

## Lønfastsættelse ved lineær programmering. ✓

Af FLEMMING KLÖCKER-LARSEN <sup>1)</sup>

Arbejdsvurdering, eller job evaluation, er fællesbetegnelsen for de metoder, som anvendes for at kunne sammenligne forskellige arbejder eller stillinger med hinanden. Vurderingen sker enten ved at betragte arbejdet som en helhed eller ved at opdele det i en række faktorer. Sammenligningen kan bl. a. have til formål at skabe et aflønningssystem, hvor lønnen for hvert arbejde eller stilling står i „korrekt“ forhold til de øvrige arbejder eller stillinger i virksomheden.

Alle de i dag anvendte arbejdsvurderingsmetoder hviler på et empirisk grundlag, og ingen af metoderne kan med rette betegnes som en universalmetode. Dette sidste skyldes dels de kollektive overenskomster og dels, at arbejdskraft er en vare, hvor prisen som for mange andre varer retter sig efter udbud og efterspørgsel.

Man kan som nævnt ovenfor enten vurdere arbejdet som en helhed eller opdele det i faktorer. I sidste tilfælde lægger man vurderingen af enkeltfaktorerne sammen. Men også ved helhedsbetragtningen er det nødvendigt at have kriterier for vurderingen, og disse kriterier volder nogenlunde de samme vanskeligheder som opdelingen i faktorer. Derved går helhedsbetragtningens eneste tilsyneladende fordel fremfor delbetragtningen tabt. Metoderne med opdeling i faktorer har i praksis vist sig at have en række fordele fremfor helhedsbetragtningen og har derfor vundet størst udbredelse.

Det er ikke formålet med denne artikel at gennemgå de enkelte arbejdsvurderingsmetoder, idet dette er gjort tidligere i dette tidsskrift <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> H.A., Købmandsskolen i København.

<sup>2)</sup> Torben Carlsson: Nogle metoder til arbejdsvurdering. Handelsvidenskabeligt Tidsskrift, hefte 99-100, 1953.

## Lønfastsættelse ved lineær programmering. ✓

Af FLEMMING KLÖCKER-LARSEN <sup>1)</sup>

Arbejdsvurdering, eller job evaluation, er fællesbetegnelsen for de metoder, som anvendes for at kunne sammenligne forskellige arbejder eller stillinger med hinanden. Vurderingen sker enten ved at betragte arbejdet som en helhed eller ved at opdele det i en række faktorer. Sammenligningen kan bl. a. have til formål at skabe et aflønningssystem, hvor lønnen for hvert arbejde eller stilling står i „korrekt“ forhold til de øvrige arbejder eller stillinger i virksomheden.

Alle de i dag anvendte arbejdsvurderingsmetoder hviler på et empirisk grundlag, og ingen af metoderne kan med rette betegnes som en universalmetode. Dette sidste skyldes dels de kollektive overenskomster og dels, at arbejdskraft er en vare, hvor prisen som for mange andre varer retter sig efter udbud og efterspørgsel.

Man kan som nævnt ovenfor enten vurdere arbejdet som en helhed eller opdele det i faktorer. I sidste tilfælde lægger man vurderingen af enkeltfaktorerne sammen. Men også ved helhedsbetragtningen er det nødvendigt at have kriterier for vurderingen, og disse kriterier volder nogenlunde de samme vanskeligheder som opdelingen i faktorer. Derved går helhedsbetragtningens eneste tilsyneladende fordel fremfor delbetragtningen tabt. Metoderne med opdeling i faktorer har i praksis vist sig at have en række fordele fremfor helhedsbetragtningen og har derfor vundet størst udbredelse.

Det er ikke formålet med denne artikel at gennemgå de enkelte arbejdsvurderingsmetoder, idet dette er gjort tidligere i dette tidsskrift <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> H.A., Købmandsskolen i København.

<sup>2)</sup> Torben Carlsson: Nogle metoder til arbejdsvurdering. Handelsvidenskabeligt Tidsskrift, hefte 99-100, 1953.

I nærværende artikel er det hensigten at betragte de subjektive vurderinger, der er fælles for alle delbetragtningmetoderne.

#### *A. De subjektive vurderinger.*

Der er tale om tre subjektive vurderinger:

1. Hvilke faktorer skal indgå i arbejdsvurderingen?
2. Udarbejdelse af skala for hver faktor.
3. Fastsættelse af faktorernes indbyrdes relationer (vægtfordeling).

