

Investeringskalkulens logiske grundlag. ✓

Af JOHN VIBE-PEDERSEN¹⁾

1. Formålet med denne artikel er at undersøge det logiske fundament for investeringskalkulen, for derigennem at finde frem til, hvad en investeringskalkule egentlig indebærer og hvad kalkulens resultat fortæller. En sådan logisk analyse af begreber og metoder må koncentreres omkring begreberne kalkulationsrentefod og intern rentefod, idet det centrale i investeringskalkulens teori netop består i logisk anvendelse af almindelig rentesregning.

Det er artiklens hypotese, at investeringskalkulens teori og dermed også den praktiske investeringskalkule i visse henseender hviler på et temmelig svagt grundlag, og at det ofte kan være uklart, om en investeringskalkule overhovedet kan give nogen rimelig logisk begrundelse og samtidig have en praktisk anvendelig fortolkning.

2. En investeringskalkule består som enhver anden økonomisk kalkule i sammenligning mellem alternativer. En investeringskalkule over et enkelt isoleret investeringsprojekts fordelagtighed viser sig således ved nærmere eftersyn at bestå i en sammenligning med, hvad man kunne kalde en 0-investering, d. v. s. overhovedet ingen ind- eller udbetalinger, og også en sådan kalkule over det enkelte projekts fordelagtighed bliver altså en sammenligning mellem alternativer.

Indholdet i enhver investeringskalkule bliver derfor en sammenligning mellem forskellige betalingsrækker (= investeringer) med henblik på at finde den mest fordelagtige af disse betalingsrækker. Og spørgsmålet om, hvilken investering man anser for mest fordelagtig, må blive ensbetydende med spørgsmålet om, hvilken af disse betalingsrækker man foretrækker. Det fremgår allerede af denne trivielle sætning, at der er en nær sammenhæng mellem investeringskalkuler og teorien om hushold-

¹⁾ cand. oecon., lektor ved Aarhus Universitet.

Investeringskalkulens logiske grundlag. ✓

Af JOHN VIBE-PEDERSEN¹⁾

1. Formålet med denne artikel er at undersøge det logiske fundament for investeringskalkulen, for derigennem at finde frem til, hvad en investeringskalkule egentlig indebærer og hvad kalkulens resultat fortæller. En sådan logisk analyse af begreber og metoder må koncentreres omkring begreberne kalkulationsrentefod og intern rentefod, idet det centrale i investeringskalkulens teori netop består i logisk anvendelse af almindelig rentesregning.

Det er artiklens hypotese, at investeringskalkulens teori og dermed også den praktiske investeringskalkule i visse henseender hviler på et temmelig svagt grundlag, og at det ofte kan være uklart, om en investeringskalkule overhovedet kan give nogen rimelig logisk begrundelse og samtidig have en praktisk anvendelig fortolkning.

2. En investeringskalkule består som enhver anden økonomisk kalkule i sammenligning mellem alternativer. En investeringskalkule over et enkelt isoleret investeringsprojekts fordelagtighed viser sig således ved nærmere eftersyn at bestå i en sammenligning med, hvad man kunne kalde en 0-investering, d. v. s. overhovedet ingen ind- eller udbetalinger, og også en sådan kalkule over det enkelte projekts fordelagtighed bliver altså en sammenligning mellem alternativer.

Indholdet i enhver investeringskalkule bliver derfor en sammenligning mellem forskellige betalingsrækker (= investeringer) med henblik på at finde den mest fordelagtige af disse betalingsrækker. Og spørgsmålet om, hvilken investering man anser for mest fordelagtig, må blive ensbetydende med spørgsmålet om, hvilken af disse betalingsrækker man foretrækker. Det fremgår allerede af denne trivielle sætning, at der er en nær sammenhæng mellem investeringskalkuler og teorien om hushold-

¹⁾ cand. oecon., lektor ved Aarhus Universitet.

ningernes forbrugsvalg. Spørgsmålet om, hvilken betalingsrække den erhvervsdrivende foretrækker, er ikke et valg han træffer alene qua foretager og erhvervsdrivende, men også et valg han træffer qua overhoved for en husholdning. Dette synspunkt vil blive nærmere uddybet i det følgende.

For at forenkle problemstillingen og derved blive i stand til at koncentrere os om visse i denne forbindelse centrale problemer, forudsættes overalt i det følgende, at vi kun behøver beskæftige os med investeringer af type I med een og kun een positiv intern rentefod²⁾.

I investeringskalkulens teori bygger man i meget vid udstrækning på en forenkende forudsætning om, at man frit og ubegrænset kan låne og udlåne til een bestemt markedsrentefod, som man anvender som kalkulationsrentefod. Denne rentefod betegnes i det følgende med i .

Et centralt problem i det følgende vil være at undersøge, hvad det indebærer, at man – som bekendt – ikke i praksis kan gå ud fra denne forudsætning med nogen særlig god tilnærmelse.

Inledningsvis skal vi imidlertid se nærmere på investeringskalkulens indhold, og vi opretholder derfor indtil videre forudsætningen om, at investor frit og ubegrænset kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden i .

3. Man kan opstille to hovedformer for investeringskalkuler, som vi kan betegne som *kapitalværdimetoden* og *den interne rentefods metode* (den tredje metode, annuitetsmetoden, kan opfattes som en speciel udformning af kapitalværdimetoden, og vil ikke blive behandlet i det følgende).

Kapitalværdimetoden går ud på følgende:

Man beregner ved hjælp af kalkulationsrentefoden i , nutidsværdien eller *kapitalværdien* af betalingsrækkerne (investeringerne) altså for hver investering

$$(1) \quad K = \sum_{r=0}^n \frac{a_r \div b_r}{(1+i)^r} = \sum_{r=0}^n \frac{c_r}{(1+i)^r}$$

hvor a 'erne betegner indbetalinger til investor og b 'erne udbetalinger fra investor, som er forårsaget af investeringen, på de forskellige tidspunkter fra 0 til n (= investeringens varighed). Differensen $a_r \div b_r$ kan eventuelt endnu kortere betegnes nettoindbetalingen c_r i den pågældende periode.

