Bidragsmetoden og nøglefaktorerne.

Af Niels Nielsen.[1]

I en artikel i dette tidsskrift har Erik Kjeld Olsen gjort rede for contribution-princippet, også kaldet bidragsmetoden.[2] Uden iøvrigt at tage stilling til de af Erik Kjeld Olsen fremførte synspunkter skal jeg i det følgende gøre nogle bemærkninger om de i artiklen omtalte nøglefaktorer og disse faktorers rolle i nogle af bidragsmetodens anvendelser.

Erik Kjeld Olsen skriver om nøglefaktorerne[2] bl. a. følgende: »I en gruppe af samarbejdende maskiner er den anlægsdel, der har den mindste potentielle kapacitet, den »knappe« faktor. Når denne anlægsdels kapacitetsgrænse ved normal arbejdsindsats nås, bliver den til en flaskehals, og en yderligere udvidelse af produktionen pr. periode kan kun ske med en stigning i funktionsomkostningerne.

Udnyttelsen af en knap faktor af denne art er tidsmæssigt begrænset. Hvis den kan anvendes til fremstillingen af flere forskellige varer, må disse varer derfor bedømmes ved hjælp af deres dækningsbidrag pr. tidsenhed af den knappe faktor.

Men den knappe faktor kan være andet end en maskine. Den kan være et mangelråstof — det gælder da om at anvende dette til de varer, der giver det største dækningsbidrag pr. mængdeenhed af råstoffet — eller den menneskelige arbejdskraft eller f. eks. det areal, virksomheden har til rådighed. I visse forbindelser kan det tænkes, at »knapheden« ved mulige produktionsudvidelser er så hypotetisk, at der i realiteten ikke kan blive tale om nogen knaphed, f. eks. ved reparations- og servicearbejder, der udføres uden for virksomheden, eller ved visse entreprenørarbejder. Man kan derfor i stedet for begrebet

---

[1] Lektor, cand. oecon., Handelshøjskolen i Århus.

[2] Erik Kjeld Olsen: Contribution-princippet, Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1955, nr. 1. Citatet er taget fra side 8 ff.

Bidragsmetoden og nøglefaktorerne.

Af Niels Nielsen.[1])

I en artikel i dette tidsskrift har Erik Kjeld Olsen gjort rede for contribution-princippet, også kaldet bidragsmetoden.[2]) Uden iøvrigt at tage stilling til de af Erik Kjeld Olsen fremførte synspunkter skal jeg i det følgende gøre nogle bemærkninger om de i artiklen omtalte nøglefaktorer og disse faktorers rolle i nogle af bidragsmetodens anvendelser.

Erik Kjeld Olsen skriver om nøglefaktorerne[2]) bl. a. følgende: »I en gruppe af samarbejdende maskiner er den anlægsdel, der har den mindste potentielle kapacitet, den »knappe« faktor. Når denne anlægsdels kapacitetsgrænse ved normal arbejdsindsats nås, bliver den til en flaskehals, og en yderligere udvidelse af produktionen pr. periode kan kun ske med en stigning i funktionsomkostningerne.

Udnyttelsen af en knap faktor af denne art er tidsmæssigt begrænset. Hvis den kan anvendes til fremstillingen af flere forskellige varer, må disse varer derfor bedømmes ved hjælp af deres dækningsbidrag pr. tidsenhed af den knappe faktor.

Men den knappe faktor kan være andet end en maskine. Den kan være et mangelråstof — det gælder da om at anvende dette til de varer, der giver det største dækningsbidrag pr. mængdeenhed af råstoffet — eller den menneskelige arbejdskraft eller f. eks. det areal, virksomheden har til rådighed. I visse forbindelser kan det tænkes, at »knapheden« ved mulige produktionsudvidelser er så hypotetisk, at der i realiteten ikke kan blive tale om nogen knaphed, f. eks. ved reparations- og servicearbejder, der udføres uden for virksomheden, eller ved visse entreprenørarbejder. Man kan derfor i stedet for begrebet

---

[1]) Lektor, cand. oecon., Handelshøjskolen i Århus.

[2]) Erik Kjeld Olsen: Contribution-princippet, Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1955, nr. 1. Citatet er taget fra side 8 ff.

»knap faktor« anvende udtrykket »nøglefaktor« som betegnelse for de goder eller ydelser, der vil være relevante ved vurderingen af forskellige dækningsbidrag.

... Dækningsbidraget pr. tids- eller mængdeenhed af nøglefaktoren kaldes det *effektive dækningsbidrag* og er den afgørende størrelse ikke alene ved bedømmelsen af forskellige varers lønsomhed, men også ved den hurtige, grundlæggende priskalkulation.«

Forudsat at de hermed citerede betragtninger om nøglefaktorerne fortolkes på en bestemt måde, kan jeg stort set tilslutte mig det refererede synspunkt; men det forekommer mig, at forskellige problemer, som Erik Kjeld Olsen ikke går nærmere ind på, tiltrænger afklaring.

I mundtlige diskussioner om bidragsmetoden er jeg hyppigt blevet præsenteret for et ræsonnement af omtrent følgende indhold: »Når en virksomhed skal fastlægge det mest lønsomme produktionsprogram for en kommende periode, må man først gøre sig klart, hvilken faktor der i denne periode vil blive virksomhedens knappe faktor eller nøglefaktor. Dernæst beregnes de forskellige varers forventede, *effektive* dækningsbidrag. Herefter er man i stand til at afgøre, hvilke varer det vil være fordelagtigst at producere i perioden. Det optimale produktionsprogram opnås ved at producere varerne med de højeste *effektive* dækningsbidrag«.

Denne tankegang er behæftet med adskillige svagheder; men jeg skal nøjes med at kommentere enkelte af dem. Når man ræsonnerer som lige refereret, går man åbenbart ud fra, at en virksomheds ledelse umiddelbart eller i hvert fald uden omstændelige beregninger kan fastslå, hvilken faktor der i en kommende periode vil blive *den knappe* faktor, *nøglefaktoren*. Man glemmer tilsyneladende, at dette meget ofte vil afhænge af, hvilket produktionsprogram der skal gennemføres i perioden. Man kan følgelig *ikke finde* det mest lønsomme produktionsprogram ved at beregne de forskellige produkters dækningsbidrag pr. enhed af *den knappe* faktor, for man ved tit ikke, hvilken faktor dette er, *før man har fundet* det optimale produktionsprogram. Iøvrigt kan der naturligvis tænkes situationer, hvori der overhovedet ikke optræder nogen knap faktor, ligesom det kan forekomme, at flere faktorer er »lige knappe«. Dette sidste indebærer visse, ofte oversete, problemer, når to eller flere faktorer er »lige knappe« ved gennemførelsen af et bestemt produktionsprogram, men ikke, når virksomheden vælger et andet produktionsprogram. Det er indlysende, at det normalt ikke er ligegyldigt, hvilken faktor man anser for at være nøglefaktoren. Den relative højde af de forskellige varers effektive dækningsbidrag kan nemlig bero på, hvilken faktor dækningsbidragene beregnes pr. enhed af.

