

Omkring lønfastsættelse ved lineær programmering:

Nogle kritiske bemærkninger.

Af SVEN DANØ*)

1. I dette tidsskrifts nr. 4, 1958, har Flemming Klöcker-Larsen – med udgangspunkt i en amerikansk artikel – forsøgt at anvende lineær programmering ved arbejdsvurdering efter points-metoden. Fordelen herved angives at være den, at det subjektive element i arbejdsvurderingen skulle kunne reduceres betydeligt, idet vægtfordelingen for de enkelte faktorer (uddannelse, anstrengelse, ansvar etc.) erstattes med en mekanisk optimeringsprocedure.

Der er imidlertid grund til at se med betydelig skepsis på dette forsøg på at løse lønfastsættelsesproblemet ved operationsanalytiske metoder. For det første er det en illusion, at det subjektive element i arbejdsvurderingen kan reduceres ad denne vej, og for det andet må man nære stærk tvivl om selve den anvendte models relevans.

2. Problemstillingen er følgende: Man skal bestemme m lønninger c_1, c_2, \dots, c_m , på basis af n vurderingsfaktorer¹⁾. Idet a_{ij} er det antal points, som man – på subjektivt grundlag – tillægger faktor nr. j ved stilling nr. i , f. eks. antal dygtighedspoints i den pågældende stilling, og x_j er den værdi i kr., som man ved lønfastsættelsen tillægger et point af faktor nr. j , får man pr. definition:

$$(1) \quad \begin{aligned} c_1 &= a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \\ &\dots\dots\dots \\ c_m &= a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \end{aligned}$$

Ved den traditionelle points-metode tillægger man x_j 'erne bestemte værdier på grundlag af en ligeledes subjektivt betonet vurdering, hvorefter lønskalaen følger af (1). Dette er vel forsåvidt ikke andet end en skematisering af, hvad man ofte gør i praksis, når man fastlægger en lønskala ud fra en summarisk vurdering af, hvad de enkelte stillinger bør aflønnes med under hensyn til, hvad stillingerne kræver af ansvar, dygtighed m. v.; men når arbejdsvurderingen finder sted på grundlag af en explicit opdeling i specifikke faktorer, altså ud fra en detaljeret vurdering af de enkelte a_{ij} 'er og

*) Universitetsadjunkt, cand. polit.

¹⁾ Det er vildledende, når K.-L. kalder c 'erne „den faktiske udbetalte løn“. De er netop problemets ubekendte, som det gælder om at bestemme.

Omkring lønfastsættelse ved lineær programmering:

Nogle kritiske bemærkninger.

Af SVEN DANØ*)

1. I dette tidsskrifts nr. 4, 1958, har Flemming Klöcker-Larsen – med udgangspunkt i en amerikansk artikel – forsøgt at anvende lineær programmering ved arbejdsvurdering efter points-metoden. Fordelen herved angives at være den, at det subjektive element i arbejdsvurderingen skulle kunne reduceres betydeligt, idet vægtfordelingen for de enkelte faktorer (uddannelse, anstrengelse, ansvar etc.) erstattes med en mekanisk optimeringsprocedure.

Der er imidlertid grund til at se med betydelig skepsis på dette forsøg på at løse lønfastsættelsesproblemet ved operationsanalytiske metoder. For det første er det en illusion, at det subjektive element i arbejdsvurderingen kan reduceres ad denne vej, og for det andet må man nære stærk tvivl om selve den anvendte models relevans.

2. Problemstillingen er følgende: Man skal bestemme m lønninger c_1, c_2, \dots, c_m , på basis af n vurderingsfaktorer¹⁾. Idet a_{ij} er det antal points, som man – på subjektivt grundlag – tillægger faktor nr. j ved stilling nr. i , f. eks. antal dygtighedspoints i den pågældende stilling, og x_j er den værdi i kr., som man ved lønfastsættelsen tillægger et point af faktor nr. j , får man pr. definition:

$$(1) \quad \begin{aligned} c_1 &= a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \\ &\dots\dots\dots \\ c_m &= a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \end{aligned}$$

Ved den traditionelle points-metode tillægger man x_j 'erne bestemte værdier på grundlag af en ligeledes subjektivt betonet vurdering, hvorefter lønskalaen følger af (1). Dette er vel forsåvidt ikke andet end en skematisering af, hvad man ofte gør i praksis, når man fastlægger en lønskala ud fra en summarisk vurdering af, hvad de enkelte stillinger bør aflønnes med under hensyn til, hvad stillingerne kræver af ansvar, dygtighed m. v.; men når arbejdsvurderingen finder sted på grundlag af en explicit opdeling i specifikke faktorer, altså ud fra en detaljeret vurdering af de enkelte a_{ij} 'er og

*) Universitetsadjunkt, cand. polit.

