

## Digitale artefakter i matematikundervisningen

Understøttelse af elevernes computationelle og matematiske forståelse

Af Camilla Finsterbach Kaup & Susanne Dau

Korrekt citering af denne artikel efter APA-systemet (American Psychological Association System, 7th Edition):  
Kaup, C. F. (2022). Digitale artefakter i matematikundervisningen. Understøttelse af elevernes computationelle og matematiske forståelse. *Learning Tech - Tidsskrift for læremidler, didaktik og teknologi*, (11), 73-106.  
DOI: 10.7146/lt.v7i11.128231

# Abstract

---

Computational tankegang er et centralt begreb, når der tales om teknologiinddragelse i folkeskolen. Denne artikel adresserer brugen af digitale artefakter til at understøtte elevernes computationelle og matematiske forståelse og undersøger, hvilke potentialer der kan opstå. Dermed sætter artiklen fokus på et forskningsfelt, som er relativt uudforsket, og hvor der fortsat mangler empirisk viden. Formålet er at undersøge lærerens brug af digitale artefakter i didaktiske iterative cyklusser. Teorien om semiotisk mediering bruges til indholdsanalyse af brugen af digitale artefakter på tværs af de didaktiske cyklusser, da denne teori er velegnet til at belyse tegn på mediering. Det empiriske datagrundlag består af en case, som inkluderer observationer fra undervisningen fra tre 3. klasser på samme skole. Fokus er centreret om den ene classes arbejde med micro:bits som digitalt artefakt. Undersøgelsens resultater peger på, at lærerens mediering, og opmærksomhed på dertil hørende tegn, har afgørende betydning for elevernes anvendelse, forståelses- og brugskompetencer indenfor computationel tankegang i matematikundervisningen.

Computational thinking (CT) is a key concept when it comes to technology involvement in primary and lower secondary school. This article addresses the use of digital artifacts to support students' computational and mathematical understanding and explores the potentials that may arise. The purpose is to investigate the teachers use of digital artifacts in didactic iteratives. The theory of semiotic mediation (TSM) is used for content analysis of the use of digital artifacts across the didactic cycles. The empirical data base consists of a case, which includes observations from the teaching of the teaching staff from three 3<sup>rd</sup> grades at the same school. The focus is on one of the classes' work with micro:bits as a digital artifact. The study results indicate that the teacher's mediation and attention to associated signs are of crucial importance to the students' use, understanding and skills within CT in mathematics teaching.

# Digitale artefakter i matematikundervisningen

Understøttelse af elevernes computationelle og matematiske forståelse

## Indledning

Computational tankegang (CT) har på det seneste fået en uddannelses- og forskningsmæssig interesse både nationalt og internationalt (Ejsing-Duun, Misfelt & Andersen, 2021; Bocconi, Chiocciariello, Dettori, Ferrari, Punie, Kampylis & Engelhardt, 2016). Ifølge Gadanidis, Cendros, Floyd og Namukasa (2017) er der et naturligt og historisk link mellem CT og den matematiske disciplin bestående af logiske strukturer og evnen til at modellere matematiske problemer. Dette underbygges af Pérez (2018), der konkluderer, at når elever undersøger matematiske problemer ved hjælp af computationelle problemløsningsstrategier, for eksempel programmering, algoritmisk tænkning og arbejde med computationelle abstraktioner, kan det hjælpe dem med at udvikle en dybere forståelse af det matematiske problem. Ved inddragelse af digitale artefakter i en undervisningssammenhæng er det væsentligt, at der skabes en mening omkring artefakterne for eleverne. Dette kan gøres igennem det, som Vygotsky (Rieber, 1997) betegner som den medierede aktivitet, der hentyder til, at mennesker i et sociokulturelt perspektiv tolker deres omverden igennem tegn og artefakter. Lærerens mediering bliver således central i arbejdet med CT i indskolingens matematikundervisning, og derfor vil artiklens fokus være på, hvordan læreren, igennem tegn, medierer brugen af digitale artefakter i matematikundervisningen. Teorien om semiotisk mediering (TSM) bruges til at analysere brugen af et digitalt artefakt og hvilke mulige tegn, der kan være med til at udvikle elevernes computationelle og matematiske forståelse. Brugen af digitale artefakter understøtter ikke uden videre elevernes matematiske forståelse – dette er betinget af et planlagt didaktisk design med opgaver, der hjælper eleverne med at skabe en sammenhæng mellem brugen af det digitale artefakt og matematiske begreber (Bartolini Bussi & Mariotti,

Af Camilla Finsterbach Kaup, Professionshøjskolen UCN,  
& Susanne Dau, Professionshøjskolen UCN

2008). Undersøgelsen er således relevant for matematiklærere, da den ser på, hvordan læreren kan inddrage digitale artefakter til at understøtte CT i relation til matematikundervisningen.

Dette leder frem mod artiklens forskningsspørgsmål:

**Hvordan kan en undervisningssekvens med brug af micro:bit understøtte samspillet mellem computationel tankegang og matematik? Hvilken rolle spiller lærerens måde at mediere aktiviteterne på i matematikundervisningen ved inddragelse af computationel tankegang?**



### **Nyere forskning indenfor området**

Til kortlægning af den nyere forskning indenfor området er der foretaget en systematisk søgning i ERIC (d.12.07.21) på engelsksproget peer-reviewed forskningslitteratur med søgetermerne “Computational Thinking” AND “Math\*”. Søgningen blev foretaget på peer-reviewed tekster med fuldtekst adgang. Dette resulterede i 8 forskningspublikationer, hvilket vidner om et relativt lille antal af artikler, som inkluderer begge begreber på overskriftsniveau.

Forskningspublikationerne repræsenterede artikler fra 2014-2020. Efter en sortering og selektion af artiklerne blev tre publikationer valgt fra. Fravalget blev begrundet i følgende: En publikation var ikke repræsentativ for vores undersøgelses genstandsfelt (uddannelser, hvor elever indgår), da den adresserede uddannelsen på et teknisk universitet. En publikation adresserede ikke i tilstrækkelig grad videnskabeligt arbejde med CT og matematik, men bestod i højere grad af en beskrivelse af matematikkursers indhold, og en artikel blev fravalgt, da det var en oversigtsartikel over andres artikler og derfor ikke adresserede et konkret studie. De resterende 5 artikler er inkluderet som baggrund for vores oversigt over litteraturen. Det mindre litteraturreview inkluderede såvel kvalitative som kvantitative studier. Alle de inkluderede forskningspublikationer havde lærere og/eller elever fra folkeskolen og/eller de gymnasiale uddannelser som genstandsfelt (Chongo, Osman & Nayan, 2020; Lockwood, DeJarnette, Asay & Thomas, 2016; Promraksa, Sangaroon & Inprasitha, 2014; Reichert, Barone & Kist, 2020; Weintrop, Behesti, Horn, Orton, Jona, Trouille & Wilensky, 2016). En oversigt kan findes i Bilag 1.

Reviewet viser, at CT kan styrke elevers matematiske evner

(Chongo et al., 2020; Reichert et al., 2020). Blandt andet er CT fundet anvendeligt i relation til facilitering af problemløsning i matematik (Lockwood et al., 2016; Promraksa et al., 2014; Weintrop et al., 2016). Et empirisk casestudie har ligeledes vist, at udover at have betydelig indflydelse på læringen, så har læreres arbejde med CT også genereret refleksioner over de anvendte metoder til undervisning og læring (Reichert et al., 2020). CT synes ikke kun at kunne styrke den matematiske problemløsning, men også den matematiske forståelse og selve undervisningen (Lockwood et al., 2016). Et design-baseret studie fandt tillige, at den kollaborative proces bidrog til, at eleverne udviklede en forståelse af CT og de forskellige CT-niveauer i matematik (Promraksa et al., 2014). Fra et mere teoretisk perspektiv bidrager Weintrop et al. (2016) med en oversigtsmodel med fire kategorier af praksis til rammesætning og definerings af CT til matematik og science. De fire kategorier inkluderer: Datapraksis, modellerings- og simulationspraksis, computationel problemløsningspraksis og systemtænkingspraksis. Datapraksis indebærer at samle, skabe, manipulere, analysere og visualisere data. Modellerings- og simulationspraksis inkluderer brug af CT-modeller til at forstå begreber, brug af CT-modeller til at teste og finde løsninger, at tilgå CT-modeller, at designe CT-modeller og at konstruere CT-modeller. Computational problemløsningspraksis indebærer at forberede problemer til computationelle løsninger, programmere, vælge effektive computationelle værktøjer, tilgå forskellige tilgange eller løsninger til problemet, udvikle modulære computationelle løsninger, skabe computationelle abstraktioner og finde samt rette fejl. Systemtænkingspraksis inkluderer at undersøge komplekse systemer som en helhed, forstå sammenhængen i et system, tænke i niveauer, kunne kommunikere om systemets informationer, kunne definere systemer og håndtere deres kompleksitet (Weintrop et al., 2016). Lockwood et al. (2016) indleder med at se på nogle eksisterende brede definitioner af CT, men bidrager med nye perspektiver på CT i relation til undervisning i matematik, idet de på baggrund af deres studie udleder en definition på algoritmisk tænkning, som relaterer til begrebet procedural tænkning, hvor tænkningen følger en logisk rækkefølge og brug af midler til at nå et bestemt mål. De finder, at algoritmisk tænkning bidrager til at styrke problemløsning, matematiske kommunikationsfærdigheder og forudsætninger for at kunne vurdere, om noget er rigtigt eller forkert.