Jeg vil i det følgende dels bevise rigtigheden af de ovenfor anførte postulater, dels antyde, hvordan man kan bestemme det optimale produktionsprogram ved hjælp af bidragsmetoden, når der optræder mere end een knap faktor i problemet. For at begrænse artiklen og for at reducere anvendelsen af matematiske hjælpemidler til et minimum vil jeg opstille en række stærkt forenklende forudsætninger, der dog i parentes bemærket ikke er nødvendige for bevisførelsen og iøvrigt næppe er mere urealistiske end de forudsætninger, som tilhængerne af bidragsmetoden normalt udtrykkeligt eller stiltiende bygger på. Den nedenfor skitserede beregningsmetode kan generaliseres, så den bliver anvendelig på situationer, der er langt mere komplicerede og realistiske end de her behandlede. Jeg er helt enig med Erik Kjeld Olsen i, at beregninger ikke blot skal være interessante — og rigtige — men også anvendelige, og jeg vil derfor skynde mig at tilføje, at adskillige amerikanske virksomheder med fordel har benyttet den omhandlede beregningsmetode i dens mere generaliserede form på praktiske problemer af vidt forskellig art.

Det optimale produktionsprogram for en virksomhed, som producerer to varer, når der i produktionen anvendes n knappe faktorer.

Det problematiske i at benytte »det effektive dækningsbidrag« ved bedømmelsen af forskellige varers lønsomhed kommer frem allerede i det simple tilfælde, hvor der til produktionen af 2 varer anvendes 2 knappe faktorer. Da det ikke forenkler vort problems løsning i væsentlig grad, vil vi dog ikke gøre den forudsætning, at antallet af knappe faktorer netop er 2. Vi antager i stedet, at virksomheden i sin planlægning må tage hensyn til n knappe faktorer, hvor $n \geq 2$.

Lad os tænke os, at en virksomhed producerer 2 varer X_1 og X_2 og i disse varers produktion benytter de n knappe faktorer $A_1, A_2, \ldots\ldots A_n$. De knappe faktorer kan være mangelråstoffer, maskintimer, persontimer, pladstimer o.s.v.; der vil normalt være mange forskellige faktorer, der under givne omstændigheder kan sætte grænser for produktionens omfang. Under såkaldte normale forhold er det oftest visse dele af det faste anlæg (bygninger, maskiner m. v.), der begrænser produktionsomfanget, medens andre faktorer såsom råstoffer, arbejdstimer m. v. kan købes i de til enhver tid ønskede mængder. Naturligvis kan også anlægget teknisk set som regel udvides, men det afgørende er, at man i mange kalkylesituationer må se bort fra sådanne udvidelser. Om de knappe faktorers knaphed får nogen betydning for en kalkyles udfald, beror på, om de udnyttes fuldt ud, når man realiserer det gunstigste af den givne situations mulige alternativer. I depressionsperioder og i virksomheder i tilbagegang vil det hyppigt være sådan, at ingen af de knappe faktorer udnyttes fuldt ud, og man behøver da ikke at tage hensyn til sådanne faktorer i virksomhedens korttidskalkyler. Dette forklarer formentlig, at man ikke i trediverne driftsøkonomi og regnskabsvæsen interesserede sig synderligt for nøglefaktorerne.

Som det vil ses, har man i den erhvervsøkonomiske analyse brug for to begreber: de *latent* knappe faktorer og de *effektivt* knappe faktorer, og et af vore problemer er at finde ud af, hvilke af de latent knappe faktorer der i den givne situation vil være effektivt knappe, når man realiserer det mest lønsomme produktionsprogram.

Vi vil indtil videre ikke forudsætte noget om, hvorvidt de n knappe faktorer $A_1, A_2, \ldots, A_n$ er effektivt knappe; vi forudsætter kun, at de er latent knappe, og hermed mener vi simpelt hen, at de er til stede i en given mængde, der i den betragtede situation ikke kan øges. De til rådighed stående mængder af de n faktorer vil vi betegne henholdsvis $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Lad os endvidere betegne den forbrugte mængde af $A_1, A_2, \ldots, A_n$ til fremstilling af en enhed af X_1 med henholdsvis $a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1n}$ og til fremstilling af en enhed af X_2 med henholdsvis $a_{21}, a_{22}, \ldots, a_{2n}$. Vi antager, at disse såkaldte tekniske koefficienter er uafhængige af de producerede mængder af X_1 og X_2, hvilket med begrænsede svingninger i produktionen hyppigt vil være en nogenlunde realistisk antagelse i industrien. Iøvrigt kan denne antagelse modificeres, uden at man behøver at opgive den her beskrevne beregningsmetode. De producerede mængder af X_1 og X_2 vil vi benævne henholdsvis x_1 og x_2.

De grænser, som eksistensen af de n latent knappe faktorer sætter for produktionsomfanget af X_1 og X_2, kan nu udtrykkes ved hjælp af følgende uligheder, subsidiært ligheder:

$$
\begin{array}{lr}
a_{11}x_1 + a_{21}x_2 \leqq a_1 & (1) \\
a_{12}x_1 + a_{22}x_2 \leqq a_2 & (2) \\
a_{13}x_1 + a_{23}x_2 \leqq a_3 & . \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & . \\
a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 \leqq a_n & (n)
\end{array}
$$

Hvad dette betyder, kan man anskueliggøre i et koordinatsystem, hvori man afsætter de producerede mængder x_1 og x_2 på hver sin akse, jfr. fig. 1.

