Lunf[illegible]

Regnemetoder til fordeling af hjælpesteders omkostning på hovedsteder i omkostningsstatistikken.

Af Søren Aggebo[1])

1. Omkostningsstatistikkens opgave er i første omgang at fordele periodens omkostnings på omkostningssteder. Blandt disse er nogle rene hovedsteder, eller blot *hovedsteder,* som regnskabsmæssigt aldrig afgiver ydelser til andre omkostningssteder, men hvis primære omkostning med tillæg af eventuelle sekundære omkostninger helt og fuldt umiddelbart overvæltes på de enkelte omkostningsbærere; andre er rene hjælpesteder, eller blot *hjælpesteder,* der er karakteriseret derved, at de regnskabsmæssigt altid afgiver ydelser til mindst eet af virksomhedens øvrige omkostningssteder, mens hjælpestedernes primære og eventuelle sekundære omkostning aldrig overvæltes umiddelbart på de enkelte omkostningsbærere; og endelig kan der være blandede hjælpe- og hovedsteder, eller blot *blandede steder,* der regnskabsmæssigt altid afgiver ydelser til mindst eet af de øvrige omkostningssteder, samtidig med at en del af det blandede steds primære og eventuelle sekundære omkostning altid umiddelbart belastes omkostningsbærerne.

2. Som bekendt opstår der et særligt problem ved fordelingen af hjælpestedernes primære omkostning på hovedsteder, såfremt der mellem to eller flere hjælpesteder foregår en gensidig udveksling af ydelser. Princippet i den interne afregning er jo, at afregningsprisen for den homogene ydelse, som ethvert omkostningssted i den gensidige udveksling afgiver, bestemmes ved betingelsen.

stedets primære omkostning
\+ værdien af alle modtagne ydelser
= værdien af alle afleverede ydelser.

[1]) cand. oecon.

Regnemetoder til fordeling af hjælpesteders omkostning på hovedsteder i omkostningsstatistikken.

Af Søren Aggebo[1])

1. Omkostningsstatistikkens opgave er i første omgang at fordele periodens omkostnings på omkostningssteder. Blandt disse er nogle rene hovedsteder, eller blot *hovedsteder,* som regnskabsmæssigt aldrig afgiver ydelser til andre omkostningssteder, men hvis primære omkostning med tillæg af eventuelle sekundære omkostninger helt og fuldt umiddelbart overvæltes på de enkelte omkostningsbærere; andre er rene hjælpesteder, eller blot *hjælpesteder,* der er karakteriseret derved, at de regnskabsmæssigt altid afgiver ydelser til mindst eet af virksomhedens øvrige omkostningssteder, mens hjælpestedernes primære og eventuelle sekundære omkostning aldrig overvæltes umiddelbart på de enkelte omkostningsbærere; og endelig kan der være blandede hjælpe- og hovedsteder, eller blot *blandede steder,* der regnskabsmæssigt altid afgiver ydelser til mindst eet af de øvrige omkostningssteder, samtidig med at en del af det blandede steds primære og eventuelle sekundære omkostning altid umiddelbart belastes omkostningsbærerne.

2. Som bekendt opstår der et særligt problem ved fordelingen af hjælpestedernes primære omkostning på hovedsteder, såfremt der mellem to eller flere hjælpesteder foregår en gensidig udveksling af ydelser. Princippet i den interne afregning er jo, at afregningsprisen for den homogene ydelse, som ethvert omkostningssted i den gensidige udveksling afgiver, bestemmes ved betingelsen.

  stedets primære omkostning
+ værdien af alle modtagne ydelser
= værdien af alle afleverede ydelser.

1) cand. oecon.

Vanskeligheden ligger nu som bekendt i, at overvæltningen af omkostningen fra for eksempel „egen kraftcentral“ på hovedstederne ikke kan foregå, før end værdien af „reparationsværkstedets“ ydelser til kraftcentralen er kendt, og denne værdi kan ikke bestemmes, så længe værdien af kraftcentralens ydelser til reparationsværkstedet ikke er opgjort. Vanskeligheden kan enten findes i omkostningsstatistikken[2]) eller i omkostningsbudgettet.