De inkluderede artikler tager primært afsæt i allerede kendte definitioner på CT som grundlag for deres undersøgelser og fund – eksempelvis anvender Reichert et al. (2020) definitionen som Barr og Stephenson (2011) har givet:

” An approach to solving problems in a way that can be implemented with a computer: students become not merely tool users but tool builders. They use a set of concepts, such as abstraction, recursion, and iteration, to process and analyze data, and to create real and virtual artifacts.  
(Barr & Stephenson, 2011, s. 51)

I denne definition lægges vægt på brugernes evne til at bygge og skabe og ikke kun problemløsning.

Endelig udleder Chongo et al. (2020), på baggrund af blandt andet Wings (2006), følgende definition: “... a process of thinking and a tool for solving problems using computer concepts either with a computer (plugged-in) or without one (unplugged)” (Chongo et al., 2020, s. 160). Denne definition synes, ligesom den foregående, at relatere til en tankemæssig proces, der læner sig tæt op ad det systemiske, men adskiller sig fra definitionen ovenfor ved at betone, at CT også kan foregå uden brug af computer. De nævnte definitioner inkluderer alle problemløsning og relaterer til måden, computere arbejder på, omend den første definition af Barr og Stephenson (2011) i højere grad fokuserer på proces, analyse og det at skabe artefakter frem for udelukkende at anvende artefakter. I denne artikel har vi valgt at læne os op ad en definition, hvor CT ses som en model for tænkning, der også kan bruges uden brug af computere (Chongo et al., 2020). Inden vi ser nærmere herpå, vil vi kort introducere til det epistemologiske afsæt for undersøgelsen, og dermed under hvilken optik forskningsspørgsmålet undersøges.

### **Medierende digitale artefakter**

Epistemologisk tages der afsæt i Vygotskys læringsperspektiv, der inkluderer en udviklingsmæssig dimension, hvor artefakter ses som en vigtig del af læring (Vygotsky, 1978). Det er ifølge Bartolini Bussi & Mariotti (2008) væsentligt at se på, hvordan læreren bruger artefakter til at mediere den matematiske læreproces for at se på sammenhængen mellem elevs løsning af en matematikopgave og den matematiske læring.

Ifølge Vygotsky (1978) vil forholdet mellem mennesker og deres omgivelser altid være medieret igennem kulturelle forståelser, der er udviklet af mennesket igennem tiden. I denne kontekst er praksis skabt og gjort muligt igennem konceptuelle og materielle artefakter, herunder teknologier – analoge som digitale, fra vores kulturarv og sociale miljø. Sproget har her en central betydning for medieringen, hvor sproget er med til at skabe internalisering, hvor ydre processer i form af dialog og gruppearbejde bliver gjort til indre processer hos

eleven. I denne sammenhæng ser vi læreringsmiljøet bestående af både undervisning og læring som en helhed (Bottino & Chiappini, 2002).

Vi er interesseret i at analysere undervisnings- og læringsprocesser for at forstå, på hvilken måde digitale artefakter kan inddrages som medierende redskaber for at understøtte elevernes matematiske- og computationelle forståelse. I dette perspektiv ses artefakter som noget, der kan hjælpe os med at forstå vores omverden. Artefakter har indlejrede generationsindsigter, der kommer til udtryk ved, at vi som individer igennem vores opvækst får en forståelse for for eksempel, at en lineal bruges til at måle med, og at en lommeregner bruges til beregninger. Erfaringerne kommer til udtryk igennem mediering og tegn (Vygotsky, 1978). Vi anser i dette perspektiv digitale artefakter som et redskab med en indlejret intentionalitet, der er skabt ud fra et bestemt formål, og hvori der sker en rekonfigurering, når artefaktet inddrages i nye sociale kontekster (Hasse & Brok, 2015; Kaup, 2021). Viden omkring inddragelse af artefakter relateret til CT i matematikundervisningen er forsat sparsomt, hvilket også viste sig i litteraturreviewet (se Bilag 1). Selvom der er få nyere studier, så viser definitionerne, at inddragelsen kan inkludere både digitale (Barr & Stephenson, 2011) og ikke digitale artefakter (Chongo et al., 2020). Derudover peges der på, at digitale artefakter relateret til CT i matematikundervisningen har en central placering i relation til arbejdet med datapraksis, modellerings- og simulationspraksis, computationel problemløsningspraksis og systemtænkingspraksis (Weintrop et al., 2016), og at arbejdet med CT kan styrke kollaboration (Promraksa et al., 2014).

Der ses derfor et behov for at undersøge, hvordan læreren inddrager digitale artefakter i forbindelse med matematikundervisningen og i relation til at understøtte elevernes læring.

### **Anvendelse af et semiotisk perspektiv**

Teorien om semiotisk mediering (TSM) er særlig velegnet til at undersøge, hvordan brugen af digitale artefakter kan hjælpe eleverne med at udvikle deres matematiske forståelse (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Semiotisk mediering vedrører, hvordan vi mennesker, herunder lærerne og eleverne, bruger artefakter eller tegn til at mediere budskaber, meninger, tanker eller idéer. Ifølge Hasan (2002) omhandler semiotik alle modaliteter af tegn, ikke kun sproget. I artiklen beskrives og diskuteres resultaterne af en undervisningssekvens, hvor det digitale artefakt blev brugt til at understøtte elevernes fagfaglige viden. TSM inddrages således for at kunne analysere, hvordan elevernes udvikling gik fra mere spontane erfaringer med at bruge matematiske begreber i konkrete sammenhænge og til, hvordan det digitale artefakt kunne være med til at understøtte dette. Fokusset var på, hvordan

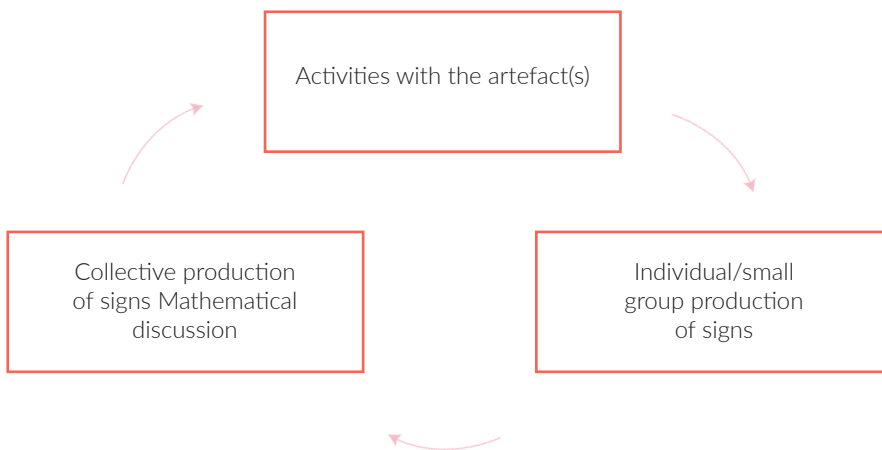
læreren igennem mediering kommunikerede og understøttede elevernes udvikling fra spontane til matematiske begreber undervejs i undervisningssekvensen. Interaktionerne og de semiotiske processer spillede en aktiv rolle, særligt når eleverne arbejdede med artefaktet for at løse en given matematikopgave. Dette vil blive udfoldet i analysen.

### Den didaktiske cyklus

For at understøtte læringsituationen designer læreren en undervisningssekvens, med afsæt i en iteration af forskellige didaktiske cyklusser, designet til at undersøge og understøtte brugen af det givne artefakt. Hver didaktisk cyklus består af specifikke opgaver, der bidrager til at understøtte det semiotiske perspektiv. Tre typer af forskelligrettede aktiviteter udgør den didaktiske cyklus, se Figur 1.

**Figur 1.**

*Den digitale cyklus (Mariotti & Maffia, 2018, s. 54).*





*Aktiviteter med artefaktet* bliver skabt i begyndelsen af hver cyklus. Aktiviteterne er baseret på elevers brug af artefaktet med det formål at understøtte udviklingen af tegn, som kan ses som for eksempel ord, tegninger, kropssprog, og som er relateret til brugen af artefaktet. Tegn skal også ses i sammenhæng med den matematiske mening, der kan anskues som objektet for undervisningssekvensen. *Individuel/små gruppers produktion af tegn*: eleverne arbejder enten individuelt eller i små grupper, hvor de producerer tegn. Tegnene, der opstår, vil være bundet op på den første del af cyklussen, hvor der arbejdes med artefaktet. Den skrevne tekst eller tegning spiller her en vigtig rolle, fordi den skrevne tekst, ulig andre tegn, kan adskilles fra den specifikke handling. Yderligere kan den skrevne tekst bruges i den efterfølgende diskussion. *Kollektiv produktion af tegn/matematisk diskussion*: denne aktivitet udgør kernen af den semiotiske medieringsproces. Her er hele klassen engageret i diskussionen, og forskellige løsninger diskuteres kollektivt. Lærers rolle er her at understøtte udviklingen af den matematiske mening og at udforske det semiotiske potentiale for det givne artefakt (Mariotti & Maffia, 2018; Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Ses der på eksemplet med linealen, kan aktiviteten og opgaven bestå i at undersøge, hvordan linealen bruges og hvilke måleenheder linealen består af. Under udførelsen af opgaven ser læreren efter begyndende tegn på elevernes matematiske forståelse for linealen, som kommer til udtryk igennem elevernes personlige meninger og erfaringer. Dette samler læreren efterfølgende op på og hjælper eleverne med at sætte det ind i en kulturel-matematisk sammenhæng ved hjælp af faglige begreber.

