

Spilteoretiske problemer.



Af ERIK JOHNSEN ¹⁾

1.

Spilteorien beskæftiger sig med interessekonflikter. En person har en interessekonflikt, når han står i en beslutningssituation, der må afføde et af flere mulige resultater, over for hvilke han nærer personlige præferencer. Grunden til, at der kan opstå flere resultater, er, at han ikke fuldt ud behersker situationen, at han ikke kontrollerer alle handlingsparametre. Andre kan bestemme sidstnævnte indenfor visse grænser, og andre kan også have andre præferencer og indrette deres syn på de konkrete handlingsparametre derefter. Man kan også tænke sig, at tilfældige begivenheder influerer på resultatet, uden at „spilleren“ kan øve indflydelse på denne influens.

Sådanne forhold er velkendte i økonomien, fx. i form af duopoler på vare- og arbejdsmarkedet, i sociologien, fx. i form af konflikter i ledelsesgruppen, i det politiske liv²⁾, for ikke at nævne militærstrategien. For økonomiens vedkommende er „velkendte“ måske en for veg betegnelse, idet der normalt i virksomhederne optræder spilsituationer i enhver beslutning, der involverer risiko eller usikkerhed³⁾.

¹⁾ cand. oecon., Det økonomiske Forskningsinstitut ved Handelshøjskolen i København.

²⁾ Royall Brandis: Notes on the Theory of Games, Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1956. pp. 113–23.

³⁾ *Risiko* bruges her i den betydning, at man kender fordelingen af handlingsparametrenes resultater uden at man dog behersker parametrene fuldtud. *Usikkerhed* er defineret som den situation, hvor man ikke kender sådanne fordelinger. *Sikkerhed* forekommer derimod, når man selv behersker alle (for problemet relevante) parametre og kan beregne resultatet, som fx. under de forudsætninger, man bygger en lineær programmering på.

Spilteoretiske problemer.



Af ERIK JOHNSEN ¹⁾

1.

Spilteorien beskæftiger sig med interessekonflikter. En person har en interessekonflikt, når han står i en beslutningssituation, der må afføde et af flere mulige resultater, over for hvilke han nærer personlige præferencer. Grunden til, at der kan opstå flere resultater, er, at han ikke fuldt ud behersker situationen, at han ikke kontrollerer alle handlingsparametre. Andre kan bestemme sidstnævnte indenfor visse grænser, og andre kan også have andre præferencer og indrette deres syn på de konkrete handlingsparametre derefter. Man kan også tænke sig, at tilfældige begivenheder influerer på resultatet, uden at „spilleren“ kan øve indflydelse på denne influens.

Sådanne forhold er velkendte i økonomien, fx. i form af duopoler på vare- og arbejdsmarkedet, i sociologien, fx. i form af konflikter i ledelsesgruppen, i det politiske liv²⁾, for ikke at nævne militærstrategien. For økonomiens vedkommende er „velkendte“ måske en for veg betegnelse, idet der normalt i virksomhederne optræder spilsituationer i enhver beslutning, der involverer risiko eller usikkerhed³⁾.

¹⁾ cand. oecon., Det økonomiske Forskningsinstitut ved Handelshøjskolen i København.

²⁾ Royall Brandis: Notes on the Theory of Games, Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1956. pp. 113–23.

³⁾ *Risiko* bruges her i den betydning, at man kender fordelingen af handlingsparametrenes resultater uden at man dog behersker parametrene fuldtud. *Usikkerhed* er defineret som den situation, hvor man ikke kender sådanne fordelinger. *Sikkerhed* forekommer derimod, når man selv behersker alle (for problemet relevante) parametre og kan beregne resultatet, som fx. under de forudsætninger, man bygger en lineær programmering på.

Det er ikke mærkeligt, at en systematisering af og tilløb til løsning af tisådanne spilsituationer måtte vække interesse. Og von Neumanns og Morgensterns bog *Theory of Games and Economic Behaviour* fra 1944 blev da også af enkelte anmeldere hilst som det vigtigste økonomiske værk i dette århundrede (også af folk, der kender Keynes *General Theory*)⁴.

Hvad er der sket med spilteorien i de 15 år, den har eksisteret som selvstændig disciplin. Ja, det tør uden overdrivelse siges, at det er sløjt med konkrete praktiske anvendelser af den for så vidt angår økonomiske problemer. Derimod har der i matematikken fundet en kraftig videreudvikling sted, der for flere spiltypers vedkommende er resulteret i en aksiomatisk fremstilling. På mellemlinjet mellem den rene matematik/statistik og den praktiske anvendelse foreligger der en række socialpsykologiske eksperimenter⁵).