Når man stiller spørgsmålet om, hvorvidt en enkelt investering er

²⁾ jfr. *E. Schneider: Investering og Rente*, kap. I og *Sv. Fredens: Kompendium i investeringsteori*, kap. I spec. p. 10–16. Da det ikke er nødvendigt for forståelsen af det følgende, at man kender denne terminologi, skal den ikke her forklares nærmere.

fordelagtig, besvares dette spørgsmål ved denne metode på følgende måde:

Hvis $K \geq 0$ er investeringen fordelagtig,
hvis $K < 0$ er investeringen ikke fordelagtig.

Ved sammenligning mellem to eller flere investeringer afgøres fordelagtigheden på følgende helt analoge måde:

Hvis $K_2 > K_1$, er investering nr. 2 den mest fordelagtige, d. v. s. hvis de to investeringer gensidigt udelukker hinanden, og der ikke foreligger ikke-økonomiske momenter, som virker i modsat retning, vælges nr. 2.

Hvad er den logiske baggrund for anvendelsen af dette fordelagtighedskriterium? Det viser sig, at fordelagtighedskriteriet kan gives en enkel og klar fortolkning.

Idet vi stadig fastholder forudsætningen, at investor frit og ubegrænset kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden i , indebærer kriteriet $K > 0$, at investor kan transformere investeringens betalingsrække

$$a_\tau \div b_\tau \quad (\tau = 1, 2, \dots, n)$$

til en nettoindbetalingsrække, som for hver enkelt af perioderne fra 1 til n er et positivt beløb på kr.

$$(2) \quad K \cdot \alpha_{\overline{n}|i}^{\div 1}$$

Ved valg mellem to investeringer, hvor $K_2 > K_1$, indebærer kriteriet, at investering nr. 2 kan transformeres til en betalingsrække, hvis nettoindbetalinger i hver enkelt periode overstiger de til investering nr. 1 hørende nettoindbetalinger med et beløb på

$$(3) \quad (K_2 \div K_1) \cdot \alpha_{\overline{n}|i}^{\div 1}$$

Det eneste valghandlings-axiom, man behøver opstille i forbindelse med kapitalværdimetodens fordelagtighedskriterium er altså, at nettoindbetalinger ønskes positiv, og at dette gælder for hver af perioderne fra 0 til n .

I så fald følger nødvendigvis, at når en investering kan transformeres til en betalingsrække, der i hver periode har højere nettoindbetalingsbeløb til investor end den alternative investering, så må den første investering være den fordelagtigste.

Dette fordelagtighedskriterium viser sig altså under den opstillede forudsætning at have en fuldstændig klar, objektiv og logisk tilfredsstillende betydning.

$$3) \quad \alpha_{\overline{n}|i}^{\div 1} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n \div 1}$$

Inden vi går over til den interne rentefods metode, kan der være grund til at se lidt nærmere på kapitalværdimetoden og på betydningen af de enkelte betalingsrækker (investeringer).

En betalingsrække kan åbenbart opfattes som et „sæt“ af nettoindbetalinger (positive eller negative) c_τ , hvor $\tau = 1, 2, \dots, n$. For hver af disse betalinger har vi en „pris“, som afhænger af τ og er lig med

$$\frac{1}{(1+i)^\tau}$$

idet man jo kan opfatte tilbagediskonteringen som en lavere vurdering af senere nettoindbetalinger.

Betalingssættets „værdi“ K_c bliver altså

$$\sum_0^n c_\tau \frac{1}{(1+i)^\tau}$$

Med denne lidt mere abstrakte betragtningsmåde ses det direkte, at kapitalværdien K_c naturligvis er invariabel overfor additionen af betalingsæt (investeringer), d_τ , som har den egenskab, at

$$(4) \quad \sum_0^n d_\tau \frac{1}{(1+i)^\tau} = 0$$

Deraf følger imidlertid, at det er uden betydning for en investerings kapitalværdi, om vi medregner de finansielle transaktioner (optagne lån, renter og afdrag) i beregningen eller ej. Alle finansielle transaktioner vil jo nemlig opfylde betingelsen (4), når vi kan gå ud fra, at man frit kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden.

Dette giver kapitalværdimetoden en meget generel anvendelighed, idet det fx. vil være muligt at sammenligne investeringer med meget forskellig løbetid og meget forskellige betalingsrækker, hvor det i kapitalværdimetoden implicit forudsættes, at alle forskelsbeløb lånes eller udlånes til kalkulationsrentefoden, og det vil derfor ikke påvirke beregningerne, om de medtages eller ej.

Det følger videre af forudsætningen, at man frit og ubegrænset kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden, at en betalingsrække c_τ ($\tau = 1, 2, \dots, n$) altid kan transformeres til en hvilken som helst anden betalingsrække c_v ($v = 1, 2, \dots, m$), som har den egenskab, at

$$(5) \quad \sum_{v=0}^m \frac{c_v}{(1+i)^v} = \sum_{\tau=0}^n \frac{c_\tau}{(1+i)^\tau}$$

4. Den interne rentefods metode går ud på følgende:

Man beregner for den eller de investeringer, hvis fordelagtighed man ønsker at undersøge, den interne rentefod, idet man løser ligningen

$$(6) \quad \sum_{r=0}^n \frac{a_r \div b_r}{(1+r)^r} = 0$$

m. h. t. r , som netop er den interne rentefod.

Spørgsmålet om, hvorvidt en bestemt investering er fordelagtig, kan her besvares på følgende måde:

Hvis $r \geq i$ er investeringen fordelagtig.

Hvis $r < i$ er investeringen ikke fordelagtig.