Overvæltningen af hjælpestedernes primære omkostning kan regnemæssigt gennemføres på forskellig måde. To fremgangsmåder, betegnet *ligningsmetoden* og den *successive fordelingsmetode*, vil blive gennemgået og sammenlignet i det følgende[3]).

Ligningsmetoden.

3. Vi vil betragte en virksomhed, der regnskabsmæssigt er opdelt i n (> 1) hjælpesteder, som gensidigt udveksler ydelser, og k (> 1) hovedsteder, mens der indtil videre ses bort fra blandede steder. Det forudsættes, at der foreligger homogen produktion i hvert af de n hjælpesteder, og at virksomheden har opstillet en ydelsesstatistik som vist i skema 1, hvor tallene a_{ij} angiver periodens ydelse fra omkostningssted

Skema 1. Ydelsesstatistik.

Afleveret fra sted nr.	Afleveret til sted nr. 1	2	...	n	...	n+k	Produceret ialt	heraf afgivet
1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	...	$a_{1,n+k}$	a_1	α_1
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	...	$a_{2,n+k}$	a_2	α_2
.								
.								
.								
n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nn}	...	$a_{n,n+k}$	a_n	α_n

[2]) se for eks. *Palle Hansen* (red.), Håndbog i regnskabsvæsen, Kbhvn. 1952, s. 748–751, og *E. Schneider*, Industrielt Regnskabsvæsen, Kbhvn. 1945, s. 65–76.

[3]) Andre fordelingsmetoder, der bevidst ser bort fra den eksisterende udveksling, omtales af for eksempel *Charles Th. Devine*, Cost Accounting and Analysis, N. Y. 1950, s. 50–51, og *Th. Lang* (ed.), Cost Accountants' Handbook, N. Y. 1954, s. 1000–1003. Disse metoder, der går ud fra RKW-skemaets princip (se nedenfor), adskiller sig gennem den rækkefølge, hvori omkostningsstederne opstilles.

nr. i til omkostningssted nr. j ($i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, n + k$). Omkostningssted nr. i har således i løbet af perioden ialt produceret

$$(1) \qquad a_i = a_{i1} + \ldots + a_{ii} + \ldots + a_{in} \quad (i = 1, 2. \ldots, n)$$

og heraf har dette hjælpested afleveret

$$(2) \qquad \alpha_i = a_i \div a_{ii}$$

enheder til de øvrige $n + k$ omkostningssteder i virksomheden. Det bemærkes, at det af hensyn til den interne afregnings forløb er ligegyldigt, om ydelserne er konstaterede eller beregnede, eller om ydelserne er udtrykt i mængdeenheder, for eksempel persontimer, eller som forholdstal.

Idet den primære omkostning i hjælpested nr. i betegnes som b_i, defineres de priser, p_i, til hvilke den interne afregning foregår, som løsningen til ligningssystemet

$$(3) \qquad \begin{array}{c} \div \alpha_1 p_1 + a_{21} p_2 + \ldots + a_{n1} p_n = \div b_1 \\ a_{12} p_1 \div \alpha_2 p_2 + \ldots + a_{n2} p_n = \div b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n} p_1 + a_{2n} p_2 + \ldots \div \alpha_n p_n = \div b_n \end{array}$$

Spørgsmålet er nu, om man kan være sikker på, at dette ligningssystem kun har een løsning, eller om man kan risikere, at to eller flere sæt af afregningspriser vil kunne føre til en fuldstændig fordeling af hjælpestedernes omkostninger. Det er ligeledes et spørgsmål, om løsningen alene består af positive tal, eller om man i visse tilfælde vil nå frem til negative afregningspriser for hjælpestedernes ydelser.