Selv om spilteorien – efter publicerede artikler at dømme – hidtil har haft ringe anvendelse i økonomisk teori og økonomisk praksis, har den indirekte haft en ikke ringe betydning som impuls til hele den moderne decisionsteori. Den har medvirket til et mere systematisk studium af beslutningskriterier og beslutningsprocedure, herunder navnlig beslutninger, der involverer økonomiske aspekter. Videre har spilteorien medvirket til at give de gamle økonomiske nyttebetragtninger en renaissance⁶).

Det er hensigten med disse linier at nævne nogle områder, hvor spilteoriens forskellige aspekter har været – eller kunne have været – til nytte,

⁴) Anmeldelser, der samtidig resumerer bogens hovedtanker, er f. eks.: Leonid Hurwicz: *The Theory of Economic Behaviour*, *American Economic Review*, 1945 og S. Vajda: *Theory of Games*, optrykt i James R. Newman, ed.: *The World of Mathematics*, bd. 2.

⁵) Merrill M. Flood: *Some Experimental Games*, *Management Science*, vol. 5, no. 1, October 1958, pp. 5–26.

Thrall, R. M., C. H. Coombs and R. L. Davis, ed.: *Decision Processes*, 1954

Richard Bellman m. fl.: *On the Construction of a Multi-Stage, Multi-Person Business Game*, *Operations Research*, vol 5, no. 4, 1957.

Torben Agersnap og Erik Johnsen: *Økonomispil – et nyt redskab for forskning og undervisning i virksomhedsledelse*. *Erhvervsøkonomisk Tidsskrift*, 1958, nr. 1.

⁶) En udmærket oversigt over decisionsteoriens første år og over de forskellige nyttebegreber giver Ward Edwards: *The Theory of Decision Making*. *Psychological Bulletin*, Vol. 51, no. 4, July, 1954. Videre henvises til

A. Wald: *Statistical Functions*, 1950.

Irwin O. J. Bross: *Design for Decision*, 1953.

Torben Agersnap: *Om at træffe en rationel afgørelse*. *Det Danske Marked*, 1957, pp. 147–55.

samt pege på en række af de vanskeligheder, der ligger i en strikte brug af teorien. Sluttelig skal der nævnes nogle områder, hvor man passende kan forsøge at udvide spilteorien med det formål at gøre den mere vrielighedsnær og mere anvendelig.

2.

von Neumanns og Morgensterns oplæg bygger på en række forudsætninger, hvoraf de vigtigste er følgende⁷⁾.

- a. Man antager, at der eksisterer en interesse modsætning mellem to eller flere personer (det være sig individer, persongrupper, firmaer, organisationer eller andre nærmere specificerede interesser).
- b. Hvad angår de mulige resultater af en given interesse modsætning i form af en spilsituation, tænker man sig, at disse resultater er nøje specificerede, og man antager, at „spillerne“ nærer konstante præferencer overfor disse resultater.
- c. Hvis resultaterne forekommer med en vis sandsynlighed forskellig fra 0 og 1, foreligger der risiko. Det antages, at en person med nærmere beskrevne præferencer vil foretrække chance A frem for chance B, hvis hans forventede nytte af chance A er større end hans forventede nytte af chance B. Spilteorien går ud fra, at en „spiller“ ønsker at maksimere sin forventede nytte⁸⁾.
- d. Spillernes handlingsparametre⁹⁾, der bestemmer de mulige udfald af spilsituationerne, antages at være veldefinerede, og spillerne ved, hvilke værdier de kan antage.
- e. Hver spiller har nogen kontrol over resultaterne af handlingsparametrenes mulige samspil, men ikke fuld kontrol.

⁷⁾ Se fx. R. Duncan Luce and Howard Raiffa: *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey*, 1957, paragraf 1.3.

⁸⁾ Nyttelighedsbegrebet skal ikke diskuteres her. Der henvises til Luce–Raiffa op. cit. chap. 2, Ward Edwards op. cit. eller F. Zeuthen: *Videnskab og Velfærd*, kap. III.

⁹⁾ Dette flertydige, men efterhånden accepterede udtryk erstattes til tider i decisionsteoretisk terminologi med „beslutningsvariabel“ (decision variable). Medens fx. prisen kan være en handlingsparameter på afsætningssiden, udgør en række konkrete priser en række beslutningsvariabler. I nærværende fremstilling bruges handlingsparameter og beslutningsvariabel synonymt som detaljeret beskrevne handlemuligheder.

