

Om Anvendelse af logaritmiske Kurver i Driftskontrollen.

Af N. Jacobsen. ¹⁾

Det er en kendt Sag, at et Kurvebillede »tegner sig klarere i Hjer-
nen« og fæstner sig bedre end en Række Tal, der gengiver det ind-
byrdes Forhold mellem de samme Værdier. Man ser f. Eks. straks paa et
Kurvebillede, naar et Driftsresultat viser en fra Normalen afvigende
Tendens, og efter Kurveformen faar man rent umiddelbart et Indtryk
af, hvor stor Afvigelsen er, medens man kun ved et intenst Hjerne-
arbejde er i Stand til at faa det samme Overblik ved at betragte en
Talopstilling.

Heraf følger, at man trættes mindre af f. Eks. en Gennemgang af
et endog betydeligt større Antal Konti, saafremt Resultaterne er af-
bildede som Kurver, end hvis de samme Oplysninger er opstillede
talmæssigt, og da Øjet fortrinsvis hefter sig ved de væsentlige Afgigel-
ser fra Normalen, beholder man lettere Overblikket over Forretnin-
gens Gang. En Forudsætning er det naturligvis, at man vælger en
passende Maalestok for Kurverne, saa at man faar en hensigtsmæssig
Kurveform, og i det følgende vil det blive søgt at vise, hvilke store
Fordele der kan være ved Anvendelse af den logaritmiske Inddeling
af Kurvepapiret.

A. *Det teoretiske Grundlag for de logaritmiske Kurver.*

Den logaritmiske Inddeling bestaar af een eller flere lige store
Maaleomraader, der hver spænder over Omraadet mellem to paa hin-
anden følgende Potenser af 10. Logaritmen til et Tal er som bekendt
den Eksponent, man maa give 10 for at faa Tallet.

¹⁾ Regnskabsfører ved De danske Statsbaner.

Paa Fig. 1 er vist Inddelingen af en logaritmisk Skala. Paa højre Side er angivet en sædvanlig Maalestok for Logaritmerne, og paa den venstre er anført de tilsvarende absolutte Tal. Man vil bemærke, at Nulpunktet paa den sædvanlige Maalestok svarer til Tallet 1 paa den logaritmiske Skala, fordi $0 = \log 1$. Endvidere er $1 = \log 10$, $2 = \log 10^2 = \log 100$ og $3 = \log 10^3 = \log 1000$.

Paa enkelt logaritmisk Papir er Ordinataksen (den lodrette Skala) logaritmisk inddelt, d. v. s. at man i Stedet for Tallene selv (de absolutte Tal) har afsat Logaritmerne til dem, men alligevel skriver Tallene selv, nemlig 1, 10, 10^2 , 10^3 . (Længere gaar Maalestokken som Regel ikke paa de Papirer, vi her beskæftiger os med). Herved bliver Afstandene mellem 1 og 10, 10 og 100, 100 og 1000 lige store, nemlig 1. Da endvidere f. Eks. $\log 20 = \log (2 \times 10) = \log 2 + \log 10 = \log 2 + 1$, og $\log 80 = \log (8 \times 10) = \log 8 + \log 10 = \log 8 + 1$, fremkommer Inddelingen mellem 10 og 100 simpelthen ved, at man skubber Inddelingen mellem 1 og 10 netop 1 opad. Inddelingerne mellem 1 og 10, 10 og 100, 100 og 1000 o. s. v. bliver altsaa nøjagtig ens, og man kalder disse Stykker af Skalaen for Dekader.

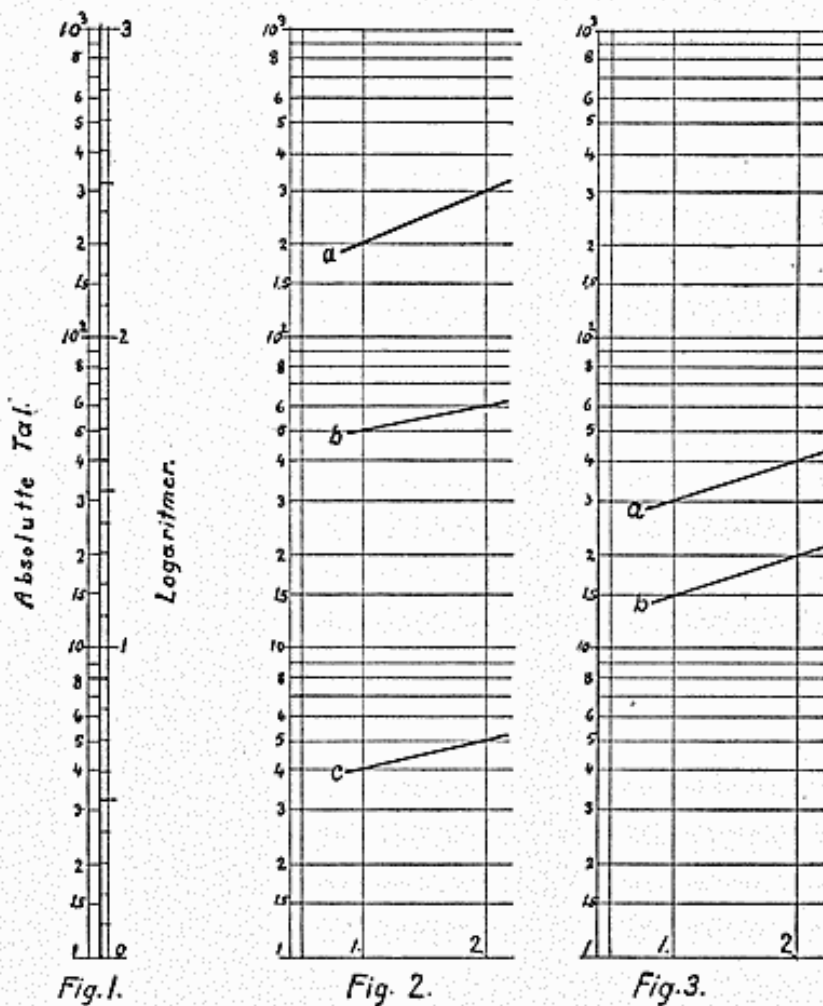
Den logaritmiske Inddeling har den karakteristiske Egenskab, at alle Talpar, der har samme indbyrdes Afstand paa den logaritmiske Maalestok, har samme Kvotient, d. v. s. at der er et konstant Forhold mellem saadanne to Tal. Værdien af dette Forhold kan maales direkte paa Kurveplanens Maalestok opad fra en Dekades Begyndelse. Prøv at afmærke Afstanden mellem de absolutte Tal 1 og 2 paa en Strimmel Papir og anbring det øverste Mærke udfor vilkaarlige Tal. Det nederste Mærke vil da altid staa udfor et Tal, der er halvt saa stort som det øverste. Gentag Forsøget ved at tage Afstanden fra 1 til 3. Det nederste Mærke vil da altid staa udfor et Tal, der forholder sig til Tallet udfor det øverste Mærke som 1 til 3. Man kan heraf udlede den Sætning, at:

Alle Talpar, der har samme indbyrdes Afstand paa den logaritmiske Maalestok, danner Forhold, der er lige store.

Endvidere følger af Forsøgene, at Størrelsen af disse Forhold kan bestemmes ved at maale Afstanden mellem Tallene paa den logaritmiske Maalestok og aflæse den Værdi, man kommer til ved at maale den samme Afstand fra 1. Dette er en direkte Følge af den Sætning i Læren om Logaritmer, der siger, at Logaritmen til en Brøk er Tællerens Logaritme minus Nævnerens Logaritme, og naar man paa den logaritmiske Maalestok maaler Afstanden mellem to Tal, maaler man Differensen mellem Tallenes Logaritmer. Ved at afsætte denne Afstand opad fra 1, hvis Logaritme er $= 0$, maaler man, hvilken logaritmisk

Værdi denne Differens har, men da der i Stedet for Logaritmerne paa Kurvepapiret er anført Tallenes virkelige Værdi, aflæser man direkte den Kvotient, man faar ved at dividere Tallene.