For at belyse dette problem er det nødvendigt at fastslå, hvilke egenskaber skema 1 og dermed ligningssystemets koefficientmatrix besidder. Man bemærker først, at hjælpestedernes forbrug af egne ydelser, a_{ii}, kun influerer på afregningspriserne igennem størrelsen af de primære omkostninger. Man ser dernæst, at mindst een a_{ij}, ($i,j = 1, 2, \ldots, n$; $i \neq j$) i hver af skemaets n rækker må være positiv, thi i modsat fald indgik omkostningsstedet jo ikke i den gensidige udveksling af ydelser (jfr. bemærkningerne om RKW-skemaet nedenfor). Af samme grund må mindst een a_{ij} i hver af de første n søjler være positiv. Endvidere må mindst een $a_{i,n+j}$ ($i = 1, 2, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, k$) i de sidste $n + k$ søjler være positiv, thi i modsat fald afgav de n hjælpesteder jo udelukkende ydelser til hinanden. Hertil kommer endelig, at enhver primær omkostning, $b_i > 0$.

Det kan nu vises, at determinanten til ligningssystemets koefficientmatrix altid er forskellig fra nul; indsætter man nemlig i determinanten definitionsudtrykkene for a_i ($i = 1, 2, \ldots, n$), viser det sig, at for n lige (ulige) kan alle negative (positive) led forkortes væk, således at determinanten er positiv (negativ), idet en nærmere undersøgelse tillige viser, at ikke alle resterende led kan være nul ifølge de netop anførte egenskaber i skema 1. Systemet (3) har altså[4]) een og kun een løsning, der bestemmes som

$$(4) \qquad p_i = \frac{B_i}{A} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

hvor A er determinanten til ligningssystemets koefficientmatrix, og B_i er determinanten hørende til den matrix, der dannes ved at erstatte den i'te søjle i koefficientmatricen med vektoren $\{ \div b_1, \div b_2, \ldots, \div b_n \}$ [5]).

Indsætter man nu i determinanten B_i definitionsudtrykkene for a_i, jfr. ligning (2), ses det, at B_i altid er forskellig fra nul og har samme fortegn som determinanten A. Ligningssystemet (3) har derfor altid en og kun een løsning, der består af et positivt talsæt.

Der findes med andre ord *eet og kun eet sæt af interne afregningspriser, ved hvilke der opnås en fuldstændig fordeling af hjælpestedernes omkostninger, og disse afregningspriser er altid positive.*

4. Ligningsmetoden skal kort belyses ved et eksempel med to hjælpesteder, nemlig en kraftcentral og et reparationsværksted, og to hovedsteder, A og B. Kraftcentralens og reparationsværkstedets ydelser fremgår af skema 2. Idet krftcentralens og reparationsværkstedets primære omkostning i perioden opgøres til 600 kr., henholdsvis 1100 kr., kan af-

Skema 2. Ydelsesstatistik, taleksempel.

Afleveret fra	Afleveret til				Produceret ialt	Heraf afgivet
	Kraftcentral	Reparation	A	B		
Kraftcentral	100 kWh	800 kWh	1300 kWh	1800 kWh	4000 kWh	3900 kW
Reparation	20 h	6 h	70 h	104 h	200 h	194 h

[4]) se for eks. *R. G. D. Allen*, Mathematical Analysis for Economists, London 1947, s. 484 (Cramers sætning).

[5]) tilstedeværelsen af de nævnte egenskaber er tilstrækkelig til, men ikke nødvendig for at finde netop een positiv løsning, jfr. således RKW-kontorammen.

regningsprisen for kraft, p_1, og for reparationsydelser, p_2, findes ved løsning af de to ligninger

(5.1) $$600 + 20\ p_2 = 3900\ p_1$$

(5.2) $$1100 + 800\ p_1 = 194\ p_2$$

hvoraf

$$p_1 = 0{,}19 \qquad \text{og} \qquad p_2 = 6{,}44.$$

Herefter foregår den interne afregning som vist i skema 3, hvor der er set bort fra den primære omkostning i de to hovedsteder.

