, om det lönar sig att ständigt arbeta med en viss brist för att man överskottsdagar skall få liten mängd bröd över. Av ovanstående exempel framgår, att det *kan* vara ekonomiskt lönande att underförsörja en butik med färskvaror. Det är dock knappast någon nyhet. Ett stort svinn i en butik måste leda till åtgärder, om ej butiken skall gå i konkurs.

För brödbutiker är det ett känt förhållande, att stort svinn medför nedskärningar i rekvisitionerna, varigenom butikerna kommer att stå tomma viss del av dagen.

I anslutning till detta resonemang kan man fråga i vilka situationer det är ekonomiskt lönande att underförsörja en butik? Ett studium av formel (4) ger vid handen, att underförsörjning (dvs. $L < a$) bör ske, då $k > 1$ eller

$$c_2 > c_1 + c_3.$$

Butiken bör alltså underförsörjas, då kostnaden att kassera en enhet är större än summan av vinsten och bristkostnaden för en enhet.

LITTERATUR:

Whitin, T. M.: „The theory of inventory management". Princeton 1953.

Arrow, K., Karlin, S., Scarf, H.: „Studies in the mathematical theory of inventory and production". Stanford University Press 1958.

Copyright