¹⁾ Det er vildledende, når K.-L. kalder c 'erne „den faktiske udbetalte løn“. De er netop problemets ubekendte, som det gælder om at bestemme.

x_j 'er, kan man godt komme ud for, at resultatet ikke stemmer med en i forvejen etableret rangfølge mellem stillingerne – måske oprindelig bestemt ved en mere summarisk procedure – som man ønsker respekteret, ligesom der på forhånd kan være fastsat et interval, indenfor hvilket alle lønningerne skal ligge; disse krav kan udtrykkes ved ulighederne

$$(2) \quad b_2 \leq c_m \leq \dots \leq c_2 \leq c_1 \leq b_1,$$

der også kan skrives:

$$(2a) \quad \begin{array}{l} c_1 \leq b_1 \\ c_1 - c_2 \geq 0 \\ \dots\dots \\ c_m \geq b_2, \end{array}$$

hvor b_1 og b_2 er henholdsvis maksimums- og minimumslønnen. Dersom resultatet af (1) strider imod (2) og man ønsker (2) respekteret, må man modificere sin vurdering af x_j 'erne – altså nå til en anden vægtfordeling for faktorerne – hvis man skal nå til et modsigelsesfrit kompromis mellem de to principper for lønfastsættelsen.

Man betragter da foreløbig x_j 'erne som ubekendte, medens a_{ij} 'erne vedblivende er konstanter bestemt ved udarbejdelsen af en skala for hver faktor, og indsætter (1) i (2a):

$$(3) \quad \begin{array}{l} c_1 = a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ c_1 - c_2 = (a_{11} - a_{21})x_1 + \dots + (a_{1n} - a_{2n})x_n \geq 0 \\ \dots\dots \\ c_m = a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_2 \end{array}$$

Ethvert sæt af *ikke-negative* x_j 'er, der tilfredsstiller disse lineære uligheder, repræsenterer et sæt vurderinger, som respekterer kravene (2), og (3) fremstiller altså mulighedsområdet for de tilladte vurderinger i kr. pr. point af hver enkelt faktor, der indgår i arbejdsvurderingen. I det simple tilfælde med kun 2 faktorer kan mulighedsområdet illustreres geometrisk i et (x_1, x_2) -diagram²⁾.

3. I almindelighed vil der være mere end én ikke-negativ løsning til ulighederne (3), d. v. s. flere mulige vægtfordelinger, og spørgsmålet er da, hvilken af dem man bør foretrække. K.-L. giver følgende svar: Man skal nærme sig maksimums- og minimumslønnen mest muligt, eller mere præcist: forskellen mellem den højeste løn c_1 , og den laveste, c_m , skal være så stor som muligt indenfor det tilladte interval fra b_2 til b_1 . Matematisk kan dette udtrykkes som en minimalisering af udtrykket

$$(4) \quad y = (b_1 - c_1) + (c_m - b_2),$$

d. v. s. af summen af restvariableerne i den første og den sidste betingelse i (3). (Om ønskes kan y ved hjælp af disse to betingelser udtrykkes ved strukturvariablene x_1, x_2, \dots, x_n). Man har da fået problemet udtrykt som et lineært programmeringsproblem.

²⁾ I Köcker-Larsen's eksempel pp. 205–208, hvor m og n er = 2, er betingelsen $c_1 - c_2 \geq 0$ gået i fisk, idet (3.1) kun er en definition af $c_1 - c_2$, der følger af (1.2) og (2.2) ved subtraktion og altså ikke lægger noget nyt bånd på de variable, medens pointen – at denne differens skal være ≥ 0 – ikke kommer til udtryk i modellen.