Skema 3. Overvæltning af hjælpestedernes primære omkostning (ligningsmetoden).

Kraft	Reparation	A	B
600,—	1100,—	—	—
	149,50	242,94	336,38
128,81		450,85	669,83
728,81	1249,50	693,79	1006,21

5. I det specielle tilfælde, hvor der foruden et antal hovedsteder kun forekommer n = 2 hjælpesteder, er de to afregningspriser

$$p_1 = \frac{b_1\alpha_2 + b_2a_{21}}{\alpha_1\alpha_2 \div a_{12}a_{21}} \quad \text{og} \qquad p_2 = \frac{b_2\alpha_1 + b_1a_{12}}{\alpha_1\alpha_2 \div a_{12}a_{21}}$$

Såfremt nu hjælpested nr. 2 intet har afleveret til hjælpested nr. 1, dvs. såfremt $a_{21} = 0$, foreligger der åbenbart et eksempel på det såkaldte *RKW-skema*[6]), hvor der ikke finder nogen gensidig udveksling af ydelser sted. Indsætter man $a_{21} = 0$ i udtrykkene for p_1 og p_2, fås

$$p_1 = \frac{b_1}{\alpha_1} \qquad \text{og} \qquad p_2 = \frac{b_1\dfrac{a_{12}}{\alpha_1} + b_2}{\alpha_2}$$

der netop udtrykker RKW-skemaets afregningspriser. RKW-skemaet, der er karakteriseret derved, at alle elementer a_{ij} (i,j = 1, 2, . . . , n; i > j) under diagonalleddet i skema 1 er lig med nul, fremtræder altså som et specialtilfælde af det mere almindelige tilfælde, som hidtil er blevet behandlet[7]).

[6]) *Reichkuratorium für Wirtschaftlichkeit.* Grössere Wirtschaftlichkeit, Leipzig 1937.

[7]) „RKW-Skemaet har altså ingen generel Gyldighed", E. Schneider, anf. arb., s. 67.

6. Mens drøftelserne indtil nu alene har beskæftiget sig med rene hjælpesteder og rene hovedsteder, skal det nu vises, at de anførte sætninger bevarer deres gyldighed, såfremt et vist antal af virksomhedens omkostningssteder er *blandede hjælpe- og hovedsteder.*

Er for eksempel sted nr. 1 et blandet sted, kan man tænke sig, at værdien af den del af stedets samlede produktion, der umiddelbart skal overvæltes på de enkelte omkostningsbærere, krediteres sted nr. 1 og debiteres et tænkt omkostningssted, nr. $n + k + 1$, før denne ydelse overvæltes på omkostningsbærerne. Da afregningsprisen såvel for hjælpestederne som for de blandede steders ydelse bestemmes ved, at stedets primære omkostning med tillæg af værdien af alle modtagne ydelser netop skal udgøre værdien af alle afleverede ydelser, og da ydelsesstatistikken nu formelt fremtræder helt som skema 1, findes de søgte afregningspriser som løsningen til ligningssystemet (3). Systemet har en og kun een løsning, nemlig det positive talsæt, der udgør afregningspriserne for hjælpestedernes og de blandede steders ydelser.

Den successive fordelingsmetode.

7. I stedet for en beregning af afregningspriserne ved hjælp af et ligningssystem som (3), beskrives i litteraturen[8]) en alternativ metode, der kan være lettere at håndtere i praksis. Det drejer sig om en iterativ fremgangsmåde til løsning af lineære ligningssystemer, og metoden vil her blive betegnet som den successive fordelingsmetode.

