

Tre matematiklæreres praksisfortolkninger af læremidler

Af Dorte Moeskær Larsen, Mette Dreier Hjelmberg, Mette Strandgård Christensen, Mie Engelbert Jensen, Lene Junge, Stine Duncan Gents og Dagmara Clausen

Denne artikel er dedikeret til vores kære afdøde kollega, Rune Hansen, som var en engageret og inspirerende projektleder for matematikdelen af PAL-projektet.

Korrekt citering af denne artikel efter APA-systemet (American Psychological Association System, 7th Edition):
Larsen, D. M., Hjelmberg, M. D., Christensen, M. S., Jensen, M. E., Junge, L., Gents, S. D. & Clausen, D. (2021). Tre matematiklæreres praksisfortolkninger af læremidler. *Learning Tech - Tidsskrift for læremidler, didaktik og teknologi*, (1), 12-39. DOI: 10.7146/lt.v6i9.124129

Abstract

Anvendelsen af læremidler i matematikundervisningen har udviklet og ændret sig meget i løbet af det sidste årti. I denne artikel undersøger vi mere specifikt, på hvilken måde en lærers drivkræfter (Siedel & Stylianides, 2018) påvirker de forskellige didaktiske transformationer, der foregår mellem læremidler og læremidler i brug både i forhold til intentioner i læremidlet, undervisningen, som præsenteres af læreren, og oplægget realiseret i interaktionen i klassen (Stein, Remillard & Smith, 2007). Tre kompetente lærere fra forskellige regioner i Danmark er blevet udvalgt, interviewet, observeret og videofilmet. De tre lærere er derefter blevet klassificeret ud fra Siedel og Stylianides' (2018) kategoriseringer af læreres forskellige drivkræfter til undervisning og efterfølgende perspektiveret i forhold til Rezat og Sträßers (2012) sociodidaktiske tetraeder. Resultaterne indikerer, at lærernes drivkræfter tydeligvis påvirker lærernes transformationer af læremidlerne. Dette visualiseres synligt i det sociodidaktiske tetraeder. Denne påvirkning ved læreres brug af læremidler er væsentlig at italesætte både på læreruddannelsen og i efteruddannelsesprogrammer.

The use of teaching resources in mathematics teaching has developed and changed over the last decade. In this article, we examine more specifically how a teacher's driving forces (Siedel & Stylianides, 2018) affect the different didactic transformations that take place between teaching resources and teaching in relation to intentions in the teaching resources, the teaching presented by the teacher and the interactions in the classroom (Stein, Remillard & Smith, 2007). Three competent teachers from different regions in Denmark have been selected, interviewed, observed, and videotaped. The three teachers have been classified based on Siedel and Stylianides' (2018) categorizations of teachers' different driving forces for teaching and subsequent discussions were made in relation to Rezat and Sträßers' (2012) socio-didactic tetrahedron. The results indicate that the driving forces of teachers clearly influence teachers' transformations of teaching resources. This can be visualised in the socio-didactic tetrahedron. This influence is important to mention in both teacher education and in-service training programs.

Tre matematiklæreres praksisfortolkninger af læremidler

Introduktion og PAL-projektet

Både nationalt og internationalt har der gennem de sidste 10-15 år været en voksende interesse for at forske i læremidler i matematik (Rezat, Visnovska, Trouche, Qi & Fan, 2018). Brugen af lærebøger i matematikundervisning har en særlig opmærksomhed i det matematikdidaktiske forskningsmiljø, da det netop i matematik ofte er udbredt at anvende en lærebog igennem hele undervisningen. Nyere matematikdidaktisk forskning peger endvidere på, at den øgede tilgængelighed af digitale læremidler til matematikfaget indebærer en komplet metamorfose af matematiklærernes arbejde med læremidler (Gueudet & Trouche, 2009; Remillard, 2005). Gueudet og Trouche (2009) beskriver eksempelvis, hvordan lærere i dag bruger meget af deres tid på at udvikle det, de kalder *dokumentationssystemer*. Dokumenter beskrives her som en samling af ressourcer til undervisningsbrug (digitale og analoge) med tilføjelser af lærerens egne erfaringer (scheme of utilization).