Vil man vide, hvormange Procent det højeste af Tallene er større end det laveste, skal man gange Kvotienten med 100, hvad man gør simpelthen ved at afsætte Afstanden opad fra 100 i Stedet for 1. Faar man derved 117 som øverste Værdi, giver Afstanden i Virkeligheden Brøken $\frac{117}{100}$, hvilket vil sige, at det højeste Tal er 17 % større end det laveste Tal. Vil man derimod vide, hvormange Procent det laveste Tal er mindre end det højeste, afsætter man Afstanden nedad fra 100. Faar man derved Brøken $\frac{100}{87}$, vil det sige, at det laveste Tal er 13 % mindre end det højeste Tal. Da imidlertid Dekaderne er nøjagtig ens, er det ligegyldigt, om man gaar ud fra 1, 10 eller 100; man



skal blot regne det Punkt, man gaar ud fra, for 100, og de andre i Overensstemmelse hermed.

De forannævnte Egenskaber ved den logaritmiske Inddeling udnytter man ved de logaritmiske Kurver.

Til at vise, hvorledes forskellige Værdier varierer til forskellige Tidspunkter, bruger man et Koordinatsystem. Tidspunkterne angives henad Abscisseaksen (den vandrette), medens Ordinataksen er forsynet med en Maalestok for Værdierne. Koordinatsystemer med logaritmisk Inddeling kan enten være *enkelt logaritmiske* eller *dobbelt logaritmiske*. Ved enkelt logaritmiske Koordinatsystemer er kun Ordinataksen logaritmisk inddelt, medens Abscisseaksen har ækvidistant Inddeling (f. Eks. Millimeterinddeling). Ved dobbelt logaritmiske Koordinatsystemer er begge Akser logaritmisk inddelt.

Paa Fig. 2 er vist en Del af et enkelt logaritmisk Koordinatsystem, i hvilket er indtegnet Kurverne a, b og c¹⁾. Paa den Del af Abscisseaksen, som er vist her, er angivet to Tidspunkter 1 og 2, for hvilke Variationen i Kurveværdierne ønskes afbildet. Kurve a og b angiver Værdier, hvis Variation man ønsker at se i Forhold til hinanden. Kurve c viser disse Kurvers Kvotient. Kurve a kunde angive Værdien af en Præstation, Kurve b Præstationens Størrelse. Man ønsker at afbilde Værdien pr. præsteret Enhed paa Tidspunkt 1 og 2 ved Hjælp af Kurve c. Man kunde regne Værdierne for Kurve c ud og afsætte disse i Koordinatsystemet. I et logaritmisk Koordinatsystem afsættes Værdierne for Kurve c, (som foran anført), ved at maale Afstanden mellem a og b paa Tidspunkt 1 og afsætte denne Afstand opad fra 1 paa Ordinaten for Tidspunkt 1. Det tilsvarende udføres for Tidspunkt 2, og gennem de to fundne Punkter trækkes Kurve c.

For at kontrollere om Metoden er rigtig, kan man maale efter paa Figuren og se, om Kurve c er mærket rigtigt af. Dette viser sig at være Tilfældet, og man ser da efter, om den Værdi, Kurve c angiver, stemmer med Værdierne for Kurve a divideret med de tilsvarende Værdier for Kurve b. Paa Tidspunkt 1 har man for Kurve a og b 200 : 50 og for Kurve c 4. Paa Tidspunkt 2 har man for Kurve a og b 300 : 60 og for Kurve c 5. Værdierne for Kurve c er altsaa rigtigt angivet. Var den logaritmiske Maalestok udført i større Format og mere findelt, vilde man ogsaa kunne maale sig til, hvormange Procent de forskellige Kurver var steget fra Tidspunkt 1 til Tidspunkt 2.

¹⁾ Betegnelsen »Kurve« anvendes i det følgende om en Række Enkeltpunkter, forbundne med Liniestykker, der i sig selv er uden Betydning (smlg. f. Eks. Temperaturkurver), saaledes at f. Eks. de her nævnte Kurver a, b og c intet udsiger om Tidspunkterne mellem 1 og 2.

Fordelen ved at anvende den logaritmiske Inddeling til nærværende Formaal er ikke alene den, at man sparer Udregningen af Værdierne for Kurve c og af Procenterne; men endvidere at Kurve c ligegyldig hvilken Maalestok, man anvender, vil udvise samme Stigning. Hvis nemlig Kurve c er angivet i f. Eks. $\frac{\text{Ører}}{\text{Time}}$, og man ønsker at angive den i $\frac{\text{Kroner}}{\text{Time}}$, maa man dividere alle Værdier med 100; men det bevirker blot, at hele Kurven bliver forskudt $\log 100 = 2$, altsaa 2 Dekader nedad, hvorfor Stigningen er uforandret. Med Millimeterinddeling gælder dette derimod ikke; i det anførte Eksempel vilde Stigningen saaledes blive 100 Gange saa lille. Et Indtryk af den procentvise Stigning er det ogsaa vanskeligt at faa ved Brug af et saadant Koordinatsystem. Det vil senere (Fig. 7) blive vist, hvor uklart et Billede Kurve c kan give ved en uhensigtsmæssigt valgt Maalelængde.

Paa Fig. 3 er vist et tilsvarende Koordinatsystem som paa Fig. 2, men med to parallelle Kurver a og b indtegnede. Da Afstanden mellem Kurverne er den samme paa Tidspunkt 1 som paa Tidspunkt 2, er Forholdene mellem de Værdier, Kurverne angiver paa disse to Tidspunkter, lige store. Paa Tidspunkt 1 viser Forholdet mellem Kurve a og b sig at være $\frac{3}{1,5}$, og paa Tidspunkt 2 er det $\frac{4}{2}$. Disse to Forhold danner saaledes en Proportion.

Har man paa et Kurvepapir indtegnet to parallelle Kurver, vil Afstanden mellem disse to Kurver, uanset om der er Knæk paa Kurverne, overalt være den samme, og saafremt Kurvepapiret har logaritmisk Inddeling paa Ordinataksen, vil Forholdet mellem de Værdier, Kurverne angiver for samme Værdi af Abscissen, være konstant. Er Abscisseaksen inddelt i Maaneder, vil de Værdier, to parallelle Kurver angiver for de forskellige Maaneder, være proportionale.

Paa Fig. 4 er vist et dobbelt logaritmisk Koordinatsystem. Ordinataksen har samme Maaleomraade (1—1000) som i Fig. 2 og 3, men kun Halvdelen er vist her. Abscisseaksen er derimod inddelt logaritmisk i Værdierne fra 1 til 12, svarende til Driftsaarets 12 Maaneder. Der er indtegnet en Kurve B, der gaa fra et Punkt, hvis Abscisse og Ordinat begge er 1, — dette angives ved (1,1) — til et Punkt (12,12). Man ser, at denne Kurve for enhver Værdi af Abscissen har de samme Værdier for Ordinaten; til Abscisse 2 svarer Ordinat 2, til Abscisse 3 svarer Ordinat 3 o. s. v. Det her anførte gælder ikke for et enkelt logaritmisk System.

Paa Fig. 4 er tillige indtegnet en Kurve A, som er parallel med Kurve B, og Kurve A vil derfor, som anført under Omtalen af Fig. 3, for enhver Værdi af Abscissen have Ordinator, der er proportionale

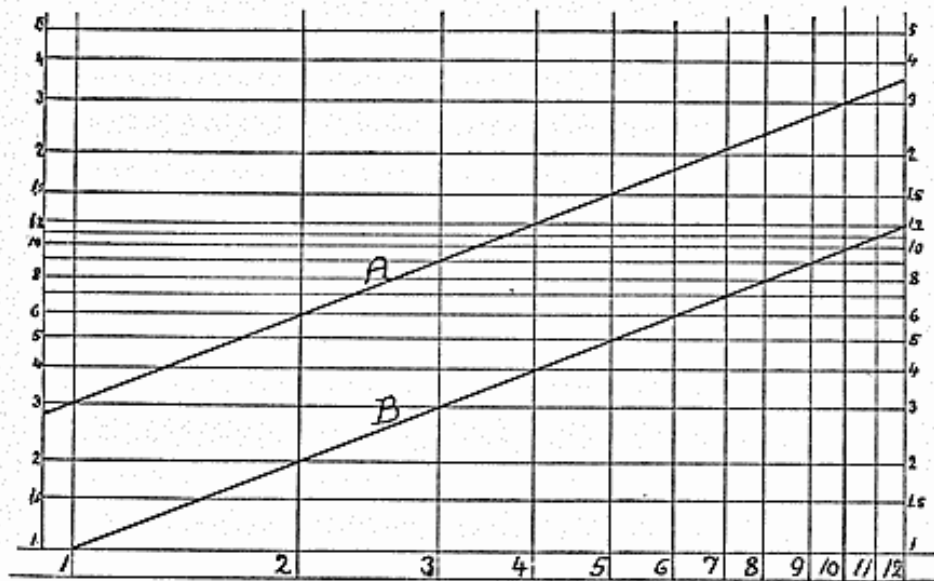


Fig. 4.

med de tilsvarende Ordinator for Kurve B. Da Kurve B overalt giver samme Værdi for Abscisse og Ordinat, følger heraf, at for Kurve A maa de sammenhørende Værdier af Abscisse og Ordinat være proportionale. Undersøger man paa Fig. 4 de Punkter paa Kurve A, hvis Abscisse er henholdsvis 1, 2, 3, 4 o. s. v. indtil 12, viser det sig, at de tilsvarende Ordinator danner Talrækken 3, 6, 9, 12 o. s. v. indtil 36. Tallene i denne Talrække er proportionale med de tilsvarende Tal i Talrækken for Punkternes Abscisse, og det foranstaaende Ræsonnement er derved bekræftet.