- f. Hver spiller kender sin nyttefunktion, d.v.s. han ved, hvilke alternative resultater af handlingsparametrene mulige samspil, han foretrækker. Og det forudsættes videre, at enhver spiller også kender de andres nyttefunktioner, og at der altså er et tal associeret hver kombinationsmulighed for handlingsparametrene.
- g. Det antages, at hver spiller handler „rationelt“, d.v.s. at han vil forsøge at maksimere sin nytte på den ved „minimaxprincippet“ foreskrevne måde (se afsnit 3 nedenfor).

Medens disse forudsætninger er nødvendige for den matematiske opbygning af spilteorien og i denne forbindelse må betragtes som en hjælp, som noget, der letter det formål at konstruere teoretiske spilmodeller rent matematisk og aksiomatisere teorien, må de ud fra økonomiske og socialvidenskabelige synspunkter betragtes som særdeles indskrænkende og i flere henseender irrelevante, hvad faktiske problemer angår. Og med mindre forudsætningerne er opfyldt, eller i hvert fald meget nær opfyldt, kan man ikke anvende den matematiske spilteori på praktiske problemer. Dette er een af hovedårsagerne til, at man ikke ser meget til anvendelse af spilteorien i den von Neumann-Morgensternske form. En anden grund er den, at eventuelle heldige anvendelser, da det drejer sig om virksomheders strategi, ikke offentliggøres.

3.

I to-personers nul-sum spillet står man overfor to hinanden modstridende interesser. Det, den ene taber, antages den anden at vinde, således at betalingerne sum er nul efter spillets afslutning. Plat og krone er et to-personers nul-sum spil.

Et differentieret duopol kan betragtes som et to-personers nul-sum spil. Antag f. eks., at to virksomheder kæmper om en vis del af et marked, og at handlingsparametrene er salgsindsats, produktudvikling og prisændring. Hver af virksomhederne vil da udarbejde en strategi for sin indsats. Normalt vil man kombinere de forskellige handlingsparametres indsats, men i to-personers nul-sum spillet indsætter man kun een parameter ad gangen. Derfor betyder strategi i denne forbindelse en detaljeret beskrivelse af en enkelt handlingsparameter, som f. eks., at man vil ofre en halv million kr. på salgsindsats og fordele dem på så og så meget til avisreklame, nærmere betegnet de og de aviser på de og de tider, så og så meget på biografreklame med det og det udstyr o.s.v. Der er ikke noget i vejen for, at man kan have flere strategier på sin salgsindsats, idet man

kan være interesseret i at have et mod-svar på forskellige salgsindsatsmuligheder fra modpartens side.

Lad os videre tænke os, at man står i en budgetsituation, hvor der skal foretages en enkelt afgørelse, hvis resultat så udspilles i løbet af perioden. Og i dette spil foretages kun een afgørelse, ikke flere på hinanden følgende, og man anvender som nævnt kun een handlingsparameter, ikke en kombination af flere. Idet der forudsættes, at man kender hinandens handlemuligheder og er i stand til at vurdere resultatet af deres mulige samspil, kan følgende udbyttetabel opstilles:

Strategi		Virksomhed B				Række min.
		Salgsindsats nr. 1	Salgsindsats nr. 2	Produktudvikling	Prisændring	
Virksomhed A	Salgsindsats nr. 1	0	-2	4	-2	-2
	Salgsindsats nr. 2	1	0	2	1	0
	Salgsindsats nr. 3	-3	5	1	-1	-3
	Produktudvikling	-2	-3	0	-1	-3
	Prisændring	3	3	3	2	2*
Kolonne max.		3	5	4	2*	

Her betyder f. eks. tallet 5, at hvis virksomhed A anvender sin salgsstrategi nr. 3, og virksomhed B anvender sin salgsstrategi nr. 2, vil resultatet blive, at A vinder 5 fra B, idet positive tal står for A's gevinst, negative for B's gevinst. Tallene må betragtes som forholdstal for den nettofortjeneste, der flyder af en parameterindsats.

Spørgsmålet er herefter, hvilken strategi A og B bør vælge. Efter Neumann-Morgenstern vil en „rationelt“ handlende spiller ræsonnere på følgende måde. A vil for hver af sine strategier spørge: hvad er det mindste, jeg kan vinde, uanset hvad B foretager sig? Disse gevinster er skrevet op som række-minima. Og B vil på sin side spørge: Hvad er det værste, der kan hænde mig, uanset hvad A gør? Disse gevinster er skrevet op som kolonne maxima.