Trouche, Gueudet og Pepin (2018) argumenterer for, at nye læremidler både kan positionere matematiklærerne som brugere og som designere. Læreren som bruger handler om lærerens muligheder for at finde, vælge og tilpasse læremidler med henblik på at bruge det i praksis. Som designere har lærerne muligheder for selv at udvikle læremidler, der kan bruges i praksis. Disse mulige ændringer har medført en øget forskningsmæssig interesse for, hvordan matematiklærerne udvikler sig i forhold til brugen af læremidler, og hvordan de rammesætter og anvender forskellige læremidler i en undervisningskontekst (Trouche et al., 2018). Eksempelvis beskriver Remillard (2018), hvordan hun er gået fra at tale om materialer til at tale om ressourcer, da begrebet ressourcer kan omfatte en bred vifte af forskellige værktøjer, herunder både trykte og digitale undervisningsmaterialer, videoer og interaktive værktøjer. Vi vælger at benytte den danske betegnelse læremiddel, der

Af Dorte Moeskær Larsen og Mette Dreier Hjelmberg, UCL Erhvervsakademi og Professionshøjskole, Mette Strandgård Christensen, Professionshøjskolen Absalon, Mie Engelbert Jensen, UC SYD, Lene Junge, UCL Erhvervsakademi og Professionshøjskole, Stine Dunkan Gents, Professionshøjskolen Absalon og Dagmara Clausen, UC SYD

lige som Remillards ressourcer, omfatter alt, hvad der tages i brug i en læringssituation også med eventuelt tilhørende lærervejledninger. Læremidler kan være produceret direkte til undervisning, men kan også have haft andre formål, f.eks. kan spisepinde til illustration af ligsidede trekkanter (Hansen, 2012) også opfattes som et læremiddel. Drijvers og Trouche (2008) bruger udtrykket ”instrumental orchestration” til at beskrive lærerens orkestrering af forskellige artefakter og digitale undervisningsmaterialer i undervisningspraksis. Artefakter og digitale undervisningsmaterialer opfattes her lige så bredt som læremidler. De definerer orkestrering på følgende måde: “... lærerens intentionelle systematiske organisering af forskellige artefakter i en given matematisk situation i en digitalt understøttet læringssituation for at støtte elevernes instrumentale genese” (2008, s. 83). Her bruges begrebet orkestrering udelukkende i forbindelse med digitalt understøttede læringssituationer, men begrebet orkestrering kan også bruges bredt om et hvilket som helst artefakt i undervisningspraksissen (Gravemeijer, Stephan, Julie, Lin & Ohtani, 2017; Rezat & Sträßler, 2012).

Brown (2009) beskriver forholdet mellem matematiklærere og læremidler som værende komplekst og med en reference til forskellige jazzmusikere, der benytter det samme nodehæfte til at spille meget forskellige versioner af den samme sang. Han drager analogien til læreres brug af læremidler. Både nodehæftet og læremidlet kan ses som statiske repræsentationer af abstrakte begreber, som fortolkes og bringes til live af jazzmusikeren og matematiklæreren. I matematiklærerens tilfælde transformeres læremidlets intentioner ved, at læreren adapterer, afviser, udvælger og improviserer for at skabe rum for de intenderede handlinger. Denne artikel introducerer et studie, der har til formål systematisk at undersøge og analysere, hvordan tre erfarne og kompetente lærere anvender læremidler til matematik i deres undervisning. Studiet er en del af et større dansk forskningsprojekt, ”Praksisfortolkninger af læremidler” (PAL), der undersøger brugen af læremidler i de tre fag: dansk, historie og matematik. Formålet med projektet er at bidrage til at få en forståelse af læreres og elevers brug af læremidler i de tre fag. I denne artikel beskriver vi projektets første fase i matematikfaget, hvor der specifikt er fokus på lærernes brug af læremidler. I modsætning til mere klassiske læremiddelanalyser er projektets fokus brugen af læremidler i praksis og de didaktiske transformationer, som lærere foretager sig for at bringe læremidlerne ind i skolens praksis. Det er i denne fagdidaktiske ramme, vi forstår læreres praksisfortolkninger af læremidler. Mere specifikt forsøger vi at svare på følgende forsknings-spørgsmål:

På hvilken måde påvirker en lærers drivkræfter de forskellige didaktiske transformationer, der foregår mellem læremidler og læreremidler i brug?