Man kan heraf udlede den Sætning, at: *De Punkter i et dobbelt logaritmisk Koordinatsystem, hvis Abscisser og Ordinator er proportionale, udgør en Linie A, som er parallel med Linien B gennem de Punkter, hvis Abscisser og Ordinator er lige store.*

Ved Udøvelse af Driftskontrol i Form af Budgetkontrol spiller Fordelingen af de budgetterede Beløb paa Budgetperiodens mindre Tidsenheder, i Almindelighed Driftsaarets Beløb paa dets 12 Maaneder, en væsentlig Rolle. Som Regel bliver Beløbet fordelt enten 1) ligeligt paa de 12 Maaneder eller 2) proportionalt med Forbruget i det foregaaende Driftsaar.

Ønsker man at fordele det budgetterede Beløb ligeligt paa Aarets 12 Maaneder og af Hensyn til Sammenligning med Forbruget at an-

give det budgetterede Beløb hver Maaned som en Summation fra Driftsaarets Begyndelse, afmærker man det for hele Driftsaaret budgetterede Beløb paa Ordinaten for Aarets 12' Maaned. Gennem dette Punkt trækker man en ret Linie parallel med en tænkt ret Linie gennem Punkterne (1,1) og (12,12). Denne Linie vil da fordele det budgetterede Beløb paa Aarets 12 Maaneder proportionalt med Antallet af Maaneder forløbet siden Driftsaarets Begyndelse, altsaa som en Summation proportional med Tallene 1, 2, 3, 4 o. s. v. indtil 12. Konstruktionen udføres paa den Maade, at man paa Ordinaten for 12' Maaned maaler Afstanden mellem det budgetterede Beløb og Tallet 120 og afsætter denne Afstand opad eller nedad fra 10 paa Ordinaten for 1' Maaned. (Opad dersom det budgetterede Beløb ligger over 120, ellers nedad). Fra dette Punkt trækkes en ret Linie til Punktet for det budgetterede Beløb paa Ordinaten for 12' Maaned. Kurven for det budgetterede Beløb vil saaledes være Mage til Kurve A i Fig. 4.

Er et budgetteret Beløb sæsonpræget, kan man ikke fordele det jævnt, men man maa f. Eks. fordele det proportionalt med Forbruget til Udgangen af de enkelte Maaneder i det foregaaende Driftsaar. Man indtegner dette Forbrug paa Kurvebladet og afmærker paa Ordinaten for Driftsaarets sidste Maaned det samlede budgetterede Beløb. Gennem dette Punkt trækkes en Linie, der Maaned for Maaned er parallel med Kurven for Forbruget i det foregaaende Driftsaar. Af Omtalen til Fig. 3 fremgaar, at denne Linie angiver Værdier, der er proportionale med Forbruget i det foregaaende Driftsaar.

Ved Driftskontrol har Svingninger i Driftsudgifterne en væsentlig Interesse. Udgifterne er ofte paavirkede af Svingninger i Lønninger og Materialepriser; men disse Svingninger foregaar i Spring, og mellem hvert Spring er Tilstanden stabil, og Kurverne vil for en Mængde af de Forhold, der maa holdes under Kontrol, normalt være parallelle med de tilsvarende Kurver for det foregaaende Driftsaar i den Tid, hvori der ikke sker nogen Ændring i Løn- eller Materialepriser.

Da Kurverne er indtegnede som Summationskurver, har de en Tendens til at nærme sig en Kurve, der giver Proportionalitet mellem de Værdier, der aflæses paa Ordinataksen og Abscisseaksen, altsaa en ret Linie. Tænker man sig, at en enkelt Maaned afviger 25 % fra det normale, vil det, som Følge af at Afvigelsen bliver summeret til de øvrige forløbne Maaneders Driftsresultat, ikke vise sig som 25 %'s Afvigelse; men saafremt Afvigelsen sker i Driftsaarets 3' Maaned kun med ca. 8 %, i 4' Maaned ca. 6 %, i 5' Maaned 5 %, i 6' Maaned ca. 4 % og derefter jævnt aftagende til ca. 2 % ved Driftsaarets Udgang. En saadan Kurve vil i den sidste Halvdel af Driftsaaret ikke

afvige ret meget fra den rette Linie. Da Kurverne saaledes bliver tilnærmelsesvis parallelle og rette Linier, kan man i samme Koordinat-system indtegne flere Kurvepar og derved faa en bedre Oversigt over de økonomiske Bevægelser.

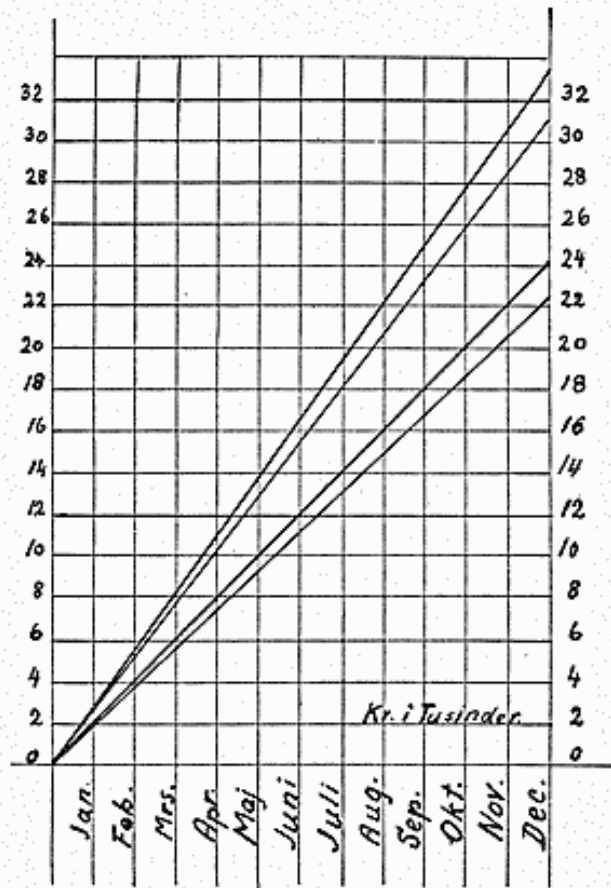


Fig. 5.

Dersom man indtegner saadanne Summationskurver i et Koordinat-system med *ækvivalent Inddeling* af begge Akser, som vist paa Fig. 5, ser man, at Kurverne i de første Maaneder af Driftsaaret løber saa tæt sammen og giver saa ringe Nøjagtighed i Aflæsningen, at man ikke har ret meget Udbytte af at betragte saadanne Kurver. De *dobbelt logaritmiske* Kurver har derimod omtrent samme Afstand i Driftsaarets første Maaneder som ved Udgangen af Driftsaaret, og da den samme Afstand mellem to Kurver giver samme procentiske Afvigelse, hvor som helst i Koordinatsystemet Kurverne findes, vil man kunne aflæse Kurverne med samme procentiske Nøjagtighed i Aarets første Maaneder som senere hen i Driftsaaret. Da en Kurve i et saadant

Koordinatsystem i den sidste Del af Driftsaaret normalt forløber parallelt med den tilsvarende Kurve for det foregaaende Driftsaar eller med Kurven for det budgetterede Beløb, kan man lettere bedømme, hvor Kurven kan tænkes at ende ved Driftsaarets Udgang, end hvis de to Kurver forløber under en eller anden Vinkel med hinanden.