Hvis vi tænker os den interne rentefod, r , beregnet for en investering på grundlag af formel (6) og investeringens kapitalværdi beregnet på grundlag af formel (1), kan man under den opstillede forudsætning m. h. t. investeringstypen⁴⁾ bevise, at

$$K \text{ må være } \geq 0, \text{ eftersom } r \leq i$$

Hvis den interne rentefods metode altså viser, at en investering er fordelagtig (ved sammenligning med pengeanbringelse til kalkulationsrentefoden, i) må man under disse forudsætninger få det samme resultat ved kapitalværdimetoden⁵⁾

Ved valg mellem to eller flere investeringer kan man imidlertid ikke uden videre generalisere denne metode derhen, at den investering skulle være mest fordelagtig, hvis interne rentefod er størst.

Man kan måske bedst diskutere hvorfor dette ikke lader sig gøre ud fra et af Schneiders eksempler⁶⁾.

Vi tænker os her to investeringsmuligheder, bestående af en udbetaling i tidspunkt 0 og en indbetaling i tidspunkt 10:

År	Alternativ I	Alternativ II
0	÷ 2000	÷ 3000
.		
.		
.		
10	+ 4385	+ 6352
<hr/>		
Intern rentefod	8,1 %	7,8 %

⁴⁾ Det må dog yderligere forudsættes, at den interne rentefod, r , er en simpel rod i ligningen (6).

⁵⁾ Beviset findes i *Sv. Fredens*, 1. c. p. 12 ff.

⁶⁾ 1. c. p. 46.

Selv om den interne rentefod i alternativ I er større end i alternativ II, kan man ikke heraf slutte, at alternativ I er den mest fordelagtige investering. Hvis det fx. forudsættes, at investor har et egenkapitalbeløb på 3000 kr., må man yderligere have oplyst, hvorledes de tiloversblevne 1000 kr. anbringes i alternativ I. Hvis disse 1000 kr. anbringes til 6 % p. a. (= kalkulationsrentefoden), får vi følgende alternativer (idet $1,06^{10} = 1791$)

Ar	(I) 3000	Alternativ I	
0		$\div 2000 + (\div 1000) = \div 3000$	$\div 3000$
.			
.			
.			
10		$+ 4385 + 1791 = + 6176$	$+ 6452$
Intern rentefod		7,5 %	7,8 %

Ved denne sidste beregning viser det sig, at når man anvender „komplette alternativer“ er alternativ II og ikke I den mest fordelagtige investering. En kapitalværdiberegning ville naturligvis give samme resultat.

Kan man da ikke sige, at man kan benytte dette fordelagtighedskriterium, når investeringsalternativerne er *komplette alternativer*?

Det kan man sikkert gøre, men spørgsmålet bliver da, hvad man skal forstå ved komplette alternativer ved mere komplicerede betalingsrækker. Een generalisering giver sig selv, nemlig at man ved komplette alternativer kan forstå, at man skal tilføje finansielle transaktioner (hvis interne rentefod er lig med kalkulationsrentefoden) indtil alle nettobetaling er de samme i de to alternativer, undtagen den sidste. I så fald vil det naturligvis altid gælde (stadig under de her opstillede forudsætninger m. h. t. investeringstypen), at den investering som har den højeste interne rentefod også vil være mest fordelagtig. Dette vil imidlertid også være et helt overflødig kriterium, idet man i så fald også kan nøjes med blot at sammenligne den sidste betaling i de to investeringer og fastslå, at den investering hvor den sidste betaling er størst, vil være mest fordelagtig. I virkeligheden vil dette være en anden (og normalt meget mere besværlig) udformning af kapitalværdimetoden.

Når problemet opstår, skyldes dette naturligvis, at mens en investerings kapitalværdi er invariant over for addition og subtraktion af betalingsrækker, hvis interne rentefod er lig med kalkulationsrentefoden i, så findes der ikke en tilsvarende invarians for investeringens interne rentefod.

Det må dog i denne forbindelse fremhæves, at fordelagtighedskriteriet ved den interne rentefods metode for een enkelt investering er invariant over for addition eller subtraktion af betalingsrækker med en intern rentefod = kalkulationsrentefoden i .

Dette hænger sammen med, at selv om den interne rentefod ikke selv har en sådan invarians, kan tilføjelsen af sådanne rækker aldrig få så kraftig virkning, at fortegnet for $r \div i$ ændres, og hvis altså fx. $r > i$ vil dette gælde, selv om man tilføjer sådanne betalingsrækker med intern rentefod = i .

Derimod gælder en tilsvarende regel normalt ikke for kriteriet $r_2 > r_1$, altså ved sammenligning mellem flere investeringer v. hj. af den interne rentefods metode⁷⁾.

I praksis kan man nu imidlertid anvende en enkel omregning, som direkte løser dette problem. Hvis man nemlig anlægger en simpel differensbetragtning på de to investeringer, opnår man den samme invarians som ved den interne rentefods metode anvendt direkte på een enkelt investering.

Metoden er den enkle, at man subtraherer de to investeringer, man skal sammenligne, og derved får en ny investering (betalingsrække):

$$a_{\tau}^1 \div b_{\tau}^1 \div (a_{\tau}^2 \div b_{\tau}^2) = a_{\tau}^3 \div b_{\tau}^3$$

hvor $\tau = 1, 2, \dots, n$, idet n angiver varigheden for den mest langvarige af de to investeringer (hvorved betalingerne i de sidste perioder for den korteste investering naturligvis bliver 0).

Man finder dernæst den interne rentefod r_3 i den således beregnede differensinvestering, og hvis den er større end kalkulationsrentefoden, er differensinvesteringen fordelagtig, d. v. s. at I er mere fordelagtig end II, og selv om r_3 ikke er invariant over for addition og subtraktion af betalingsrækker med intern rentefod = i , så er uligheden $r_3 \leq i$ som foran vist i besiddelse af denne invarians.

Også den interne rentefods metode kan altså udformes på en sådan måde, at form og varighed for de investeringer, man sammenligner, bliver ligegyldig, såvel som spørgsmålet om hvorvidt man skal medregne finansielle transaktioner eller ej.

Men dette resultat hviler, som det vil fremgå af det foregående, på den drastiske forudsætning om, at man frit kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden.