For at besvare dette spørgsmål vil vi i denne artikel først gøre rede for tre teoretiske modeller. Den første er en model for de tidsmæssige faser: de forskellige transformationer der sker, når læreremidler er i brug (Stein et al., 2007). Den anden er model for hvilke drivkræfter, lærerne anvender (Siedel & Stylianides, 2018), og den tredje er det sociodidaktiske tetraeder, der kan etablere rammer for analyse af lærernes brug af læreremidler i praksis (Rezat & Sträßer, 2012). Dernæst analyseres de tre læreres forskellige drivkræfter (Siedel & Stylianides, 2018) ud fra udsagn i deres interviews. Derefter vil vi undersøge, via observation, hvordan lærernes drivkræfter påvirker deres didaktiske valg og handlinger i transformationer mellem først det nedskrevne curriculum, her eksemplificeret ved Fælles Mål med læseplan og undervisningsvejledning og læreremidler med eventuelt tilhørende lærervejledninger, dernæst det intenderede curriculum, designet af lærerne, og slutteligt det realiserede curriculum (Stein et al., 2007). Vi benytter efterfølgende det sociodidaktiske tetraeder (Rezat & Sträßer, 2012) til visualisering af lærernes forskellige didaktiske transformationer ved læreremidler i brug.

Analytiske rammer for undersøgelse af læreremidler i brug

I det følgende beskrives de tre modeller, som på forskellig vis etablerer en ramme for at undersøge forskellige læreres praksisfortolkninger af læreremidler.

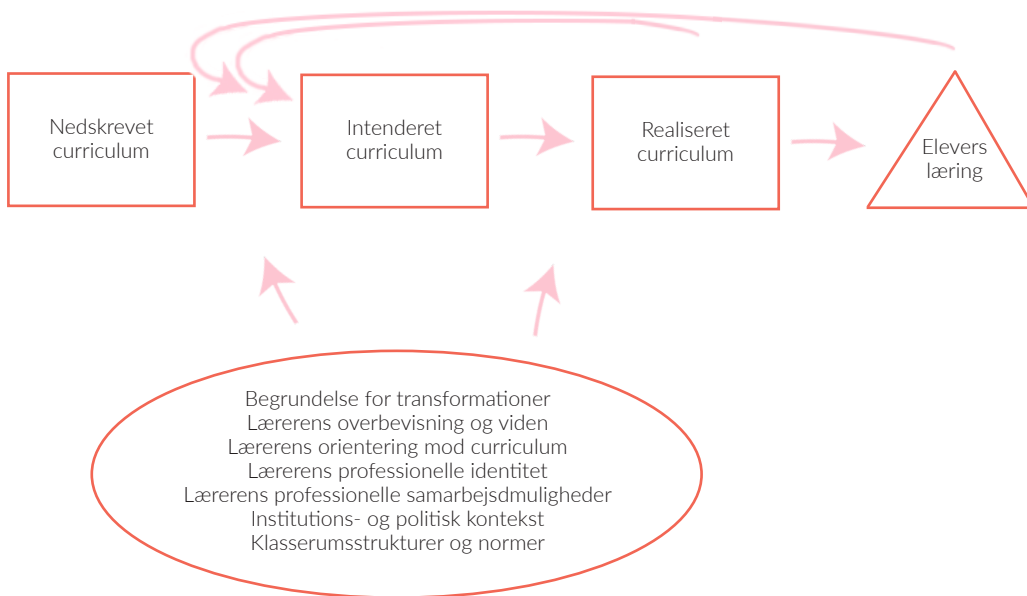
Tidsmæssige faser for læreremidler i brug

Ved at tage afsæt i forskellige betydninger af curriculum beskriver Stein et al. (2007) en analytisk ramme for læreremidler i brug. I rammen skelnes der mellem det nedskrevne, det intenderede og det realiserede curriculum, der alle er indbyrdes forbundne (Figur 1). Stein et al. (2007) beskriver, hvordan der både inden for og mellem disse faser foregår fortolkende og interaktive processer, som giver anledning til

transformationer. Ovalen (Figur 1) angiver mulige faktorer, der medierer disse processer.

Figur 1.

Tidsmæssige faser for brugen af curriculum (Temporal phases of curriculum use), (Stein et al., 2007, s. 322).