Dersom man tegner Summationskurver ind i et *enkelt logaritmisk* Koordinatsystem, vil Kurverne nok blive tilnærmelsesvis parallelle, men de vil ikke blive rette Linier, og i Driftsaarets første Maaneder vil Kurverne blive saa stejle i Forhold til Forløbet i de senere Maaneder, at man ikke faar det for Formaalet rette Indtryk af Kurverne, og de giver derfor ikke noget godt Kurvebillede.

De dobbelt logaritmiske Kurver giver et klart Billede af den relative (procentiske) Afvigelse mellem to Kurver. Kurverne i et Koordinatsystem med ækvidistant Inddeling viser den absolutte Afvigelse. Da man maa se denne Afvigelse i Forhold til selve den Værdi, den er Afvigelsen paa, for at afgøre den Rolle den spiller, er den procentiske Afvigelse som Regel en mere værdifuld Oplysning end den absolutte Afvigelse.

Ved Kurvepapirer af den Art, der anvendes til foran omhandlede dobbelt logaritmiske Kurver, kan man ved omhyggeligt afmærkede Kurver opnaa, at Usikkerheden ved Bestemmelsen af Funktionsværdien ligger under 1 Procent.

B. *Eksempler paa praktisk Anvendelse af logaritmiske Kurver.*

1. *Normalt m. v.* Til Kontrol med om en Virksomhed stadig drives lige effektivt, vil det være hensigtsmæssigt at have et Overblik over, hvorledes flere paa hinanden følgende Aars Driftsresultater og visse derefter udregnede Gennemsnitstal varierer gennem en Aarrække, f. Eks.:

- 1) Omsætning pr. beskæftiget Person,
- 2) Produktionsmængde og -Værdi pr. beskæftiget Arbejder,
- 3) Lagerets Omsætningshastighed,
- 4) Forskellige Driftsudgifter udregnet som Procent af Omsætningen.

Til dette Formaal indtegnes Kurver paa enkelt logaritmisk Papir med 3 Dekader paa Ordinataksen og Millimeterinddeling paa Abscisseaksen. (Papiret findes i Handelen i DIN-Format A. 4). Kurverne svarer i Princippet til de paa Fig. 2 viste.

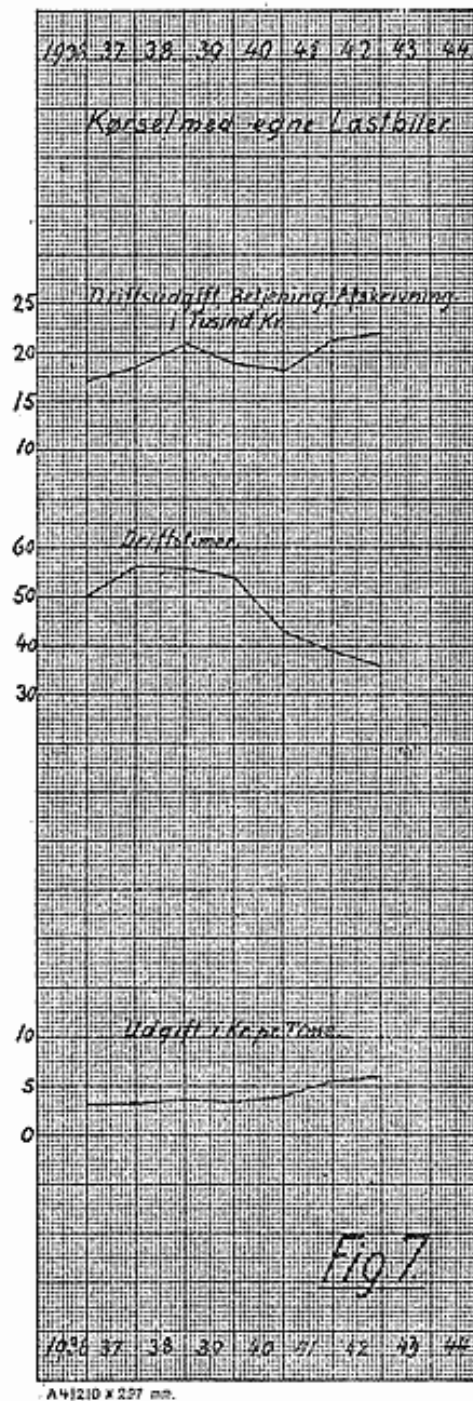
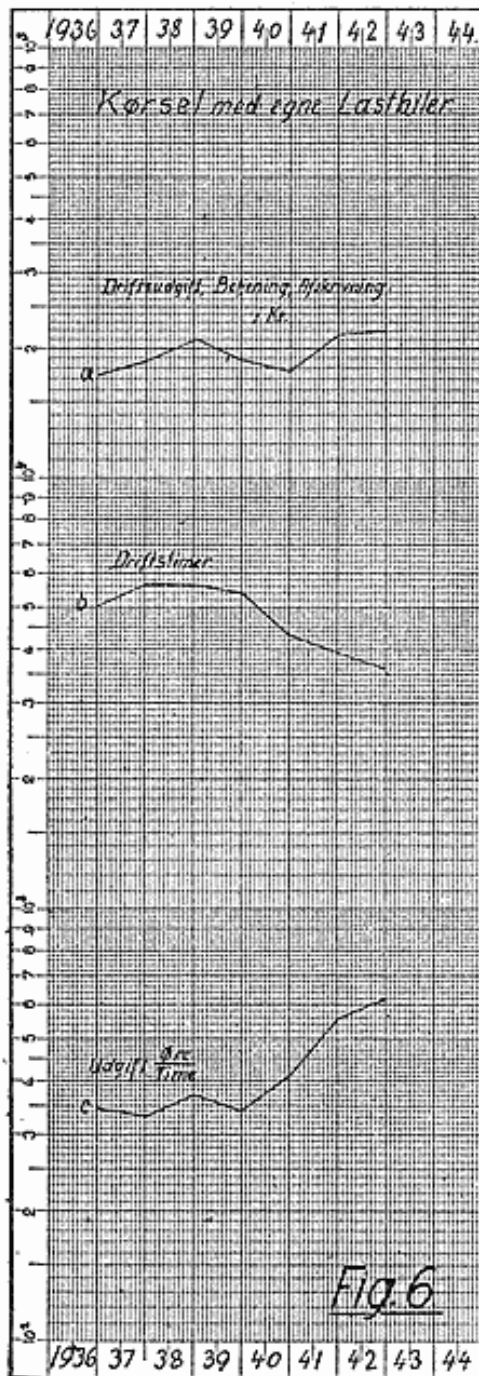
Paa Fig. 6 er som Eksempel vist Kurver for Udgift og Ydelse ved Lastbilkørsel, samt Udgift pr. præsteret Køretime. Kurve a viser de

samlede Driftsudgifter, saavel faste som variable, ved Bilkørselen. Kurve b viser det samlede Antal Driftstimer, der er præsteret, og Kurve c Udgiften i Øre pr. Time. Man bliver herved i Stand til at vurdere, om Bilerne drives økonomisk, eller om det kan betale sig at lade en Vognmand udføre en Del af Kørselen. Kurve c afsættes som vist i Fig. 2 ved, at man maaler Afstanden mellem Kurve a og b og afsætter denne Afstand opad fra Abscissen til de paa Kurve a og b maalte Punkter.

Normtal fremkommer som Forholdet mellem to Talværdier, og ønsker man at kontrollere, hvorledes Driftsresultaterne for ens egen Virksomhed ligger i Forhold til Normtallene for Branchen, indtegnes Kurver for Driftsresultaterne paa samme Maade som Kurverne a og b paa Fig. 6, der da viser de to Talværdier, man regner sin egen Virksomheds Normtal ud efter. Afstanden mellem disse Kurver maales og afsættes opad fra Abscisseaksen, hvorved Kurve c fremkommer. Denne Kurve er Virksomhedens Normtal.

Det kan hænde, at Kurve a, b og c ikke ligger i tre paa hinanden følgende Dekader; men man vil altid kunne placere de tre Kurver paa Kurvepapir med tre Dekader, idet man lader være et Spring i de Potenser af 10, der anføres ved Dekaderne, og derved afskæres man ikke fra at maale sig til Værdien af Kurve c. Dersom Kurverne i et saadant Tilfælde gaar over fra een Dekade til den næste, kan man anbringe Potenserne for den ene Kurve paa højre Side af Planen og for de to andre paa venstre Side. Skærer Kurve a og b hinanden, vil Kvotienten til Skæringspunktet være 1 Gange en Potens af 10, og Kurve c vil ligge paa Overgangen fra een Dekade til den næste. Stiger Kurve b over Kurve a, vil Afstanden mellem Kurverne være lig $b : a$, eller den omvendte Brøk af det, man søgte. Man afsætter da Afstanden mellem Kurverne nedad fra den øverste Ende af vedkommende Dekade og faar derved Værdien for Kurve c som den reciprokke Værdi af det maalte Forhold.