I det senere taleksempel er lønforskellene sat = 0 i forspalten til tabel 4 og 5, men i selve modellen regnes der korrekt med uligheder. (Derimod er koefficienten i linje nr. 6, x_3 's kolonne forkert; der skulle have stået 0 i stedet for -4).

der kan løses f. eks. ved simplex-metoden; herved får man bestemt værdierne af x_j 'erne, og indsættelse i (1) giver da lønningerne. K.-L.'s tabel 5 er et regneskema til numerisk løsning af det angivne taleksempel ved simplex-metoden.

4. Man må imidlertid sætte et stort spørgsmålstejn ved relevansen af denne metode til arbejdsvurdering.

For det første virker hele problemstillingen underligt bagvendt. Når man for at kunne vurdere de enkelte stillinger deler arbejdet op i en række faktorer og tildeler hver stilling pointstal for hver faktor, må det næste skridt vel logisk være, at man forsøger på en reel – omend ganske vist tildels subjektiv – vurdering af, hvad et point af hver faktor er „værd“ for virksomheden, altså en fastlæggelse af x_j 'erne; herefter regner man lønningsskalaen ud ved hjælp af (1). Hvis resultatet ikke stemmer helt overens med den traditionelle rangfølge (eller ikke holder sig indenfor det ønskede interval), som udtrykt ved (2), og vil man ikke tage konsekvenserne og bryde med denne rangfølge, må man foretage en justering af resultaterne; men at gøre dette ved en rent formel beregningsprocedure, hvor de x_j 'er, der bestemmes, er fuldstændig løsevet fra de forestillinger, som virksomheden alligevel må gøre sig om, hvad et faktorpoint er „værd“ i kroner og øre, turde være en ret tvivlsom affære, der i hvert fald kræver en nærmere motivering. Var det ikke mere nærliggende for virksomheden simpelthen at ræsonnere således: „N. N.'s arbejde vurderer vi så og så højt, men da det ikke går an, at han får mere i løn end sin overordnede, må vi give ham lidt mindre“? Herved får man ganske vist ikke brug for operationsanalytiske metoder; til gengæld får man lejlighed til at bruge lidt common sense.

Det fik måske endda være, hvis modellen var sådan, at løsningen af programmeringsproblemet virkelig var optimal i en eller anden reel forstand. Man kan imidlertid næppe sige, at det valgte kriterium på optimalitet – at lønskalaen skal spænde over den størst mulige del af intervallet mellem maksimums- og minimumslønnen – tilfredsstiller dette krav. I særdeleshed forekommer det ikke rimeligt, at en reel vurdering af de enkelte faktorer helt skydes til side til fordel for et så relativt spinkelt kriterium, der i hovedsagen blot synes motiveret med det rent formelle, at det sikrer, at man når til en bestemt løsning – noget må man jo have at maksimere eller minimere, hvis man skal lave lineær programmering³⁾.

Endelig er der grund til at gøre opmærksom på, at det er en illusion at tro, at der subjektive element, der ligger i vurderingen af x_j 'erne ved den almindelige pointsmetode, bliver elimineret ved, at man i stedet bestemmer dem ved en mekanisk regneprocedure som f. eks. lineær programmering. Det subjektive element kommer blot til at ligge et andet sted, nemlig i valget af forudsætninger – i dette tilfælde dels i kravet om en bestemt rangfølge (og om en øvre og en nedre grænse), jfr. (2), dels i valget af optimalitetskriteriet (4). Det ville være uheldigt, om nogen skulle få det indtryk, at man kan bruge operationsanalytiske metoder til at trylle objektivitet ind i et problem, der i selve sin formulering har et stærkt indslag af subjektiv vurdering.

³⁾ Man kunne i øvrigt i denne forbindelse spørge: Hvis det absolut er så vigtigt, at lønskalaens yderpunkter kommer så nær som muligt til maksimums- og minimumslønnen, hvorfor så ikke på forhånd sætte $c_1 = b_1$ og $c_m = b_2$? Hertil er at sige, at dersom der *eksisterer* en ikke-negativ løsning til (3) med restvariablerne i den første og den sidste betingelse = 0, så vil en sådan løsning også være *optimal* i henhold til det nævnte kriterium; y er jo summen af disse to restvariable, der hver for sig ikke må blive mindre end nul, og mindsteværdien af y er derfor nul. Man indser let, at der ofte vil eksistere flere sådanne løsninger, der altså alle er optimale; dette illustrerer, hvor spinkelt det anvendte kriterium er.