5. På grundlag af denne fremstilling af investeringskalkulens fundamentale kriterier, kan man nu spørge, hvilke konsekvenser det får, der-

⁷⁾ Såfremt i ligger imellem r_2 og r_1 , må kriteriet dog have den ønskede invarians.

som man ophæver forudsætningen om, at investor frit og ubegrænset kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden.

Det er klart, at når man ikke mere kan låne og udlåne til een bestemt kalkulationsrentefod, må man altid medtage samtlige ind- og udbetalinger i kalkulen, altså også de finansielle transaktioner, som vi før kunne se bort fra.

Man kunne nu tænke sig, at man kunne gå frem på følgende måde:

Ved sammenligning mellem to investeringer beregnes først den interne rentefod for den ene investering, som dernæst anvendes som kalkulationsrentefod ved kapitalværdiberegningen for den anden investering. Hvis den kapitalværdi, man derved beregner, er positiv, er den anden investering mere fordelagtig end den første og omvendt.

Denne metode holder imidlertid ikke for en nærmere prøvelse, idet den i visse tilfælde kan give helt misvisende resultater.

I figur 1 er for to investeringer indtegnet kapitalværdierne som funktion af den anvendte kalkulationsrentefod. Investeringernes interne rentefod fremtræder naturligvis som den rentefod, hvorved kapitalværdien bliver 0. Investering nr. 2 har den højeste interne rentefod, men der findes et vist interval for kalkulationsrentefoden (nemlig $i < i_0$), hvor

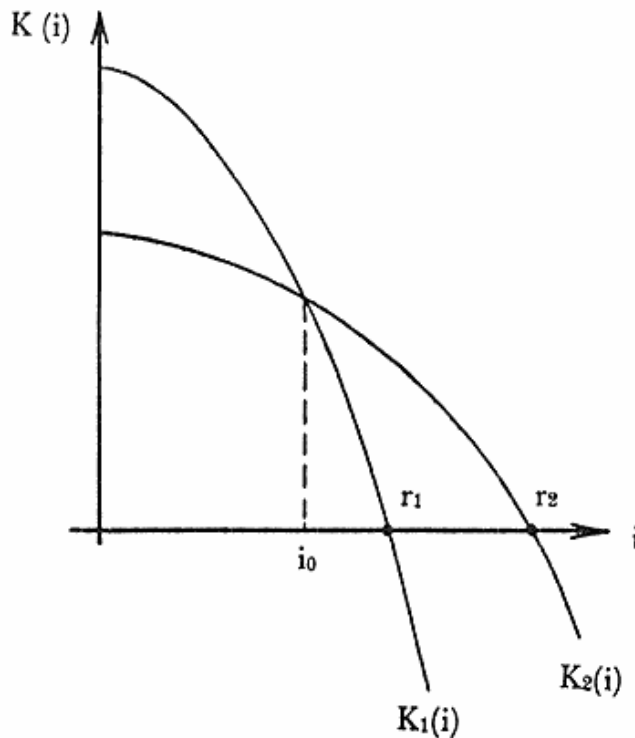


Fig. 1.

kapitalværdien for investering nr. 1 er større end kapitalværdien for nr. 2.

I dette tilfælde kan det udmærket tænkes, at investering nr. 1 er den mest fordelagtige på trods af, at den har den laveste interne rentefod. Et typisk eksempel har vi tidligere set, nemlig hvor det oprindelig investerede beløb for investering nr. 2 er meget mindre end for investering nr. 1, og hvor differensbeløbet kun kan anbringes til en lavere rentefod, således at den samlede forrentning man opnår af samme beløb bliver langt mindre ved investering 2, på trods af at den interne rentefod er større. Tilsvarende eksempler kan tænkes, hvor investering nr. 2 har kortere varighed end investering nr. 1, således at man kun opnår den højere forrentning i kortere tid.

En direkte anvendelse af kapitalværdimetoden er derfor ikke i stand til at give noget tilfredsstillende fordelagtighedskriterium.

Spørgsmålet er nu, om man direkte kan anvende den interne rentefods metode på differensen mellem to investeringer og det dertil hørende fordelagtighedskriterium. (At man heller ikke her kan benytte kriteriet: størst intern rentefod, vil uden videre fremgå af det foregående).

Det viser sig at differensmetoden ikke er nogen hjælp i denne forbindelse, da der jo ikke findes noget objektivt sammenligningsgrundlag for den interne rentefod i differensinvesteringen.

Det viser sig med andre ord, at når de to fordelagtighedskriterier i det foregående har givet tilfredsstillende og objektive resultater, beror det udelukkende på forudsætningen om, at man frit og ubegrænset kan låne og udlåne til en bestemt rentefod, i , og at fordelagtighedskriterierne derved bliver invariante m. h. t. addition og subtraktion af betalingsrækker med en intern rentefod på i .

Inden vi vender os til de praktiske konsekvenser af disse vanskeligheder, vil det være hensigtsmæssigt at belyse problemet på en noget anden måde.

6. Det er i det foregående flere steder vist, at valget mellem forskellige investeringer må knyttes sammen med spørgsmålet om investors forbrugsplaner. Vi kan nu tage skridtet fuldtud og vise, hvorledes man ud fra den almindelige teori om husholdningernes forbrugsplaner (valghandlingsteorien) kan behandle valget mellem forskellige investeringer.

Det er her praktisk at kunne anvende det enkle to-dimensionale indifferenskort, hvilket begrænser diskussionen til investeringer med en varighed på 2 år.

I første omgang vil diskussionen blive koncentreret om en mere speciel gruppe af investeringer, idet vi tænker os, at investors valg mellem

to investeringer er et valg mellem to alternative anbringelsesmuligheder for hele hans egenkapital. Vi kan altså tænke os, at der i tidspunkt 0 anbringes samme egenkapitalbeløb i de to tilfælde, hvilket muliggør at vi kan se bort fra disse betalinger ved sammenligningen. Den ene investering giver ham i tidspunkt 1 en nettoindbetaling på c_1' og i tidspunkt 2 c_2' som vi kan opfatte som det beløb (pos. eller neg.) han i dette år opnår ud over tilbagebetaling af sin egenkapital. Tilsvarende for den anden investering, hvor betalingerne betegnes c_1'' og c_2'' .