### **Sprogets betydning i matematikken**

Ifølge Vygotsky (1978) kan begreber adskilles i to kategorier: spontane begreber, der udvikles gennem elevens opvækst, og videnskabelige begreber, der udvikles gennem vejledning og støtte af en voksen. Denne udvikling af begreber sker igennem en vekselvirkning, hvor de spontane og de videnskabelige begreber beriger hinanden (Johansen, 2007). Ifølge Johansen (2007) kan matematiske før-faglige ord og begreber henføres til det, Vygotsky (1978) kalder spontane begreber. Nye begreber udvikles over tid og igennem gentagende møder med begrebet, hvor begrebet undervejs vil blive sat ind i nye kontekster, og på den måde blive udviklet til et begreb, eleven kan anvende og forstå i andre sammenhænge. Der ses ligeledes en sammenhæng mellem, at de spontane begreber fungerer som oversættelsesled for de videnskabelige begreber, samtidig med at de videnskabelige begreber er med til at skabe struktur og kategorisere elevens spontane begreber (Johansen, 2007; Bartolini Bussi & Mariotti, 2008).

## Tænkning og beregning

Beregning har tidligere kun været løst forbundet til tænkning, men senere forskning har vist, at eleverne skaber meninger om og forståelse af, hvordan de er engageret i udregningerne (Li, Schoenfeld, diSessa, Graesser, Benson, English & Duschl, 2020; Li & Schoenfeld, 2019). For eksempel kan elever ved hjælp af udenadslære huske subtraktionsalgoritmen og vide, hvordan de skal udregne  $57-32$  ved at ”trække det mindste tal fra det største tal” og få differencen 25. Denne udregning kan eleven lave uden at have den nødvendige forståelse for positions- og titalssystemet men stadigvæk få det korrekte resultat. Det anses som væsentligt, at eleverne tidligt begynder at skabe en mening og en forståelse, der ligger udover udenadslæreren. På denne måde bliver det betydningsfuldt, at eleverne udvikler en dybere matematisk forståelse (Li et al., 2020), hvor der skabes en kobling mellem spontane og videnskabelige begreber.

## Metode

### Valg af case

På baggrund af tre cases fra de tre deltagende klasser er der ud fra følgende inklusions- og eksklusionskriterier udvalgt én case, som kan bidrage til at besvare forskningsspørgsmålet.

**Tabel 1.**

Oversigt over inklusions- og eksklusionskriterier.

Inklusionskriterier	Eksklusionskriterier
Inddragelse af micro:bit som digitalt artefakt	Inkluderer ikke et arbejde med micro:bit som digitalt artefakt
Illustrerer tegn på mediering mellem CT og matematik	Ingen tegn på mediering mellem CT og matematik
Der er tegn på elevinvolvering	Ingen tegn på elevinvolvering
Der er tegn på samspil mellem elev og lærer i arbejdet med matematik og CT i kombination	Ingen synlige tegn på samspil mellem elev og lærer i arbejdet med matematik og CT i kombination

På baggrund af inklusions- og eksklusionskriterier er der valgt et single casestudie som afsæt for undersøgelsen. Casestudiet er valgt, da det er velegnet til at indfange sociale udviklingsprocesser i organisationer (Launsø, Olsen & Rieper, 2011) og beskrive, hvilke hændelser der opstår i en konkret undervisningssituation, og hvilke handlinger det fører med sig (Yin, 2009). Inklusions- og eksklusionskriterierne i Tabel 1 blev anvendt til at vælge casen, som kunne afdække forskningsspørgsmålet bedst muligt og samtidigt give anledning til en generalisering eller modificering af den eksisterende forståelse repræsenteret inden for forskningsfeltet. På denne måde er der tale om et valg, der repræsenterer en undersøgende instrumentel case. Casen forsøger således ikke at se på lærernes forståelse af den samlede situation (Stake, 1995), men anvendes i stedet til at give indblik i, hvilke tegn der er på mediering mellem CT og matematik, når micro:bit anvendes. Den udvalgte case består udelukkende af data genereret via observationer og videooptagelser, der er behandlet kvalitativt.

### **Metodiske overvejelser i relation til video og deltagende observationer**

#### ***Deltagelse og kontekst***

Casen er tilvejebragt i forbindelse med et ph.d.-projekt, hvor udvalgte 3. klasser har været fulgt igennem skoleåret 2019/2020 og 2020/2021. I alt har der deltaget tre 3. klasser i projektet. Deltagerne i projektet havde ingen eller kun lidt erfaring med at arbejde med digitale artefakter i en undervisningssammenhæng. Der blev brugt kvalitative metoder for at kunne indfange deltagerens interaktioner mellem det materielle og det sociale miljø og for at kunne indfange en helhedsforståelse af lærerens rolle (Brinkmann & Tanggaard, 2020). Dette skete igennem deltagerobservation med et forskerperifert medlemskab, hvor førsteforfatteren var til stede i rummet, hvilket gjorde det muligt at skabe en insider-identitet, uden at det havde indflydelse på klasse-roomsaktiviteterne. Til at understøtte observationerne blev der taget feltnoter og anvendt videooptagelser fra et stationært videokamera bagerst i lokalet. Formålet var at indfange mere generelle informationer fra læreren til eleverne, hvor fokus var på at følge læreren (Kawulich, 2005). De tre didaktiske cyklusser foregik over en periode på to måneder, hvor der blev optaget tre videosekvenser af en samlet varighed på 360 minutter. Datamaterialet blev indsamlet med tilladelse fra deltagerne og elevernes forældre. Efterfølgende blev denne data behandlet fortroligt og anonymiseret efter forskrifter for Danish Code of Conduct. Casen vil tage udgangspunkt i en undervisningssekvens, hvor eleverne arbejdede med micro:bits.

## Overblik over undervisningssekvensen

Undervisningssekvensen, som læreren havde udfærdiget, var tilrettelagt for at kunne understøtte elevernes matematiske forståelse og computationelle tænkning. Eleverne skulle igennem undervisningssekvensen opnå en forståelse for logisk og sekventiel kodning igennem step-by-step-kommandoer. Undervisningssekvensen blev tilrettelagt, så den understøttede det, eleverne arbejdede med i den daglige matematikundervisning. Undervisningssekvensen bestod af en iterativ proces bestående af tre didaktiske cyklusser.

Den første didaktiske cyklus var tilrettelagt således, at eleverne udviklede en grundlæggende forståelse for, hvordan en micro:bit fungerede. Her blev der lagt vægt på, at eleverne arbejdede med, hvordan en micro:bit fik et input, lavede en beregning og kom med et output. Eleverne arbejdede sammen i grupper af to, hvor de begge sad med hver deres computer. På den ene computer så de en video, der instruerede dem i at kode deres micro:bit, og på den anden arbejdede de i programmet [makecode.org](https://makecode.org), hvori de programmerede deres micro:bit. Det første, eleverne skulle programmere, var at lave et statisk hjerte og dernæst et dynamisk hjerte, der blinkede. Eleverne blev via introduktionen introduceret til at lave programmer ved hjælp af micro:bittens koordinator og dioder. Til sidst skulle eleverne med viden fra de første opgaver animere en figur, der bevægede sig tværs over skærmen. Eleverne undersøgte her de forskellige funktioner af programmeringsprogrammet, og derefter fremviste de den animerede figur for klassen. Intentionen var, at eleverne udviklede en fornemmelse for, hvordan micro:bitten fungerede og lærte dens funktioner at kende igennem en mere undersøgende tilgang.

I den anden didaktiske cyklus arbejdede eleverne med at lave en gangemaskine. Eleverne arbejdede igen sammen to og to og fulgte en introduktion via en video. Som en del af cyklussen skulle den ene elev regne multiplikationsstykker via micro:bitten, og den anden elev skulle regne opgaverne i hovedet. Eleverne erfarede, at indtastningen af samt visningen af tal ikke var optimalt på micro:bitten. Det tog for lang tid at indtaste og aflæse displayet, hvis produktet kom over to cifre. Eleverne erfarede ligeledes, at de i dette tilfælde var hurtigere til at lave udregningerne end micro:bitten. I dette forløb blev eleverne introduceret til brugen af variabler som en måde at lagre data på og som resultater af matematiske operationer.

I den tredje didaktiske cyklus blev eleverne præsenteret for en problemstilling: Kan vi få micro:bitten til at fungere som en skridttæller? Eleverne skulle via micro:bittens indbyggede accelerometer bygge en skridttæller. Micro:bitten arbejdede med et rummeligt koordinatsystem bestående af tre akser. Eleverne var kun lige blevet præsen-

teret for koordinatsystemet bestående af to akser. Micro:bitten målte acceleration på tre akser: X – ved at tilte den til venstre og højre, Y – tilte den frem og tilbage, Z – ved at flytte micro:bitten op og ned. I tilfældet med denne opgave programmerede eleverne skridttælleren ved hjælp af accelerometeret på Y-aksen. Vi har valgt at udfolde den tredje didaktiske cyklus i selve analysen, da de to foregående didaktiske cyklusser har haft fokus på, at eleverne opnåede et kendskab til micro:bitten. Den tredje didaktiske cyklus havde et større fokus på at koble elevernes matematiske forståelse med brug af micro:bitten. Under selve programmeringen af micro:bitten var klassens pædagog også til stede.