Hvis A handler rationelt, vil han tage den største af de sikre, den største af de mindste, „maximin“, og B vil på sin side vælge den mindste af de største for at begrænse sit tab, „minimax“. I nærværende tilfælde har spillet en umiddelbar løsning for minimax lig maximin lig 2. Det vil sige, at begge opnår det bedst mulige resultat ved at ændre deres priser på nærmere beskrevet måde. Man siger også, at der forekommer et sadelpunkt.

Dette lille eksempel opfylder alle de i afsnit 2 opstillede betingelser med undtagelse af 2c, og er derfor typen på et to-personers nul-sum spil med ren strategi. Mange spil er imidlertid af typen blandet strategi¹⁰). Her forekommer der ikke noget sadelpunkt, der er altså ikke to rene strategiers samspil, der umiddelbart giver minimax løsningen. Man kan f. eks. tænke sig et spil, hvor maximin er 2 og minimax er 3, den ene kan sikkert vinde 2 og den anden kan ikke gardere sig mod at tabe mindre end 3. Det er derfor nærliggende, at den ene med en vis usikkerhed kan opnå mere end 2. Ved at trække lod mellem sine strategier på en nærmere angivet måde opnår han en vis sandsynlighed for resultat, hvis spillet kun har eet træk. Hvis det derimod har mange træk, består af mange afgørelser, vil hver spiller kunne sikre sig at opnå henholdsvis at afgive spillets resultat, der ligger mellem 2 og 3, ved at kombinere sine handlingsparametre i et givet forhold, som let udregnes.

Der skal herefter nævnes et par eksempler på to-personers nul-sum spil tankegangen.

4.

De her beskrevne eksempler på to-personers spil er fra militærstrategien, men tankegangen er analog for andre problemstillinger¹¹).

Et af den anden verdenskrigs betydeligste slag i Stillehavet var slaget om Lae på Ny Guinea. Allierede styrker kontrollerede den sydlige del af New Guinea, medens japanerne kontrollerede den nordligste og midterste del, hvor Lae er en stor havneby på østsiden ud mod Ny Britannien, som også var på japanske hænder. Japanerne agtede at sende en konvoj fra Rabaul på nordøst siden af Ny Britannien til Lae. Denne tur ville tage tre dage, enten man sejlede nord om Ny Britannien, eller man sejlede syd om. Den amerikanske general Kenney fik ordre til i videst mulig omfang at ødelægge konvojen ved bombardering.

Han måtte da først opdage konvojen gennem recognosering og stod overfor problemet om optimal indsats af et begrænset antal recognoseringsmaskiner. Vejrudsigten lød på gråvej og dårlig sigtbarhed på den

¹⁰) Det er ikke hensigten her at beskrive den blandede strategi, idet eksemplet kun opstilles til brug for en vurdering af spilteoriens praktiske relevans. For en mere systematisk oversigt over de forskellige spilformer kan henvises til Luce and Raiffa, op. cit. chap. 1.

J. D. Williams: *The Compleat Strategyst*, svensk oversættelse: *Den fulländade strategien*, 1957, Erik Johnsen: *Spilteori og salgspolitik*, *Det Danske Marked* nr. 2, 1958, Erik Johnsen: *Kompendium i Operationsanalyse*, kap. 4 1958.

nordlige rute og klart vejr på den sydlige, og spørgsmålet var, hvor de fleste maskiner skulle sættes ind. Jo flere maskiner der sættes ind på en rute, jo større er chancen for opdagelse, og jo større mulighed har man for lang bombetid.

Kenney ræsonnerede på følgende måde (som dog først senere er sat op i en udbyttablel):

		Japansk strategi		Række min.
		Nordl. rute	Sydl. rute	
Kenney strategi	Nordl. rute	2 dages bombetid	2 dages bombetid	2
	Sydl. rute	1 dags bombetid	3 dages bombetid	1
Kolonne max.		2	3	

Den japanske chef er her den minimerende spiller, han vil gøre sin risiko mindst mulig, og derfor vælge den nordlige rute. Kenney vil som den maksimerende spiller vælge den strategi, der giver ham størst mulig bombetid, og begge vil altså under de givne omstændigheder vælge den nordlige rute, hvis de handler efter minimaxprincippet; løsningen er her simpel, da der er sadelpunkt. Det kan tilføjes, at rent faktisk handlede de to sider som anført, hvilket gav Kenney to dage til at gennemføre sit bombardement i.