Indtegner man disse Kurver paa almindeligt Millimeterpapir, er Kurveformen afhængig af den Maalestok, man vælger for Kurverne, og da der maa være særskilt Maalestok for hver Kurve, risikerer man at faa en Kurveform, der giver et utydeligt Billede af de foreliggende Forhold, saaledes som det ses paa Fig. 7, der viser de samme Værdier som Fig. 6. Paa Fig. 7 er Maalestokkene for Kurve a og b valgt saaledes, at man faar omtrent det samme Kurvebillede som af de logaritmiske Kurver paa Fig. 6. Maalestokken for Kurve c svarer til den for Kurve a, blot er Kurve c angivet i »Kr. pr. Time« og Kurve a i »1000 Kr.«. Paa Millimeterpapiret er Kurve c ikke underkastet stærke



Svingninger, medens Kurve c paa det logaritmiske Papir giver et Kurvebillede, der viser den relative Variation og derfor maa foretrækkes.

En Fortegning som paa Fig. 7 er udelukket ved de logaritmiske Kurvebilleder, hvor Maalestokforholdet ikke har Indflydelse paa Kurve-

formen som nævnt Side 183. Dette hænger netop sammen med, at de logaritmiske Kurver viser den relative Variation.

Stigning eller Fald af en logaritmisk Kurve kan maales i Procent ved at maale Stigning eller Fald og afsætte dette Maal opad eller nedad fra en Dekades Begyndelse paa Ordinataksen. Som tidligere anført kan man regne dette Punkt for 100 og aflæse den anden Værdi i Forhold hertil.

Der findes Omraader, hvor man ønsker at se den absolutte Afvigelse, f. Eks. Arbejdsstyrkens Stigning eller Aftagen udtrykt i Antal Mand, og hertil anvender man almindeligt Kurvepapir med ækvidistant Inddeling. Ønsker man derimod at se Afvigelsen i Forhold til den Værdi, den er Afvigelsen paa (den procentiske Afvigelse), anvender man enkelt logaritmisk Papir.

De anførte Eksempler er kun nogle faa af de Anvendelsesmuligheder, de enkelt logaritmiske Kurver byder paa, men formentlig tilstrækkeligt til at illustrere Kurvernes Anvendelse.

2. *Budgetkontrol*. Stat og Kommune skal have et Budget fastlagt som Administrationsplan. Ved private Virksomheder vil det under Hensyn til de Markedsforhold o. l., som kan ventes, vise sig ønskeligt at udarbejde et Budget, hvorefter alt, hvad der kan udtrykkes i Tal, er planlagt for Driftsaaret og med en Fordeling paa de enkelte Maaneder saa nær som muligt svarende til de maanedlige Regnskabsoversigter.

Har man lagt et Budget, bør man ogsaa oprette en *Budgetkontrol*, hvorved man hver Maaned undersøger, hvormeget det virkelig opnaaede Driftsresultat afviger fra det budgetterede, og viser der sig Afvigelser, maa Driften tilpasses derefter. Hvorledes Budgettet kan opdeles, er afhængigt af Virksomhedens Art. Industri-, Handels-, Transport-, Bank- eller Forsikringsvirksomhed kræver hver sin Art af Kontrol, men Opdelingen af Budgettet og den regnskabsmæssige Kontering, henholdsvis Underkontering, maa afpasses efter hinanden af Hensyn til den Sammenligning med de virkelige opnaaede Resultater, der skal foretages ved Budgetkontrollen.

Til Budgetkontrol anvendes dobbelt logaritmiske Kurver som vist paa Fig. 4 og omtalt i Forbindelse dermed.

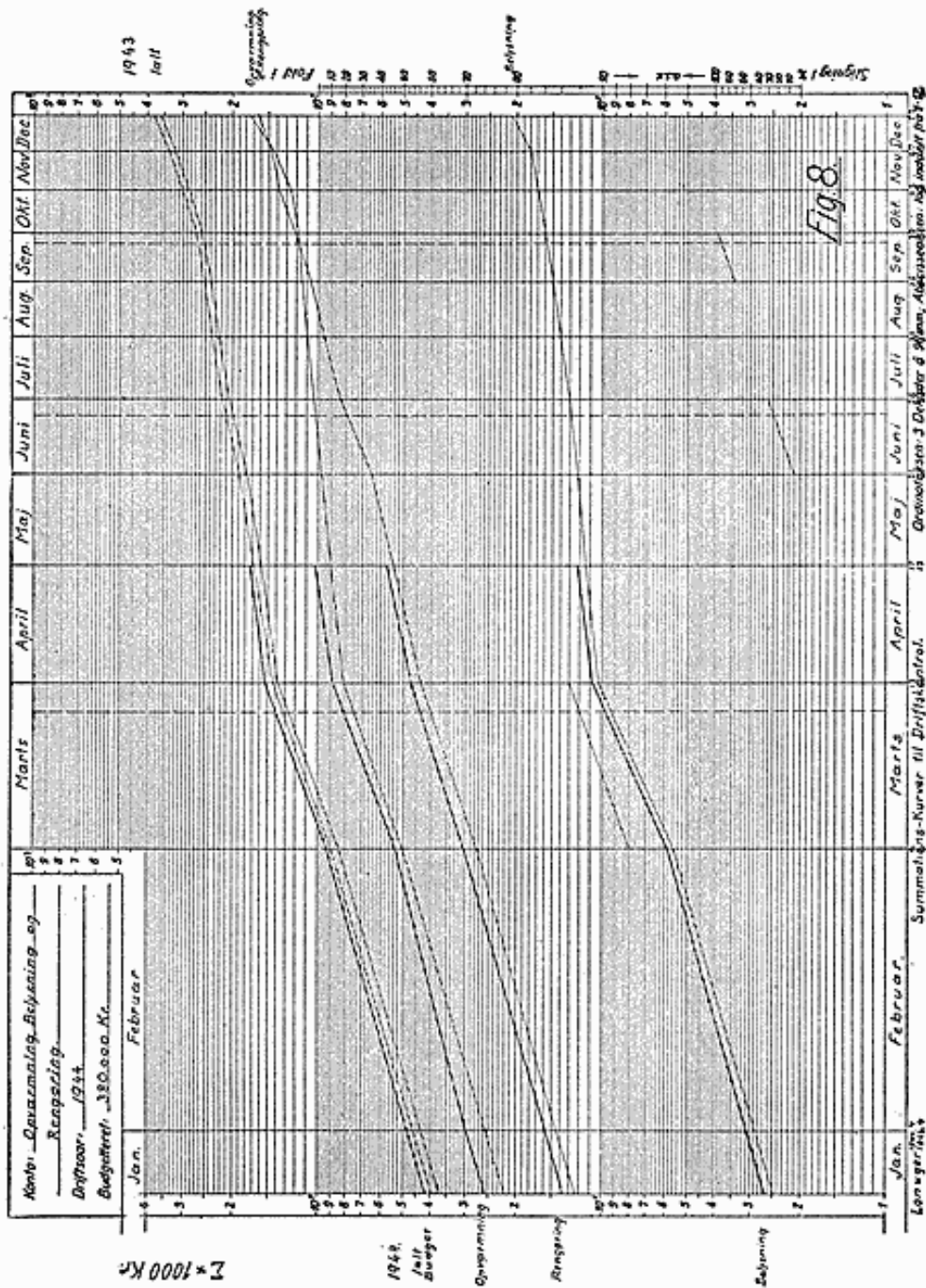
Uden at komme nærmere ind paa Problemet Budgettering, skal blot anføres nogle Omraader, hvor Budgetkontrol vil kunne finde Anvendelse, og hvorledes man kan indrette Kurvebladene til dette Formaal. Kurveblade kan oprettes for:

1. Vareindkøb. Der indtegnes Kurver for det samlede Vareindkøb og Kurver for hver af de vigtigere Varegrupper.

2. Omsætning (Salg). Der indtegnes Kurver for den samlede Omsætning og Kurver for f. Eks. indenbys Kunder, udenbys Kunder o. s. fr.
3. Produktion. Her oprettes a) Kurveblad for hver større Varegruppe, og herpaa indtegnes Kurver for Ialtudgiften ved Produktion af denne Varegruppe, samt Kurver for Løn- henholdsvis Materialeudgifter; b) Kurveblade for den samlede Produktion med indtegnede Ialtkurver samt Kurver for enkelte større Varegruppers Værdi henholdsvis Mængde, for saa vidt dette er muligt. Værdikurver og Mængdekurver tegnes som Regel paa hver sit Kurveblad; c) Kurveblade for den samlede Produktion med Kurver for Ialtudgiften, samt Kurver for Løn, henholdsvis Materialeudgiften og eventuelt andre Udgifter, for saa vidt disse er af væsentlig Betydning, ellers lægges de til Materialeudgiften. (Det lønner sig ikke at tegne særlige Kurver for Værdier af ganske underordnet Betydning).
4. Driftsomkostninger. Her oprettes Kurveblade svarende til den ved Virksomheden anvendte Underkontering af Driftsomkostningerne. Hver Konto, henholdsvis Underkonto, faar sit Kurveblad, hvorpaa indtegnes Kurver for Ialtudgiften, for Udgiften til Løn, henholdsvis Materiale, og til eventuelle andre Udgifter.
5. Iøvrigt Kurveblade for alle Driftsresultater, man ønsker at se som en Summation siden Driftsaarets Begyndelse af de enkelte Maaneders Driftsresultater, og sammenlignet med det foregaaende Driftsaar.

De Logaritme-papirer, der hidtil har været i Handelen, er ikke umiddelbart anvendelige til Budgetkontrol; men der bliver nu bragt Kurveblade med dobbelt logaritmisk Inddeling som vist paa Fig. 8 i Handelen. Paa disse Kurveblade er Ordinataksen forsynet med Maalestok fra 1 til 1000, og Abscisseaksen er inddelt logaritmisk fra 1 til 12, svarende til Driftsaarets 12 Maaneder.

Man følger den Regel, at der oprettes Kurveblade for hvert Emne, man ønsker at analysere Bevægelserne for, og paa dette Kurveblad indtegnes Kurver for den budgetterede Værdi, for Ialtværdien ifjor samt Kurver for de Elementer, hvorefter Ialtkurven bestaar, med deres Værdi ved Udgangen af hver Regnskabsmaaned i det foregaaende Driftsaar, f. Eks. Lønudgift, Materialeudgift o. s. v. Paa Kurvebladet indtegnes derefter, saasnart den maanedlige Regnskabsopgørelse foreligger, de tilsvarende Kurver for det løbende Driftsaar, og man har da gennem Kurverne Overblik over ikke blot den øjeblikkelige Stilling, men over hele Udviklingens Forløb i den forløbne Del af Drifts-



aaret i Sammenligning med de tilsvarende Driftsresultater for det foregaaende Driftsaar og sammenlignet med Budgettet.

For at kunne foretage Budgetkontrollen Aaret igennem, maa den budgetterede Ialtsum for en Konto være fordelt paa Regnskabsaarets 12 Maaneder paa en saadan Maade, at der bliver den størst mulige Overensstemmelse med de Indtægter, henholdsvis Udgifter, der ventes

at fremkomme i hver Maaned. For endvidere at faa et Overblik over, hvorledes Stillingen er paa de forskellige Tider i Løbet af Driftsaaret, maa den virkelige Indtægt, henholdsvis Udgift, og det budgetterede Beløb angives som en Sum fra Driftsaarets Begyndelse til Udgangen af hver Maaned i Driftsaaret, altsaa som en fortsat Summation af de ved hver Maanedes Regnskabsopgørelse fremkomne Resultater.

Paa Fig. 8 er indtegnet Kurver for en Konto over visse Driftsomkostninger (Opvarmning, Belysning og Rengøring) ved en industriel Virksomhed. Kurverne for det foregaaende Driftsaar og for det budgetterede Beløb er tegnet med tynde Linier, medens Kurverne for det løbende Driftsaar er tegnet med tykke Linier. Kurverne er dels Ialtkurver for det samlede Forbrug paa Kontoen og dels Kurver for de tre Grupper: Opvarmning, Rengøring og Belysning hver for sig. Betegnelserne for Kurverne er for det løbende Driftsaar anbragt i venstre Margin og for det foregaaende Driftsaar i højre Margin. I venstre Margin er endvidere anført, hvilken Værdi de paa Ordinataksen anførte Enheder har.

Kurverne for det foregaaende Driftsaar viser, at Ialtforbruget har været 360.000 Kr. Der er for det løbende Driftsaar budgetteret et Forbrug paa 380.000 Kr. Forbruget paa de to Grupper, Opvarmning og Belysning, er sæsonpræget, hvilket viser sig ved, at Kurverne for disse Udgifter ikke stiger saa stærkt i visse Maaneder (April—Oktober) som i den øvrige Del af Driftsaaret, hvorimod Kurven for Rengøring viser en jævn Stigning gennem hele Driftsaaret.

Da man venter, at Forbruget iaar vil være proportionalt med Forbruget ifjor, afmærkes 380.000 Kr. paa Ordinaten for December Maaned, og gennem dette Punkt trækkes Kurven for det budgetterede Beløb parallelt med Kurven for Ialtudgiften ifjor. Herved vil Kurven for det budgetterede Beløb for hver Maaned angive Værdier, der er proportionale med de Værdier, Kurven for Ialtforbruget angiver (jfr. den tidligere anførte Grundsætning for de logaritmiske Kurver), og da sidstnævnte Kurve angiver Forbruget ifjor som en Summation fra Driftsaarets Begyndelse til Udgangen af hver Maaned i Driftsaaret, vil Kurven for det budgetterede Beløb angive dette fordelt paa de enkelte Maaneder som en Summation fra Driftsaarets Begyndelse.

Til trods for, at Forbruget paa Kontoen er stærkt sæsonpræget, vil man dog hver Maaned, naar det regnskabsmæssige Resultat foreligger, og Kurverne er indtegnede, være i Stand til at se, om det budgetterede Beløb for den forløbne Del af Aaret er overskredet; af Kurverne paa Fig. 8 fremgaar, at den procentvis største Overskridelse findes paa Opvarmningen.

Paa højre Side af Fig. 8 er anbragt en *Procentmaalestok*, der er placeret saaledes paa Kurvepapiret, at den eventuelt kan klippes af og bruges til direkte Aflæsning af procentvis Stigning eller Fald for Kurverne overalt paa Kurvebladet. Foran under Omtalen af den logaritmiske Inddeling er det nævnt, at man kan bestemme Forholdet mellem to Tal procentvis ved at maale Afstanden mellem Tallene, afsætte denne Afstand ud fra 100 paa den logaritmiske Maalestok og aflæse den Værdi, men derved kommer til. Maalestokken for »Fald i %« begynder ved 100, og Inddelingerne paa Ordinataksen er overført til Maalestokken paa den Maade, at der udfor 90 staar 10, udfor 80 staar 20 o. s. v. Udfor 10 staar 90, da Faldet fra 100 til 10 netop er 90 %. Maalestokken for »Stigning i %« begynder ved 2, og udfor 2,2 staar 10, da 2,2 er 10 % større end 2. Udfor 2,4 staar 20, da 2,4 er 20 % større end 2. Udfor 4 staar 100, da 4 er 100 % større end 2. Maalestokken benyttes paa den Maade, at man sætter 0 udfor den Kurve, hvorfra man maaler Stigning eller Fald, og aflæser Procenten dér, hvor den anden Kurve træffer Maalestokken.

Ved paa Fig. 8 med Procentmaalestokken at maale Afstanden ultimo April mellem de to Kurver for Opvarmning, ses det, at Stigningen er 13—14 %. Paa det samlede Forbrug er Stigningen i Forhold til ifjor kun 10 %, og fortsætter Forbruget fra April gennem Resten af Driftsaaret med samme procentvise Stigning i Forhold til ifjor, hvad Kurveformen giver en Formodning om, maa man vente, at Ialtforbruget ultimo Driftsaaret vil blive ca. 395.000 Kr., eller en Overskridelse af det budgetterede Beløb paa ca. 15.000 Kr.

Maalingen af det forventede Forbrug i det løbende Driftsaar foretages ved at maale Stigningen mellem Ialtforbrug ifjor og Ialtforbrug iaar ultimo April og afsætte denne Stigning paa Ordinaten for December opad fra Kurven for Ialtforbruget ifjor (360.000 Kr.). Det er her forudsat, at der ikke i Resten af Aaret forekommer ekstraordinære Udgifter eller Besparelser paa Kontoen. Har man Kendskab til, at saadanne Afvigelser kan ventes, maa man tage Hensyn til disse ved den endelige Kalkulation af den forventede Udgift.