### **Indholdsanalyse**

Indholdsanalyse (content analysis) er anvendt til at systematisere data fra casens videomateriale og deltagerobservationerne. Formålet med indholdsanalysen er at generere viden og forståelse om fænomenet, som ønskes afdækket (Downe-Wamboldt, 1992), og som fremgår af forskningsspørgsmålet.

Indholdsanalyse er en analysemetode, som er velegnet til at håndtere store tekstmængder til mindre kategorier på baggrund af konkrete og eksplicite kodninger. Styrken ved den kvalitative indholdsanalyse ligger i den metodiske stringens trin for trin og i den kategorisering, som er central for fortolkningen (Mayring, 2000). Indholdsanalysen giver en struktur til analysen af den kontekstualiserede mening, som er iboende i de forskellige former for data (Lindkvist, 1981). Data, som er genereret via videomaterialet og observationerne, er transskriberet til tekst. Stilbilleder fra videomaterialet er sat ind i transskriptionen dér, hvor det understøtter meningen.

Indholdsanalysen er operationaliseret så transparent som muligt for at højne undersøgelsens reliabilitet (Yin, 2009). I vores analyse er der inkluderet følgende trin:

- Nøglebegreber er identificeret, dels fra teori og review af nyere forskningslitteratur.
- Systematisk datakodning er foretaget af feltnoter og transskriptioner af videomateriale. Data er systematiseret i relation til hhv. tegn på mediering, tegn på brug af digitale artefaktier, tegn på fagsprog og tegn på CT forståelse.
- Der er kortlagt mønstre over sammenhængende begreber
- Der er foretaget en gruppering og tematisering på baggrund af de udledte mønstre.
- Der er identificeret semiotiske meningssammenhænge.

- Meningsenheder er blevet genvalideret gennem en afprøvning af, i hvor høj grad disse kunne genfindes i det oprindelige datamateriale og i tematiseringen.
- På baggrund af genvalidering af meningsenheder er der udledt en begrebslig generisk model baseret på den foregående del af indholdsanalysen, og på denne måde er fænomenet remedieret i relation til eksisterende teori og forskning indenfor området. Denne model præsenteres i Figur 3.

Tabel 2 viser en skematisk oversigt over vores indholdsanalyse med følgende kategorier: semiotiske meningsenheder og dertil koblede temaer, sammenhængende begreber og nøglebegreber.

**Tabel 2.**  
*Indholdsanalysen.*

Nøglebegreber identificeret fra litteraturreview, som er genfundet i det emiriske materiale	Temaer	Sammenhængende begreber (tegn)	Semiotiske meningsenhed
Spontane/videnskabelige begreber	Virkelighedsnært	Sprog Kropssprog Skrift	Matematiske tegn
Systemtænkning Problemløsning	Fejlsøgning	Symboler	Artefakttegn
Procedural tænkning Algoritmisk tænkning	Afprøvning	Sprog Skrift	Opgaven
Modellerings- og simuleringspraksis	Kontekstualisering	Sprog Kropssprog	Artefakttegn
Artefaktskabelse og redesign	Mediering/ Remedering	Sprog Handling	Pivottegn

## Fund

I det følgende vil vi præsentere de fund, der er gjort igennem indholdsanalysen. Det første afsnit vil give et indblik i, hvordan læreren igennem sine handlinger rammesætter den didaktiske cyklus og vekselvirkningen mellem spontane og videnskabelige begreber. Derefter vil vi se på brugen af micro:bit i et semiotisk perspektiv for til sidst at samle afsnittet i en model, der opsummerer undersøgelsen.

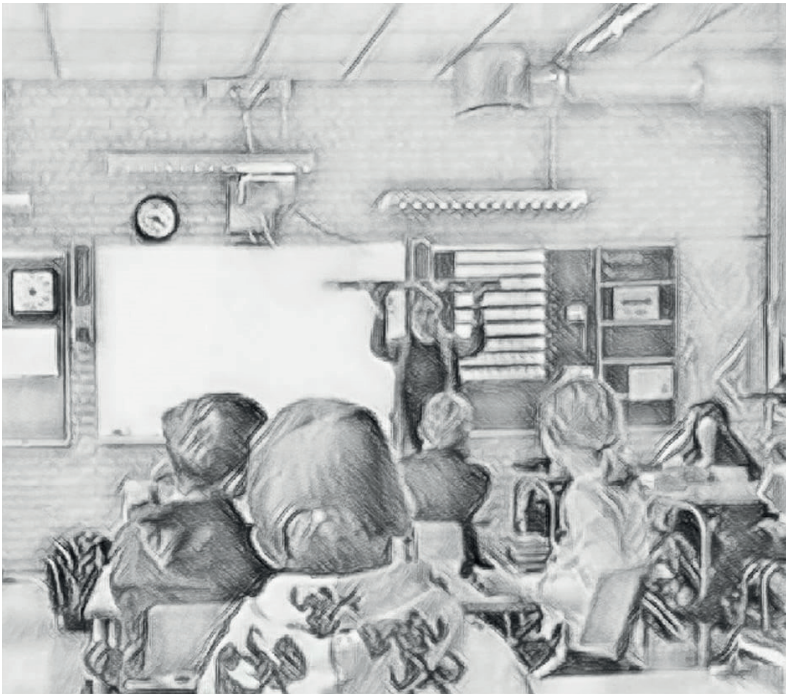
### Kollektiv produktion af tegn

I den tredje didaktiske cyklus blev eleverne præsenteret for, at de skulle kode micro:bitten, så den fungerede som en skridttæller. For at starte forløbet havde læreren udarbejdet et narrativ omkring 100 meterløberen Usain Bolt. ”Faktisk har de beregnet, hvor mange skridt han ca. bruger i gennemsnit. Så alle de gange han har løbet 100 meter, så har de fundet ud af, hvor mange skridt han bruger” (Lærer, 3. klasse). For at demonstrere, hvor meget 1 meter er, viste læreren klassens lineal på 1 meter. Herefter brugte hun kroppen og viste, hvordan det så ud, når hun tog ét skridt svarende til ca. 1 meter.

#### Billede 1.

*Linealen som artefakt.*

---



## Billede 2.

Skridt som tegn på 1 meter.

---



Læreren brugte her linealen som artefakt for at konkretisere for eleverne, at der skulle bruges 100 linealer for at få 100 meter, ligeledes viste hun eleverne ved brug af kroppen, hvordan det så ud, hvis hun skulle tage skridt, der svarede til 1 meter. Linealen er i dette tilfælde et artefakt, der muliggør at måle længden af noget. Både linealen og måleenheden kan ses som kulturelt og historisk betinget og har indflydelse på, hvordan eleverne forstår og opfatter artefaktet som redskab. Ved hjælp af tegnene tydeliggjorde læreren for eleverne, hvad 100 meter kan relateres til. Tegnene brugte eleverne efterfølgende til at ræsonnere sig frem til, hvor mange skridt Usain Bolt bruger på at løbe 100 meter. Nedenstående uddrag viser, hvordan eleven ved hjælp af læreren bruger hendes ræsonnement til at ændre hendes forklaring:



Lærer: *Hvad tror du?*

Elev: *Det er måske lidt lavt, men 25.*

Lærer: *25 skridt? (læreren skriver 25 på tavlen)*

Lærer: *Hvis han bruger 25 skridt – kan du så regne ud, hvor langt et skridt han tager? Hvor mange gange skal man have 25, før man kommer op på 100?*

Elev: *4 meter.*

Lærer: *Så det er 4 meter.*

Elev: *Aj, det er måske lidt for meget.*

Lærer: *4 meter (peger med linealen foran) det skal han jo så gøre hele vejen rundt.*

Elev: *Aj, det tror jeg ikke (og griner)*

Lærer: *Okay, så du kom frem til at 25, det måske var lidt for lavt. Skal jeg viske det ud igen?*

Elev: *Ja.*

Lærer: *Det er jo lige det der med at regne, der brugte vi jo lige matematikken til at finde ud af, at 4 meter for hvert skridt han tager, det er måske for meget.*

Uddraget viser, hvordan eleven støttes i at ræsonnere. Både sproget og tallet, der skrives på tavlen, er som tegn med til at fastholde og tydeliggøre ræsonnementet for eleven. Dette uddrag viser ligeledes, at eleven har godt kendskab til det matematiske begreb meter, da hun forstår at inddrage det i en korrekt sammenhæng. Samtalen på klassen fortsætter, og læreren begynder at koble spontane (før-faglige) begreber på elevernes ræsonnementer.

” 45, så det vil sige, at du tror, at han tager skridt, der er længere end 2 meter? For vi vidste, at de 50 skridt svarede til 2 meter. Jo færre skridt, jo mindre tallet bliver, jo længere bliver hans skridt.  
(Lærer, 3. klasse)

Læreren inddrager her spontane begreber, som kan sige noget om måleenhederne (Johansen, 2007) ”mindre” og ”længere”. Brugen af de spontane begreber er i dette eksempel med til at skabe en vekselvirkning mellem brugen af de spontane og videnskabelige begreber, og det er med til at understøtte elevernes matematiske begrebsforståelse og hjælpe dem med at ræsonnere, men gør også eleverne bevidste omkring betydningen af de spontane begreber i en faglig sammenhæng.