Et skoleeksempel på et to personers spil uden sadelpunkt er general Bradleys og general von Kluges kontrovers i Normandiet i august 1944¹²⁾.

Allierede styrker var brudt ud fra deres brohoved og havde ved Avranches brudt gennem tyskernes vestlige flanke. General von Kluge, der kommanderede den niende tyske arme, havde to logiske muligheder: han kunne angribe mod vest og forsøge at lukke gabet, eller han kunne trække sine styrker tilbage til en bedre forsvarsposition ved Seinen.

General Bradley kommanderede den første og tredje arme. Medens den

¹¹⁾ og ¹²⁾ O. G. Haywood Jr.: Military Decisions and Game Theory, Journal of the Operations Research Society of America, vol. 2, no. 4, November 1954.

For en anden anvendelse, se Robert Sloth Petersen: Intern magtkamp i spilteoretisk belysning. Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1958, s. 65-73.

første stod lige overfor den niende tyske, var den tredje under general Patton på vej fra det nyskabte gab mod syd, vest og øst og kunne i givet fald true den tyske arme fra ryggen. Lige syd for gabet stod imidlertid fire divisioner fra den tredje arme i beredskab, og Bradleys beslutning om, hvad der skulle gøres, angår disse strategiske reserver. Han kan enten sende dem tilbage for at forsvare gabet, eller han kan sende dem øst på og true den tyske tilbagetrækning, eller han kan endelig lade dem blive, hvor de er, og holde dem i beredskab i en dag.

Der opstår altså seks kombinationer af amerikanernes tre og tyskerne to muligheder. Disse nummererer Bradley fra 1 til 6, således at 1 betyder det set med hans øjne mest favorable resultat og 6 det dårligste. Der kan så opstilles følgende udbyttable.

von Kluges strategier

		Angribe gabet	Trække sig tilbage	Række minimum
Bradleys strategier	Forstærke gabet	Gabet holder (5)	Let pres på tysk tilbagetrækning. (4)	Gabet holder. (5)
	Trække reserverne østover	Gabet afskæres (6)	Stærkt pres på tysk tilbagetr. (2)	Gabet afskæres. (6)
	Lade reserverne forblive 1 dag	Gab holder. Tyskerne muligvis omringet. (1)	Let pres på tysk tilbagetrækn. (3)	Let pres på tysk tilbagetrækn. (3) (maximin)
Kolonnemax.		Gab holder. Tyskerne muligvis omringet. (1)	Stærkt pres på tysk tilbagetrækn. (2). (minimax)	

Der er her ikke nogen simpel løsning, da minimax ikke er lig maximin. Det er det sikreste for Bradley at lade sine reserver forblive, hvor de er. På den anden side kan han opnå en vis sandsynlighed for et bedre resultat ved ikke at vælge denne strategi. Denne sandsynlighed har han øjensynlig vurderet som for ringe. Han holdt sine reserver i beredskab. På den anden side er det sikrest for von Kluge at trække sig tilbage, men også han har en vis chance for et bedre resultat ved at angribe. Denne chance

vurderedes af Hitler, der opholdt sig (vist nok) i Berlin, som stor nok, og von Kluge fik ordre til at angribe med det kendte resultat, at gabet holdt, og tyskerne blev omringet.

Dette er et eksempel på et såkaldt normaliseret spil, hvor der kun foretages eet træk, men der ræsonneres rent sandsynlighedsteoretisk, som om der foretages mange træk, således at man kan beregne, at von Kluge har så og så store chancer for et heldigt udfald af sin een-gangsoperation.

Der foreligger imidlertid også i litteraturen et eksempel på en blandet strategi i et ekstensivt spil, hvor der foretages mange afgørelser, og hvor man opnår størst mulig sikkerhed og effektivitet ved at blande sine strategier¹³).

Det er igen et eksempel fra krigsstrategien. En engelsk afdeling i Malaya skulle hver dag sende en fødevarekonvoj gennem et stykke jungleområde, der var besat af partisaner. Til beskyttelse af lastbilkonvojen rådede man over 4 kampvogne. Disses placering, dels i spidsen for, dels i midten af og dels bag kolonnen var givet ud fra et effektivitetssynspunkt, hvis man kun kørte een gang. Men hvis man havde den samme placering af disse vogne hver dag, kunne partisanerne blot tage deres forholdsregler. Den kommanderende officer valgte derfor at lade kampvognenes placering bero delvis på tilfældigheder, hvorved han opnåede størst mulig effektivitet i det lange løb.