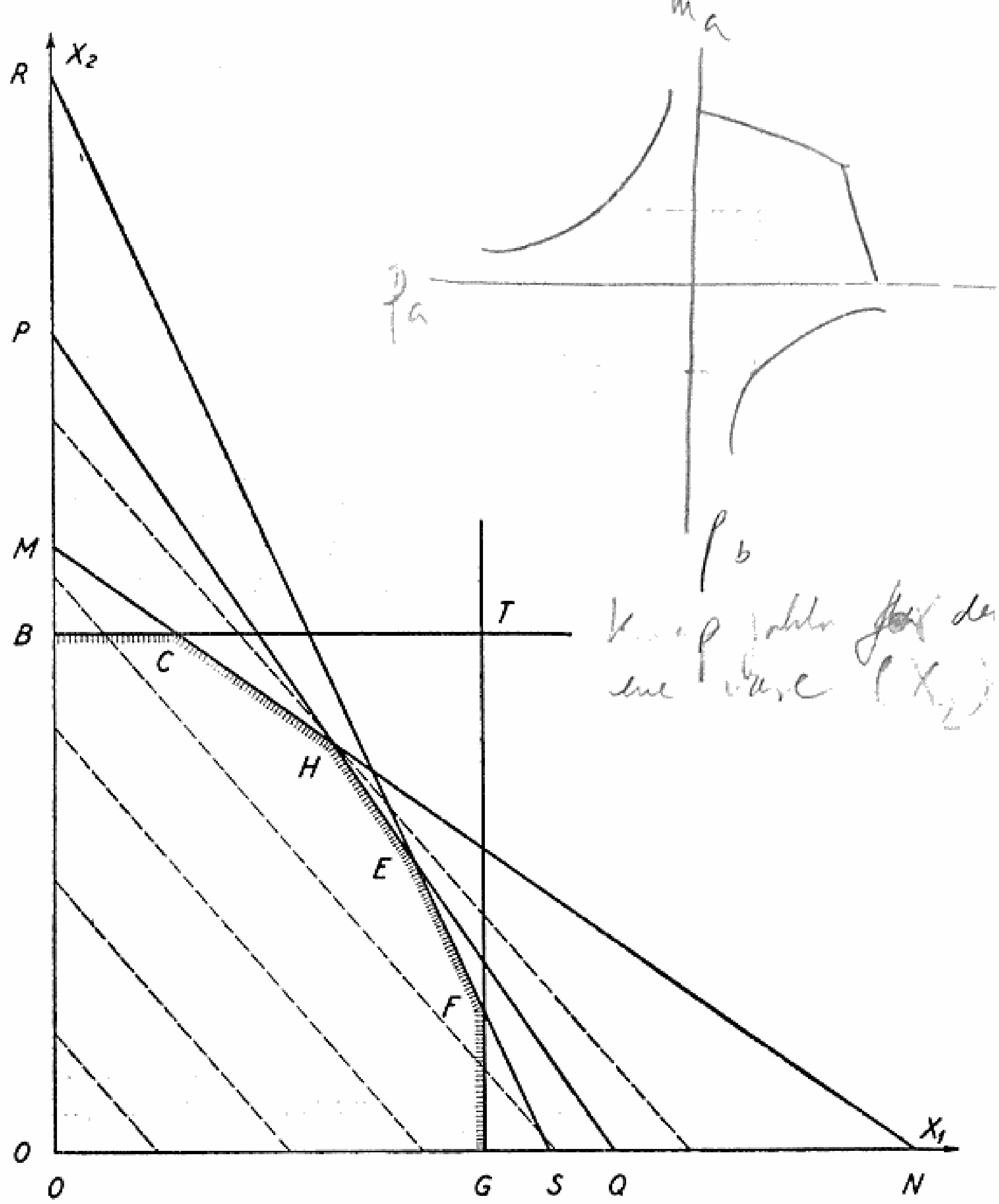


Fig. 1.

Vi har i fig. 1 antaget, at antallet af latent knappe faktorer n er lig fem. Hver af linierne BT, MN, PQ, RS og GT i figuren svarer til en af omstående betingelser, når ulighedstegnene heri slettes. Svarer f. eks.

linien PQ til ligning (3), d.v.s. til faktoren A_3, kan denne linies ligning som bekendt omskrives til:

$$x_2 = \div \frac{a_{13}}{a_{23}} x_1 + \frac{a_3}{a_{23}}$$

Linien PQ angiver således de mængdekombinationer af x_1 og x_2, der fuldt ud lægger beslag på den til rådighed stående mængde af faktoren A_3. Linierne BT, MN, RS og GT har en analog betydning. Men heraf følger naturligvis, at eksistensen af de latent knappe faktorer hindrer, at der af varerne X_1 og X_2 kan produceres mængdekombinationer, der ligger udenfor arealet OBCHEFGO. Dette areal vil vi kalde produktionsområdet for X_1 og X_2. Ethvert punkt i dette område angiver en teknisk mulig produktionskombination. Den brudte linie BCHEFG kan vi betegne kapacitetsgrænsen. Rigtigheden af disse bemærkninger kan meget let bevises matematisk. Jeg vil dog som bevisførelse nøjes med at anføre følgende ræsonnement: Vælger man et vilkårligt x_1 indenfor produktionsområdet og forøger x_2 så meget, som det er muligt uden at overtræde nogen af betingelserne (1), (2), ..., (n), kommer man til et punkt på kapacitetsgrænsen. Det samme vil være tilfældet, hvis man vælger et vilkårligt x_2 i produktionsområdet og forøger x_1 så meget, som der teknisk set er mulighed for. Det turde endvidere være umiddelbart indlysende, at de knappe faktorers eksistens ikke kan være til hinder for, at man kan producere mængdekombinationer, hvori både x_1 og x_2, hhvs. enten x_1 eller x_2, er mindre end de tilsvarende koordinater til et eller andet punkt på kapacitetsgrænsen.

Lad os dernæst antage, at vi kender dækningsbidragene pr. enhed af de to varer. Vi kan betegne dækningsbidragene pr. enhed af X_1 og X_2 med henholdsvis d_1 og d_2, og vi vil forudsætte, at d_1 og d_2 er uafhængige af de producerede mængder af X_1 og X_2. Denne forudsætning er naturligvis langt fra altid realistisk; men det er en forudsætning, som tilhængerne af bidragsmetoden meget hyppigt stiltiende eller udtrykkeligt opererer med, og den kan undertiden være tilladelig. Jeg skal senere komme ind på, i hvilken udstrækning forudsætningen kan hæves, uden at man behøver at opgive det essentielle i den her beskrevne beregningsmetode. Foreløbig tænker vi os, at priserne og grænseomkostningerne for varerne X_1 og X_2 er givne størrelser, der er uafhængige af de producerede mængder inden for de intervaller, der interesserer os. Ved dækningsbidraget pr. enhed af varen forstår vi varens pris $\div$ varens grænseomkostning.

Virksomhedens samlede dækningsbidrag, kaldet D, kan herefter skrives:

$$D = d_1x_1 + d_2x_2$$

Denne ligning kan omskrives til:

$$x_2 = \div \frac{d_1}{d_2} x_1 + \frac{D}{d_2}$$

Heraf følger, at de kombinationer af x_1 og x_2, der indbringer virksomheden et dækningsbidrag af en eller anden given størrelse, ligger på en ret linie, og at der til forskellige totale dækningsbidrag for virksomheden svarer forskellige parallelle rette linier, sålænge d_1 og d_2 som forudsat er givne tal. Nogle af disse rette linier, som vi vil kalde isodækningsbidragslinier, er vist stiplet i fig 1.[1])

Det er nu let at indse, at den mest lønsomme af de teknisk mulige produktionskombinationer må svare til det — i produktionsområdet beliggende — punkt, der samtidig befinder sig på den højst beliggende isodækningsbidragslinie. Dækningsbidraget stiger nemlig, når man går op på en højere beliggende linie. Det optimale produktionsprogram svarer følgelig til et af punkterne B, C, H, E, F eller G, alt efter isodækningsbidragsliniens hældning. Som figur 1 er tegnet, er det optimale punkt H. Hertil svarer et produktionsprogram, som fuldstændig udnytter 2 af de knappe faktorer. Af de 5 latent knappe faktorer vil 2 faktorer altså være effektivt knappe. Havde det optimale punkt været B eller G, ville kun 1 faktor have været effektivt knap.