I denne kontekst refererer *nedskrevet curriculum* til den officielle beskrivelse af faget matematik (Fælles Mål) sammen med læremidler til matematik. Det nedskrevne curriculum transformeres af en lærer på vej mod det intenderede curriculum. Mellem det nedskrevne curriculum og det intenderede curriculum bringes matematiklærerens forståelser, holdning og intentioner i spil, og læreren foretager didaktiske transformationer af det nedskrevne curriculum til en form, som de mener vil være brugbart i klasseværelset. Det kan være i form af en lektionsplan, redidaktiseringer af eksisterende aktiviteter eller valg og fravalg af aktiviteter og læremidler. I det realiserede curriculum interagerer læreren og eleverne med hinanden og bringer curriculum til live på en måde, der adskiller sig fra beskrivelserne fra både Fælles Mål og læremidlerne samt fra lærernes ideer i planlægningen og

lektionsplanen, og som er brugbar i denne klasse.

Stein et al. (2007) betoner, at selvom alle faser har betydning for elevernes matematiske læring (trekanten i Figur 1), så påvirker aktiviteterne i gennemførelsen direkte, hvordan eleverne oplever matematik, og hvad de lærer. De to returpile fra elevernes læring og det realiserede curriculum går hen til transformationsprocessen mellem det nedskrevne og det intenderede curriculum for at vise, hvordan det realiserede curriculum og lærerens vurderinger af elevernes læring påvirker lærernes fremtidige interaktioner med det nedskrevne curriculum.

Lærerens drivkræfter

Ud fra en interviewundersøgelse, der undersøger, hvordan matematiklærere tænker og handler, når de udvælger og designer læremidler, identificerer Siedel og Stylianides (2018) seks forskellige dispositioner: elevdrevne dispositioner, lærerdrevne dispositioner, matematikdrevne dispositioner, begrænsningsdrevne dispositioner, ressourcedrevne dispositioner og kulturdrevne dispositioner (Tabel 1). Undersøgelsen viser, at en eller flere af disse dispositioner driver lærernes valg af læremidler til undervisningen. Dispositionerne får lærere til at overveje læremidlet og den didaktiske hensigt, der allerede findes i læremidlet, på en bestemt måde og derefter foretage en "redidaktisering" af disse materialer (Hansen & Gissel, 2017) i henhold til de drivkræfter, der ligger i netop denne eller disse dispositioner.

Tabel 1.

Oversigt over de forskellige drivkræfter.

Tre drivkræfter vedrører overvejende interaktioner i praksis:	Tre drivkræfter vedrører overvejende påvirkninger fra andre kontekster:
En elevdrevet lærer tager udgangspunkt i elevernes behov, fokuserer på læremiddelvariation, og hvilke læremidler der tilføjer værdi til elevernes matematiske læring.	En ressourcedrevet lærer fokuserer på egenskaberne ved selve læremidlet, tilpasningsevnen, om de er nemme at bruge, og om de fungerer.
En lærerdrevet lærer drives af, hvordan de foretrækker at undervise og deres egen autonomi, og de implementerer planer, de allerede har udviklet.	En begrænsningsdrevet lærer fokuserer på tilgængelighed og manglen på noget.
En matematikdrevet lærer knytter valg til et bestemt emne og fokuserer på indholdsvurdering.	En kulturdrevet lærer påvirkes af skolens kultur, f.eks. om lærere deler og samarbejder.

