

Simulation som operationsanalytisk metode

Af AAGE MELBYE¹⁾.

Operationsanalyse kan opfattes som anvendelse og udbygning af en række mere eller mindre velkendte kvantitative analysemetoder på nye problemstillinger (driftsøkonomiske i vid forstand) og under en ny form (tværvidenskabeligt gruppearbejde). Hvorvidt operationsanalyse er et nyt videnskabeligt arbejdsfelt eller blot en ny betegnelse for noget gammelkendt, er et temmelig ligegyldigt spørgsmål i forhold til den mere realistiske opgave at udbrede kendskabet til de metoder og resultater, som er indeholdt i en lang række arbejder, der er fremkommet i de seneste år under stikordet operationsanalyse, og som har bidraget væsentligt til løsningen af hidtil uafklarede spørgsmål inden for en virksomheds organisation og planlægning.

For simulationsmetoden, om hvilken der i denne artikel skal gives en kort orientering, kan man i særlig grad tale om en ny anvendelse af en metode, der længe har været benyttet i andre videnskaber – eller måske snarere af et princip, idet selve metoden er blevet væsentligt udbygget i forbindelse med dens anvendelse på nye problemstillinger.

1. Forskellige former for simulation.

Ideen i simulationsmetoden er for så vidt udtrykt i betegnelsen. At simulere betyder som bekendt at synes uden at være, at ligne noget reelt uden at være virkelig. Det grundlæggende princip i al simulation er netop at opbygge en analogi af den virkelighed, man ønsker at vide noget om, og derefter at erhverve sig denne viden ved at udføre eksperimenter med en sådan analogimodel. Fordelen ved denne arbejdsform er, at det i mangfoldige tilfælde er væsentligt billigere og, hvad der undertiden er nok så vigtigt, væsentligt hurtigere at eksperimentere med en modificeret kopi af virkeligheden end med virkeligheden selv; undertiden er det lige-

¹⁾ Cand. polit., afdelingschef ved Regnecentralen, København.

Simulation som operationsanalytisk metode

Af AAGE MELBYE¹⁾.

Operationsanalyse kan opfattes som anvendelse og udbygning af en række mere eller mindre velkendte kvantitative analysemetoder på nye problemstillinger (driftsøkonomiske i vid forstand) og under en ny form (tværvidenskabeligt gruppearbejde). Hvorvidt operationsanalyse er et nyt videnskabeligt arbejdsfelt eller blot en ny betegnelse for noget gammelkendt, er et temmelig ligegyldigt spørgsmål i forhold til den mere realistiske opgave at udbrede kendskabet til de metoder og resultater, som er indeholdt i en lang række arbejder, der er fremkommet i de seneste år under stikordet operationsanalyse, og som har bidraget væsentligt til løsningen af hidtil uafklarede spørgsmål inden for en virksomheds organisation og planlægning.

For simulationsmetoden, om hvilken der i denne artikel skal gives en kort orientering, kan man i særlig grad tale om en ny anvendelse af en metode, der længe har været benyttet i andre videnskaber – eller måske snarere af et princip, idet selve metoden er blevet væsentligt udbygget i forbindelse med dens anvendelse på nye problemstillinger.

1. Forskellige former for simulation.

Ideen i simulationsmetoden er for så vidt udtrykt i betegnelsen. At simulere betyder som bekendt at synes uden at være, at ligne noget reelt uden at være virkelig. Det grundlæggende princip i al simulation er netop at opbygge en analogi af den virkelighed, man ønsker at vide noget om, og derefter at erhverve sig denne viden ved at udføre eksperimenter med en sådan analogimodel. Fordelen ved denne arbejdsform er, at det i mangfoldige tilfælde er væsentligt billigere og, hvad der undertiden er nok så vigtigt, væsentligt hurtigere at eksperimentere med en modificeret kopi af virkeligheden end med virkeligheden selv; undertiden er det lige-

¹⁾ Cand. polit., afdelingschef ved Regnecentralen, København.

frem umuligt at udføre eksperimenter på virkelige forhold, fordi disse ændres permanent blot ved et enkelt forsøg.

Hvis en simulation skal anvendes med held, må man derfor være i stand til at opbygge en model, som på den ene side ligner virkeligheden så meget, at den reagerer på samme måde som the real life overfor de stimuli, hvis virkning man ønsker at vide noget om, men som på den anden side adskiller sig så meget fra virkeligheden enten i målestoksforhold eller i materiel opbygning, at den er billigere og evt. hurtigere at arbejde med. I en simulation indgår derfor en mere eller mindre intuitiv afvejning af væsentligt og uvæsentligt, og simulation er derfor som al anden videnskab også en kunst.

Herefter synes simulation åbenbart blot at være en betegnelse for en bestemt fase af den generelle videnskabelige procedure, nemlig udførelse af eksperimenter med det formål at afprøve holdbarheden af bestemte hypoteser, ganske vist forsøg udført på en analog gengivelse af virkeligheden. Det er for så vidt også rigtigt, og det er i denne henseende, at man kan tale om simulation som en metode, der længe er blevet anvendt indenfor andre videnskaber. Hidtil har man imidlertid som regel benyttet en form for simulation, som man kan karakterisere som *fysisk* simulation. I operationsanalysen er det derimod en anden form for simulation, den *numeriske*, der først og fremmest interesserer.