På grundlag af praktiske erfaringer er man nået frem til fire hovedfaktorer, som virksomheden selv må underdele efter sine specielle forhold <sup>3)</sup>.

Denne vurdering skal ikke behandles nærmere her, idet der ikke kan tilføjes nye synspunkter til den førnævnte artikels behandling af emnet.

Udarbejdelse af skalaen for hver faktor sker uden hensyntagen til den vægt, hvormed den enkelte faktor skal indgå i den samlede pointssum. Dette betyder, at hver faktor godt kan indeholde points fra f. eks. 0 til 100. Ved vurdering 3 fastlægges man vægtfordelingen. Arbejdets eller stillingens samlede pointssum fremkommer da som summen af vægttal gange pointstal.

Når man er nået frem til pointssummerne for samtlige arbejder eller stillinger, fastlægges lønnen. For ikke at skulle arbejde med for mange forskellige lønninger opdeles pointssummerne oftest i grupper, og hver løngruppe indeholder da pointssummer indenfor forskellige intervaller.

#### *B. Problemstilling.*

Arbejdsvurdering er en hensigtsmæssig fremgangsmåde til at sikre en systematisk og logisk sammenhængende bedømmelse af de forskellige stillinger i firmaet. I denne fremgangsmåde indgår tre subjektive vurderinger. Den første af disse vurderinger, faktorudvælgelsen, erstattes dog ofte i praksis af anvendelsen af fire hovedfaktorer.

Derved opstår problemet: Er det muligt at erstatte den ene eller begge de resterende rene vurderinger med en teknik, som ikke kræver vurdering?

Dette er problemstillingen for denne artikel.

I det følgende er det pointsmetoden eller rettere pointsmetodegruppen, der særligt må have for øje.

<sup>3)</sup> De fire mest anvendte hovedfaktorer er: 1) Uddannelse, anciennitet, dygtighed; 2) Anstrengelse; 3) Ansvar; 4) Arbejdspladsens forhold.

### C. Lineær programmering som hjælpemiddel ved lønfastsættelse.

Man har i USA gjort forsøg med lønfastsættelse ved hjælp af lineær programmering. Disse forsøg er, så vidt vides, i alle tilfælde sket med udgangspunkt i den traditionelle pointsmetode med de tre subjektive vurderinger.

På dette sted vil man anvende den amerikanske fremgangsmåde i forsøget på at erstatte den ene af vurderingerne med en ny teknik <sup>4)</sup>.

Anvendelsen af lineær programmering ved lønfastsættelse bygger på fire forudsætninger og betingelser:

1. Lineær programmerings generelle forudsætninger skal være opfyldt. D.v.s. lineær model, homogenitet, additivitet, rationel handlemåde, ikke-negativitet, et endeligt antal kombinationer.
2. Man skal frigøre sig fuldstændigt fra virksomhedens nuværende aflønningssystem, men
3. den nye aflønning må alligevel ikke støde mod den del af virksomhedens formelle organisation, som stillingsbetegnelserne omfatter. D.v.s. fuldmægtigen må ikke få mere i løn end kontorchefen.
4. Der fastsættes en maksimums- og en minimumsløn (evt. under hensyntagen til bestående minimumsløns-aftaler). Maksimumslønnen viser, hvor meget der højst *må* udbetales, og minimumslønnen, hvad der mindst *skal* udbetales. Man skal nærme sig maksimums- og minimumslønnen mest muligt.

Disse forudsætninger og betingelser giver ingen mulighed for at erstatte vurderingerne ved skala-udarbejdelsen med en bestemt teknik.

Derved bliver den tredje vurdering (vægtfordelingen) tilbage. En eliminering af denne vurdering vil da også være en væsentlig forbedring af pointsmetoden. Dette skal nu forsøges her.

### D. Matematisk præsentation.

Virksomheden ønsker arbejdsvurdering af to stillinger ( $S_1$  og  $S_2$ ) ud fra to vurderingefaktorer ( $x_1$  og  $x_2$ ) under forudsætning af, at stilling  $S_1$  højst må få en løn på  $b_1$  og stilling  $S_2$  mindst en løn på  $b_2$ .

Stilling  $S_1$  skal desuden være den højstlønnede, og man skal nærme sig maksimums- og minimumslønnen mest muligt.

Disse forhold kan opstilles i en tabel, hvor man desuden indfører

<sup>4)</sup> A. Charnes, W. W. Cooper, R. O. Ferguson: Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming. *Management Science*, Vol. 1 (1955) p. 138-151.

pointstallene for hver faktor (a) og den faktiske udbetalte løn ( $c_1$  og  $c_2$ ). Opstillingen findes i tabel 1.