Har man foretaget en saadan Kalkulation paa et eller andet Tidspunkt, kan man markere Beløbet paa Ordinaten for December med en kort Streg, og man behøver da kun i Resten af Driftsaaret, hver Gang Kurverne er ført à jour, at lægge Mærke til, om Ialtkurven stadig har Retning efter Mærket.

Paa samme Maade som for Ialtkurven kan man skønne over den forventede Udgift til Udgangen af Driftsaaret paa de tre Underkonti, som denne Hovedkonto omfatter. Maaler man med Maalestokken for Stigning Afstanden ultimo April mellem de to Kurver for Rengøring,

vil Kurven for iaar træffe 5 %. For Belysning aflæses Stigningen til 8 %. Maaler man med Maalestokken for »Fald i %« Afstanden paa Ordinaten for December mellem Ialtkurven og Kurven for Opvarmningen, træffer man Tallet 52, d. v. s. at der fra Ialtudgiften til Udgiften for Opvarmning er et Fald paa 52 % af Ialtudgiften. Følgelig maa Udgiften til Opvarmning andrage $100 \div 52 = 48\%$ af den samlede Udgift paa Kontoen. Paa samme Maade faas, at Udgiften til Rengøringen er 46 % og Udgiften til Belysningen 6 % af den samlede Udgift paa denne Konto. Tilsammen giver dette 100 %, og man har derved kontrolleret, om Kurverne er tegnet rigtigt ind paa Kurvebladet.

Ved den Virksomhed, disse Kurver stammer fra, er Brændselsbeholdningens Værdi belastet Varebeholdningskontoen, og Forbruget af Brændsel afskrives paa denne Konto. Brændselsforbruget er derfor belastet Opvarmningskontoen med den virkelige Brændselsudgift hver Maaned og desuden med Lønningsudgiften til Pasning af Varmecentralen. Rengøringskontoen er næsten alene belastet med Arbejderlønninger, og Belysningskontoen er foruden Elektricitet belastet med Udgiften til Lampefornyelser og til Arbejds løn ved Pasningen af Belysningsanlægget.

Som man ser, kan man gennem Kurverne foretage Budgetkontrol med Konti, selv om Udgifterne er uensartet fordelt paa Driftsaarets 12 Maaneder, naar blot man kan vente, at Stigning og Fald sker i de samme Maaneder i de to Driftsaar, man sammenligner. Kurverne for de to Aar vil vel normalt følge hinanden. Er dette ikke Tilfældet, eller bliver Afvigelsen saa stor, at Aarsagen ikke alene kan tilskrives Svingninger i f. Eks. Lønninger eller Materialepriser, maa man foretage en nærmere Undersøgelse, og det letter da Undersøgelsen, at man straks paa Kurvebladet kan se, paa hvilke Underkonti (evt. om det er i Løn- eller Materialeregnskabet), man skal søge Aarsagen til, at Driftsresultatet bevæger sig i en mindre heldig Retning.

Ved industrielle Virksomheder er en Del Udgiftskonti stærkt prægede af Arbejdernes Ugelønninger. Da Udbetalingen af disse falder paa en bestemt Ugedag, hænder det, at samme Maaned i det ene Aar har 4 Udbetalingsdage og i det andet Aar 5 Udbetalingsdage. I det Driftsaar, hvor der er 5 Udbetalingsdage i en Regnskabsmaaned, har denne efter Driftsregnskabet en tilsyneladende Stigning i Forbruget, skønt den daglige Udgift i Virkeligheden er den samme. Ved Hjælp af Kurverne er man imidlertid i Stand til at give et korrekt Billede af Variationerne i Udgifterne, dersom man ved Opmærkningen af Kurverne tager Hensyn til Antallet af Lønningsuger.

Paa Fig. 8 er under Abscisseaksen anført Antal Lønuger i de to Driftsaar, og det viser sig da, at man til Udgangen af Februar i begge Driftsaar har haft 8 Lønuger, men til Udgangen af Marts iaar 13 Lønuger imod 12 ifjor. Dersom en Konto helt eller i overvejende Grad er paavirket af Udgift til Arbejderlønninger, bestemmer man, hvilken Abscisse Marts ifjor vil have, i Forhold til den foreliggende Abscisse for Marts iaar, paa følgende Maade: Paa Ordinaten for Februar afmærkes Værdien 8, og herfra trækkes en Hjælpelinie til 13 paa Ordinaten for Marts. Gennem det Punkt paa Hjælpelinien, som har Ordinaten 12, trækkes en punkteret Linie parallel med de øvrige Ordinatlínier, og hvor denne Linie træffer Abscisseaksen, har man den til 12 Lønuger svarende Abscisse, altsaa Abscissen for Marts ifjor. Samme Fremgangsmaade benyttes ved Bestemmelsen af Abscissen for Maanederne Juni og September ifjor. Hjælpelinien er for Juni vist fra 2,1 til 2,6 og for September fra 3,4 til 3,9 for at trække Hjælpelinierne udenfor Kurvebilledet, men da Inddelingen er den samme i alle Dekader, er det ligegyldigt, i hvilken Dekade Hjælpelinierne indtegnes. Man kan iøvrigt indtegne dem med Blyant og viske dem ud, naar man har brugt dem. Er Forbruget kun delvis paavirket af Arbejderlønninger, kan man skønne, om man vil gøre Afstanden noget mindre end den udfundne.

Ønsker man ogsaa at tage Hensyn til Helligdage, kan man i Stedet for Antal Lønuger anføre Antal Arbejdsdage fra Driftsaarets Begyndelse til Udgangen af hver Regnskabsmaaned. Fremgangsmaaden ved Bestemmelsen af Abscissen for ifjor bliver den samme. Forbrugene for ifjor afmærkes paa Ordinaterne for ifjor, men Kurverne trækkes igennem til Ordinatlínierne for iaar, saa at man kan se, baade hvor stor Udgiften var ifjor, og hvor stor den vilde have været, dersom der ifjor havde været lige saa mange Lønuger, som man har iaar. Skal man foretage Budgetkontrol for et stort Antal Konti, vil det være omstændeligt at redegøre for disse Tal i en regnskabsmæssig Opstilling, men ved et Kurvebillede faar man et klart Indtryk af disse Forhold.

Har man lagt sin Budgetkontrol tilrette med Kurver som paa Fig. 8, vil man for hver Maaned, naar Kurverne er ført à jour, kunne se, om det budgetterede Beløb er overskredet og med hvor mange Procent, samt hvor man skal søge Aarsagen til Overskridelsen. Man kan endvidere foretage et Skøn over de forventede Udgifter paa de forskellige Konti, blot ved at betragte Kurvebladet, et Arbejde, der vilde kræve væsentlig længere Tid, dersom en Udregning skulde foretages, og Resultatet opstilles i tabellarisk Form.

Fig. 8 kunde lige saa godt forestille et Kurveblad for en Fabrikationskonto som for en Omkostningskonto. Det vilde blive tilsvarende

Kurver, man viste. Kurver for Omsætning og for Indkøb vil faa tilsvarende Udseende med en Ialtkurve og flere Detailkurver.