Læreren har i dette tilfælde valgt at starte ud med det, der i den didaktiske cyklus kan betegnes som den kollektive produktion af tegn, herunder den matematiske diskussion. Læreren bruger 100 meterløb som et virkelighedsnært eksempel, som eleverne kan relatere til. Diskussionen på klassen bliver af læreren sat op som en problemunder-

søgende tilgang, hvor eleverne sammen skal ræsonnere sig frem til resultatet. Undervejs bliver de tal, eleverne nævner, skrevet op på tavlen for at fastholde deres ræsonnementer jævnfør Billede 3. Som det ses på Billede 3, bruger læreren sine hænder som tegn, når hun peger og uddyber elevernes forklaringer – ligeledes bruges der forskellige tegn for begrebet meter. Både sproget og det matematiske symbol 100 m bliver inddraget.

### Billede 3.

*Symboler på elevernes ræsonnement af antal skridt.*

---



Det, at kunne ræsonnere sig frem til en løsning, kan af Vygotsky (1978) betegnes som en del af de højere mentale funktioner, hvilket er noget eleverne forventes at skulle udvikle. Det udvikles ifølge Vygotsky (1978, s. 24) igennem både sproget og den tilhørende aktivitet, som samtalen er knyttet op på. Læreren mediering er her centralt i elevernes bearbejdning af begreberne, da den er med til at udvikle relationen mellem elevernes forståelse og den matematiske viden (jævnfør Bartolini Bussi & Mariotti, 2008).

### Opgavedesignet

Efter introduktionen på klassen blev eleverne præsenteret for den opgave, de skulle løse i forbindelse med brugen af micro:bitten. Læreren benyttede her procedural tænkning til at beskrive opbygningen af

opgaven (jævnfør Lockwood et al., 2016), hvor eleverne først blev instrueret i, hvordan de skulle programmere micro:bitten som en skridttæller. Læreren præsenterede efterfølgende den opgave, eleverne skulle arbejde med, efter de havde kodet deres skridttæller. Samtalen hjalp eleverne i udviklingen af deres matematiske forståelse og guidede dem systematisk igennem den opgave, de efterfølgende skulle løse. To elever blev bedt om at komme med et bud på, hvor mange skridt de skulle bruge på at løbe 100 meter. En elev sagde 100, og en anden kom med et bud på 25-30 skridt, men efter at læreren spurgte ind til, om eleven kunne bruge færre skridt end Usain Bolt, ændrede eleven det til 55 skridt. Dernæst blev eleverne spurgt ind til, hvilken regneart der skulle bruges, hvis man skulle finde forskellen på de to tal. "Hvad er forskellen mellem det højeste og det laveste antal af skridt? Hvad er det for en regneart, man skal bruge, når man skal finde forskellen?" (Lærer, 3. klasse). Via samtalen skulle eleverne finde frem til det matematiske videnskabelige begreb, som ligger i det spontane begreb "forskel". Læreren hjalp eleverne ved at uddybe: "når jeg siger regneart, så er det jo enten gange, dele, minus eller plus" (Lærer, 3. klasse). Følgende uddrag kommer med et eksempel på, hvordan en elev understøttes i at forstå vekselvirkningen mellem det spontane begreb "forskel" og det matematiske videnskabelige begreb "minus".

*Lærer: Er der kun 3, 4, 5 (elever der ved det). Aj, når man skal finde forskellen på noget.*

*Lærer: Elev (xx).*

*Elev: Plusse, så plusser du bare fra det mindste tal op til det højeste tal, og ser hvor mange der er.*

*Lærer: Så du vil plusse de to tal eller vil du?*

*Elev: Hvis nu det her er 100, så vil jeg plusse op til.*

*Lærer: Okay, så du vil sådan lægge til, men når man sådan høre ordet forskel og man skal finde forskellen. Hvad er det så for en regningsart? For når du siger plus, så begynder jeg straks at tænke vi skal sige 100 plus de 55.*

*Elev: (ryster på hovedet).*

*Lærer: Nej, vi skal?*

*Elev: Vi skal plusse op til det andet.*

*Lærer: Ja, vi skal bruge den metode, der hedder at vi "fylder op" (billede 4).*

*Elev: Hmm.*

*Lærer: Ja, så det er den metode du tænker på... Bruger vi den, når man ganger, plusser, minusser eller dividerer?*

*Elev: Minusser.*

Dette eksempel illustrerer, at eleven havde en idé om, hvordan han skulle finde forskellen på de to tal, og han henviser derfor til en metode, de tidligere har arbejdet med. På denne måde giver CT rum for at refleksioner over metoder, som undersøgelsen af Reichert et al. (2020) også bekræfter. Læreren bruger her en computationel metode, der kan relateres til mønstergenkendelse, der trækker på elevens tidligere procedurale viden. Ved at gøre dette understøttes eleven i at skabe mening og forståelse for, hvordan han kan lave udregningen (Li & Schoenfeld, 2019). Som det ses på billedet herunder (billede 4), bruger læreren også sit kropssprog som tegn for det at finde forskellen mellem de to tal ved at illustrere den metode, eleven henviser til. Igennem samtalen med læreren bliver eleven bevidst om, at det spontane begreb "forskell" hænger sammen med det matematiske videnskabelige begreb "minus". Læreren gør dog eleven opmærksom på, hvilken betydning det får, når han bruger begrebet "plus", ved at mediere forståelsen af, at det er et tegn på, at tallene skal lægges sammen. Samtalen er med til at udvide elevens forståelse for det matematiske begreb "minus" ved, at læreren bruger samtalen til at skabe en vekselvirkningen mellem det spontane og videnskabelige begreb. Eksemplet viser også, at eleven forbinder "fylde op"-metoden som et tegn på det matematiske begreb "minus".

#### Billede 4.

Læreren illustrerer metoden "fylde op".



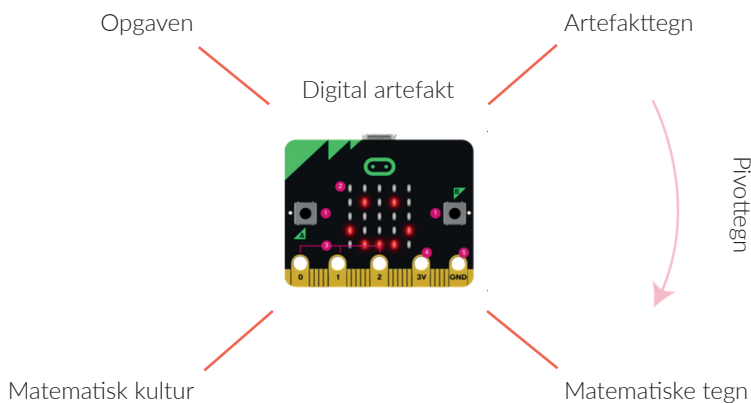
Billede 4 ses som et tegn på, at læreren brugte sine hænder til at illustrere den metode, som eleven henviste til. Læreren brugte således sit kropssprog og sproget som et artefakt og som et tegn på, hvordan eleven algoritmisk kunne skrive regnestykket op. Det er også her, det bliver tydeligt for eleven, at det er begrebet "minus", der henviser til det spontane begreb "forskel". I formidlingen af opgaven benyttede læreren sig af computationelle metoder igennem mediering, og ved hjælp af dekomposition brød læreren opgaven ned i mindre dele, således at hun proceduralt kunne formidle, hvordan opgaven kunne løses (Weintrop et al., 2015). Læreren brugte her elementer fra CT til at understøtte formidlingen af opgaven til eleverne (Li et al., 2020).

## Semiotisk mediering

Efter rammesættelsen af opgaven programmerede eleverne micro:bitten. For at skabe en forståelse for, hvad der sker ved inddragelsen af micro:bitten, udfoldes teorien om semiotisk mediering ved at inddrage Figur 2.

**Figur 2.**

Model over den semiotiske mediering  
(oversat efter Bartolini Bussi & Mariotti,  
2008).



*Opgaven* i øverste venstre hjørne af Figur 2 relaterer sig til den før præsenterede opgave. *Artefakttegnene* er relateret til opgaven og vil ofte være spontane eller eksplicit krævet af opgaven. Læreren kan her være med til at understøtte og mediere tegnene til eleverne for at hjælpe eleverne i deres begyndende forståelse af den matematiske viden (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008), hvilket er illustreret i eksemplet fra før. Læreren hjælper her eleven med at forstå, hvordan han kan beregne forskellen mellem de tal, han får, når micro:bitten er programmeret som skridttæller (artefakttegn). Læreren illustration

af ”fylde op”-metoden kan her ses som et pivottegn, der er med til at forbinde ”forskel” med ”minus” for eleven. *Pivottegnet* skaber dermed en forbindelse til de matematiske tegn. *De matematiske tegn* er associeret med den matematiske forståelse, der gør sig gældende i matematik i forhold til den konkrete kontekst og den opgave, der er stillet. Den *matematiske kultur* refererer til den viden, læreren ønsker, eleverne skal opnå, herunder de læringsmål, der er sat ifølge Fælles Mål for tredje klasse. Modellen, der fremstår i Figur 2, hjælper med at analysere artefaktet i brug og gør det muligt at distancere mellem personlige forståelser med baggrund i elevernes egne erfaringer med brugen af artefaktet (artefakttegn) og forståelser, der af en ekspert vil kunne karakteriseres som matematisk viden (matematiske tegn).