Den fysiske simulation, hvorved forstås en simulation baseret på en konkret, materiel gengivelse af virkeligheden, forekommer i to former: den mekaniske og den elektriske. I den mekaniske simulation registreres bestemte impulser og deres effekt normalt direkte i samme dimension (temperatur, tryk, bevægelsesenergi etc.) som under realistiske forhold. Typiske eksempler på sådanne mekaniske simulationsmodeller indenfor teknikken er de vandbassiner, hvor nye skibsmodeller eller kystsikringsanlæg afprøves, eller de vindtunneller, hvor nye flyvemaskinemotorer undersøges. Den mekaniske simulation, som i reglen er karakteriseret ved en gengivelse af virkeligheden i formindsket målestok, lider imidlertid af en række svagheder. Den er ret bekostelig at opbygge, ligesom den kan være stærkt tidskrævende at anvende, da den i de fleste tilfælde ikke indeholder nogen afkortning af tidsdimensionen; tillige kan den være vanskelig at konstruere, fordi nogle processer er af en sådan art, at visse faktorer ikke har samme proportionale effekt, som i virkelighedens målestoksforhold, og de derved nødvendiggjorte korrektioner er ofte ukendte.

Bl. a. af disse grunde er man indenfor de tekniske videnskaber i stigende grad gået over til at benytte den anden form for fysisk simulation, den elektriske. Her gengives virkelighedens kausale og logiske sammen-

hænge ved hjælp af elektriske kredsløb, og effekten af forskellige stimuli registreres alene i numerisk eller grafisk form. Den elektriske simulation stiller større krav end den mekaniske i retning af en mere abstrakt beskrivelse af den proces, simulationen skal dække; på den anden side er den væsentligt billigere og hurtigere at anvende. En speciel form for elektrisk simulation, som er udviklet kraftigt i de senere år, er de såkaldte analogiregnemaskiner. Det er regnemaskiner, der er konstrueret med ganske bestemte funktioner for øje, netop gengivelse, simulation, af de sammenhænge, som er væsentlige i den proces, man vil undersøge. Ved siden heraf har man de såkaldte cifferregnemaskiner, som er konstrueret til generelle beregninger, hvorfor de i hvert enkelt tilfælde kræver en eller anden form for styring ved hjælp af en kode, et program.

Det bør i denne sammenhæng nævnes, at den fysiske simulation foruden i eksperimentelt øjemed også anvendes meget i rent pædagogisk øjemed. Som eksempler er det nok her at nævne styrmandsskolernes kommandobroer, flyveskolernes „link-trainers“ og lign.

I operationsanalysen har man kun benyttet fysisk simulation i begrænset omfang – oftest i forbindelse med analyser af trafikproblemer. Mekanisk simulation anvendes kun yderst sjældent og da såvidt vides altid i pædagogisk øjemed. Som et kuriosum kan i denne forbindelse nævnes, at der i London findes et sindrigt apparat, der gengiver Keynes teori på letfattelig visuel måde, således at man ved f. eks. at dreje lidt på en viser, der markerer pengemængden, kan følge virkningen på beskæftigelse, prisniveau, betalingsbalance etc. ved at se på andre visere. (Det turde imidlertid være mere end tvivlsomt, om forståelsen af teorien lettes væsentligt ad denne vej, snarere bliver den vel endnu mere troldomsagtig for udenforstående).

Derimod kendes enkelte tilfælde, hvor analogiregnemaskiner er opbygget med det formål at undersøge visse driftsøkonomiske problemstillinger nærmere. Således omtales i (2) en analyse af virksomhedens reinvesteringsproblem ved hjælp af en speciel analogiregnemaskine; virkningerne af ændringer i forskellige parametre (lånerenten, reparationsudgifter, salgsværdien for den brugte maskine og prisen for den nye maskine) er her belyst ud fra forskellige forudsætninger, og interessen er særligt koncentreret omkring en undersøgelse af specificerede alternative former for reinvesteringspolitik og deres følsomhed overfor parameterændringer. Et andet eksempel er beskrevet i (1), hvor ventetidsproblemer (køproblemer) er analyseret. Af beslægtet karakter er et tredje eksempel, hvor stålværkers lagerproblemer studeres ved hjælp af analogimaskine. Fælles for disse og lign. eksempler synes imidlertid at være, at den væsentligste

fordel ligger i den anskueliggørelse af problemet, som analogimaskinen muliggør, altså det pædagogiske synspunkt. Derimod er det vanskeligt at se, hvorfor analysen ikke i alle tilfælde kunne være udført med samme resultat blot væsentligt billigere med en anden simulationsmetode, den numeriske.

Hermed er vi nået til den udbygning af den fysiske simulation i retning af en numerisk simulation, som sker i operationsanalysen; det er i særlig grad denne udbygning, der åbner vide perspektiver for simulationsmetodens anvendelse på driftsøkonomiske problemstillinger. I den numeriske simulation beskrives de fænomener, man ønsker at vide noget om ved matematiske symboler, og de sammenhænge, man antager gældende i virkelighedens verden ved relationer mellem disse symboler, d.v.s. ved ligninger eller andre matematiske funktioner. I modsætning til den fysiske simulation drejer det sig altså her om en helt abstrakt analogi til virkeligheden. Den numeriske simulation består da i at indføre en række specificerede påvirkninger i form af bestemte talværdier for nogle af modellens variable, hvis effekt derefter bestemmes under givne forudsætninger, udtrykt ved relationernes form og ved deres parameterværdier, ved simpelthen at beregne de tilsvarende værdier af de variable, der symboliserer de forhold, man er interesseret i at følge. Kort udtrykt er numerisk simulation derfor ikke andet end gennemregning af et sæt matematiske relationer for en række alternative værdier af nogle af modellens variable.