Skematisk opstillet ser alternativet således ud, når man ser bort fra de betalinger, som er identiske i de to tilfælde.

	I_1	I_2
tidsp. 1.	c_1'	c_1''
tidsp. 2.	c_2'	c_2''

Vi kan nu benytte et almindeligt indifferenskort (valghandlingskort) som figur 2, og vi kan her først se, hvad indifferenslinjer og budgetlinjer betyder i dette tilfælde.

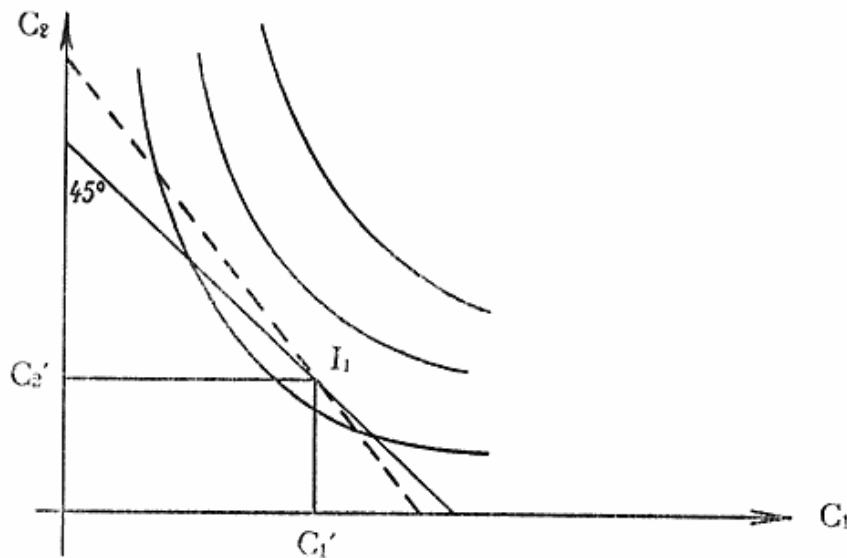


Fig. 2.

Hvis tidspunkt 1 fx. er begyndelsen af 1958 og tidspunkt 2 begyndelsen af 1959, betegner en indifferenslinje alle de kombinationer at 1958-forbrug og 1959-forbrug (incl. formuestigning), som forekommer investor lige tilfredsstillende. Principielt findes der naturligvis en indifferenskurveskare, som dækker hele valghandlingskortet. Indifferenskurvernes hældning har her en klar økonomisk betydning, idet den er lig med $\div (1 + \rho)$, hvor ρ er investors subjektive rentefod, og skemaet

har bl. a. den fordel, at det viser, at den subjektive rentefod⁸⁾ må antages at være forskellig for forskellige forbrugskombinationer.

Alle de kendte egenskaber ved et sådant indifferenskort kan iøvrigt overføres uden videre.

En budgetlinje har også en betydning, der er analog med budgetlinjens betydning i det almindelige valghandlingstilfælde. For at budgetlinjen kan være en ret linie, må imidlertid investor være i stand til frit at låne og udlåne til kalkulationsrentefoden (ligesom priserne i det almindelige valghandlingstilfælde må være uafhængige af de købte mængder for at budgetlinjen kan blive en ret linie).

Vi kan først som udgangspunkt tænke os en kalkulationsrentefod på 0, i så fald bliver budgetlinjen en retlinje, der skærer akserne i en vinkel på 45°.

Dette kan indses på følgende måde: Hvis vi går ud fra punktet I_1 (betalingskombinationen c_1' og c_2'), og man frit kan låne og udlåne til rentefoden 0, kan denne betalingskombination gennem lån i tidspunkt 1 og tilbagebetaling i tidspunkt 2 eller omvendt transformeres til et hvilket som helst punkt på budgetlinjen, som netop angiver samtlige de punkter, hvor $c_1 + c_2 = c_1' + c_2'$.

Det indses uden videre, at budgetlinjen ved en positiv rentefod, i, må antage formen

$$c_2 \div c_2' = \div (1 + i) (c_1 \div c_1')$$

for $i > 0$ bliver denne linje stejlere end for $i = 0$, og jo større i , des stejlere bliver linjen. Mens budgetlinjen i det alm. tilfælde drejes omkring skæringspunktet med een af akserne ved en prisændring, får vi altså her, at en renteændring betyder at budgetlinjen drejes omkring punktet I_1 . Det bemærkes, at der naturligvis ikke er noget i vejen for, at en af betalingerne er negativ, således at punktet I_1 (resp. I_2) ikke ligger i 1ste kvadrant.

Hvis man i dette skema sammenligner to investeringer som i figur 3, ses det, at ved en given kalkulationsrentefod er kriteriet for fordelagtighed fuldstændig klart og objektivt. Den investering, hvortil svarer den højeste budgetlinje, er den mest fordelagtige.

Et andet forhold, som direkte fremgår af denne fremstilling, er følgende: Når der findes en kalkulationsrentefod, hvortil investor frit kan

⁸⁾ Subjektiv rentefod betegner her den rentefod, hvormed en person eller husholdning tilbagediskonterer fremtidige „forbrugsbeløb“. I litteraturen finder man imidlertid undertiden også udtrykket anvendt som betegnelse for en kalkulationsrentefod ved hvis fastsættelse, der er taget hensyn til risiko m. v.