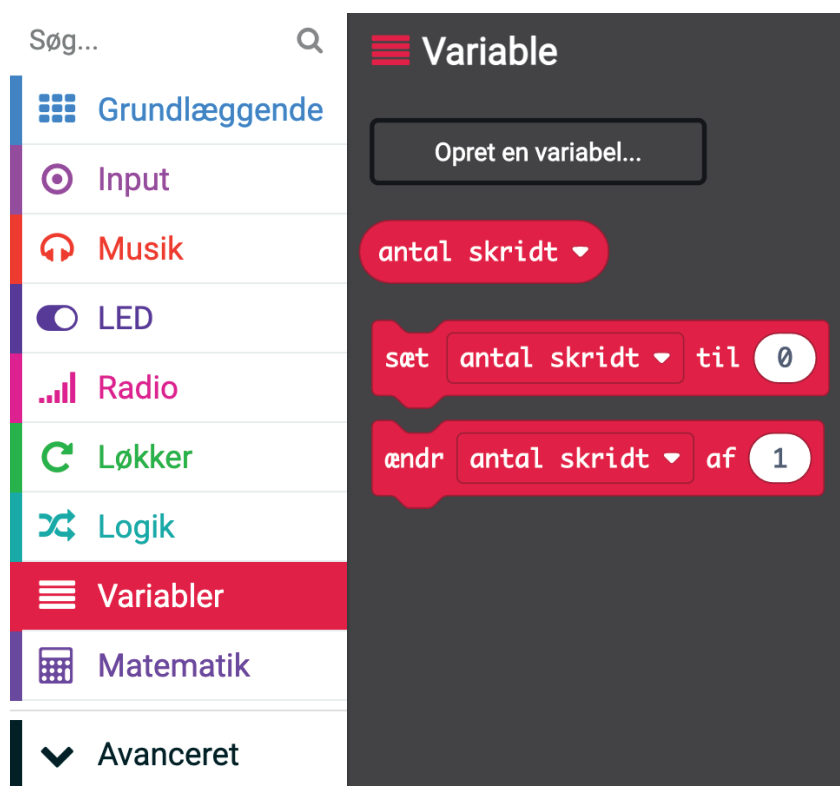
### **Aktiviteter med artefaktet med fokus på fejlsøgning**

Da eleverne efterfølgende skulle i gang med at programmere micro:bitten, fik de udlevet programmeringen på papir. Læreren viste på tavlen, hvordan de oprettede variabelen ”antal skridt” og anskueliggjorde, hvordan de via farvekoder kunne se, hvilke blokke der skulle bruges til programmeringen. Farveblokkene fungerede her som artefakttegn, der skulle hjælpe eleverne med en begyndende forståelse for computationelle begreber og praksisser.

” Hvis I er i tvivl om, hvor nogle af puslespilsbrikkerne skal være henne, så kig lige en ekstra gang på papiret og se på farverne. Hvis I kan se noget rødt, så skal I jo kigge inde under den, der er rød.  
(Lærer, 3. klasse)

## Billede 5.

Farveblokke som artefakttegn.



Læreren brugte her puslespilsbrikker som et symbol for blokkene og tydeliggjorde, at de enkelte brikker skulle passe sammen. Det blev ligeledes tydeliggjort, at eleverne skulle følge den algoritme, der var givet på papiret.



## Billede 6.

Programmering af skridttælleren.

---



Det, at opgaven tidligere var blevet systematisk fremlagt, betød, at eleverne var godt hjulpet fra start. Eleverne kunne med det samme komme i gang med opgaven, hvilket gav ro til at læreren, og pædagogen kunne uddele micro:bits. Det, at eleverne fik udleveret programmeringen på et papir, frem for at se en video, eller ved at læreren beskrev det step-by-step på tavlen, gjorde, at nogle elever hurtigt var klar til at teste deres micro:bit, da de ikke skulle vente på hele klassen, før de kunne gå videre. Dette gjorde det muligt for læreren og pædagogen at hjælpe de elever, der oplevede problemer. Nedenstående eksempel viser, hvordan læreren hjalp en gruppe med at fejlsøge:

*Lærer: Hvad viser jeres?*

*Elev: Vi kan bare ikke få den til det.*

*Lærer: Okay, lad os se hvad vi kan gøre. (Læreren læser opgaven op), først skal den være på 0, y skal være større end 1300 og sæt antal skridt på 1. Mens accelerationen på y er større end 1300. Når der trykkes på A, vises antal skridt.*

*Lærer: Denne her skal være større end.*

*Elev: Det var den også.*

*Lærer: Hvis det er den sidste algoritme I har hentet ned, så passer den ikke helt. Så fejlfandt vi lige.*

Læreren hjalp gruppen med at fejlfinde. Igennem lærerens gennemgang af opgaven og derefter selve programmeringen fik gruppen et indblik i, hvordan de kunne undersøge programmet, hvis der var noget, der ikke virkede. Her kom de frem til, at symbolet for ”større end” ikke var korrekt. Selve fejlsøgningen kan her ses som en medierende proces, hvor der fremkommer artefakttegn i form af symbolet for større end ”>”, fordi gruppen havde anvendt symbolet mindre end ”<”. Artefakttegnene er relateret til opgaven, hvor eleven gør sig personlige erfaringer med begreberne ”større og mindre end”, men ikke nødvendigvis kan trække erfaringerne ind i en større matematisk sammenhæng. CT bruges her som en medierende proces, hvor fejlsøgning er med til at skabe en forbindelse mellem artefakttegnet og løsningen af den konkrete opgave, som i dette tilfælde var at programmere micro:bitten. På denne måde medvirker CT til at styrke problemløsning, hvilket også bekræftes af Lockwood et al. (2016), Weintrop et al. (2016) og Promraksa et al. (2014).

### **Produktion af tegn igennem afprøvning**

Under afprøvningen af skridttælleren hjalp grupperne hinanden, hvis de var i tvivl omkring, hvordan opgaven skulle forstås. Micro:bitten fungerede her som en repræsentation for en skridttæller, og eleverne fik via skridttælleren computationelle data, de efterfølgende skulle behandle matematisk. Eleverne skulle arbejde med et forholdsvis lille datasæt, men det gav alligevel eleverne et indblik i behandlingen af data. Ifølge Weintrop et al. (2016) er det centralt, at eleverne lærer, at data ikke kommer i en fast struktur og form, hvor der blot kan aflæses et svar, men at data skal behandles, før svarene kan findes. For at aktivere skridttælleren skulle eleverne bruge micro:bittens indbyggede accelerometer målt på y-aksen. For at frembringe den data, eleverne skulle bruge til den designede opgave, skulle de løbe tre omgange på banen. Antallet af skridt for hver omgang skulle derefter bruges til beregningerne i de efterfølgende opgaver. Opgaven var designet således, at eleverne skulle arbejde med de spontane begreber ”forskell”, ”i alt”

og ”mere end”. Eleverne skulle derefter vælge de korrekte regnearter for at løse opgaven. Elevernes antal af skridt kan ses som artefakttegn, og tallene refererer således til udfaldet af brugen af artefaktet. Under afprøvningen fremkom der også sproglige artefakttegn, hvor en gruppe for eksempel ikke kunne få den ene micro:bit til at tælle rigtigt. Her valgte de, at den ene elev skulle løbe, imens den anden elev højt talte antallet af skridt for derefter at tjekke, om det passede på micro:bitten. Eleverne benyttede sig her af fejlsøgning som metode for at tjekke, om skridttælleren talte rigtigt. Både det at tælle antallet af skridt højt og fejlsøgning kan ses som artefakttegn, der er knyttet op på elevernes personlige erfaringer ved brugen af artefaktet, hvilket er relateret til elevernes løsning af den konkrete opgave.

Følgende eksempel herunder viser, hvordan tallene fra skridttælleren og opgaven bliver bundet sammen til matematiske tegn.

*Elev: Hvad var forskellen mellem det højeste tal og det laveste tal.*

*Elev: (spørger pædagogen) Ved det højeste og det laveste skal det så være (xx) højeste og mit det laveste?*

*Anden elev: (en anden elev kommer til, før pædagogen svarer) Skal jeg lige forklare jer, hvad det er I skal? I skal tage det, som er højeste, og det der er laveste, og sætter en streg og så trækker det fra.*

Den anden elev, som var færdig med opgaven, hjalp gruppen videre med opgaven. På denne måde bidrog CT til at styrke den kollaborative forståelse, hvilket også Promraksa et al. (2014) har påvist. Hjælpen gjorde, at eleverne kunne se, at de skulle bruge algoritmen for subtraktion, hvor det laveste tal blev skrevet under det højeste tal for derved at finde frem til differencen. Elevens forklaring kunne ses som et pivottegn, hvor forklaringen, og at eleven demonstrerer med hænderne, hvordan den anden gruppe kan opstille det på papiret, kan ses som et omdrejningspunkt, og algoritmen for subtraktion kan ses som et matematisk tegn, da gruppen efterfølgende regnede sig frem til resultatet og kunne forsætte deres behandling af deres data. Pivottegnet fungerer her som en overgang mellem artefakttegnet til det matematiske tegn (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Artefakttegnene blev brugt til at skabe forståelse omkring de matematiske tegn, hvor eleverne igennem bearbejdningen kunne arbejde med en begyndende forståelse for det matematiske begreb.