Det er imidlertid forkert ud fra dette at konkludere, at simulation blot er en betegnelse for den metode, som anvendes i så godt som alle operationsanalytiske problemer, og som består i en formulering af problemstillingen i en abstrakt matematisk model, hvorefter løsningen til problemet findes ved at løse disse relationer. En betingelse for at kunne anvende en numerisk simulation er selvfølgelig, at man er i stand til at beskrive de faktiske eller hypotetiske sammenhænge „tilstrækkelig godt“ ved hjælp af et symbolsk, d.v.s. matematisk sprog, hvilket naturligvis også er en betingelse for at kunne løse problemet ad matematisk analytisk vej (ved at løse ligningssystemet). Forskellen mellem den sidstnævnte metode, i det følgende kaldet den analytiske metode, og simulation ligger stort set i den måde, hvorpå den matematiske model bruges. Ved den analytiske metode løser man problemet ved at løse et ligningssystem; med ved simulationsmetoden benyttes de opstillede relationer alene til at beregne en række sammenhørende værdier.

Drejer et konkret problem sig f. eks. om at minimere en given omkostningsfunktion, vil man løse det ad analytisk vej ved differentiation af den

pågældende funktion. Skal problemet derimod løses ved simulation, sker det ved at beregne funktionsværdien i bestemte punkter, d.v.s. ved at beregne omkostningerne svarende til f. eks. forskellige aktivitetsniveauer. Ved en hensigtsmæssig udformning af beregningsproceduren kan man derved efter et vist antal trin få minimum bestemt med en nærmere angivet nøjagtighed.

Konsekvensen af dette forhold er bl. a., at de to metoder tillige adskiller sig derved, at den analytiske metode besvarer såvel spørgsmålet: „Hvad sker der med det og det, *hvis* det og det ændres sådan og sådan?“ som spørgsmålet: „Hvad skal der ske med det og det, *for at* det og det skal ændres sådan og sådan?“ Ved simulationsmetoden besvares derimod kun det første spørgsmål direkte, mens svaret på det sidste spørgsmål må findes ved en eller anden form for iterativ procedure. Skal man f. eks. opbygge et transportsystem og derunder bestemme antallet af forskellige vogntyper, må man – hvis man benytter simulationsmetoden – beregne omkostningerne ved forskellige alternative systemer f. eks. 3 vogne af type a, 12 af type b, 4 af type c etc. og gentage disse beregninger for et vist antal kombinationer, indtil man har fået en tilstrækkelig god beskrivelse af alle muligheder.

2. *Hvornår kan det betale sig at benytte simulationsmetoden?*

I princippet kan simulation anvendes ved løsning af ethvert problem, for hvilket en realistisk model kan opstilles i matematisk form. Men som nævnt får man ved simulationsmetoden kun en aproksimativ løsning, som tilmed kan være temmelig bekostelig at bestemme, og kvalitativt bedømt er den analytiske metode derfor simulationsmetoden klart overlegen.

Det gælder generelt, at simulation først bør anvendes som en sidste chance. Såfremt et problem kan beskrives realistisk ved hjælp af en model, der kan løses ad analytisk vej med rimelige omkostninger, kommer simulation slet ikke i betragtning. Den analytiske metode kan imidlertid være blokeret, f. eks. fordi der ikke eksisterer nogen løsningsmetode til et foreliggende problem. Så godt som alle operationsanalytiske problemer kan opfattes som optimeringsproblemer, og i adskillige tilfælde er de funktioner, der skal optimeres af så kompliceret natur, at en løsning ved differentiation er udelukket. I så fald bør muligheden for at løse problemet ved at simulere modellen forsøges. Et eksempel herpå er lineære programmeringsproblemer, som man netop har opgivet at løse ved differentiation, fordi det fører til for komplicerede systemer; i stedet løses de som bekendt ved en metode, simplex-metoden, der i sit princip er en simulation, nemlig en beregning af præferencefunktionen i forskellige

punkter svarende til forskellige basisløsninger; tilmed er her tale om en overordentlig elegant simulation, fordi det er lykkedes at opstille en hensigtsmæssig procedure til udvælgelse af de værdier, for hvilken beregningerne skal gennemføres, således at den optimale værdi hurtigt nås. Et andet eksempel på problemer, hvor der ikke eksisterer nogen analytisk løsning, er kombinatoriske problemer, d.v.s. problemer, hvor det gælder at vælge en kombination af bestemte værdier, f. eks. fastlæggelse af en bestemt rækkefølge, i hvilken bestemte varer skal produceres. Her må man prøve sig frem med forskellige mulige kombinationer, og jo mere det lykkes at udforme regler til udvælgelse af disse kombinationer, des fordelagtigere er simulationsmetoden.

Det kan også tænkes, at der nok findes en analytisk metode, men at den er uforholdsmæssig besværlig at anvende. F. eks. kan man forestille sig, at et problem kan formuleres i et ligningssystem omfattende måske flere tusinde ligninger (det vil således ofte være tilfældet med dynamiske problemer); muligvis er koefficientmatricen så speciel, at særlige analytiske metoder kan anvendes. Men i modsat fald vil det selv med en elektronisk regnemaskine være urimeligt dyrt at løse problemet på denne måde, og da er simulation en mulighed.