Efter at vi nu har vist, hvorledes man — ganske vist under specielle forudsætninger — kan bestemme det optimale produktionsprogram for en virksomhed, der producerer to varer, vil vi undersøge, om vi ville være kommet til det rigtige resultat, hvis vi i stedet for havde truffet vort produktvalg på grundlag af en beregning over varernes effektive dækningsbidrag. Dette spørgsmål vil jeg belyse ved et eksempel fra praksis.

En kiks- og vaffelfabriks optimale produktionsprogram, når sukker og fedtstof er mangelvarer.

Under krigen og i de første efterkrigsår var kiks- og vaffelfabrikkernes produktion begrænset af tildelingerne af forskellige mangel-råstoffer, herunder bl. a. af sukker og fedtstof. Da kiks og vafler samtidig

[1]) Den her benyttede fremstillingsteknik kaldes indifferensdiagram-teknikken. Denne teknik er omtalt f. eks. i Arne Rasmussen og Max Kjær Hansen: Afsætningsøkonomi I, 2. udg., side 40 ff.

var mangelvarer, kunne fabrikkerne til de af prismyndighederne regulerede priser sælge alt, hvad de kunne producere. Under disse forhold var der ikke større praktiske vanskeligheder forbundet med at beregne dækningsbidraget pr. kg af henholdsvis kiks og vafler af bestemte kvaliteter og pakninger, idet pris ÷ grænseomkostning for en given varekvalitet i en given pakning var nogenlunde uafhængig af produktionsomfanget. Endvidere var sukker- og fedtstofforbruget pr. kg af henholdsvis kiks og vafler af givne kvaliteter teknisk bestemte størrelser. Jeg skal nu ved et taleksempel vise, hvordan man under disse forudsætninger kan bestemme en kiks- og vaffelfabriks mest lønsomme produktionsprogram. Tallene i eksemplet er konstruerede, og eksemplet er i det hele taget i forskellige henseender forenklet, idet der for praktiske formål burde have været regnet med forskellige fedtstofkvaliteter, der ikke er lige anvendelige i kiks- og vaffelproduktion, samt med forskellige kvaliteter og pakninger af færdigvarerne. Dette er imidlertid ikke ensbetydende med, at princippet i metoden ikke kunne have været anvendt i praksis. Beregningerne ville blot være blevet mere komplicerede og derfor mere berettigede, idet det ville have været vanskeligere uden sådanne beregninger at finde det optimale produktionsprogram.

Vi vil i vort eksempel gå ud fra følgende data:

	Isvafler	Kiks
Fedtstofforbrug pr. kg færdigvare	0,20 kg	0,10 kg
Sukkerforbrug pr. kg færdigvare	0,50 kg	0,15 kg
Dækningsbidrag pr. kg færdigvare	1,50 kr.	0,60 kr.
Fedtstoftildeling	120.000 kg	
Sukkertildeling	240.000 kg	

Fabrikken behøver ikke nødvendigvis at udnytte tildelingerne.

Vi vil nu tænke os, at en person i kiks- og vaffelfabrikkens kalkulationsafdeling — lad os kalde ham hr. Y — har fået pålagt den opgave at finde ud af, hvilken anvendelse af råstoftildelingerne der ville give fabrikken det størst mulige overskud. Da hr. Y er velbevandret i læren om faste og variable omkostninger, er han straks klar over, at en lønsomhedsberegning baseret på traditionelle egenpriskalkulationer kan føre til helt misvisende resultater. Hr. Y har imidlertid fornylig på et kursus lært, hvordan man beregner varernes effektive dækningsbidrag, og denne lærdom mener han nu at have fundet anvendelse for. Det er hans opfattelse, at fedtstoffet i den givne situation er nøglefaktoren, og han beregner derfor dækningsbidraget pr. kg fedtstof for henholdsvis isvafler og kiks. Han kommer til et effektivt dækningsbidrag på kr. 7,50 pr. kg fedtstof for isvafler og kr. 6,00 pr. kg fedtstof for kiks. Hr. Y konstaterer dernæst, at der af de 120.000 kg fedtstof kan produceres 600.000 kg isvafler, og at der hertil skal bruges 300.000 kg sukker. Tildelingen af sukker er imidlertid kun på 240.000 kg, og hr. Y konkluderer da deraf, at han må have taget fejl, når han troede, at fedtstoffet var nøglefaktoren. Han føler sig nu overbevist om, at sukkeret er nøglefaktoren og beregner derfor dækningsbidraget pr. kg sukker for henholdsvis isvafler og kiks. Det således beregnede effektive dækningsbidrag viser sig at være kr. 3,00 pr. kg sukker for isvafler og kr. 4,00 pr. kg sukker for kiks. Derefter konstaterer hr. Y, at sukkertildelingen tillader en kiksproduktion på 1.600.000 kg; men at fedtstoftildelingen kun muliggør en kiksproduktion på 1.200.000 kg. Det synes altså, som om fedtstoffet alligevel var nøglefaktoren. Desorienteret af dette resultat beregner hr. Y måske virksomhedens samlede dækningsbidrag for henholdsvis den maksimalt mulige isvaffel- og kiksproduktion. Den maksimale isvaffelproduktion er 480.000 kg, hvilket giver et samlet dækningsbidrag på kr. 720.000; den maksimale kiksproduktion er 1.200.000 kg, hvorved der også kan opnås et totalt dækningsbidrag på kr. 720.000.

Efter at hr. Y har spekuleret lidt over dette resultat, kommer han i tanker om, at han engang på handelshøjskolen lærte et beregningsprincip, som man kaldte grænseberegninger. Det er ganske vist en beregningsmetode, som han altid har anset for virkelighedsfremmed skrivebordsfilosofi. Hr. Y overvinder imidlertid sin uvilje mod det teoretiske og angriber nu problemet ud fra grænsebetragtningens synsvinkel.