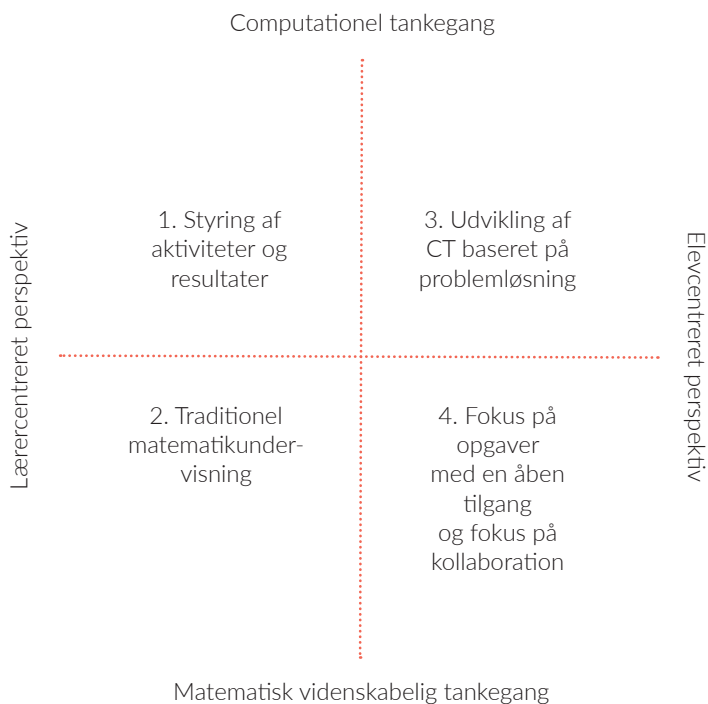
### **Orkestrering mellem CT og matematik**

På baggrund af litteraturreviewet og analysen har vi fået en analytisk optik, der har gjort det muligt at skærpe vores blik for sammenspillet mellem CT og matematik. Der ses en særlig betydning i forhold til den måde, læreren medierer og konstruerer aktiviteterne i undervisning-

en på, der kan være med til at understøtte elevernes udvikling af matematiske videnskabelige begreber. Ved inddragelse af et artefakt i matematikundervisningen forudsættes det, at artefaktet kan formidle et matematisk indhold gennem en designet didaktisk intervention, hvor læreren faciliterer og orkestrerer forskelligrettede didaktiske aktiviteter (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Dette sker igennem den didaktiske cyklus, hvor der igangsættes enten lærer- eller elevcentrede aktiviteter, der vil frembringe forskelligt indhold, der kan bidrage til diskussionerne på klassen. Vekselvirkningen mellem de lærer- og elevcentrede aktiviteter findes væsentligt gennem den didaktiske cyklus. Ud fra dette perspektiv ses der to dimensioner, der vedrører inddragelsen af CT i matematikundervisningen. Den ene dimension tager udgangspunkt i samspillet mellem CT og matematik og kan ses som indholdsdimensionen. Den anden dimension tager udgangspunkt i samspillet mellem et lærer- og et elevcentreret perspektiv og kan ses som deltagerdimensionen. Skitseringen af de to dimensioner har ført til udviklingen af følgende model: *orkestrering mellem CT og matematik* (Figur 3). Modellen består af fire kvadrater, der hver især henviser til forskelligartede undervisningsaktiviteter under den didaktiske cyklus. I kvadrat 1 vil der være fokus på at styre aktiviteterne og deres resultater, her vil det være læreren, som styrer aktiviteterne. Kvadrat 2 henviser til den mere traditionelle tilgang til matematik, hvor der arbejdes med en lærebogsstyret tilgang. Aktiviteterne vil også være styret af læreren. I kvadrat 3 er der fokus på udvikling af CT ud fra en problemorienteret tilgang, hvor opgaverne er elevcentrerede (Li et al., 2020). I det 4. kvadrat er der mere fokus på elevcentrerede opgaver, hvor opgaverne har en åben tilgang, og der vil være fokus på elevsamarbejde (Promraksa et al., 2014). De enkelte dimensioner og kvadrater skal ikke ses særskilt men som dynamiske perspektiver med flydende grænse, der hver især er med til at understøtte medieringsprocessen. Modellen skal derved ses som et kontinuum, der kan give et analytisk blik, når CT inddrages i matematikundervisningen.

**Figur 3.**

Orkestrering mellem CT og matematik.



I denne undervisningssekvens bestående af tre didaktiske cyklusser, som beskrevet i casen, arbejdes der med CT som en del af læringsmålet. Derfor forventes det også, at der kan ses tegn, som er relaterede til både CT og til de matematiske begreber, der kan fremstå både spontant og videnskabeligt jævnfør Vygotsky (1978). Modellen (Figur 3) viser derfor et samspil mellem CT og matematik ud fra en forståelse af, at undervisning målrettet både CT og matematik kan frembringe semiotiske tegn, der kan relatere både til CT og matematiske begreber (Lockwood et al., 2016). I den udvalgte undervisningssekvens var de fleste af opgaverne relateret til den første kvadrat i modellen (Figur 3). Dette kan forbindes med lærerens tilrettelæggelse af de didaktiske cyklusser og afspejles især i den tredje cyklus, hvor læreren startede med den matematiske diskussion. I diskussionen blev eleverne guidet igennem opgavedesignet for at sikre, at de havde den fornødne matematiske viden, der skulle til for at løse opgaven. Selve opgavedesignet

og valget af et digitalt artefakt får således betydning for, hvor i de fire kvadrater opgaverne er placeret. Dog ses der i casen, at eleverne i den første didaktiske cyklus selv undersøger det digitale artefakt, og derved placerer sig mere over i den elevcentrerede del af modellen. Det ses derfor, at det er igennem vekselvirkningen mellem lærer- og elevcentrerede aktiviteter, at eleverne udvikler deres computationelle og matematiske forståelse, hvilket også understøttes af Bartolini Bussi og Mariotti (2008).

Den udviklede model kan fungere som et redskab, der kan understøtte lærerne i henhold til at arbejde med undervisningstilrettelæggelsen af CT i matematikundervisningen. Modellen kan ligeledes bruges til at sammenligne og evaluere de medierende processer, der opstår, når CT inddrages i samspil med matematik. Analyser baseret på modellen vil kunne udfolde den generelle viden om at arbejde med CT i matematikundervisningen, dog skal der flere studier til for at undersøge modellen yderligere i relation hertil.

## Diskussion

Ifølge Yin (2009) kan viden produceret via casestudier generaliseres via en analytisk generalisering. For at sikre den interne validitet har vi igennem litteraturreviewet undersøgt det eksisterende forskningsfelt, hvorved der skabes en indsigt i valg af teori og metoder i relation til CT og matematik. Denne viden er brugt som grundlag for vores indholdsanalyse for at kunne evaluere de mønstre og konklusioner, der er fremkommet af analysen. Undersøgelsen er baseret på et single casestudie, hvilket påvirker den eksterne validitet. Det har vi forsøgt at tage højde for ved at inddrage studierne fra litteraturreviewet som argumenter og forklaringer igennem vores analyse. Ligeledes fremkommer den udviklede model (Figur 3) som en generaliseret analytisk model dannet på baggrund af teori og indholdsanalysen (Yin, 2009). Der ses dog et behov for at udfolde undersøgelsen i lignende kontekster. Undersøgelsens fund understøttes dog af tilsvarende fund fra litteraturreviewet.

I analysen fremkommer linket mellem CT og matematik gennem arbejdet med micro:bitten. Særligt ses det vigtigt, at opgaverne rammesættes af læreren, der derigennem hjælper eleverne med at skabe linket mellem det digitale artefakt og den matematiske viden. Dette understøttes af Lockwood et al. (2016), der fremhæver, at CT kan styrke elevernes matematiske problemløsning samt matematiske forståelse. Dette gøres igennem procedural tænkning, hvor den matematiske viden kan ses som udtrykt gennem procedure og algoritmer

(Lockwood et al., 2016). Dette kommer særligt til udtryk i casen, hvor læreren hovedsageligt befinder sig i kvadrat 1 i modellen *Orkestrering mellem CT og matematik* (Figur 3). Lærerstyringen af aktiviteterne kan skyldes, at tiden, der var til rådighed, var begrænset, hvorfor der ikke nødvendigvis var den fornødne tid til, at eleverne selv kunne undersøge problemstillingen fra et elevcentreret perspektiv.

## Konklusion

Det virkelighedsnære problem gjorde det muligt for læreren at inddrage eleverne i den computationelle tankegang. Ved at arbejde med micro:bitten som skridttæller udviklede eleverne deres forståelse for CT i relation til matematik. Gennem brugen af micro:bitten arbejdede eleverne med nye repræsentationsformer, og læringsindholdet blev præsenteret på en ny måde, hvilket var med til at udvikle elevernes matematiske videnskabelige forståelse.

Læreren arbejdede med at skabe en vekselvirkning mellem spontane og matematiske videnskabelige begreber allerede i starten af lektionen. Igennem denne vekselvirkning skabte læreren en forståelse for den opgave, eleverne senere skulle udføre, ved at mediere både de computationelle og matematiske hensigter med opgaven. Medieringen blev hermed væsentlig for, at læreren kunne hjælpe eleverne med deres forståelser af de matematiske videnskabelige begreber. Læreren fik derfor en central rolle i medieringen, da det var betydningsfuldt, at undervisningssekvensen blev faciliteret således, at eleverne kunne omsætte artefakttegn til matematiske tegn. De lærercentrerede aktiviteter er dermed med til at sikre, at der skabes et link mellem artefakttegn og matematiske tegn. Bliver dette link ikke tydeligt, vil eleven måske opfatte brugen af artefaktet som leg uden at skabe en matematisk forståelse, der kan bruges til at løse lignende problemer i fremtiden.