Til belysning af metoden vil vi her i første omgang betragte to hjælpesteder, nr. 1 og nr. 2, samt eet hovedsted, nr. 3. De to hjælpesteders primære omkostning i den betragtede periode udgør b_1 og b_2; omkostningssted nr. 1 (2) har afleveret a_{12} (a_{21}) mængdeenheder til sted nr. 2 (1) og derudover til hovedstedet a_{13} (a_{23}) mængdeenheder.

Hjælpested nr. 1 har altså ialt afgivet til de øvrige af virksomhedens afdelinger

$$a_{12} + a_{13} = \alpha_1,$$

og nr. 2 har tilsvarende afgivet

$$a_{21} + a_{23} = \alpha_2.$$

Ved division med α_1, henholdsvis α_2, fås

$$c_{12} + c_{13} = 1 \qquad \text{og} \qquad c_{21} + c_{23} = 1,$$

[8]) se *Th. Lang*, anf. arb., s. 1008 ('Trial and Error Method'). Den af Lang (s. 1009) omtalte 'Method of Continued Distribution', der er identisk med, hvad *Carl Th. Devine*, anf. arb., s. 48 kalder 'Attrition Method', og hvad *Palle Hansen*, anf. arb., s. 750, betegner som 'udvidet successiv fordeling', adskiller sig ikke fra Langs førstnævnte metode i sit principielle indhold, men kun med hensyn til den praktiske beregningsmåde.

hvor

(6) $c_{ij} = \dfrac{a_{ij}}{\alpha_i}$ $(i = 1, 2;\ j = 1, 2, 3).$

For eksempel betegner brøken c_{21} den andel, som omkostningssted nr. 1 modtager af den samlede mængde af ydelser, som sted nr. 2 afgiver til virksomhedens afdelinger.

Beregningerne foregår nu som vist i skema 4. I første trin, skemaets øverste del, lægger man til den primre omkostning i hjælpested nr. 1 produktet af brøken c_{21} og den primære omkostning i sted nr. 2. Denne sum, der betegnes $b_1^{(1)}$, indgår i andet trin, skemaets nederste del, hvor den multipliceres med brøken c_{12}; adderer man til dette produkt den primære omkostning i hjælpested nr. 2, fremkommer en ny sum, der indgår i be-

Skema 4. Den successive fordelingsmetode, to hjælpesteder.

1. trin	2. trin	...	m ÷ 1' trin	mte trin
b_1	b_1	...	b_1	b_1
$+ c_{21}b_2$	$+ {}_{21}b_2^{(1)}$	...	$+ c_{21}b_2^{(m \div 2)}$	$+ c_{21}b_2^{(m \div 1)}$
$= b_1^{(1)}$	$= b_1^{(2)}$	...	$= b_1^{(m \div 1)}$	$= b_1^{(m)}$
b_2	b_2	...	b_2	b_2
$+ c_{12}b_1$	$+ c_{12}b_1^{(1)}$	...	$+ c_{12}b_1^{(m \div 2)}$	$+ c_{12}b_1^{(m \div 1)}$
$= b_2^{(1)}$	$= b_2^{(2)}$	...	$= b_2^{(m \div 1)}$	$= b_2^{(m)}$

regningernes tredie trin, øverste halvdel, etc. På tilsvarende måde går man frem fra 1. trin, nederste halvdel, til 2. trin, øverste halvdel, tredie trin, nederste halvdel og så fremdeles.

Beregningerne fortsættes nu i så mange trin, m, at forskellen i summerne i det m'te og det m ÷ 1'ste beregningstrin er mindre end et vist positivt tal, Θ, hvis størrelse afhænger af den nøjagtighed, man ønsker i de primære omkostningers afregning.

Beregningerne må altså fortsættes, indtil såvel

(7) $b_1^{(m)} \div b_1^{(m \div 1)} \leqslant \Theta$

som

(8) $b_2^{(m)} \div b_2^{(m \div 1)} \leqslant \Theta.$

Af det m'te beregningstrin i skema 4 fremgår det, at

(9) $b_1^{(m)} = b_1 + c_{21}b_2^{(m \div 1)}$

og

(10 $b_2^{(m)} = b_2 + c_{12}b_1^{(m \div 1)}$.