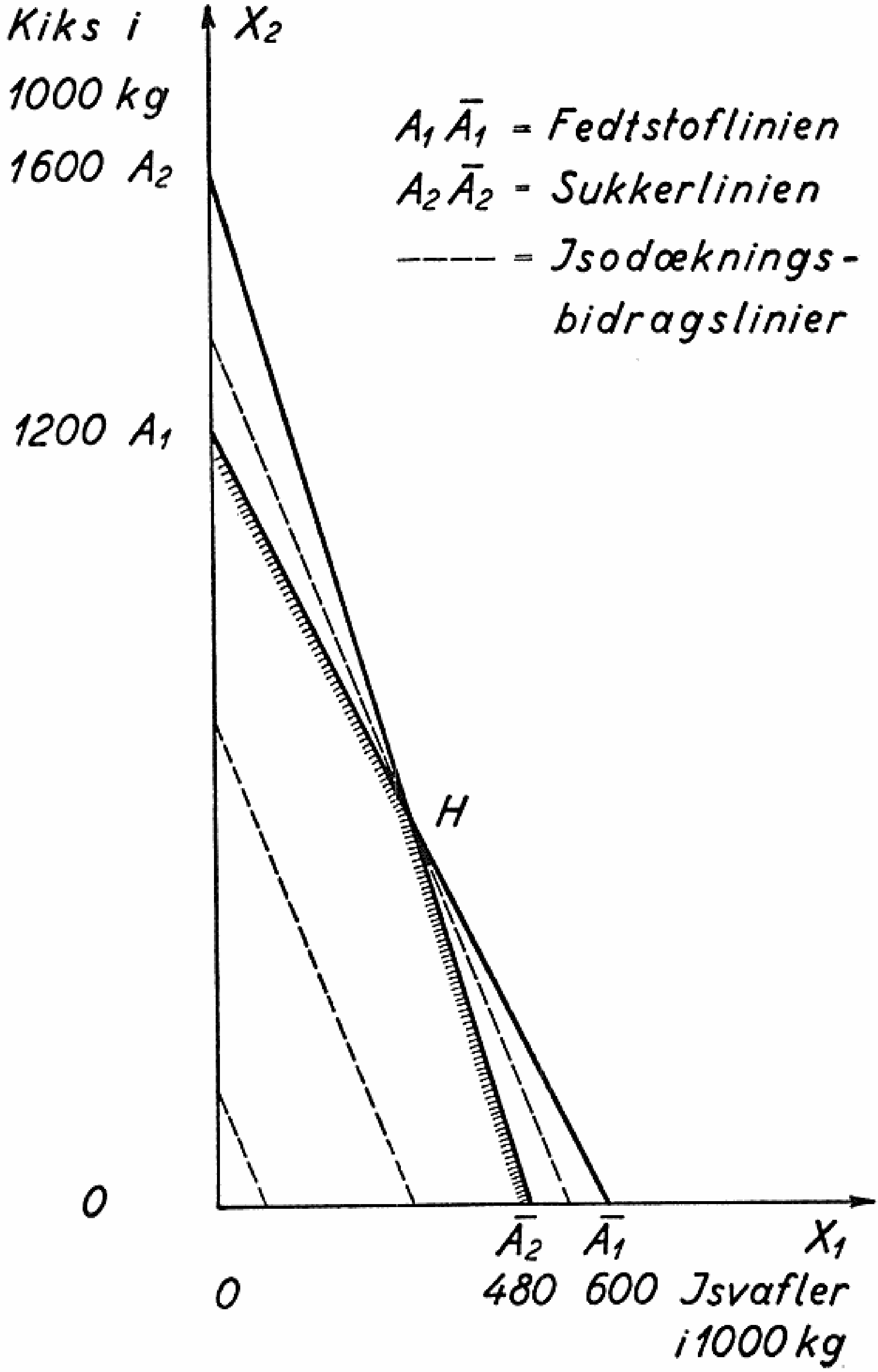
Hr. Y tager da som udgangspunkt den maksimalt mulige produktion af isvafler. Det var 480.000 kg, og det tilsvarende dækningsbidrag var kr. 720.000. Denne produktion ville medføre en ikke-udnyttet tildeling på 24.000 kg fedtstof. Ved hjælp af en grænseberegning indser hr. Y, at hvert kg sukker, der flyttes fra isvaffelproduktion til kiksproduktion, forøger dækningsbidraget med kr. 4,00 ÷ kr. 3,00 = kr. 1,00, sålænge der er ikke-udnyttet fedtstof til rådighed. Det må altså kunne betale sig at formindske produktionen af isvafler til fordel for produktion af kiks. Af 1 kg sukker kan der produceres 2 kg isvafler, og hertil skal der bruges 0,40 kg fedtstof. Af 1 kg sukker kan der fremstilles $6\frac{2}{3}$ kg kiks, og hertil kræves der $\frac{2}{3}$ kg fedtstof. Hvert kg sukker flyttet fra isvafler til kiks kræver altså netto $\frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ kg fedtstof. Heraf ses, at det kan betale sig at flytte 90.000 kg sukker fra isvafler til kiks. Dette resulterer i en produktion på 600.000 kg kiks og 300.000 kg isvafler, hvorved virksomhedens totale dækningsbidrag bliver kroner 810.000. For en sikkerheds skyld undersøger hr. Y til slut, om det stadig kan betale sig at flytte 1 kg sukker fra isvafler til kiks. Han konstaterer, at dette ikke er tilfældet, og at forklaringen herpå er, at der af den samtidigt frigjorte fedtstofmængde kun kan produceres 4 kg kiks, hvorved grænsegevinsten bliver kr. 2,40 ÷ kr. 3,00 = ÷ kr. 0,60. Dette resultat passer hr. Y særdeles godt, da virksomheden af mange grunde helst vil forsyne kunderne både med kiks og vafler og desuden foretrækker, at tildelingerne bliver fuldt udnyttede.

I en følgende tildelingsperiode blev fedtstoftildelingen formindsket til 80.000 kg fedtstof, medens alt andet var uforandret. Hr. Y giver sig nu belært af tidligere erfaringer til at undersøge, om der findes et produktionsprogram, hvorved tildelingerne både af fedtstof og sukker kan blive udnyttet fuldt ud. Det viser sig at være umuligt. Enhver kombination af kiks og vafler medfører, at en del af sukkertildelingen må lades uudnyttet. Sukker er ikke længere en effektivt knap faktor, og reglen om, at det er mest lønsomt at producere varen med det største dækningsbidrag pr. kg fedtstof, viser sig nu at holde stik.

I en tredie tildelingsperiode er tildelingerne af fedtstof og sukker henholdsvis 120.000 kg og 240.000 kg ligesom i den først betragtede periode; men dækningsbidraget pr. kg isvafler er steget til kr. 2,25. De øvrige tal er uændrede. En beregning af de effektive dækningsbidrag giver nu følgende resultat:

	Isvafler	Kiks
Dækningsbidrag pr. kg fedtstof	kr. 11,25	kr. 6,00
Dækningsbidrag pr. kg sukker	kr. 4,50	kr. 4,00

Det vil da ikke som i den først betragtede periode være fordelagtigst at udnytte tildelingerne både af fedtstof og sukker. Der er ganske vist ikke noget i vejen for, at man kan producere 300.000 kg isvafler og 600.000 kg kiks og således undgå ikke-udnyttede tildelinger; men det vil være mere lønsomt udelukkende at producere isvafler. Den maksimale produktion af isvafler er 480.000 kg, og ved denne produktion bliver 24.000 kg af fedtstoftildelingen ikke udnyttet. Fedtstof er ikke længere en effektiv knap faktor, og det er derfor fordelagtigst at producere den vare, der giver det største dækningsbidrag pr. kg sukker.