De tre her nævnte eksempler er alle karakteristiske derved, at ingen af de implicerede har kendt spilteorien i dens von Neumann-Morgensternske form, men de har alligevel handlet i overensstemmelse med den, dels pr. intuition, dels fordi det har været den normale måde at handle på efter de erfaringer, man har for krigsførelse.

Man kan nævne tilsvarende eksempler fra økonomien. Den knækkede afsætningskurve er et typisk eksempel på konjunktural handlemåde. Man tager på planlægningsstadiet hensyn til modpartens mulige handlinger og vælger sin egen optimalpris under hensyntagen hertil.

En række licitations-tilfælde nærmer sig ligeledes stærkt til to-personers spillet, idet man her må betragte de øvrige bydende som modparten, og regne med et eller andet gennemsnit¹⁴). Der kan f. eks. nævnes en form for regulering af tilbud indenfor Landsforeningen af Danske Malerestre¹⁵).

I det tilfælde, hvor bygherren ikke vil underskrive licitationserklæring, kan organisationen regulere de indkomne bud enten efter kontrolbud eller

¹³) R. S. Beresford and M. H. Peston: A Mixed Strategy in Action Operational Research Quarterly, 1955. pp. 173.

efter middelpriiser. I sidstnævnte tilfælde udregnes en middelpriis for samtlige bud, hvorefter de bud udskydes, der ligger mere end 15 % over eller under middelpriisen. Herefter udregnes ny middelpriis, og hvis et bud ligger lavere end 8 % under dette, forhøjes det, således at kommer til at ligge halvt så meget over middelpriisen, som det før lå under, medens der ikke røres ved bud, der ligger indtil 8 % under middelpriisen. Som laveste bud indgiver organisationen det, der ligger nærmest over den endelige middelpriis med fradrag af 8 %.

Er en malermester interesseret i et arbejde, må han tage hensyn til denne procedure. Regner han med en sædvanlig fordeling af tilbudene omkring et gennemsnit, må han først søge at korrigere dette til det ny gennemsnit og så lægge sig knapt 8 % herunder. Men regner han med, at et stort antal mestre er interesseret i arbejdet og vil reagere på den måde, at de lægger sig 8 % under et forventet gennemsnit, må han lægge sig længere ned end under de første vilkår. Alt efter hvilken situation han regner med vil opstå, må han lægge sin prisstrategi. Han står overfor et to-personers spil, hvor naturen er modspiller, der med forskellig sandsynlighed udviser forskellige stadier.

4.

Fler-person spil er karakteriseret ved, at der er flere end to spillere, og i et n -person nul-sum spil er summen af betalingerne nul. I fler-person spil har man mulighed for at indgå aftaler, at forme koalitioner, og antallet af kombinationsmuligheder mellem de mulige strategier vokser derfor ofte til det uoverskuelige, hvis der deltager ret mange personer hver med blot nogle få strategimuligheder¹⁴⁾.

Proceduren er efter von Neumann-Morgenstern den samme som ved to-personers spil, blot må man her opstille en udbyttetabel for hver koalitions mulighed. Resultaterne af disse sammenstillinger giver sig udslag i et sæt imputationer. En imputation er et sæt tal, bestående af eet tal for

¹⁴⁾ Gennemsnit skal her forstås på den måde, at der ikke er en eller flere modspillere, der kontrollerer de usikre elementer i proceduren, men at disse opstår tilfældigt set fra strategilæggerens synspunkt. Man kalder også dette tilfælde for et spil mod „naturen“ (der i litteraturen er hunkøn), der på mere eller mindre forudselig vis vil udvise en „sand tilstand“, som spilleren faktisk kommer til at spille imod. Se Luce-Raiffa, chap. 13.1.

¹⁵⁾ Bjarke Fog: Prisdannelsen indenfor byggeriet, 1958, pp. 93-95.

¹⁶⁾ Luce-Raiffa, chap. 7, Johnsen, kap. 4,8.

hver spiller, der har den egenskab, at det er større, end hvad den enkelte spiller kunne have opnået ved at spille alene mod en koalition.

En optimallosning på n -personers spillet vil således bestå af flere imputationer, som ikke dominerer hinanden, men dominerer alle andre imputationer. I mange virkelige n -person spil vil der tillige være mulighed for „side payments“, så man laver kohandel eller deler i porten, hvilket yderligere komplicerer muligheden for at finde frem til en optimallosning.