Ved hjælp af disse rekursionsformler kan $b_1^{(m)}$ skrives som

$$b_1^{(m)} = b_1 + c_{21}b_2 + c_{12}c_{21}b_1 + c_{12}c_{21}^2b_2 + \\ \dots + c_{12}^{m \div 3}c_{21}^{m \div 2}b_2 + c_{12}^{m \div 2}c_{21}^{m \div 2}b_1,$$

ligesom

$$b_2^{(m)} = b_2 + c_{12}b_1 + c_{12}c_{21}b_2 + c_{12}^2c_{21}b_1 + \\ \dots + c_{12}^{m \div 2}c_{21}^{m \div 3}b_1 + c_{12}^{m \div 2}c_{21}^{m \div 2}b_2.$$

I udtrykket for for eksempel $b_1^{(m)}$ vokser exponenten til c_{12} (c_{21}) altså med 1 i hvert andet led, nemlig i de led, hvori b_1 (b_2) indgår. Det sidste led i hvert af disse udtryk falder dog bort, såfremt antallet af trin, m, er et ulige tal.

Ulighederne (7) og (8) kan herefter, hvis m er lige, skrives som

(7a) $c_{12}^{m \div 2}c_{21}^{m \div 2}b_1 \leqslant \Theta$ og (8a) $c_{12}^{m \div 2}c_{21}^{m \div 2}b_2 \leqslant \Theta$,

mens man for m ulige får

(7b) $c_{12}^{m \div 3}c_{21}^{m \div 2}b_2 \leqslant \Theta$ og (8b) $c_{12}^{m \div 2}c_{21}^{m \div 3}b_1 \leqslant \Theta$.

Det fremgår heraf, at såfremt der finder gensidig udveksling sted mellem to omkostningssteder, er *det antal trin, m, der skal til for at opnå en bestemt nøjagtighed i den successive fordeling, desto større, jo større procentvise ydelser, der indgår i den gensidige udveksling*[9]). Ligeledes ses det, at *antallet af trin vokser med størrelsen af de primære omkostninger og med den ønskede nøjagtighed.*

8. Det skal herefter undersøges, hvorvidt den successive fordeling ved to hjælpesteder, bortset fra den med metoden forbundne nøjagtighed (tallet Θ), altid vil føre til samme resultat som ligningsmetoden.

Ved den successive fordeling er beløbet

$$c_{21}b_2^{(m \div 1)} = \frac{a_{21}}{\alpha_2} b_2^{(m \div 1)}$$

det tilnærmede udtryk for værdien af de ydelser, som hjælpested nr. 1 har modtaget fra nr. 2, mens man efter ligningsmetoden belaster sted

[9]) „The smaller the percentages applicable to other service departments the quicker the assignment is completed." *Carl Th. Devine*, anf. arb., s. 49 f.

nr. 1 med beløbet $a_{21}p_2$. – Tilsvarende debiteres sted nr. 2 ifølge den successive fordelingsmetode med

$$c_{12}b_1^{(m \div 1)} = \frac{a_{12}}{\alpha_1} b_1^{(m \div 1)},$$

mens det tilsvarende beløb efter ligningsmetoden udgør $a_{12}p_1$.