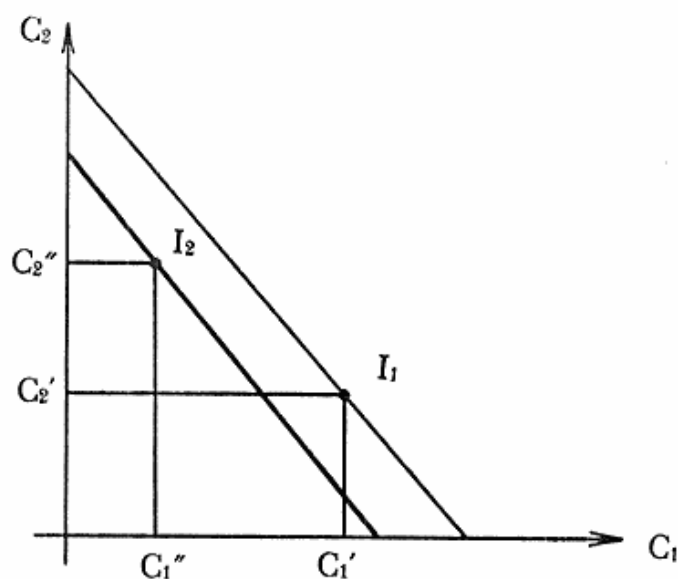


Fig. 3.

låne og udlåne, vil investor vælge det punkt på budgetlinjen, hvor hans subjektive rentefod er lig med kalkulationsrentefoden (den objektive markedsrentefod). Den subjektive rentefod behøver altså ikke optræde i investeringsovervejelserne, idet investor har mulighed for at bevæge sig ad budgetlinjen til det punkt, hvor denne subjektive rentefod er lig med kalkulationsrentefoden, som er objektivt givet. Dette er begrundelsen for, at valget mellem forskellige investeringer kan løsrives fra den intertemporale forbrugsplanlægning og dermed bliver fuldstændig objektivt og entydigt ved en kalkulationsrentefod, hvortil investor frit kan låne og udlåne.

At en højere liggende budgetlinje svarer til en højere kapitalværdi fremgår uden videre. Ses der stadig bort fra de betalinger, der er ens i de to investeringer, og henføres kapitalværdien til tidspunkt 1, ses det at kapitalværdien af I_1 her er lig med

$$c_1' + c_2'(1+i)^{-1}$$

hvilket er lig med det stykke, som budgetlinjen gennem I_1 afskærer på c_1 -aksen. Tilsvarende for I_2 . Det bør måske bemærkes, at kapitalværdien her bliver forskellig fra det almindelige udtryk, dels fordi vi ser bort fra c_0 og fra et tilsv. beløb i tidsp. 2, dels fordi kapitalværdien beregnes m. h. t. tidspunkt 1 og ikke m. h. t. tidspunkt 0.

En generalisering til flere perioder volder ingen principielle vanskeligheder.

7. Ud fra denne fremstilling kan man belyse, hvad det indebærer, at man ophæver forudsætningen om, at investor frit kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden. I det typiske tilfælde, hvor den rente, hvortil man kan optage lån, er større end den rente, hvortil man selv kan udlåne, får budgetlinierne et knæk i punkterne I_1 og I_2 , som vist i figur 4

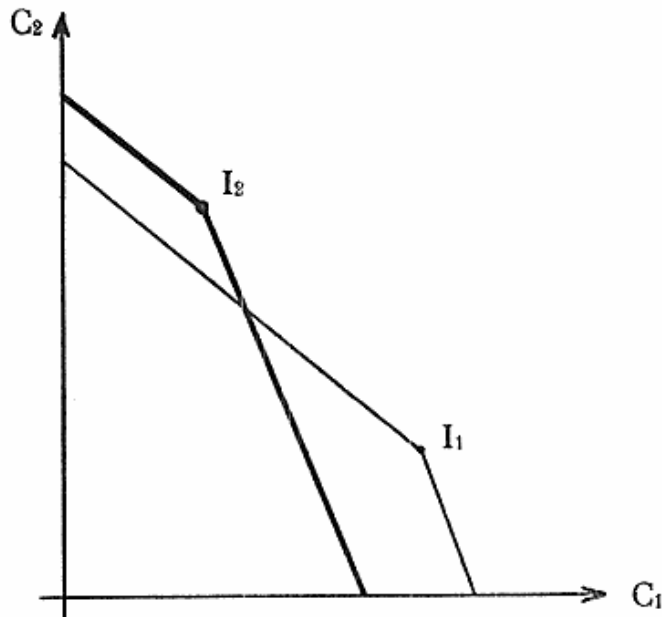


Fig. 4.

Hvis investor overhovedet ikke er i stand til at låne i tidspunkt 1, falder budgetlinjerne lodret fra punkterne I_1 og I_2 .

Dette komplicerer teorien stærkt. Fx. er det i figur 4 ikke muligt at angive, om I_1 eller I_2 er den mest fordelagtige investering, hvis man ikke kender investors indifferenskurvesystem.

I visse tilfælde vil det naturligvis gælde, at de budgetlinjer, der svarer til de forskellige investeringsalternativer, ikke skærer hinanden, selv om de har et sådant knæk, og i så fald kan valget mellem investeringsalternativerne fortsat foretages på objektivi grundlag.

Hvis man forsøger at overføre dette tilfælde til et alternativ, hvori der indgår flere betalingstidspunkter, bliver vanskelighederne ved i praksis at finde frem til disse tilfælde næsten uovervindelige. For 3 perioder må man således sikre sig, at budgetfladerne ikke skærer hinanden, for at valget kan være af objektiv natur, og ved endnu flere perioder kan en geometrisk fremstilling ikke gennemføres. Man kan utvivlsomt finde frem til en række algebraiske betingelser for, om et sådant valg kan foretages på objektivi grundlag, men det indses umid-

delbart, at dette vil være af ringe værdi for praktiske formål. Der er vel iøvrigt heller ikke grund til at tro, at det i flertallet af tilfælde vil gælde, at dette objektivitetskrav er opfyldt (jfr. herom pkt. 9).

Dersom forudsætningerne gøres endnu mere realistiske, således at renten er afhængig af det lånte (resp. det udlånte) beløbs størrelse, bliver der flere knæk på budgetlinjerne i figur 4, eller disse bliver krumlinjede, hvilket naturligvis ikke ændrer det principielle i problemet, men komplicerer forholdene yderligere.