Der er navnlig en bestemt type problemer, hvor en analytisk løsning kan være besværlig, og det er de problemer, der er af stokastisk karakter. Det er sådanne, hvor nogle af de variable er defineret ikke som eksakte størrelser, men som størrelser, der varierer tilfældigt, d.v.s. karakteriseret ved en bestemt fordelingsfunktion. En analytisk løsning baseret på teorien for stokastiske processer vil her være mulig, såfremt fordelingsfunktionerne er af simpel karakter (poisson, binomial, normal) jfr. køteorien. Ofte vil et bestemt forhold imidlertid være påvirket af flere tilfældigt varierende størrelser, og selv om hver enkelt variation kan beskrives særskilt ved en simpel fordelingsfunktion, vil beregningen af den samlede virkning let føre til så komplicerede systemer, at teorien for de stokastiske processer ikke rækker til.

Dybest set indeholder enhver operationsanalytisk model et stokastisk element, fordi en model aldrig er så detaillert, at den beskriver sammenhængen fuldstændigt. Ofte er det stokastiske element af relativ lille betydning i forhold til problemets øvrige aspekter, så det kan ignoreres, f. eks. ved et hensigtsmæssigt enhedsvalg. Men indenfor en række problemer, således i første række ventetidsproblemer, er det stokastiske element af dominerende karakter. Det er da også i særlig grad ved løsning af sådanne stokastiske problemer, at simulationsmetoden er blevet anvendt, og i reglen med betydelig fordel.

Undertiden, f. eks. i (5), ser man ligefrem simulationsmetoden defineret som opstilling af og beregninger over en stokastisk model. Dette er imidlertid en for snæver afgrænsning, som hænger sammen med, at simulation identificeres med Monte Carlo metoden, hvilket er forkert. Monte Carlo metoden er en metode til at analysere en kunstig stokastisk model af fysisk eller matematisk natur; den kan anvendes ved løsningen ikke blot af stokastiske, men også af deterministiske problemer, nemlig hvis der til det pågældende deterministiske system svarer en stokastisk proces, som er lettere at kontrollere og arbejde med end ordinære analytiske metoder for det deterministiske system. Simulation er derimod en metode til at analysere såvel stokastiske som deterministiske problemer gennem opbygning af henholdsvis stokastiske eller deterministiske analoge modeller for de virkelige processer, og simulation er således et videre begreb end Monte Carlo metoden; se i øvrigt nærmere om disse terminologiske afgrænsninger i (9).

Foruden at simulationsmetoden således muliggør en – ganske vist som regel kun ufuldstændig – løsning af problemer, hvor den analytiske metode kommer til kort, adskiller de to metoder sig på en række andre punkter. Da resultatet af en simulation foreligger som punktværdier følger, at man normalt vil have behov for et betydeligt antal værdier, d.v.s. at den numeriske simulation kræver et stort regnearbejde. Til gengæld for dette manuelle arbejde undgår man så til en vis grad den analytiske metodes krævende teoretiske arbejde. Bortset fra enkelte områder, jfr. nedenfor, er anvendelsen af simulation ikke baseret på et dybere teoretisk grundlag end den model, hvormed den arbejder. Simulation er derfor umiddelbart mindre „intellektuelt krævende“ end den analytiske metode.

På den anden side er det manuelle regnearbejde normalt så omfattende og tidskrævende, at det reelt udelukker anvendelse af simulation, dersom man ikke har mulighed for at benytte en hurtigt arbejdende elektronisk regnemaskine. Det er undertiden blevet hævdet, at operationsanalysens stærke vækst netop i de seneste år er fremkaldt hovedsageligt af udviklingen af de elektroniske ciffermaskiner. Muligvis er påstanden overdreven, men hvad angår den del af operationsanalysen, hvor simulationsteknikken anvendes, er den utvivlsomt korrekt. Fremkomsten af disse maskiner har åbnet helt nye perspektiver for anvendelsen af den numeriske simulation, dels gennem billiggørelsen af regnearbejdet og dels gennem den enorme hastighed, der tillader en voldsom reduktion i tidsdimensionen; således er man nu i stand til på få minutter at simulere en proces, der i virkelighedens verden strækker sig over flere måneder.

En anden konsekvens af, at resultatet af en simulation foreligger i

punktværdier, må også nævnes, selv om den sjældent fremhæves; det er i virkeligheden en af simulationsmetodens fornemste egenskaber. Den viden, der følger af en simulation, er ikke som ved den analytiske metode en fast informationsmængde, men derimod en variabel, hvis størrelse afhænger af simulationens omfang: jo flere tilfælde man simulerer, des mere får man at vide. Selve simulationen kan derfor betragtes som en aktivitet på linie med en produktionsproces. Tilsvarende kan omkostningerne ved at gennemføre en simulation deles i faste (omkostninger i forbindelse med opstilling af modellen og simulationens tilrettelæggelse i øvrigt) og variable (omkostninger ved selve beregningerne). Det må derfor i princippet være muligt at anlægge den i økonomien anvendte marginalbetragtning til afgørelse af, hvor omfattende simulationen skal gøres, idet simulationen bør fortsættes, så længe værdien af den forøgede informationsmængde overstiger meromkostningerne ved at erhverve denne information. Det betyder igen, at man under en simulation tvinges til at skønne over værdien af en mere eller mindre fuldstændig viden på en mere konsekvent måde end ved anvendelse af den analytiske metode. Denne mulighed for at inddrage decisionsteoretiske synspunkter i løsningen af et konkret problem er værdifuld. Det kan bl. a. motivere, at simulation også anvendes i de tilfælde, hvor en analytisk løsning med samme indhold kan nås med omtrent tilsvarende omkostninger.