Der foreligger i litteraturen flere eksempler på anvendelse af n -person spilteorien. Dette gælder f. eks. indenfor det politiske liv, hvor man har beregnet de enkelte stemmers potentielle vægt, når man tager muligheden for koalitionsdannelser i betragtning. Shapley og Shubik har således regnet ud – under visse forudsætninger – at ser man på den amerikanske kongres, er de enkelte medlemmers stemmemagt følgende: et medlem af repræsentanternes hus forholder sig til en senator og til præsidenten som 2:9:350. Ser man derimod på kongressen som helhed, forholder repræsentanternes hus sig til senatet til præsidenten som 5:5:2¹⁷).

Videre har Shapley og Shubik fundet, at i FN's sikkerhedsråd har de fem store tilsammen 98,7 % af stemmemagten, medens de øvrige seks medlemmer deler 1,3 %. Og ser man på de enkelte medlemmer, har hver af de store over 90 % mere magt en de almindelige medlemmer.

Et andet eksempel fra det politiske felt har man i Leunbachs undersøgelse over landstingsvalgene, hvor han finder, at de koalitioner, partierne kunne indgå, i de fleste tilfælde har ført til optimalsituationer i den von Neumann-Morgensternske betydning¹⁸).

Der er udført en række eksperimentelle n -person spil, delvis med det formål at tjekke von Neuman-Morgensterns optimallosning¹⁹). Resultaterne af de fleste af disse eksperimenter er af flere grunde diskutabile, og eksperimenterne skal ikke nærmere gennemgås her. Men det skal fremhæves, at n -person modellerne har vist sig betydelig mere anvendelige end to-personers modellerne.

Det er klart, at n -person teorien giver et analyseredskab for kartelaftaler og mere eller mindre udtalte overenskomster mellem virksomheder i det hele taget. Ikke mindre vigtig er dog dens anvendelse på beslutnings-

¹⁷) L. S. Shapley and Martin Shubik: A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System. *The American Political Science Review*, 1954.

¹⁸) Gustav Leunbach: Landstingsvalget som et strategisk spil, *Nationaløkonomisk Tidsskrift* 1950, s. 201–208.

¹⁹) Merrill M. Flood op. cit., Kalish, Milnor, Nash and Nering op. cit.: Some experimental n -person games.

grupper, som f. eks. virksomhedsledelsen. Den enkelte person i ledelsen må ikke alene tage hensyn til andres formodede handlinger, når han lægger den strategi, han ønsker, firmaet skal føre, men han må også tage det interne spil i betragtning, hvordan får han sit forslag igennem. Kan der dannes koalitioner for og imod, kan der laves kohandel o.s.v.? Det er ikke usandsynligt, at det er gennem n -person teorien, spilteorien som sådan får praktisk relevans for virksomhederne.

5.

Der er med rette kritiseret mangt og meget ved den klassiske spilteori, en kritik, der har medvirket til en gradvis udbygning af teorien i mere og mere realistisk retning. Men man tør uden overdrivelse sige, at der er et stykke vej endnu.

Et af de mest rammende kortere kritiske indlæg, der samtidig rummer forslag til udbygning af spilteorien, er Olaf Helmers²⁰⁾. Med udgangspunkt i dette skal der fremsættes nogle bemærkninger i relation til spilteoriens forudsætninger i pkt. 2 ovenfor.

ad 2 b, f og g: Helmer siger til disse tre punkter, der danner kernen i von Neumann-Morgensterns oplæg, at hvis der spilles et nul-sum spil af to spillere med hver sin proportionale nyttefunktion, så bør de vælge en optimal strategi efter spilteoriens regler. Men dette er blot en anden måde at sige på, at de bliver mest tilfredse med resultatet, hvis de vælger optimalstrategien. Altså en cirkelslutning, byggende på et vilkårligt beslutningskriterium, minimax-reglen²¹⁾, samt på en definition af tilfredshed.

Til pkt. 2 b kan yderligere bemærkes, at forudsætningen om de proportionale præferencefunktioner i økonomien ikke kan verificeres empi-

²⁰⁾ Olaf Helmer: *The Game-Theoretical Approach to Organization Theory*, RAND paper. P-1026, febr., 1957. Se af samme: *The Prospects of a Unified Theory of Organization*, *Management Science*, Vol. 4, 1958.

Det bør i den kritiske forbindelse ikke glemmes, at Luce-Raiffas bog har undertitlen: *Introduction and Critical Survey*.