TABEL 1.

Stilling	Vurderingsfaktor		Forudsat maksimums- og minimumsløn	Faktisk udbetalt løn
	$x_1$	$x_2$		
$S_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$b_1$	$c_1$
$S_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$b_2$	$c_2$

Række  $S_1$  i tabellen giver uligheden

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \quad (1.1)$$

og rækken  $S_2$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \geq b_2 \quad (2.1)$$

idet et point af vurderingsfaktorerne  $x_1$  og  $x_2$  ved løsningen skal udtrykkes i kroner, da pointstallene ikke lægges sammen indenfor hver række.

Den manglende kolonne med pointssummen er den første afvigelse fra den traditionelle pointsmetode.

Disse uligheder omdannes til ligninger ved indførelse af restvariablerne  $x_3$  og  $x_4$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_3 = b_1 \quad (1.2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_4 = b_2 \quad (2.2)$$

For at imødekomme kravet om, at stilling  $S_2$  ikke må være højere lønnet end stilling  $S_1$  (d.v.s.  $c_1 - c_2 \geq 0$ ) beregnes pointsforskellen mellem  $S_1$  og  $S_2$  indenfor hver faktor:

$$c_1 - c_2 = (a_{11}x_1 + a_{21}x_1) + (a_{12}x_2 + a_{22}x_2) \quad (3.1)$$

Dette udtryk viser, at forskellen i de to stillingers faktiske aflønning skal være lig med summen af forskellen mellem stillingernes pointstal indenfor hver faktor gange faktorens kroneværdi pr. point.

Det sidste krav var, at man skulle nærme sig  $b_1$  og  $b_2$  mest muligt. Dette formuleres matematisk således

$$|c_1 - b_1| + |c_2 - b_2| = \min. \quad (4.1)$$

hvilket betyder, at man skal minimere summen af de numeriske forskelle mellem faktisk udbetalt løn og løngrænserne.

Under henvisning til (1.2) og (2.2) kan (4.1) formuleres som

$$x_3 + x_4 = \min. \quad (4.2)$$

idet formålet med indførelsen af restvariablerne var at opsamle eventuelle forskelle mellem faktisk udbetalt løn og løngrænserne.

Nu er man i stand til at formulere problemet som et lineært programmeringsproblem.

#### *E. Formulering som et lineært programmeringsproblem.*

Ved et lineært programmeringsproblem skal man finde et sæt variable, der for det første opfylder  $n$  betingelser, for det andet tilfredsstiller  $m$  førstegradsligninger og for det tredje maksimerer hhvs. minimerer en lineær præferencefunktion <sup>5)</sup>.

I dette tilfælde formuleres problemet således under henvisning til det foregående afsnit:

Find et sæt af variable

$$x_1, x_2$$

som for det første opfylder betingelserne

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (5.1)$$

som for det andet tilfredsstiller førstegradsligningerne

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + x_3 = b_1 \quad (1.2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + x_4 = b_2 \quad (2.2)$$

$$(a_{11}x_1 + a_{21}x_1) + (a_{12}x_2 + a_{22}x_2) = c_1 + c_2 \quad (3.1)$$

og som for det tredje har til følge, at den lineære funktion

$$x_3 + x_4 = y \quad (4.2)$$

opnår sin mindsteværdi.

I ligning (3.1) indgår den faktiske løn ( $c_1$  og  $c_2$ ). Da man ikke kender disse beløb, før problemet er løst, omskrives (3.1) til

$$(a_{11}x_1 + a_{21}x_1) + (a_{12}x_2 + a_{22}x_2) + x_3 + x_4 = b_1 + b_2 \quad (3.2)$$

idet man kender de forudsatte løngrænser.

<sup>5)</sup> For en nærmere redegørelse for formuleringen se f. eks. Niels Nielsen: Simplex-metoden. *Mercantilia*, 1956. Side 329 ff eller R. Grove Jensen: Lineær Programmering. *Erhvervsøkonomisk Tidsskrift*, 1956. Side 192 ff.

Ligningerne (5.1), (1.2), (2.2) og (3.2) udgør variabernes variationsbetingelser. (4.2) er problemets præferencefunktion.