Den computationelle tankegang, i form af procedural tænkning og fejlsøgning, blev flere steder i undersøgelsen set som et medierende bindeled mellem artefakttegn og selve opgaveløsningen. Lærerens samtale med eleverne under klasses Diskussion blev ligeledes væsentlig for medieringsprocessen for at understøtte elevernes udvikling af videnskabelige matematiske begreber. Undersøgelsen viste endvidere, at et fokus på CT i relation til matematik godt kan skabes allerede i indskoling. I og med det er et single casestudie, er det svært at generalisere fundene men på trods af et relativt lille undersøgelsesfelt, så

viser undersøgelsen, at der er sammenfald i forhold til de fund, der er fremkommet i litteraturreviewet. Dermed peger studiet på valide fund i forhold til eksisterende forskning (Creswell & Creswell, 2018). Der mangler dog fortsat viden om, hvordan lærerne kan inddrage CT i matematikundervisningen, og på hvilken måde CT kan understøtte elevernes udvikling af matematiske videnskabelige begreber i forhold til større elevers matematikundervisning og andre matematiske problemløsningsprocesser.

## Referencer

- Barr, V.** & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K-12: what is involved and what is the role of the computer science education community? *Inroads*, 2(1), 48-54. <https://doi.org/10.1145/1929887.1929905>
- Bartolini Bussi, M. G.** & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. I: L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, B. Sriraman & D. Tirosh (red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed.) (s. 746-783). Routledge.
- Bocconi, S.,** Chiocciariello, A., Dettori, G., Ferrari, A., Punie, Y., Kamylyis, P. & Engelhardt, K. (2016). *Developing computational thinking in compulsory education – Implications for policy and practice* (EUR 28295 EN). Publications Office of the European Union. <https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/093eadcc-c820-11e6-a6db-01aa75ed71a1>
- Bottino, R.** & Chiappini, G. (2002). Advanced Technology and Learning Environments: Their Relationships Within the Arithmetic Problem-Solving Domain. I: L. D. English (red.) *Handbook of International Research in Mathematics Education* (1<sup>st</sup> edition), (s. 769-798). Routledge.
- Brinkmann, S.** & Tanggaard, L. (2010). *Kvalitative metoder: En grundbog*. Hans Reitzels Forlag.
- Chongo, S.,** Osman, K. & Nayan, N. A. (2020). Level of Computational Thinking Skills among Secondary Science Student: Variation across Gender and Mathematics Achievement. *Science Education International*, 31(2), 159-163. <http://dx.doi.org/10.33828/sei.v31.i2.4>
- Creswell, J. W.** & Creswell J. D. (2018). *Research Design* (5<sup>th</sup> edition). SAGE Publications.
- Downe-Wamboldt, B.** (1992). Content analysis: Method, applications, and issues. *Health Care for Women International*, 13(3), 313-321. DOI: 10.1080/07399339209516006
- Ejsing-Duun, S.,** Misfelt, M. & Andersen, D. G. (2021). Computational thinking karakteriseret som et sæt af kompetencer: En begrebskortlægning. *Learning Tech – Tidsskrift for læremidler, didaktik og teknologi*, 6(10), 405-429. DOI 10.7146/lt.v6i10.125258



- Gadanidis, G., Cendros, R., Floyd, L. & Namukasa, I.** (2017). Computational Thinking in Mathematics Teacher Education. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education (CITE)*, 17(4), 458-477.
- Hasan, R.** (2002). Semiotic mediation and mental development in pluralistic societies: Some implications for tomorrow's schooling. I: G. Wells & G. Claxton (red.) *Learning for Life in the 21st Century: Sociocultural Perspectives on the Future of Education*, (s. 112-126). Blackwell Publishing. <https://doi.org/10.1002/9780470753545.ch9>
- Hasse, C. & Brok, L. S.** (2015). *TEKU-modellen: Teknologiforståelse i professionerne*. U Press.
- Johansen, L. Ø.** (2007). Sproglig bevidsthed som inkluderende faktor i matematikundervisningen. *MONA – Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 4, 7-24.
- Kaup, C. F.** (2021). Computational tankegang fra et pædagogisk perspektiv: Skolepædagogens betydning for teknologiinddragelse i matematikundervisningen. *Forskning i Pædagogers Profession og Uddannelse*, 5(1), 20-33. <https://doi.org/10.7146/fppu.v5i1.125705>
- Launsø, L., Olsen, L. & Rieper, O.** (2011). *Forskning om og med mennesker* (6. udgave). Nyt Nordisk Forlag.
- Li, Y. & Schoenfeld, A.H.** (2019). Problematising teaching and learning mathematics as “given” in STEM education. *International Journal of STEM Education*, 6, Article 44. <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0197-9>
- Li, Y., Schoenfeld, A.H., diSessa, A. A., Graesser, A. C., Benson, L. C., English, L. D & Duschl, R. A.** (2020). Computational Thinking Is More about Thinking than Computing. *Journal for STEM Education Research*, 3, 1-18. <https://doi.org/10.1007/s41979-020-00030-2>
- Lindkvist, K.** (1981). Approaches to textual analysis. I: K. E. Rosengren (Ed.), *Advances in content analysis* (s. 23-41). SAGE Publications.
- Lockwood, E., DeJarnette, A. F., Asay, A. & Thomas, M.** (2016). Algorithmic Thinking: An Initial Characterization of Computational Thinking in Mathematics. I: M. Wood, E. E. Turner, M. Civil & J. A. Eli (red.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (s. 1588-1595). The University of Arizona.
- Kawulich, B. B.** (2005). Participant Observation as a Data Collection Method. *Forum: Qualitative Social Research*, 6(2), article 43. <https://doi.org/10.17169/fqs-6.2.466>
- Mariotti, M. & Maffia, A.** (2018). From using artefacts to mathematical meanings: the teacher's role in the semiotic mediation process. *Didattica Della Matematica. Dalla Ricerca Alle Pratiche d'aula*, 4, 50-64. <https://doi.org/10.33683/ddm.18.4.3>
- Mayring, P.** (2000). Qualitative Content Analysis. *Forum: Qualitative Social Research*, 1(2), Article 20. <https://doi.org/10.17169/fqs-1.2.1089>
- Pérez, A.** (2018). A Framework for Computational Thinking Dispositions in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(4), 424-461. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.49.4.0424>
- Promraksa, S., Sangaroon, K. & Inprasitha, M.** (2014). Characteristics of Computational Thinking about the Estimation of the Students in Mathematics Classroom Applying Lesson Study and Open Approach. *Journal of Education and Learning*, 3(3), 56-66. DOI: 10.5539/jel.v3n3p56

- Reichert, J. T., Barone, D. A. C. & Kist, M. (2020).** Computational Thinking in K-12: An Analysis with Mathematics Teachers. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(6), article em1847. <https://doi.org/10.29333/ejmste/7832>
- Rieber, R. W. (1997).** Research method. I: R. W. Rieber (red.), *The Collected Works of L. S. Vygotsky. The History of the Development of Higher Mental Functions* (s. 27-63). Springer. DOI: 10.1007/978-1-4615-5939-9\_2
- Stake, R. E. (1995).** *The Art of Case Study Research*. SAGE Publication.
- Vygotsky, L. S. (1978).** *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>
- Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L. & Wilensky, U. (2016).** Defining computational thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25(1), 127-147. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>
- Wing, J. M. (2006).** Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>
- Yin, R. K. (2009).** *Case Study Research: Design and Methods*. Sage Publications Inc.

## Bilag 1

En oversigt over de inkluderede studier i kortlægningen af nyere forskning indenfor CT og matematik.

Forfatter/e	Publiceringsdato	Type af studie	Studiets fokus	Analysemetode	Fund
Chongo, S., Osmin, K. & Nayan, N. A.	2020	Empirisk kvantitativt studie n=128	Relationen mellem CT og matematik, med fokus på køn	Statisk analyse med T-test	Statistisk signifikans i relation til sammenhængen mellem CT og matematisk kunnen
Lockwood, E., Asay, A., DeJarnette, A. F. & Thomas, M.	2014	Empirisk kollaborativt design studie, som inkluderede 3 faser: designfase, observationsfase og udførelsesfase	At undersøge og analysere karakteristika ved beregnings-tænkning i matematik-klasser.	Åben kvalitativ analysetilgang	Eleverne blev i stand til at præsentere CT og karakterisere indholdet i CT i overensstemmelsen med en 4 trins åben tilgang og opnå forståelse for CT-niveauer i matematik-undervisningen

Reichert, J. T., Barone, D. A. C. & Kist, M.	2020	Empirisk case-studie med teoretiske og eksperimentelle dele. Studiet inkluderede matematiklærere N=28. Studiet inddrog observationer, logbogs-optagelser, fotos, surveys med essay og spørgsmål før og efter interventionen	Oplevelse af CT blandt matematiklærere	Kvalitative analyser suppleret med kvantitative oversigter over fund	Kurset i CT medførte signifikant læring af CT og udviklingen af metoder til introduktion af CT i matematikundervisningen tillige med refleksioner over metoder til undervisning og læring
Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Jona, K., Trouille, L. & Wilensky, U.	2016	Teoretisk og empirisk: Litteraturreview, undersøgelse af eksemplariske forløb og interview med lærere	At udlede en definition på CT til matematik- og sciencefag	Kvalitativ kategorisering og organisering gennem åben kodning på baggrund af 208 CT-elementer og 45 praksis-eksempler	Udledning af en definition af CT til matematik og science, som inkluderer 4 kategorier: datapraksis, modellerings- og simulationspraksis, computationel problemløsningspraksis og systemtænkingspraksis