Desuden indebærer simulation generelt den fordel, at løsningen af et konkret problem er let at forklare for ikke-fagfolk. Det er som regel nemmere at angive, hvorledes en løsning nås, når processens enkelte trin kan følges i deres analoge udformning i en model, end hvis løsningen fremkommer som et resultat af en analyse, som kun den matematisk trænede er i stand til at følge. Det letter ivæsentlig grad kommunikationen mellem en virksomheds ledelse og de specialister, der arbejder med løsningen af et problem.

Endelig må det i denne sammenhæng også nævnes, at man undertiden ser, at en problemstilling kan være vanskelig at præcisere, fordi en virksomheds målsætning i et konkret tilfælde ikke kan sammenfattes i et enkelt udtryk. Normalt indgår der flere faktorer i målsætningen, og undertiden – ja, vel normalt – er virksomheden ikke i stand til med overbevisning at vurdere disse faktorer i forhold til hinanden. I så fald er en analytisk løsning udelukket, eller i hvert fald vildledende, og problemet kan, om ikke løses, så dog undersøges nærmere ved en simulation. Virksomheden kan da tage stilling til de konkrete konsekvenser af en bestemt politik, idet den kan følge de relevante faktoreres forløb; herunder viser det sig måske, at en størrelse, som virksomheden ikke på forhånd har

inddraget i sin målsætning, fordi den formodes at være stabil, under visse forudsætninger varierer væsentligt.

3. *Opbygningen af en simulation.*

Som tidligere antydet er opbygningen af en abstrakt matematisk model i princippet fælles for simulation og analytisk metode. Det bør dog tilføjes, at den detaljerede udformning af modellen kan være forskellig. Mens man til brug for en analytisk løsning er nødt til at skrive alle relationer ned med udtrykkelig angivelse af definitionsområde og lign., kan man ved simulation ofte klare sig på mere enkel måde, nemlig ved at beskrive processen eller systemet ved et såkaldt rutediagram, et flow-chart; det er et skema indeholdende alle processens relevante faser, beskrevet ved rent logiske sammenhænge.

Naturligvis er modellens indhold i det store og hele det samme, hvad enten den opstilles som et ligningssystem eller som et rutediagram, men for simulationen har den sidste form sin fordel, specielt når simulationen skal udføres ved hjælp af en programstyret regnemaskine, hvor en sådan opstilling er nødvendig til brug ved kodningen af programmet. Desuden vil det som regel være nemmere for udenforstående at følge en verbal fortolkning af et rutediagram end af et ligningssystem, hvilket igen betyder, at evt. misforståelser i formuleringen af problemet kan rettes på et tidligt stadium i undersøgelsen.

Når modellen er opstillet, skal dens enkelte led såvidt muligt testes, inden den egentlige simulation påbegyndes. Denne afprøvning udføres med historiske data, hvor effekten af bestemte påvirkninger er målt i det virkelige system. Hensigten hermed er dels at afsløre mulige logiske fejl eller forglemmelser, og dels at undersøge, om modellen evt. kan forbedres, såvel ved at skære uvæsentlige detaljer bort (særlig ved opstillingen af et rutediagram fristes man let til at gøre modellen unødigt detaljeret), som ved at gøre den mere fleksibel end virkeligheden, således at mange forskellige alternativer kan simuleres. Undertiden ser man simulationsmodeller f. eks. over lagerproblemer opbygget efter et byggeklodssystem, således at forskellige former for lagerpolitik kan simuleres ved at kombinere enkeltdele fra en sådan generel simulationsmodel.

Et af de mest centrale spørgsmål i forbindelse med opbygningen af en simulation er dette: hvorledes vælges de numeriske værdier af modellens uafhængigt variable, som simulationen skal omfatte, d.v.s. hvilke tal skal man bruge i beregningerne? Dersom problemet drejer sig om at bestemme konsekvenserne af en bestemt specificeret ændring i systemets opbygning, f. eks. at undersøge en foreslået ændring i en produktionsplanlæg-

ning, volder dette spørgsmål ingen principielle vanskeligheder, idet man jo blot skal benytte de værdier, der karakteriserer denne ændring. Men dersom det drejer sig om et generelt problem som at vælge en enkelt af mange muligheder, f. eks. at bestemme det sæt af værdier for visse kontinuert varierende størrelser, der optimerer en funktion i disse variable (at bestemme *den* optimale produktionsplan), tvinges man til at udvælge bestemte punkter af denne funktion. Selvfølgelig afhænger omkostningerne ved simulationen af, om man er i stand til at udforme en systematisk procedure til udvælgelse af disse værdier og placering af dem i en vis rækkefølge, således at man får størst mulig information ud af hver enkelt beregning. Mere konkrete regler for dette valg eksisterer ikke; det må tilrettelægges fra tilfælde til tilfælde. For enkelte problemstillinger har man udformet en procedure, der meget hurtigt fører frem til den endelige løsning; simplex-metoden er tidligere nævnt som eksempel herpå. Men i de fleste tilfælde kan man højst håbe at finde en procedure, der suboptimerer den givne funktion, og ofte må man nøjes med simpel trial and error. I enhver simulation bør dette problem imidlertid indtage en central plads.