Betragter man nu $b_1^{(m \div 1)}$, der kan skrives som

$$b_1^{(m \div 1)} = b_1 (1 + c_{12}c_{21} + c_{12}^2 c_{21}^2 + \ldots + c_{12}^{m \div 2} c_{21}^{m \div 2} +$$
$$c_{21}b_2 (1 + c_{12}c_{21} + c_{12}^2 c_{21}^2 + \ldots c_{12}^{m \div 3} c_{21}^{m \div 3}),$$

ses det, at $b_1^{(m \div 1)}$ konvergerer mod en grænseværdi, når m vokser ud over alle grænser, idet jo koefficienten $c_{12}c_{21}$ er et tal mellem 0 og 1. Denne grænseværdi,

$$\lim_{m \to \infty} b_1^{(m \div 1)} = \frac{b_1 \div c_{21}b_2}{1 \div c_{12}c_{21}}$$
$$= \alpha_1 \frac{\alpha_2 b_1 \div a_{21}b_2}{\alpha_1\alpha_2 \div a_{12}a_{21}} = \alpha_1 p_1,$$

jfr. ligning (4) og (6). Herefter er

$$c_{12} (\lim_{m \to \infty} b_1^{(m \div 1)}) = a_{12}p_1,$$

og da det tillige viser sig, at

$$c_{21} (\lim_{m \to \infty} b_2^{(m \div 1)}) = a_{21}p_2,$$

fører den indbyrdes afregning af de primære omkostninger mellem to hjælpesteder, der udveksler ydelser, altså til *nøjagtig samme resultat ved den successive fordelingsmetode som ved ligningsmetoden, såfremt antallet af beregningstrin i den successive fordeling vokser ud over alle grænser*. I den forbindelse bemærker man, at løsningen ved successiv fordeling som nævnt kan opnås med en hvilken som helst nøjagtighed ved at vælge et tilstrækkelig stort antal beregningstrin, jfr. ulighederne (7) og (8).

9. Den successive fordelingsmetode skal nu kort belyses ud fra taleksemplet i punkt 4. I henhold til skema 2 udgør de 800 kWh, som kraftcentralen har ydet reparationsværkstedet 20,5 % af kraftcentralens samlede ydelse, og tilsvarende udgør reparationsværkstedets ydelser til kraftcentralen 10.3 % af reparationsværkstedets ydelser til andre omkostningssteder ('Heraf afgivet'), jfr. iøvrigt ligning (6).

Beregningerne foregår nu som vist i skema 5. I første trin, skemaets øverste halvdel, lægger man til kraftcentralens primære omkostning, 600 kr., produktet af brøken 0,103 og reparationsværkstedets primære omkostning på 1100 kr. Denne sum, der udgør 713 kr., indgår i 2' trin

Skema 5. Den successive fordelingsmetode, taleksempel.

1. trin	2. trin	3. trin	4. trin	5. trin
600.—	600.—	600.—	600.—	600.—
113.—	125.97	128.36	128.63	128.68
713.—	725.97	728.36	728.63	728.68
1100.—	1100.—	1100.—	1100.—	1100.—
123.—	146.23	148.82	149.33	149.37
1223.—	1246.23	1248.82	1249.33	1249.37

(skemaets nederste del), idet summen af reparationsværkstedets primære omkostning og produktet af brøken 0.205 og de 713 kr. beløber sig til kr. 1246.23. Denne sum indgår nu i tredie beregningstrin i skemaets øverste halvdel, og så fremdeles. – På tilsvarende måde adderes i første trin, nederste halvdel, produktet af brøken 0.205 og kraftcentralens primære omkostning. Denne sum på 1223 kr. indgår i 2. trin, øverste del, etc.

Beregningerne er nu fortsat så langt, at summerne i to på hinanden følgende beregningstrin ikke afviger fra hinanden mere end $\Theta = 0{,}50$ kr., jfr. ligning (7) og (8), idet vi her ønsker en nøjagtighed i hele kroner.

Beregningerne er nu i 5. trin resulteret i, at kraftcentralen debiteres for 129 kr., mens reparationsværkstedet debiteres for 149 kr., hvilket svarer til resultatet ifølge ligningsmetoden, se skema 3.

10. Der skal her afstås fra en systematisk undersøgelse af den successive fordelingsmetode for det tilfælde, at flere end to arbejdssteder gensidigt udveksler ydelser, idet dog beregningsteknikken ganske kort skal omtales for $n = 3$ hjælpesteder.