Kiks i
1000 kg
X_2
1600 A_2
1200 A_1
0
$A_1\bar{A}_1$ = Fedtstoflinien
$A_2\bar{A}_2$ - Sukkerlinien
---- = Jsodækningsbidragslinier
H
$\bar{A}_2$
$\bar{A}_1$
X_1
0
480
600
Jsvafler
i 1000 kg

Vi har hermed vist, hvorledes man i 3 forskellige situationer kan finde en løsning på kiks- og vaffelfabrikkens problem; men måske er det ikke blevet ganske afklaret, hvornår eller rettere hvordan man ved hjælp af de 2 varers effektive dækningsbidrag kan finde frem til den rigtige løsning. Jeg har derfor med henblik på at belyse dette i fig. 2 indtegnet det første af eksemplerne i et diagram af samme art som fig. 1. Benytter vi de tidligere anvendte symboler, og indsætter vi de dertil svarende tal, kan dette eksempels data skrives som følger:

$$
\begin{array}{ll}
a_{11}x_1 + a_{21}x_2 \leqq a_1 & 0{,}20x_1 + 0{,}10x_2 \leqq 120.000 \\
a_{12}x_1 + a_{22}x_2 \leqq a_2 & 0{,}50x_1 + 0{,}15x_2 \leqq 240.000 \\
d_1x_1 + d_2x_2 = D & 1{,}50x_1 + 0{,}60x_2 = D
\end{array}
$$

Ligningerne for henholdsvis fedtstoflinien, sukkerlinien og isodækningsbidragslinierne kan skrives som nedenfor angivet.

$$\text{Fedtstoflinien:} \quad x_2 = \div \frac{a_{11}}{a_{21}} x_1 + \frac{a_1}{a_{21}} = \div 2x_1 + 1.200.000$$

$$\text{Sukkerlinien:} \quad x_2 = \div \frac{a_{12}}{a_{22}} x_1 + \frac{a_2}{a_{22}} = \div 3\tfrac{1}{3}x_1 + 1.600.000$$

$$\text{Isodæknings-bidragslinierne:} \quad x_2 = \div \frac{d_1}{d_2} x_1 + \frac{D}{d_2} = \div 2\tfrac{1}{2}x_1 + \frac{D}{0{,}60}$$

Man vil bemærke, at isodækningsbidragslinierne numerisk har en større hældning end fedtstoflinien og en mindre hældning end sukkerlinien.

Som tidligere omtalt må det optimale produktionsprogram søges i et punkt på kapacitetsgrænsen $A_1H\overline{A}_2$. Med henblik på at finde frem til dette punkt kan man f. eks. vælge punktet A_1 som udgangspunkt. Betingelsen for, at det herfra kan betale sig at bevæge sig ad linien A_1H mod H, er, at isodækningsbidragsliniens hældning er numerisk større end fedtstofliniens hældning, d.v.s. at $\frac{d_1}{d_2} > \frac{a_{11}}{a_{21}}$, hvilket ses at være tilfældet i fig. 2. Da alle størrelser i denne ulighed er positive tal, kan betingelsen imidlertid omskrives til $\frac{d_1}{a_{11}} > \frac{d_2}{a_{21}}$. Formuleret på denne måde går betingelsen ud på, at det effektive dækningsbidrag for isvafler m. h. t. fedtstof skal være større end det effektive dækningsbidrag for kiks m. h. t. fedtstof. I denne forbindelse må det erindres, at på liniestykket fra A_1 mod H er fedtstof, men ikke sukker, en effektivt knap faktor. Ved et analogt ræsonnement kan man indse, at betingelsen for, at det kan betale sig at bevæge sig videre på kapacitetslinien fra H mod $\bar{A}_2$ kan formuleres, at det effektive dækningsbidrag for isvafler m. h. t. sukker skal være større end det effektive dækningsbidrag for kiks m. h. t. sukker. Dette er ikke tilfældet i fig. 2. At det effektive dækningsbidrag nu beregnes m. h. t. sukker, er der absolut intet mærkeligt i, når man betænker, at sukkeret, men ikke fedtstoffet, er en effektivt knap faktor på kapacitetsgrænsen fra H mod $\bar{A}_2$.

I det andet af de ovenfor omtalte eksempler var fedtstoftildelingen reduceret til 80.000 kg, medens de øvrige tal var uændrede. Dette er i fig. 2 ensbetydende med, at fedtstoflinien $A_1\bar{A}_1$ parallelforskydes nedad, så den overalt ligger under sukkerlinien. Fedtstof er derfor overalt på kapacitetsgrænsen (= fedtstoflinien) den eneste effektivt knappe faktor. Vælger man igen punktet A_1 som udgangs-produktionsprogram, vil man se, at virksomhedens samlede dækningbidrag overalt er stigende ved bevægelse fra A_1 mod $\bar{A}_1$. Dette svarer til, at det effektive dækningsbidrag for isvafler m. h. t. fedtstof er større end det effektive dækningsbidrag for kiks m. h. t. fedtstof.

I det tredie eksempel var dækningsbidraget pr. kg isvafler steget til kr. 2,25. Dette betyder, at isodækningsbidragsliniernes hældning bliver ÷ 3,75, hvilket er en numerisk større hældning end hældningen af såvel fedtstoflinien som sukkerlinien, idet disse to linier har samme beliggenhed som i fig. 2. Heraf følger, at man, såfremt man atter vælger punktet A_1 som udgangs-produktionsprogram vil have fordel af ikke blot at skifte position på kapacitetsgrænsen i retningen fra A_1 mod H; men det vil også være fordelagtigt at bevæge sig videre fra H til $\bar{A}_2$. På strækningen fra A_1 mod H er fedtstof den effektivt knappe faktor, og bevægelsens lønsomhed kan begrundes med, at det effektive dækningsbidrag for isvafler m. h. t. fedtstof er større end det effektive dækningsbidrag for kiks m. h. t. fedtstof. På strækningen fra H mod $\bar{A}_2$ er sukker den effektivt knappe faktor, og bevægelsens fordelagtighed kan motiveres med, at det effektive dækningsbidrag for isvafler m. h. t. sukker er større end det effektive dækningsbidrag for kiks m. h. t. sukker.

Det effektive dækningsbidrag som vejleder ved bestemmelsen af det optimale produktionsprogram.

Vi har hermed vist, at man i en 2-vare-virksomhed under de forudsætninger, som eksemplerne i forrige afsnit var baseret på, kan benytte det effektive dækningsbidrag som vejleder ved bestemmelsen af det optimale produktionsprogram. *Dette udsagn skal imidlertid forstås på den måde, at man må begynde med at vælge et eller andet produktionsprogram på kapacitetsgrænsen, hvorefter man fra dette udgangspunkt søger frem mod det mest lønsomme produktionsprogram gennem tilstrækkelig små bevægelser på kapacitetsgrænsen. Man må hele tiden gøre sig klart, hvor man befinder sig på kapacitetsgrænsen, og hvilken af de latent knappe faktorer der ved en bevægelse bort fra det pågældende punkt bliver den effektivt knappe faktor. Det er på denne faktor, man må beregne de effektive dækningsbidrag for at kunne afgøre, om en ændring af produktionsprogrammet vil forøge virksomhedens totale dækningsbidrag.* Disse konklusioner har ikke blot gyldighed for en 2-vare-virksomhed, der i produktionen anvender 2 latent knappe faktorer (jfr. forrige afsnit), men også for en 2-vare-virksomhed, der benytter n latent knappe faktorer, hvor n > 2. Rigtigheden heraf indses umiddelbart gennem en sammenligning af fig. 2 og fig. 1.