Man kan nu spørge, om ikke konklusionen af det foregående bliver, at investor skal anvende sin subjektive rentefod som kalkulationsrentefod. Der er imidlertid to afgørende indvendinger mod denne betragtning:

a) Markedsrentefoden kan ikke sættes ud af spillet alligevel, idet der stadig er mulighed for at bevæge sig ad den (knækkede) budgetlinje inden for visse områder.

b) Det er (mildt udtrykt) næppe praktisk at anbefale en erhvervsdrivende at finde frem til sin subjektive rentefod og anvende den som kalkulationsrentefod. Dels må den subjektive rentefod som angivet i figur 2 antages at være forskellig for de forskellige betalingskombinationer, og der er altså ikke nogen enkelt subjektiv rentefod, men en subjektiv rentefunktion, dels – og det er nok det afgørende – kan man næppe angive nogen som helst hjælp til den erhvervsdrivende, der ikke på egen hånd mener at kunne foretage den fornødne introspektion. Læseren behøver blot forestille sig, at han selv skulle angive sin subjektive rentefod under forskellige forudsætninger m. h. t. fremtidige indkomstkombinationer.

8. I det foregående er kun betragtet nogle ret specielle investeringsovervejelser, hvor det var forudsat, at investeringerne beskrev hele investors økonomiske situation. Det er imidlertid klart, at hvis man ser på en investeringskalkule over et mere afgrænset projekt, vil betalingerne i de enkelte perioder blive bedømt på baggrund af forventningerne m. h. t. betalingerne fra de øvrige projekter, som indgår i investors økonomiske virksomhed. Dette kan formentlig opfattes således, at indifferenslinjerne må vise kombinationer af betalings- eller forbrugstilvækster i de forskellige perioder, som anses for lige tilfredsstillende. Dette indebærer imidlertid naturligvis, at disse indifferenslinjer ikke mere behøver at være af samme velkendte karakter som i fig. 1, fx. er det særdeles vel tænkeligt, at en indifferenslinje kan skære akserne under disse forudsætninger.

Ved sådanne mere afgrænsede investeringsobjekter er det heller ikke

muligt at opretholde forudsætningen om, at c_0 er den samme for de forskellige projekter.

Af pladshensyn skal det blot antydes, hvorledes man kan anvende en analog fremstillingsform i dette mere almindelige tilfælde.

For at kunne opretholde den geometriske fremstilling forudsættes det nu, at investeringernes varighed kun er een periode, d. v. s. een betaling i tidspunkt 0 og een i tidspunkt 1.

I figur 5 er indtegnet to sådanne investeringer, hvor der i begge tilfælde tænkes en negativ nettoindbetaling i tidspunkt 0 og en positiv i tidspunkt 1.

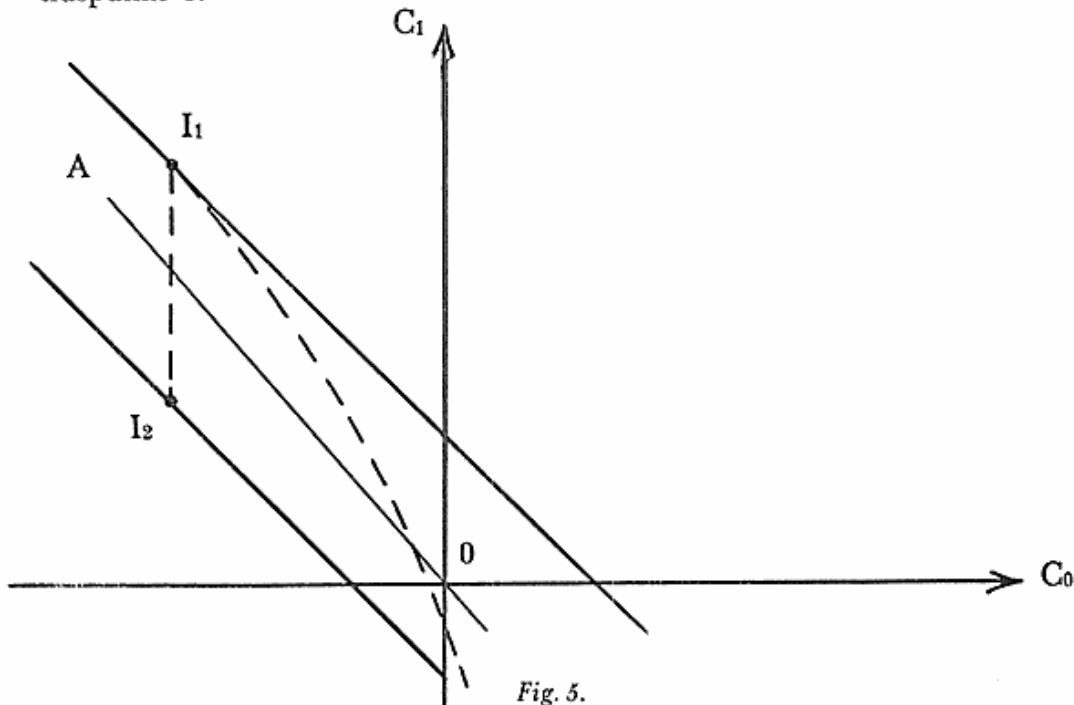


Fig. 5.

Investeringernes kapitalværdi er i begge tilfælde det stykke, som budgetlinjen afskærer af c_0 -aksen, således at altså I_1 er en fordelagtig investering, mens I_2 ikke er fordelagtig⁹⁾.

⁹⁾ Det kan måske være af interesse at bemærke, at hvis man tegner en ret linje fra 0 til I_1 , vil denne linjes hældning være $\div (1 + r_1)$, hvor r_1 er den interne rentefod i investeringen I_1 . Det ses direkte heraf, at selv for dette enkle investeringstilfælde med kun to betalinger vil maksimering af den interne rentefod kunne give helt misvisende resultater.