Det sociodidaktiske tetraeder

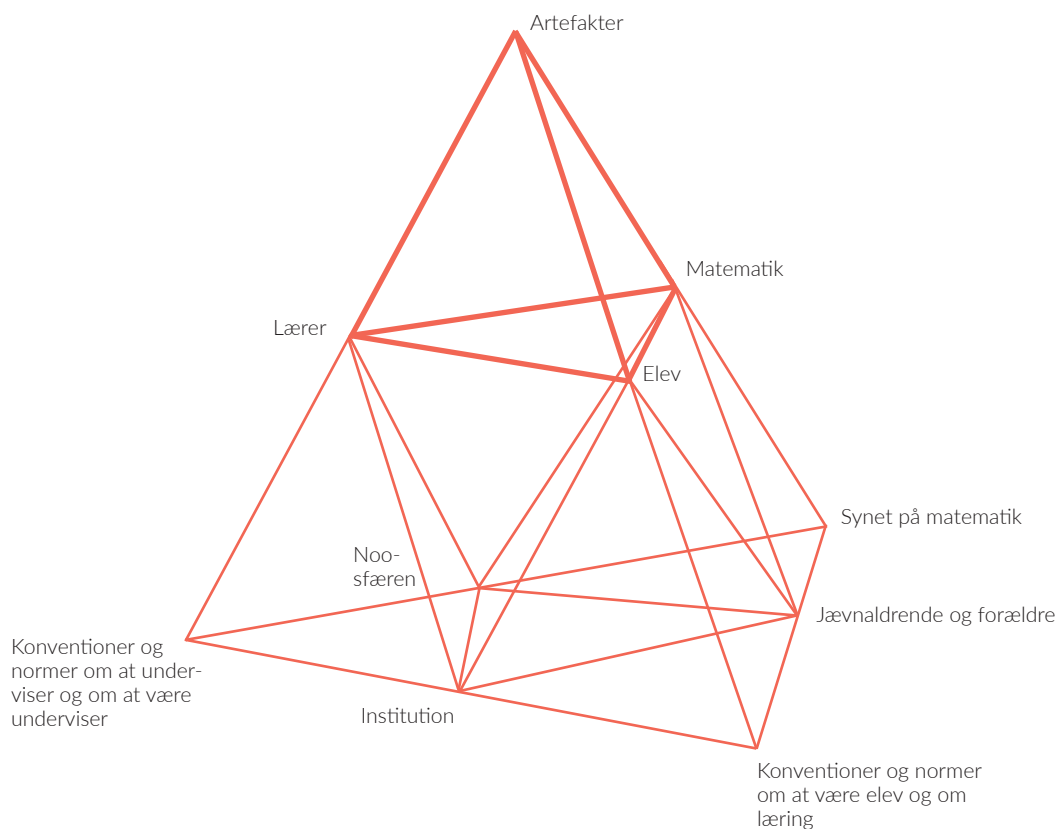
I den klassiske didaktiske trekant i matematik, som består af lærer, elev og matematik, beskrives sammenhængen mellem disse tre aspekter i undervisningen. Engeström (1998) udvider den klassiske didaktiske trekant med en underliggende base, der yderligere medtager de sociodidaktiske og institutionelle normer for undervisning og læring i en kulturel-historisk aktivitetsteori. Rezat og Sträßler (2012) har yderligere udvidet modellen til et tetraeder, således at artefakterne, som svarer til det, vi kalder læremidler, i undervisningen ses som grundlæggende bestanddele af den didaktiske situation. Det sociodidaktiske tetraeder modellerer hele situationen for læremidler fra et aktivitetsteoretisk perspektiv. Hvert punkt i det sociodidaktiske tetraeder relaterer til et specifikt perspektiv (Figur 2). Vi vælger betegnelsen læremidler frem for artefakter i artiklen – dog undtaget i figurerne og direkte henvisning til figurerne, hvor artefakter benyttes.

Med henvisning til flere undersøgelser hævder Rezat og Sträßler (2012), at når elever anvender læremidler, er matematiklærernes rolle tosidet. På den ene side bestemmer

matematiklæreren, hvilke læremidler der skal bruges, og hvornår de skal bruges. På den anden side medierer matematiklæreren elevernes faktiske brug af læremidler, altså hvordan de skal anvendes. Samtidig er det centralt at overveje, hvordan en lærers egen brug af læremidlet påvirker den didaktiske situation og dermed lærerens instrumentelle handling (Rezat & Sträßer, 2012).

Figur 2.

Det sociodidaktiske tetraeder (Socio-didactical Tetrahedron), (Rezat & Sträßer, 2012, s. 648).



Hver flade i det sociodidaktiske tetraeder relaterer til et særligt perspektiv for læremidlernes rolle inden for matematikundervisning. Fladen elev, artefakt og matematik repræsenterer elevens instrument-medierende aktivitet i forbindelse med at lære matematik og påvirkes af elevernes opfattelser af, hvordan man opfører sig som matematikelev såvel som forældres, jævnaldrende og offentlighedens syn på matematik. Lærerens orkestrerende rolle er i vores tilfælde også central for denne flade, da vi har fokus på læreren. Fladen lærer, artefakt og elev fokuserer på lærerens medierende rolle og påvirkes af lærerens og institutionens opfattelser af undervisning og læring. Ligeledes er der påvirkninger fra den såkaldte noosfære, altså "andre personer og institutioner, som interesserer sig for undervisning og læring i matematik" (Rezat & Sträßler, 2012, s. 646). Endelig er der fladen mellem lærer, artefakt og matematik, der illustrerer matematiklærerens instrument-medierede aktivitet i forbindelse med for eksempel at planlægge matematikundervisningen. Dette påvirkes især af lærerens opfattelse af matematik samt lærerens opfattelser af undervisning og det at være underviser. Hele tetraederet udgør en omfattende model af den didaktiske situation, idet den kombinerer de forskellige perspektiver i et samspil. Ved at bruge Rezat og Sträßlers (2012) sociodidaktiske tetraeder (Figur 2) er det derfor muligt at undersøge den komplette didaktiske situation i forhold til lærernes brug og design af læremidler – velvidende, at det er særdeles vanskeligt at indfange alle nuancer, der naturligvis findes hos hver enkelt lærer.