Man vil bemærke, at når bidragsmetoden fortolkes som ovenfor beskrevet, er der tale om en grænsebetragtning. Som nævnt i begyndelsen af artiklen fortolkes bidragsmetoden imidlertid hyppigt på en anden måde, hvorved man som påvist i forrige afsnit kan komme til misvisende resultater. Dette beror på, at man efter denne fortolkning gør produktvalget til et enten-eller og derved negligerer, at det optimale produktionsprogram ofte opnås ved et både-og.

Af de hidtidige konklusioner synes det således at fremgå, at det effektive dækningsbidrag rigtigt benyttet er en anvendelig vejleder ved bestemmelsen af det mest lønsomme produktionsprogram. Vi må imidlertid ikke glemme, at vor udredning indtil dette punkt har været baseret på særdeles specielle forudsætninger. Vi vil derfor nu tage disse antagelser op til behandling og undersøge, om bidragsmetoden kan anvendes til det i denne artikel omtalte formål under mere realistiske forudsætninger. Herunder bliver det et særligt spørgsmål, om det er hensigtsmæssigt at løse de i praksis forekommende problemer af den her omhandlede art på basis af beregninger over varernes effektive dækningsbidrag, og om der i modsat fald står andre hjælpemidler til rådighed.

Kan bidragsmetoden benyttes til at bestemme det optimale produktionsprogram under realistiske forudsætninger?

De forudsætninger, vi hidtil har opereret med, kan opdeles i 4 grupper:

1) Forudsætningen om, at visse faktorer er til stede i en given og uforanderlig mængde, hvoraf hver vare forbruger en konstant mængde pr. vareenhed.
2) Forudsætningen om konstante grænseomkostninger og ingen springvist varierende omkostninger.
3) Forudsætningen om, at priserne er på forhånd givne størrelser, hvortil virksomheden kan tilpasse de udbudte mængder efter ønske.
4) Forudsætningen om, at virksomheden kun producerer 2 varer.

Vi har i et tidligere afsnit postuleret, at den første af disse forudsætninger ofte med en for praktiske formål tilstrækkelig tilnærmelse er opfyldt i industrien. Hermed tænkes der på det forhold, at f. eks. maskintimeforbruget pr. vareenhed i industrien hyppigt er praktisk talt uafhængig af produktionens størrelse, og at der i en given periode maksimalt er et bestemt antal maskintimer til rådighed. Man kan herimod indvende, at antallet af disponible maskintimer kan øges gennem overarbejde eller flerholdsdrift, og at maskintimeforbruget pr. vareenhed måske herved stiger. Dette har imidlertid ingen alvorlige konsekvenser for vor metode, såfremt man for overarbejdstimerne, henholdsvis flerholdstimerne taget for sig kan regne med konstant maskintimeforbrug pr. vareenhed. Man skal da blot operere med flere kapacitetsgrænser, f. eks. med een kapacitetsgrænse for normaltidsdrift, een for 1 times overarbejde, een for 2 timers overarbejde, een for to-holdsdrift o.s.v.; for hver af kapacitetsgrænserne bestemmer man det optimale punkt efter den i det foregående beskrevne metode, og til slut afgøres det, hvilken af kapacitetsgrænserne man i den givne situation må foretrække. Jfr. herom nærmere nedenfor.

Også forudsætningen om, at grænseomkostningerne er konstante, og om, at der ses bort fra springvist varierende omkostninger, kan modificeres, uden at det får alvorlige følger for vor beregningsmetode. Det er en almindelig opfattelse blandt praktikere, at grænseomkostningen for industrielt fremstillede varer almindeligvis er konstant inden for ret vide produktionsintervaller; men at den springer op i et højere niveau, når produktionen overskrider visse grænser. Det kan f. eks. tænkes, at grænseomkostningen for hver vare er konstant, sålænge der kun produceres ved normaltidsdrift, at den springer op i et højere niveau for første overarbejdstime, i et endnu højere niveau for anden overarbejdstime, og at der for to-holdsdrift er tale om et fjerde niveau. Sådanne springvise forskydninger i grænseomkostningen kan vi, uden at beregningerne kompliceres synderligt, tage hensyn til.

De springvist varierende omkostninger vil ofte foretage spring netop, når produktionen overskrider en af de lige nævnte eller en tilsvarende kapacitetsgrænse. Som eksempel kan nævnes, at to-holdsdrift kan nødvendiggøre antagelse af flere formænd. Sådanne springvist varierende omkostninger kan man i første omgang negligere. Når man så på dette grundlag for hver af kapacitetsgrænserne har fundet det optimale punkt, kan man for hvert af disse punkter beregne virksomhedens totale dækningsbidrag med fradrag af de springvist variable omkostninger. Derefter er man under hensyntagen også til disse omkostninger i stand til at afgøre, hvilken af kapacitetsgrænserne man må foretrække at befinde sig på. Optræder der springvist varierende omkostninger, der ikke har relation til de kapacitetsgrænser, som medfører niveauforskydninger i grænseomkostningerne, får dette som beregningsmæssig konsekvens kun, at man må indføre flere kapacitetsgrænser.

Den tredie af de ovenfor nævnte forudsætninger er afgjort den vanskeligste at modificere i realistisk retning. Vanskeligheden beror navnlig på, at mange virksomheders varer er indbyrdes afsætningsafhængige. Hermed menes, at der hyppigt er en gensidig afhængighed mellem afsætningen af de forskellige varer, en virksomhed producerer, idet varerne enten er konkurrerende eller komplementære. Selv om dette er tilfældet, kan man dog stadig have fordel af vor beregningsmetode. Problemstillingen må imidlertid i så fald ændres, idet man må starte med at opstille en række alternative salgsbudgetter for den betragtede budgetperiode. For hvert salgsbudget beregner man da, hvordan det hertil svarende produktionsprogram kan produceres til de lavest mulige omkostninger, idet man tager hensyn til eksistensen af de knappe faktorer og de heraf følgende kapacitetsgrænser. Man får på denne måde bestemt størrelsen af det til hvert salgsbudget svarende totale dækningsbidrag for virksomheden som helhed, hvorved man får et grundlag for at vælge det fordelagtigste salgsbudget. De beregninger, der her er tale om, kan meget let være så komplicerede, at de for en virksomhed, der fremstiller f. eks. en 5-6 varer eller flere, er praktisk uigennemførlige, hvis man benytter de sædvanligt anvendte beregningsmetoder.

Selv om en virksomheds varer er afsætningsuafhængige, kan den tredie af vore forudsætninger være urealistisk på grund af, at afsætningens størrelse influerer på de priser, der kan opnås for varerne. Den heraf forvoldte komplikation af beregningerne har R. Dorfman[1]) fundet en teoretisk løsning på under forudsætning af, at alle virksomhedens afsætningskurver er lineært faldende. I sin nuværende form har denne løsning dog næppe synderlig værdi for praktiske formål; men man kan formentlig inden for overskuelig fremtid vente resultater af den intense aktivitet, der i U.S.A. udfoldes for at videreudvikle de heromhandlede beregningsmetoder. Indtil disse anstrengelser måtte bære frugt er man da henvist til at begynde sine beregninger med at opstille et passende antal alternativer for priserne og de dertil svarende afsatte mængder for den betragtede budgetperiode. De videre beregninger kan gennemføres som ovenfor antydet.