Såfremt c_0 er givet og man sammenligner forskellige „anbringelser“ af dette beløb (fx. I_1 og I_2) vil maksimering af den interne rentefod dog naturligvis falde sammen med maksimering af kapitalværdien, men dette tilfælde er som anført i pkt. 4 helt trivielt.

Såfremt man også her ophæver forudsætningen om at man frit kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden, får budgetlinierne et, eventuelt flere knæk eller bliver krumme linjer.

Lad os fx. tænke os, at investors muligheder for at transformere I_1 til andre kombinationer af c_0 og c_1 er udtrykt ved den punkterede kurve. Kan man deraf slutte, at I_1 ikke er fordelagtig, d. v. s. at punktet 0 er at foretrække for I_1 ?

Det kan man åbenbart ikke, thi selv om I_1 ikke kan transformeres til punktet 0, så er det heller ikke givet, at 0 kan transformeres til et punkt som ligger højere end I_1 (med mindre I_1 ligger lavere end 45° -linien AO, som investor altid må kunne realisere ved at henlægge fra tidspunkt 0 til tidspunkt 1), og en indifferenskurve, som rører den punkterede linje i I_1 , kan her særdeles vel ligge højere end punktet 0.

Det er næppe nødvendigt at gennemføre hele diskussionen fra punkt 7 på dette tilfælde, som ligeledes må kunne generalisere til flere perioder.

9. Vi kan nu på grundlag af denne analyse drage følgende konklusioner:

1) Under forudsætning af, at investor frit og ubegrænset kan låne og udlåne til kalkulationsrentefoden, kan valget mellem forskellige investeringer foretages efter fuldstændig objektive og entydige kriterier, som er helt løsrevne fra investors intertemporale forbrugsplanlægning.

2) Hvis derimod denne forudsætning ikke er opfyldt, kan valget mellem forskellige investeringer kun i specielle tilfælde foretages på objektivt grundlag. Fordelagtighedskriterierne bryder sammen, og valget mellem forskellige investeringer kan ikke mere løsrives fra det intertemporale forbrugsvalg¹⁰⁾.

Denne konklusion er ret negativ og synes at vise, at hele investeringskalkulens teori hviler på sand, for så vidt som det formentlig i mange tilfælde vil være urimeligt at forvente den rigoristiske forudsætning om, at investor frit og ubegrænset kan låne og udlåne til een og samme rentefod, opfyldt i praksis.

Vore resultater viser med andre ord et temmelig mørkt billede f. s. v. angår teoriens muligheder for at give praktikerne et nogenlunde enkelt system, som kan benyttes ved praktiske investeringskalkuler. Naturligvis kunne man tænke sig, at man går over til langt mere primitive metoder for valg mellem forskellige investeringsalternativer, nemlig en opstil-

¹⁰⁾ I det foregående er forudsat, at den betragtede virksomhed er et enkeltmandsfirma. De intertemporale præferencer for ledelsen i et aktieselskab kan næppe på samme måde bringes i direkte forbindelse med forbrugsplanlægningen, et problem som vi imidlertid skal lade ligge.

ling af de forventede netto-indbetalingsrækker, som er forbundet med de forskellige investeringer, og derefter direkte valg mellem disse på grundlag af et skøn over, hvilken af disse rækker, der giver mulighed for det mest tilfredsstillende forbrug (og formuestilling) ud i fremtiden, når der tages hensyn til de faktiske muligheder for at henlægge beløb i pengeform i visse perioder og optage lån i andre.

Men i mange tilfælde vil en sådan primitiv metode naturligvis være uanvendelig og totalt uoverskuelig.

Den her fremførte kritik af investeringskalkulens grundlag vil antagelig blive mødt med den betragtning, at selv om det nok er rigtigt, at der kan være et par procents forskel på den rente, hvortil investor kan låne og den rente, hvortil han kan udlåne, så er dette dog en ret besked den forskel. Dette synspunkt er sikkert i nogen grad berettiget, men mere afgørende er det, at i de tilfælde, hvor der er en mere eller mindre absolut øverste grænse for en virksomheds lånemuligheder, bliver der et spring i markedsrentefoden op til uendelig, og de foran fremførte betragtninger bliver relevante, med mindre virksomhedens investeringsplaner tvangsfrit holder sig inden for denne grænse og forventes at blive der inden for også ud i fremtiden.

10. Også andre vanskeligheder rejser sig ved den praktiske anvendelse af investeringskalkulen, ikke mindst usikkerhedsproblemet. Dette problem er et dobbelt, dels spørgsmålet om at vurdere hvilken usikkerhed der må antages at være forbundet med det skøn over fremtidige betalinger, som danner grundlag for investeringsovervejelserne, dels spørgsmålet om hvilke konsekvenser en bestemt usikkerheds-forventning skal have for investeringsvalget.

Mens det første af disse spørgsmål alle vanskeligheder til trods dog som oftest lader sig nærmere analysere i et vist omfang, har økonomien ikke store muligheder for at give nogen hjælp m. h. t. det andet spørgsmål.

Uden iøvrigt at komme nærmere ind på hele dette problem, tør man sikkert fastslå, at den hyppigt anvendte metode, hvor man tager hensyn til usikkerheden ved at regne med en væsentlig højere kalkulationsrentefod, er omtrent den dårligst tænkelige. Der må kræves mere end almindelig menneskelig indsigt for at kunne afgøre, hvor stor en forhøjelse af kalkulationsrentefoden der skal til for at ækvivalere den faktiske usikkerheds-forventning på de anvendte tal (som i sig selv er et subjektivt fænomen) vurderet ud fra virksomhedslederens usikkerhedsindstilling“ i netop denne specifikke situation.

Den eneste mulige konklusion synes at være, at usikkerheden må give sig udtryk i nogle alternative beregninger opstillet under forskellige forudsætninger m. h. t. de forventede betalingsrækker, kombineret med en nærmere diskussion af disse forudsætningers „sandsynlighed“, hvorefter virksomhedslederen må foretage den endelige vurdering og afgørelse.