Det er især i denne fase af simulationens opbygning, at der er behov for skabende fantasi. Thi ved simulation skal så at sige mulighederne for en bestemt løsning være udkastet, for at den overhovedet kan blive undersøgt. Drejer det sig f. eks. om at bestemme den optimale beliggenhed af en transportcentral, kan det tænkes, at den analytiske løsning (ved minimering af en række afstande) fører frem til en helt overraskende placering. Dersom man i stedet anvender simulation, vil denne løsning naturligvis kun blive fundet, hvis den på et eller andet tidspunkt forelægges som en mulighed, man ønsker undersøgt. Netop sådanne forhold gør, at simulationen helst skal opbygges i samarbejde mellem en virksomheds egne folk og helt udenforstående specialister.

I den videre opbygning opstår yderligere vanskeligheder, hvis nogle af modellens variable er stokastisk varierende størrelser, idet man da ikke kan benytte bestemte numeriske værdier, men derimod må arbejde med værdier, der følger en bestemt fordelingsfunktion. Man må med andre ord generere stokastisk varierende størrelser. Denne teknisk-statistiske fase i opbygningen af en simulation er ret udførligt belyst ud fra statistiske synspunkter. Her kan således henvises til flere arbejder i (7).

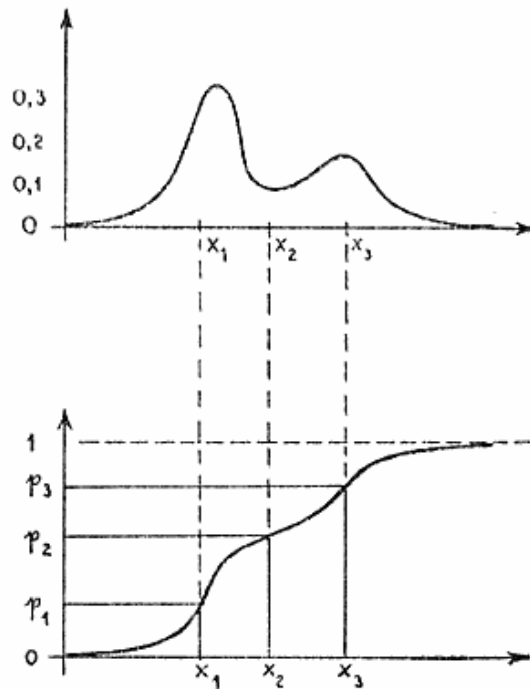
I korte træk er princippet følgende: Udgangspunktet er en samling tilfældige tal, d.v.s. cifre, der er fordelt på samme måde, og som er indbyrdes uafhængige, således at sandsynligheden for at få et bestemt tal på en bestemt plads er uafhængig af de foregående og efterfølgende

cifre. Sådanne tilfældige tal kan fås fra særlige tabeller, eller de kan frembringes ad elektronisk vej ved at udnytte elektronisk støj, hvilket ofte er bekvemt, når simulationen skal udføres på en elektronisk regnemaskine. Endelig kan man benytte pseudotilfældige tal fremstillet ad matematisk vej, som f. eks. følgende:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= k \cdot x_n \text{ (modulo } M\text{); } n = 0, 1, 2, \dots \\x_0 &= 1\end{aligned}$$

x_n vil da være et tilfældigt tal med en periode, der afhænger af værdien af k og M . Iøvrigt kan henvises til Taussky and Todd's artikel i (7).

Afhængig af fordelingsfunktionens karakter kan genereringen af de tilfældigt varierende størrelser derefter ske på forskellige måder. Således kan man generere normalt fordelte størrelser ved at summere et mindre antal ensartet fordelte cifre, f. eks. tilfældige tal. For en vilkårlig fordelingsfunktion kan man benytte den fremgangsmåde at tabellægge sumfunktionens og derefter lade et tilfældigt tal, p , mellem 0 og 1 med så mange cifre, som den fordrede nøjagtighed kræver, bestemme en sandsynlighed, hvorefter man svarende hertil har en bestemt værdi af den variable, x . Grafisk kan denne fremgangsmåde illustreres således:



x_1, x_2, x_3 vil da følge den givne fordelingsfunktion.

Ved valget af fordelingsfunktion bør man såvidt muligt approximere de empiriske fordelinger ved kendte teoretiske fordelingsfunktioner, da

simulationen derved vil have mere generel værdi. Kun hvor de empiriske data er uforenelige med en sådan hypotese, må de empirisk bestemte fordelingsfunktioner anvendes i tabelleret form.

I forbindelse med udformningen af simulationen må endelig det meget væsentlige spørgsmål afgøres, hvor omfattende simulationen skal være. Dette må som allerede nævnt vurderes, dels ud fra statistiske overvejelser over usikkerheden for den information, man får frem, dels ud fra decisionsteoretiske overvejelser over værdien af yderligere information i forhold til omkostningerne ved at erhverve denne. Her vil naturligvis også valget af simulationsværdier spille en afgørende rolle.

Når disse spørgsmål er klarlagt, kan den egentlige simulation, d.v.s. beregningerne, finde sted enten manuelt eller ved hjælp af en elektronregnemaskine, hvilket sidste naturligvis forudsætter, at simulationsmodellen forinden omsættes til regnemaskinens sprog i form af en kode.

4. Eksempler på anvendelse af simulation i operationsanalyse.

I operationsanalysen er simulation først og fremmest anvendt ved løsningen af stokastiske problemer, og da især køproblemer. De fleste publicerede tilfælde vedrører her trafik- og lagerproblemerne.