Variationsbetingelserne omdannes til begrænsningsligninger

$$x_1 = 0, x_2 = 0 \quad (5.2)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \quad (1.3)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \quad (2.3)$$

$$(a_{11}x_1 \div a_{21}x_1) + (a_{12}x_2 \div a_{22}x_2) = b_1 \div b_2 \quad (3.3)$$

hvorefter problemet løses.

#### F. Konklusion.

Forskellen mellem den traditionelle pointsmetode og den her præsenterede teknik består i, at man her undlader vurderingen ved vægtfordelingen.

Ved den traditionelle metode foretages vægtberegninger, og de enkelte faktorpoints lægges sammen. Det gøres ikke her; i stedet beregnes forskellen mellem stillingernes pointstal indenfor hver faktor. Da hver faktor udtrykkes i kr. og øre ved problemets løsning, bliver forskellen mellem pointstallene afgørende for aflønningen. Relationen mellem faktorerne er derfor uden betydning.

Endvidere fastsættes der her en række særlige betingelser, f. eks. om maksimums- og minimumslønninger, og lineær programmerings generelle betingelser indgår i problemets løsning. Der opstår derved en lineær sammenhæng mellem samtlige lønninger, hvilket må siges at være praktisk relevant.

På grundlag af disse forhold må teknikken betegnes som praktisk anvendelig.

#### APPENDIX: Numerisk præsentation af formuleringen.

I dette afsnit skal den praktiske side af teknikken vises. Derimod vil løsningsprocessen ikke blive vist, da det ikke kan betale sig at anvende den manuelle simplexprocedure. Løsningsarbejdet udføres mest økonomisk og hurtigst af elektronregnemaskiner, og der er som bekendt mulighed for at få problemer løst ved hjælp af sådanne maskiner her i Danmark.

Virksomheden fastsætter en maksimumsløn på kr. 30.000 og en minimumsløn på kr. 5.000. Ved arbejdsvurderingen skal der anvendes fire vurderingsfaktorer  $x_1 \cdot x_4$ . Vurderingsskalaen går fra 0-10. Seks stillinger skal vurderes.

I tabel 3 er de seks stillinger opstillet under hinanden. Kolonnen  $P_0$

Ligningerne (5.1), (1.2), (2.2) og (3.2) udgør variabernes variationsbetingelser. (4.2) er problemets præferencefunktion.

Variationsbetingelserne omdannes til begrænsningsligninger

$$x_1 = 0, x_2 = 0 \quad (5.2)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \quad (1.3)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \quad (2.3)$$

$$(a_{11}x_1 \div a_{21}x_1) + (a_{12}x_2 \div a_{22}x_2) = b_1 \div b_2 \quad (3.3)$$

hvorefter problemet løses.

#### *F. Konklusion.*

Forskellen mellem den traditionelle pointsmetode og den her præsenterede teknik består i, at man her undlader vurderingen ved vægtfordelingen.

Ved den traditionelle metode foretages vægtberegninger, og de enkelte faktorpoints lægges sammen. Det gøres ikke her; i stedet beregnes forskellen mellem stillingernes pointstal indenfor hver faktor. Da hver faktor udtrykkes i kr. og øre ved problemets løsning, bliver forskellen mellem pointstallene afgørende for aflønningen. Relationen mellem faktorerne er derfor uden betydning.

Endvidere fastsættes der her en række særlige betingelser, f. eks. om maksimums- og minimumslønninger, og lineær programmerings generelle betingelser indgår i problemets løsning. Der opstår derved en lineær sammenhæng mellem samtlige lønninger, hvilket må siges at være praktisk relevant.

På grundlag af disse forhold må teknikken betegnes som praktisk anvendelig.

#### *APPENDIX: Numerisk præsentation af formuleringen.*

I dette afsnit skal den praktiske side af teknikken vises. Derimod vil løsningsprocessen ikke blive vist, da det ikke kan betale sig at anvende den manuelle simplexprocedure. Løsningsarbejdet udføres mest økonomisk og hurtigst af elektronregnemaskiner, og der er som bekendt mulighed for at få problemer løst ved hjælp af sådanne maskiner her i Danmark.

Virksomheden fastsætter en maksimumsløn på kr. 30.000 og en minimumsløn på kr. 5.000. Ved arbejdsvurderingen skal der anvendes fire vurderingsfaktorer  $x_1 \cdot x_4$ . Vurderingsskalaen går fra 0-10. Seks stillinger skal vurderes.

I tabel 3 er de seks stillinger opstillet under hinanden. Kolonnen  $P_0$



angiver henholdsvis maksimums- og minimumslønnen. Under hver faktor er pointstallene for stillingerne anført.