Den fjerde forudsætning — forudsætningen om, at virksomheden kun producerer 2 varer — kan hæves, uden at der i den anledning opstår beregningsmæssige vanskeligheder. I denne forbindelse kan der være anledning til at fremhæve, at vi her taler om forskellige varer, så snart der foreligger en forskel i kvaliteten, emballagen, mærkningen eller andre egenskaber ved varen. For en 3-vare-virksomhed kunne man illustrere vor beregningsmetode i et 3-dimensionalt koordinatsystem, hvori man afsatte de producerede mængder af de 3 varer ud ad de respektive akser. Til hver af de latent knappe faktorer ville der i det 3-dimensionale rum svare et plan, der ville angive den grænse, som de producerede mængder under hensyn til den pågældende faktors knaphed ikke kan overskride. Kapacitetsgrænsen ville være sammensat af brudte fladestykker i stedet for som i det 2-dimensionale koordinatsystem af brudte liniestykker, og de tidligere omtalte isodækningsbidragslinier måtte erstattes af isodækningsbidragsplaner. Produktionsområdet ville være et polyeder i stedet for som i figurerne ovenfor en polygon. Det ville imidlertid her føre for vidt at komme nærmere ind på problemets løsning i det 3-dimensionale rum. Vi må nøjes med uden bevisførelse at fastslå, at beregningerne kan gennemføres, uanset om antallet af varer er 2, 3 eller et endnu større tal.

---

1) R. Dorfman: Application of linear programming to the theory of the firm, Berkeley and Los Angeles 1951.

Et andet spørgsmål er, om det er hensigtsmæssigt at finde det optimale produktionsprogram gennem beregninger over varernes effektive dækningsbidrag, når virksomheden producerer 3 eller flere varer.

De effektive dækningsbidrag kan erstattes af "linear programming".

Til illustration af spørgsmålet om, hvorvidt de effektive dækningsbidrag er et hensigtsmæssigt hjælpemiddel ved bestemmelsen af det optimale produktionsprogram for en virksomhed, der producerer flere end 2 varer, vil vi et øjeblik betragte et foretagende, der fremstiller 10 varer (kvaliteter, dessiner, modeller, mærker), som vi kan kalde $X_1, X_2, \ldots, X_{10}$. Vi tænker os, at der i produktionen anvendes et vist antal *latent* knappe faktorer, f. eks. 5. For ikke unødigt at komplicere sagen vil vi endvidere antage, at alle de øvrige betingelser, hvorunder produktionen finder sted, svarer til de forudsætninger, vi opererede med, da vi i et tidligere afsnit behandlede 2-vare-virksomheden. Som udgangs-produktionsprogram vælger vi et punkt på kapacitetsgrænsen. Det gælder nu om at foretage sådanne bevægelser på kapacitetsgrænsen, at virksomhedens totale dækningsbidrag stiger. Vi kan f. eks. substituere en vis mængde af X_1 med en dertil svarende mængde af X_2, idet vi naturligvis sikrer os, at denne substitution ikke fører os bort fra kapacitetsgrænsen. Ønsker vi gennem beregninger over varernes effektive dækningsbidrag at finde ud af, om bevægelsen er lønsom, må vi først undersøge, hvilken af de knappe faktorer der for den valgte bevægelse er den *effektivt* knappe faktor. Derefter må vi beregne de effektive dækningsbidrag for X_1 og X_2 m. h. t. den pågældende faktor. Måske viser det sig, at bevægelsen ikke er lønsom. I så fald må vi prøve os frem på samme måde med en anden kombination af 2 varer udtaget blandt de ialt 10 varer. En simpel statistisk beregning viser, at 2 varer kan udtages blandt 10 varer på ialt 45 måder. Vi vil tænke os, at først den sidste af disse 45 muligheder giver stigende totalt dækningsbidrag. Det er da omsider lykkedes at finde et mere lønsomt produktionsprogram, der dog naturligvis ikke nødvendigvis er det mest lønsomme. Vi kan så begynde forfra og må igen i værste fald prøve os frem 45 gange. Med 5 latent knappe faktorer kan det vare længe, inden det lykkes os at finde det mest lønsomme produktionsprogram. *Ikke blot må man beregne et meget stort antal effektive dækningsbidrag; men man må hele tiden have opmærksomheden henledt på, om ændringerne i produktionsprogrammet bevirker, at en ny faktor bliver den effektivt knappe faktor.*

Man kan mod disse betragtninger indvende, at det kan tænkes, at en ganske bestemt faktor — f. eks. en specialmaskines disponible maskintimer — er til rådighed i en så begrænset mængde, at denne faktor overalt i produktionsområdet er den effektivt knappe faktor. I så fald kan de effektive dækningsbidrag give den ønskede vejledning, uden at man behøver at foretage omfattende beregninger. *Det forekommer mig imidlertid usandsynligt, at en rationelt ledet industrivirksomhed under normale forhold ikke skulle have mulighed for og interesse i at fjerne en så udpræget disharmoni i anlæggets opbygning gennem forøgelse af den til rådighed stående mængde af den ekstremt knappe faktor.* Jeg vil naturligvis ikke nægte, at der kan nævnes eksempler fra praksis på sådanne ekstremt knappe faktorer; men jeg har svært ved at tro, at disse eksempler er typiske for industrien under normale forhold.

Konklusionen bliver da, at det for praktiske formål let kan blive uoverkommeligt at gennemføre de meget omfattende beregninger, der kan være nødvendige for at nå frem til det optimale produktionsprogram via de effektive dækningsbidrag. *Man har imidlertid i U.S.A. i de senere år udviklet en beregningsmetode, der giver mulighed for i praksis at gennemføre de her omhandlede beregninger, selv om antallet af varer og antallet af latent knappe faktorer er meget stort, og selv om det er nødvendigt at modificere vore oprindelige forudsætninger som omtalt i forrige afsnit.* Denne nye beregningsmetode kaldes »*linear programming*«. Det er en metode, der kan benyttes og af en række erhvervsvirksomheder er blevet benyttet til løsning af problemer af vidt forskellig art. Der foreligger allerede nu en ret omfattende litteratur[1]) om »linear programming«. Da metoden har så mange praktiske anvendelser, kan der ikke være tvivl om, at denne litteratur vil vokse i de kommende år, og at metoden vil blive yderligere udbygget.

---

1) I litteraturoversigten i Erhvervsøkonomisk Tidsskrift, 1955, nr. 1, er omtalt et par afhandlinger om »linear programming«: W. W. Cooper, A. Henderson & A. Charnes: An introduction to linear programming, New York 1954, og R. Dorfman: Application of linear programming to the theory of the firm, Berkeley and Los Angeles, 1951. Man vil i disse afhandlinger kunne finde yderligere litteraturhenvisninger.