De tre hjælpesteder kaldes nr. 1, nr. 2 og nr. 3, mens de øvrige omkostningssteder under eet betegnes som nr. 4. De samlede mængder af ydelser, som er afgivet af hvert af de tre hjælpesteder til de øvrige omkostningssteder i virksomheden er

$$\Sigma a_{ij} = \alpha_i \qquad (i = 1, 2, 3;\ j = 1, 2, 3, 4;\ i \neq j)$$

Disse relationer bringes på brøkformen ved division med α_i og kan derpå skrives på formen

$$\Sigma c_{ij} = 1.$$

Beregningerne foregår nu som vist i skema 6, hvoraf det fremgår, at metoden er helt analog med den successive fordeling for to hjælpesteder. Antallet af beregningstrin bestemmes ved den betingelse, at to på hin-

Skema 6. Den successive fordelingsmetode, tre hjælpesteder.

1. trin	2. trin	...	m ÷ 1 trin	m'te trin
b_1 $+ c_{21}b_2$ $+ c_{31}b_3$ $= b_1^{(1)}$	b_1 $+ c_{21}b_2^{(1)}$ $+ c_{31}b_3^{(1)}$ $= b_1^{(2)}$	... ...	b_1 $+ c_{21}b_2^{(m \div 2)}$ $+ c_{31}b_3^{(m \div 2)}$ $= b_1^{(m \div 1)}$	b_1 $+ c_{21}b_2^{(m \div 1)}$ $+ c_{31}b_3^{(m \div 1)}$ $= b_1^{(m)}$
b_2 $+ c_{12}b_1$ $+ c_{32}b_3$ $= b_2^{(1)}$	b_2 $+ c_{12}b_1^{(1)}$ $+ c_{32}b_3^{(1)}$ $= b_2^{(2)}$	... ...	b_2 $+ c_{12}b_1^{(m \div 2)}$ $+ c_{32}b_3^{(m \div 2)}$ $= b_2^{(m \div 1)}$	b_2 $+ c_{12}b_1^{(m \div 1)}$ $+ c_{32}b_3^{(m \div 1)}$ $= b_2^{(m)}$
b_3 $+ c_{13}b_1$ $+ c_{23}b_2$ $= b_3^{(1)}$	b_3 $+ c_{13}b_1^{(1)}$ $+ c_{23}b_2^{(1)}$ $= b_3^{(2)}$	... ...	b_3 $+ c_{13}b_1^{(m \div 2)}$ $+ c_{23}b_2^{(m \div 2)}$ $= b_3^{(m \div 1)}$	b_3 $+ c_{13}b_1^{(m \div 1)}$ $+ c_{23}b_2^{(m \div 1)}$ $= b_3^{(m)}$

ande følgende beregningstrin, med den ønskede nøjagtighed, giver samme resultat.

Spørgsmålet er nu, hvorvidt det er muligt at udtale sig om, hvorledes det antal trin, der skal til for at opnå en given nøjagtighed, varierer dels med størrelsen af de primære omkostninger og dels med størrelsen af de indbyrdes ydelser i de tre hjælpesteder. – Såfremt en ændring i en af de procentvise ydelser modsvares af en tilsvarende ændring i ydelserne til et eller flere af de øvrige hjælpesteder, er det ikke i almindelighed muligt at forudsige noget om det nødvendige antal trin i iterationen. Derimod gælder følgende regel, som anføres uden bevis: Det antal beregningstrin, der skal til for at opnå en bestemt nøjagtighed i den successive fordelingsmetode ved tre eller flere hjælpesteder, vokser med en stigning i enhver procentvis ydelse fra hjælpestederne, hvor denne stigning modsvares af en nedgang i de procentvise ydelser til omkostningssteder, der står uden for den gensidige udveksling af ydelser. Ligeledes vokser antallet af beregningstrin med enhver stigning i hjælpestedernes primære omkostning og med den ønskede nøjagtighed.