TABEL 3.

P <sub>0</sub>	Stilling	Vurderingsfaktor			
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
30.000	S <sub>1</sub>	10	5	10	3
	S <sub>2</sub>	8	5	9	3
	S <sub>3</sub>	7	5	8	3
	S <sub>4</sub>	5	5	7	3
	S <sub>5</sub>	4	7	3	3
5.000	S <sub>6</sub>	2	8	3	5

Forudsætningen om maksimums- og minimumsløn giver to uligheder

$$30.000 \geq 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 3x_4 \quad (6.1)$$

$$5.000 \leq 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 \quad (7.1)$$

der omdannes til ligninger ved indførelse af restvariablerne x<sub>5</sub> og x<sub>6</sub>

$$30.000 = 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 3x_4 + x_5 \quad (6.2)$$

$$5.000 = 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 \quad (7.2)$$

Derefter udregnes pointsforskellene mellem stillingerne. Dette er gjort i tabel 4, som bygger direkte på tabel 3.

TABEL 4.

Nr.		P <sub>0</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
1	S <sub>1</sub> + x <sub>5</sub> = 30	30	10	5	10	3	1	
2	S <sub>2</sub> ÷ S <sub>1</sub> = 0	0	-2	0	-1	0		
3	S <sub>3</sub> ÷ S <sub>2</sub> = 0	0	-1	0	-1	0		
4	S <sub>4</sub> ÷ S <sub>3</sub> = 0	0	-2	0	-1	0		
5	S <sub>5</sub> ÷ S <sub>4</sub> = 0	0	-1	2	-4	0		
6	S <sub>6</sub> ÷ S <sub>5</sub> = 0	0	-2	1	-4	2		
7	S <sub>6</sub> ÷ x <sub>5</sub> = 5	5	2	8	3	5		-1

Man skal kun beskæftige sig med de rækker i fig. 2, hvor mindst en af

kolonnerne indeholder et positivt tal. Rækkerne med udelukkende negative tal i kolonnerne betyder, at der overalt er tale om, at en lavere stilling har en lavere pointværdi end en højere stilling. Sådanne rækker indeholder ingen begrænsninger og er derfor uden betydning for løsningen.

I dette eksempel udgår rækkerne nr. 2, 3 og 4.

Der er da to uligheder tilbage i tabel 4, rækkerne 5 og 6. Disse uligheder skal omdannes til ligheder ved indførelse af restvariablerne  $x_7$  og  $x_8$ , hvilket giver

$$0 = \div x_1 + 2x_2 \div 4x_3 + x_7 \quad (8.1)$$

$$0 = \div 2x_1 + x_2 \div 4x_3 + 2x_4 + x_8 \quad (9.1)$$

Når de overflødige kolonner er fjernet og de resterende uligheder omdannet til ligninger, fremkommer tabel 5.

TABEL 5.

Nr.		$P_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
1	$S_1 + x_5 = 30$	30	10	5	10	3	1			
5	$S_5 \div S_4 = 0$	0	-1	2	-4	0			1	
6	$S_6 \div S_5 = 0$	0	-2	1	-4	2				1
7	$S_6 \div x_6 = 5$	5	2	8	3	5		-1		

De fire kolonner i tabel 5 danner problemets begrænsningsligninger.

Derefter mangler kun præferencefunktionen. Denne kan udtrykkes som

$$|S_1 \div 30.000| + |S_6 \div 5.000| = \min. \quad (10.1)$$

hvor  $S_1$  og  $S_6$  udtrykker den faktisk udbetalte løn. Præferencefunktionen omskrives af nemhedsgrunde til

$$x_5 + x_6 = \min. \quad (10.2)$$

hvilket i dette eksempel giver

$$y = \div 8x_1 + 3x_2 \div 7x_3 + 2x_4 + 25.000 \quad (10.3)$$

under henvisning til (6.2) og (7.2).

Resten af løsningsproceduren kan som nævnt ovenfor mest økonomisk overlades til elektronregnemaskinerne.

I selve virksomheden behøver man kun at udforme tabel 3, hvilket volder mindre arbejde end udformningen af en tilsvarende tabel ved den

traditionelle pointsmetode, idet der i tabel 3 ikke er nogen sumkolonne. Den øvrige del af løsningsarbejdet kan udføres uden for virksomheden.