Blandt trafikproblemer kendes f. eks. en analyse af et lysreguleret gadekryds (4), hvor man ved at simulere en bestemt trafikmængde søger at bestemme den fase for lyssignalet, der giver mindst ventetid for trafikanterne. I et andet eksempel, Jennings i (8), har man analyseret den optimale udformning af en busholdeplads for mange linier, idet man har undersøgt stoppestedernes indbyrdes placering (enten parallelt eller i forlængelse af hinanden i en eller tosporede baner) under forudsætning af en bestemt trafikintensitet. Endelig kan nævnes et eksempel, Moshman i (8), på simulation af forskellige transportsystemer i en havn, hvor virkningen i form af reduceret ventetid ved at udvide kajpladsen er sammenlignet med virkningen af at øge losseudstyret på den hidtidige kajplads. Desuden kendes adskillige tilfælde, hvor simulation er anvendt ved dimensionering af telefonanlæg.

Den anden type køproblemer, hvor man har anvendt simulation i betydeligt omfang, er lagerproblemer. Lagerfunktionen i en virksomhed kan som bekendt organiseres på mange forskellige måder. Lageret kan opretholdes enten ved at afgive nye ordrer af en fast størrelse til varierende tidspunkter, eller omvendt ved at afgive varierende lagerordrer til regelmæssige tidspunkter. Muligvis kan den kapital, der er investeret i et lager, udnyttes bedre, dersom lageret splittes op i regionallagre eller muligvis i en kombination af centrallager og filiallagre. Afgørende for løs-

ningen af disse og lign. spørgsmål er karakteren af afsætningsvariationerne, leveringstiden og variationen heri, transportomkostningerne, den bestående og/eller planlagte lagerkapacitet etc. En del af sådanne problemer kan løses analytisk, f. eks. som de såkaldte ruinproblemer, der er behandlet i teorien for stokastiske processer. Men når problemstillingerne fører til for komplicerede modeller, dersom de skal formuleres realistisk, vil simulation kunne anvendes med udbytte. Som eksempler på sådanne tilfælde kan henvises til flere artikler i (8).

Herudover er simulationsteknikken anvendt ved løsning af produktionsplanlægningsproblemer. Specielt synes problemer omkring organisation af samlebåndsproduktion at kunne analyseres på denne måde med betydeligt udbytte, jfr. (3). Ved projekteringen af et nyt anlæg er det jo umuligt at eksperimentere med forskellige alternative udformninger på anden måde end ved at simulere forskellige anlæg, og her vil den numeriske simulation som regel være langt den billigste. Af samme karakter er problemer vedrørende fastlæggelsen af rækkefølgen og størrelsen af produktionsserier for forskellige varetyper. Endelig kan nævnes et eksempel, hvor simulation er benyttet for at afgøre, hvilken reparationspolitik der bedst betaler sig: mange små reparationer eller få store. Det konkrete problem vedrører en maskine, der indeholder et antal identiske dele med en stokastisk varierende levetid; skal man her udskifte alle disse dele, hver gang en går i stykker, eller skal man kun udskifte den odelagte del?

Trods alt er det imidlertid i betragtning af simulationsmetodens mange anvendelsesmuligheder i operationsanalysen relativt beskedent, hvad der hidtil er publiceret på dette område. Dette behøver dog ikke at dække over en ringe faktisk udnyttelse af metoden, idet en simulation af et problem i en bestemt virksomhed meget ofte indeholder mange interne oplysninger om virksomhedens organisation og om dens fremtidige planer, som ikke ønskes offentliggjort. Dette forhold kendes også fra andre dele af operationsanalysen, men det er formentlig særligt fremtrædende netop for simulation, fordi den ofte opbygges som en meget nøje kopi af forholdene i virksomheden.

Med ganske få undtagelser, f. eks. (5), er alt, hvad der er publiceret, baseret på konkrete eksempler. Nogen dybere systematisk omtale af simulationsmetoden, her tænkes på den numeriske simulation, findes ikke; men måske er behovet herfor heller ikke synderlig stærkt, fordi simulationsteknikken i mangfoldige tilfælde kan anvendes uden dybere teoretiske overvejelser.

Og dog. Nok er simulation et billigt, d.v.s. primitivt hjælpemiddel,

men tillige et værdifuldt redskab, der kan bidrage til at kaste lys over mange problemstillinger. Der er næppe tvivl om, at den vil blive anvendt i stigende grad først og fremmest betinget af den voksende udbredelse af elektroniske regnemaskiner. Analogiregнемaskinerne, hvis funktion jo er simulation, vil imidlertid være cifferregnemaskinerne underlegne, hvad angår simulation i forskningsøjemed, d.v.s. den type simulation, som interesserer i operationsanalysen. Analogimaskinerne har derimod deres fordel og funktion i en anden slags simulation, nemlig simulation i betydningen *erstatningen* af manuelt arbejde, enten kontormæssigt (pladsreservationsanlæg) eller industrielt (styring af automatiske maskiner), d.v.s. som en integrerende del af en proces.