²¹⁾ Dette at maksimere de mindste udbytter, er betegnet som et pessimistisk kriterium: en optimist ville måske optimere ved at vælge det bedste af de største udbytter if. det såkaldte maximax princip, hvor man altså ikke sikrer sig noget. En kværlant kunne tænkes at ræsonnere som så: jeg kan ikke vente at opnå det bedste under anvendelse af mine strategier, derfor opstiller jeg en ny udbyttetabel over de tab jeg lider (offeromkostninger) ved ikke at kunne realisere den bedste mulighed. Dette tab minimerer jeg, (jfr. minimax-regret-principle). Og man kunne anvende adskillige andre afgørelseskriterier, se fx. Torben Agersnap op. cit. eller Luce-Raiffa, chap. 13.2.

risk, samt at selve tilregningen af numeriske talstørrelser til alternative præferencer i sig selv er et vanskeligt problem²²).

Til pkt. 2 d kan bemærkes, at man vel i praksis har nogen mulighed for gennem omkostnings- og markedsanalyser inden for det økonomiske interesseområde at skaffe sig relevante oplysninger om spilsituationernes udfald, og at man har nogen mulighed for at beskrive sine handlingsparametre. Men man har principielt ingen mulighed for at gøre det med den nøjagtighed, spilteorien forudsætter.

Angående pkt. 2 f må man videre betvivle at spillerne i praksis kender deres egen og de andres nyttefunktion. Når man ved, hvor få virksomheder, der har en udtalt og modsigelsesfri målsætning, som må være et nødvendigt vurderingsgrundlag for en strategis nytte, må det være klart at denne forudsætning normalt kun er approximativt opfyldt.

Der kan derfor nævnes en række punkter, hvor spilteorien kunne tænkes udbygget. Helmer nævner bl.a. følgende:

1. Efter at man efterhånden har en teoribygning for to-personers nul-sum spil, må man koncentrere opmærksomheden på ikke-nul-sum spil, der for praktiske formål ofte vil være mere relevante.
2. Videre må man tage udbyttetabellen op til undersøgelse. Hvilken indflydelse har det f. eks. på optimalstrategien, at der sker små ændringer i udbyttetabellens størrelser. (Der kan let konstrueres tilfælde, hvor indflydelsen er urimelig).
3. En række nul-sum spil vil i det øjeblik realistiske nyttepræferencer indføres blive ændrede til ikke-nul-sum spil. Disse bør underkastes en analytisk og eksperimentel undersøgelse.
4. Man bør kigge på spil, der har udbytte i form af en tidsserie.
5. De nærmere betingelser for at reducere ikke-proportionale nytteskalaer til proportionale bør undersøges.
6. Man burde forsøge at opstille en individual-psykologisk typologi for folk, der handler i konkurrencesituationer.
7. En analyse af, hvorledes ændringer i de enkelte gruppemedlemmers indstilling påvirker strukturen af den gensidige interaktion i en beslutningsgruppe.
8. Empirisk studium af smågruppers adfærd i spilsituationer.

²²) Se fx. Erik Johnsen, op. cit. kap. 2.

Det Helmer kort og godt er fortaler for, er at hvis spilteorien skal videre, må den blandes op med organisationsteori, som på sin side kun kan komme videre, hvis den optager i sig elementer af spilteori, og herunder vel navnlig n-person spil.

Nærværende forfatter er stort set enig med Helmer i disse punkter. Når undtages Helmers pkt. 2 og 5 kan de øvrige studeres ved hjælp af det af Torben Agersnap og forf. udarbejdede økonomispil²³⁾. Formålet med dette er dels at opstille kriterier for en optimal beslutningsgruppe, optimal m.h.t. effektivitet og trivsel, dels at studere hvilke decisionskriterier forretningsfolk anvender, dels at sætte spilteorien i relation til interaktionen mellem medlemmerne af en beslutningsgruppe og endelig at studere forskellige aspekter af optimalstrategier i situationer, der ikke er altfor forskellige fra praksis.

6.

Som det vil fremgå af disse betragtninger har spilteorien hidtil befordret en vis tankegang, nemlig den at få et overblik over forskellige handlemuligheders samspil i konkurrencesituationer. Videre har den givet stødet til en udforskning af beslutningskriterier. Dens praktiske anvendelse er foreløbig begrænset, men der udfoldes kraftige bestræbelser på at få de særdeles levedygtige grundtanker omformet til en mere direkte anvendelig form for virksomhedernes økonomiske strategi og for den enkelte virksomhedsleders personlige strategi i relation til hans opfattelse af virksomhedens.

²³⁾ Torben Agersnap og Erik Johnsen op. cit., og af samme en artikel, der går ind på spillets arbejdshypoteser: A Decision Game of Managerial Strategy as a Research Tool.