Virksomheden vil modtage løsningen af problemet som værdiansættelse af variableerne. Man må da indsætte disse værdier i tabel 3, hvorved de enkelte lønninger fremkommer. Af praktiske grunde kan det være nødvendigt at inddele disse løsninger i visse klasser, selv om dette ikke er helt i overensstemmelse med teknikken.

angiver henholdsvis maksimums- og minimumslønnen. Under hver faktor er pointstallene for stillingerne anført.

TABEL 3.

P <sub>0</sub>	Stilling	Vurderingsfaktor			
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
30.000	S <sub>1</sub>	10	5	10	3
	S <sub>2</sub>	8	5	9	3
	S <sub>3</sub>	7	5	8	3
	S <sub>4</sub>	5	5	7	3
	S <sub>5</sub>	4	7	3	3
5.000	S <sub>6</sub>	2	8	3	5

Forudsætningen om maksimums- og minimumsløn giver to uligheder

$$30.000 \geq 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 3x_4 \quad (6.1)$$

$$5.000 \leq 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 \quad (7.1)$$

der omdannes til ligninger ved indførelse af restvariablerne x<sub>5</sub> og x<sub>6</sub>

$$30.000 = 10x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 3x_4 + x_5 \quad (6.2)$$

$$5.000 = 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 + x_6 \quad (7.2)$$

Derefter udregnes pointsforskellene mellem stillingerne. Dette er gjort i tabel 4, som bygger direkte på tabel 3.

TABEL 4.

Nr.		P <sub>0</sub>	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
1	S <sub>1</sub> + x <sub>5</sub> = 30	30	10	5	10	3	1	
2	S <sub>2</sub> ÷ S <sub>1</sub> = 0	0	-2	0	-1	0		
3	S <sub>3</sub> ÷ S <sub>2</sub> = 0	0	-1	0	-1	0		
4	S <sub>4</sub> ÷ S <sub>3</sub> = 0	0	-2	0	-1	0		
5	S <sub>5</sub> ÷ S <sub>4</sub> = 0	0	-1	2	-4	0		
6	S <sub>6</sub> ÷ S <sub>5</sub> = 0	0	-2	1	-4	2		
7	S <sub>6</sub> ÷ x <sub>5</sub> = 5	5	2	8	3	5		-1

Man skal kun beskæftige sig med de rækker i fig. 2, hvor mindst en af

kolonnerne indeholder et positivt tal. Rækkerne med udelukkende negative tal i kolonnerne betyder, at der overalt er tale om, at en lavere stilling har en lavere pointværdi end en højere stilling. Sådanne rækker indeholder ingen begrænsninger og er derfor uden betydning for løsningen.

I dette eksempel udgår rækkerne nr. 2, 3 og 4.

Der er da to uligheder tilbage i tabel 4, rækkerne 5 og 6. Disse uligheder skal omdannes til ligheder ved indførelse af restvariablerne  $x_7$  og  $x_8$ , hvilket giver

$$0 = \div x_1 + 2x_2 \div 4x_3 + x_7 \quad (8.1)$$

$$0 = \div 2x_1 + x_2 \div 4x_3 + 2x_4 + x_8 \quad (9.1)$$

Når de overflødige kolonner er fjernet og de resterende uligheder omdannet til ligninger, fremkommer tabel 5.

TABEL 5.

Nr.		$P_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
1	$S_1 + x_5 = 30$	30	10	5	10	3	1			
5	$S_5 \div S_4 = 0$	0	-1	2	-4	0			1	
6	$S_6 \div S_5 = 0$	0	-2	1	-4	2				1
7	$S_6 \div x_6 = 5$	5	2	8	3	5		-1		

De fire kolonner i tabel 5 danner problemets begrænsningsligninger.

Derefter mangler kun præferencefunktionen. Denne kan udtrykkes som

$$|S_1 \div 30.000| + |S_6 \div 5.000| = \min. \quad (10.1)$$

hvor  $S_1$  og  $S_6$  udtrykker den faktisk udbetalte løn. Præferencefunktionen omskrives af nemhedsgrunde til

$$x_5 + x_6 = \min. \quad (10.2)$$

hvilket i dette eksempel giver

$$y = \div 8x_1 + 3x_2 \div 7x_3 + 2x_4 + 25.000 \quad (10.3)$$

under henvisning til (6.2) og (7.2).

Resten af løsningsproceduren kan som nævnt ovenfor mest økonomisk overlades til elektronregnemaskinerne.

I selve virksomheden behøver man kun at udforme tabel 3, hvilket volder mindre arbejde end udformningen af en tilsvarende tabel ved den