I de fleste hidtil kendte eksempler på numerisk simulation er der imidlertid tale om en ganske primitiv anvendelse af simulationsprincippet; kun sjældent inddrages dyberegående statistiske ræsonnementer. Ved udsigten til yderligere udbredelse af den numeriske simulation kan der være grund til at advare mod at anvende simulationen kritikløst. En simulation kan udformes mere eller mindre raffineret, og det vil formentlig være rimeligt på baggrund af den hidtidige omtale af simulation som et alternativ til analytisk metode, til slut at understrege, at de to metoder selvfølgelig ikke skal betragtes kun som et enten-eller, men også i et vist omfang som et både-og. Hermed menes, at værdien af en simulation kan forøges ganske overordentligt, dersom dens opbygning sker ved hjælp af omhyggelig analyse af sådanne centrale spørgsmål som valg af simulationsværdier og fastlæggelse af simulationens omfang, spørgsmål man hidtil ikke har viet megen opmærksomhed.

En mulig „Theory of Simulation“ kan derfor nok være påkrævet til at klarlægge problemerne omkring en mere sophisticated anvendelse af simulationsmetoden. En anvendelse, hvor man i højere grad end hidtil inddrager statistiske og i forbindelse dermed navnlig decisionsteoretiske synspunkter.

Litteraturhenvvisninger:

- (1) Dunn, Paul F., Flagle, Charles D., and Hicks, Philip A., „TheQueuiac“ An Electromechanical Analog for the Simulation of Waiting-Line Problems“, OPERATION RESEARCH, Vol. 4, No. 6 (Dec. 1956), pp. 648–662.
- (2) Fetter, Robert B., and Goodman, Thomas P., „An Equipment-Investment Analog“, OPERATIONS RESEARCH, Vol. 5, No. 5 (Oct. 1957), pp. 657–669.

men tillige et værdifuldt redskab, der kan bidrage til at kaste lys over mange problemstillinger. Der er næppe tvivl om, at den vil blive anvendt i stigende grad først og fremmest betinget af den voksende udbredelse af elektroniske regnemaskiner. Analogiregнемaskinerne, hvis funktion jo er simulation, vil imidlertid være cifferregnemaskinerne underlegne, hvad angår simulation i forskningsøjemed, d.v.s. den type simulation, som interesserer i operationsanalysen. Analogimaskinerne har derimod deres fordel og funktion i en anden slags simulation, nemlig simulation i betydningen *erstatningen* af manuelt arbejde, enten kontormæssigt (pladsreservationsanlæg) eller industrielt (styring af automatiske maskiner), d.v.s. som en integrerende del af en proces.

I de fleste hidtil kendte eksempler på numerisk simulation er der imidlertid tale om en ganske primitiv anvendelse af simulationsprincippet; kun sjældent inddrages dyberegående statistiske ræsonnementer. Ved udsigten til yderligere udbredelse af den numeriske simulation kan der være grund til at advare mod at anvende simulationen kritikløst. En simulation kan udformes mere eller mindre raffineret, og det vil formentlig være rimeligt på baggrund af den hidtidige omtale af simulation som et alternativ til analytisk metode, til slut at understrege, at de to metoder selvfølgelig ikke skal betragtes kun som et enten-eller, men også i et vist omfang som et både-og. Hermed menes, at værdien af en simulation kan forøges ganske overordentligt, dersom dens opbygning sker ved hjælp af omhyggelig analyse af sådanne centrale spørgsmål som valg af simulationsværdier og fastlæggelse af simulationens omfang, spørgsmål man hidtil ikke har viet megen opmærksomhed.

En mulig „Theory of Simulation“ kan derfor nok være påkrævet til at klarlægge problemerne omkring en mere sophisticated anvendelse af simulationsmetoden. En anvendelse, hvor man i højere grad end hidtil inddrager statistiske og i forbindelse dermed navnlig decisionsteoretiske synspunkter.

Litteraturhenviisninger:

- (1) Dunn, Paul F., Flagle, Charles D., and Hicks, Philip A., „TheQueuiac“ An Electromechanical Analog for the Simulation of Waiting-Line Problems“, OPERATION RESEARCH, Vol. 4, No. 6 (Dec. 1956), pp. 648-662.
- (2) Fetter, Robert B., and Goodman, Thomas P., „An Equipment-Investment Analog“, OPERATIONS RESEARCH, Vol. 5, No. 5 (Oct. 1957), pp. 657-669.

- (3) Goetz, Melwyn, „An Application of a Dynamic-Simulation Model to a Scheduling Problem“, Proceedings of the first International Conference on Operational Research, Oxford 1957, pp. 346–357.
- (4) Goode, H. H., „The Application of a High Speed Computer to the Definition and Solution of the Vehicular Traffic Problems“, OPERATIONS RESEARCH, Vol. 5, No. 6 (Dec. 1957), pp. 775–795.
- (5) Harling, John, „Simulation Techniques in Operations Research – A Review“, OPERATIONS RESEARCH, Vol. 6, No. 3 (May–June 1958), pp. 307–319.
- (6) Jackson, James R., „Simulation Research on Job Shop Production“, NAVAL RESEARCH LOGISTICS QUARTERLY, Vol. 4, No. 4 (Dec. 1957), pp. 287–295.
- (7) Meyer, H. A. (ed.), SYMPOSIUM ON MONTE CARLO METHODS, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1956, 382 pp.
- (8) Report of SYSTEM SIMULATION SYMPOSIUM, New York, American Institute of Industrial Engineers, 1958, 106 pp.
- (9) Thomas, Clayton J., and Deemer, Walther L., „The Role of Operational Gaming in Operation Research“, OPERATIONS RESEARCH, Vol. 5, No. 1 (Feb. 1957), pp. 1–27.