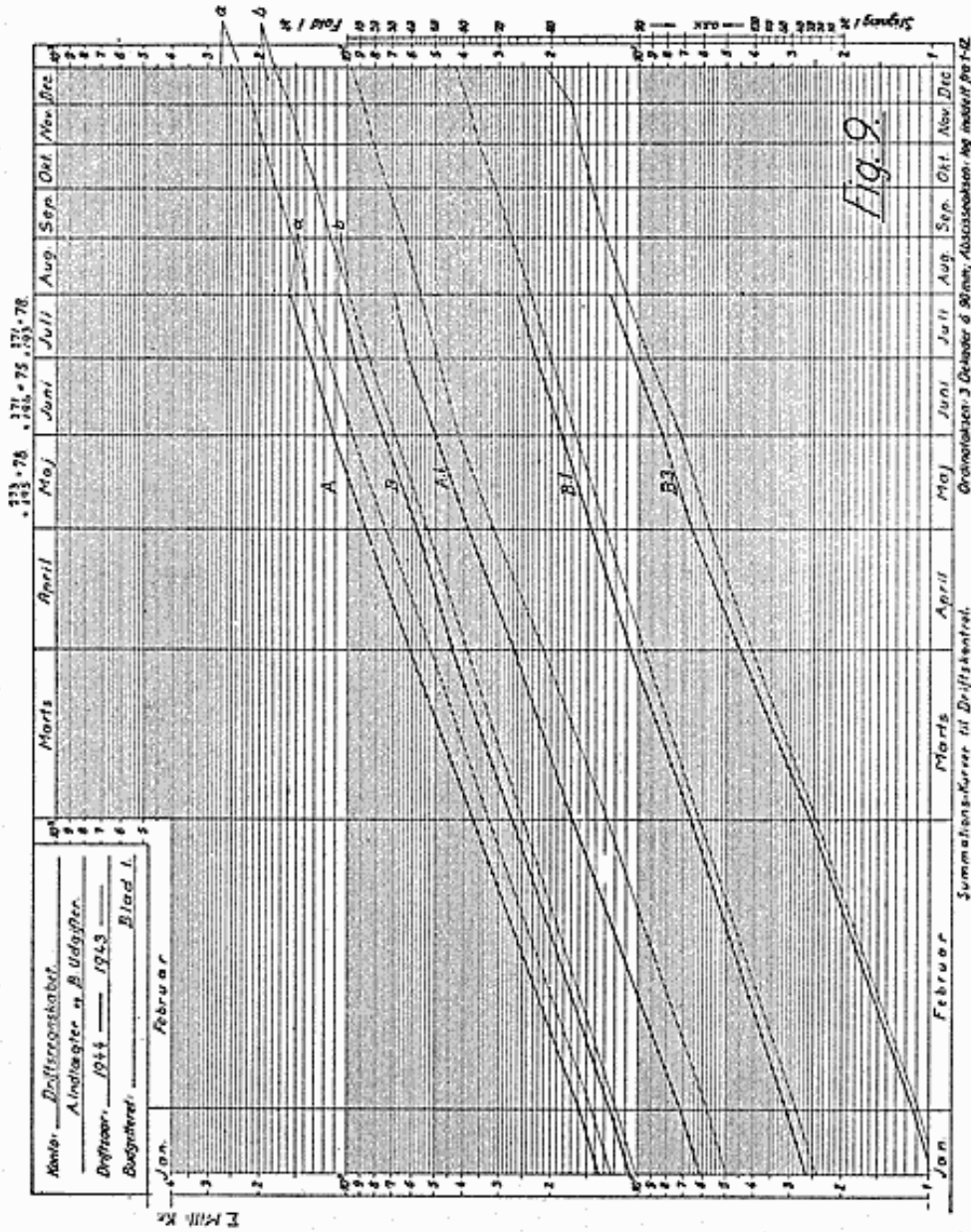
For at kunne udøve en Budgetkontrol paa de her viste Maader, maa man være i Stand til at kunne fordele det budgetterede Beløb nogenlunde rigtigt paa Aarets 12 Maaneder. Der vil intet være til Hinder for, at Kontoen indbefatter ekstraordinære Udgifter, naar man blot ved, i hvilke Regnskabsmaaneder de vil fremkomme. Man kan da tage Hensyn dertil, naar man afsætter Kurven. Ved man ikke, hvornaar Udgifterne vil komme frem i Regnskabet, kan man føre disse ekstraordinære Udgifter paa en særlig Underkonto og holde denne og det dertil budgetterede Beløb uden for Budgetkontrollen, der da kun omfatter de almindelige løbende Udgifter.

Saasnart Driftsregnskabet for en Maaned foreligger, føres Kurverne straks à jour. Kurverne kan tegnes med en spids Blyant eller Blækstift. Med den sidste er man i Stand til at tegne de forskellige Kurver for det løbende Driftsaar hver med sin Farve, medens Kurverne for det foregaaende Driftsaar alle tegnes med Blyant.

At foretage Undersøgelse af Aarsagen til Budgetoverskridelser kræver et saa indgaaende Kendskab til Forholdene ved den enkelte Virksomheds Drift og til Opbygningen af Underkonteringen ved denne, at der ikke kan gives generelle Regler herfor, men der er her vist, hvorledes man ved at lægge Kurverne hensigtsmæssigt tilrette kan faa saadanne Kurvebilleder frem, at en Afvigelse fra det normale eller det budgetterede straks falder i Øjnene, og hvorledes man til en vis Grad kan lokalisere Afvigelsen og derved lette Undersøgelsen, samt vurdere den Indflydelse, Afvigelsen vil faa paa Driftsaarets Slutresultat for de enkelte Konti.

3. *Driftsoversigter.* Foruden de under Budgetkontrol omhandlede Kurveblade, kan det oprettes Kurveblade med Kurver for Ialtsummerne paa Driftsregnskabets Hovedkonti, baade Indtægter og Udgifter for saavel det løbende som det foregaaende Driftsaar og Kurver for de samlede Driftsindtægter henholdsvis Driftsudgifter, saaledes at man kan danne sig et Begreb om, hvorledes Virksomhedens Nettofortjeneste for det løbende Driftsaar kan ventes at blive, ligesom man af Kurverne kan faa et samlet Overblik over Bevægelserne paa de forskellige Kontogrupper.

Paa Fig. 9 er indtegnet nogle af Kurverne for Indtægter og Udgifter fra et Driftsregnskab. Kurverne fra Driftsregnskabet er fordelt paa flere Kurveblade, saaledes at Kurvepar, der vilde skære hinanden, er tegnede hver paa sit Blad. Kurve A viser de samlede Driftsindtægter for indeværende og foregaaende Driftsaar og er specificeret ud paa to



Hovedgrupper, hvoraf A. 1. er indtegnet paa Fig. 9. Kurve B viser de samlede Driftsudgifter ligeledes for indeværende og foregaaende Drifts-
 aar og er specificeret ud paa forskellige Udgiftsposter, hvoraf B. 1
 og B. 3. er indtegnet paa Fig. 9. En Kurve, der vil ligge nedenfor Ko-
 ordinatsystemet i Fig. 9, vil angive Værdier, der er mindre end 1 %
 af Kurver i øverste Dekade, og Variationer paa en saadan Kurve har
 ikke særlig Interesse ved en Driftsoversigt i store Træk, som denne,
 og der vil derfor ikke være Brug for mere end 3 Dekader til disse
 Kurver.

Undersøger man de enkelte Kurver paa Fig. 9, vil man se, at de alle viser en Stigning i Forhold til det foregaaende Driftsaar. Stigningen kan maales i Procent med Procentmaalestocken. Ultimo Juli viser:

Kurve A en Stigning paa 16 %,
 » B » » » 8 % og
 » A. 1 » » » 22 % o. s. fr.

Parallelfører man Kurve A, som vist paa Fig. 9, med Kurven for foregaaende Driftsaar til Ordinaten for Driftsaarets Udgang, træffer man Tallet 271, vist ved »a«, d. v. s. den forventede Indtægt i Løbet af Driftsaaret kan ansættes til 271 Mill. Kr. Paa tilsvarende Maade kan Udgiften ansættes til 193 Mill. Kr., vist ved »b«. Man kan herefter forvente en Nettofortjeneste paa 78 Mill. Kr., for saa vidt der ikke kommer uforudsete Paavirkninger, der foraarsager en Ændring i Afvigelsen fra det foregaaende Driftsaar.

Maaler man med Maalestocken Afstanden mellem Kurve A og B paa Ordinaten for Juli for det løbende Driftsaar og sætter 0 paa Maalestocken for »Fald« udfør Kurve A, træffer Kurve B Tallet 33. Fra Kurve A til Kurve B er der et Fald paa 33 %. Kurve B maa da udgøre Resten af 100 %, nemlig 67 %, d. v. s. at i det løbende Driftsaar har Udgiften regnet fra Driftsaarets Begyndelse til Udgangen af Juli Regnskabsmaaned udgjort 67 % af Indtægten. For det foregaaende Driftsaar maales Afstanden mellem Kurve A og Kurve B til 27 %, og Udgiften bliver da 73 % af Indtægten.

Der er, som man ser, mange Forhold, man kan faa belyst ved de logaritmiske Kurver uden Udregninger af nogen Art, men alene ved Benyttelse af Maalestocken. Derfor kan den, der kritisk gennemgaar Driftsresultatet ved Hjælp af Kurverne, selv benytte Maalestocken til at faa oplyst de Ting, han har Interesse af, i Stedet for at lade en anden foretage Udregning og Opstilling heraf.