Introduktion til de tre lærere, dataindsamling og metoder

Forfatterne til denne artikel udvalgte tre lærere ud fra en hensigt om at have kompetente lærere i projektet. Det var vigtigt, at vi så vidt muligt fik lærere, der var bevidste om og eksplicit kunne udtrykke deres begrundelser for de valg og fravalg, de traf i forhold til deres brug af læremidler i undervisningen. I de tre regioner udvalgte vi 2-3 lærere, der alle blev anset som kompetente. Vi kendte lærerne fra tidligere udviklings- og forskningsprojekter eller fra tidligere efteruddannelseskurser. På baggrund af samtaler udvalgte vi én lærer fra hver region. De tre udvalgte lærere blev anset som værende reformorienterede (Skott, Jess & Hansen, 2008), da de udtrykte sig konstruktivt med hensyn til specifikke krav i undervisningsvejledningen til Fælles Mål – at de i deres undervisning har fokus på forståelse, at deres undervisning omfatter undersøgende arbejde, og at de i deres undervisning har fokus på den dialogiske

samtale. Desuden spillede afstanden til skolerne også en rolle i udvælgelsen. De tre lærere kom fra tre forskellige områder i Danmark (Sjælland, Fyn og Syddanmark). De tre lærere er her beskrevet som hhv. lærer M, lærer L og lærer C. De har alle over 15 års erfaring som matematiklærere, og de er alle uddannede matematikvejledere med undtagelse af lærer L, som fortsat var i gang med uddannelsen, da vi besøgte hende. Alle tre lærere fungerede som matematikvejledere på deres skole.

De tre lærere er alle blevet observeret i det samme semester, mens lærer M og lærer L også er blevet observeret i et efterfølgende semester. I alt er der følgende observationer: 10 dobbeltlektioner og 8 enkeltlektioner for lærer M, 8 dobbeltlektioner og 2 enkeltlektioner for lærer L og 7 dobbeltlektioner for lærer C. Derudover er lærer C også blevet observeret i sin planlægning i samarbejde med en kollega, hvor ideer og tanker om planlægningen blev diskuteret i fællesskab. De andre to lærere planlagde deres undervisning individuelt. Observationer i undervisningen blev udført med en ikke-deltagende tilgang (Fangen, 2010) ved hjælp af et håndholdt kamera. Vi oprettede en observationsmanual, der eksplicit understregede, at kameraet skulle følge læreren og fokusere på, hvad læreren gjorde med læremidlet. Det betød, at kameraet konstant skulle fokusere på lærerens handlinger – når læreren hjalp elever, fulgte kameraet med, og når læreren skrev på tavlen, så skulle der fokuseres på dette. Manualen blev oprettet efter en pilotundersøgelse i alle tre klasser, hvor forskellige vinkler og teknikker blev afprøvet i en enkelt lektion. Umiddelbart efter hver oprettede observatøren en log med en grov transskribering – dvs. vi beskrev lektionens indhold i kronologisk rækkefølge, og vi nedskrev opgaveformuleringer og enkelte citater. Ligeledes gennemførte observatøren et semistruktureret interview med læreren efter afslutningen af observationerne det første år. Her fokuserede vi for eksempel på deres brug af læremidler, hvad de fandt vigtigt at redidaktisere samt deres karakteristik af dem selv som matematiklærer, eksempelvis hvad der karakteriserer en god matematiklektion. Interviewene blev lydoptaget og transskriberet fuldt ud.

Forskningsdesignet er baseret på et kvalitativt multiple-case-studie (Johnson & Christensen, 2014) og indeholder tre forskellige cases: ”casen om lærer M”, ”casen om lærer L” og ”casen om lærer C”. Målet med at inddrage flere cases er at opnå en mere detaljeret og specifik beskrivelse af, hvordan lærerne orkestrerer og redidaktiserer forskellige læremidler i undervisningen. Det underliggende princip for denne tilgang er, at casestudiet ses som en typisk strategi for empirisk forskning af et valgt fænomen i den specifikke kontekst, hvor fænomenet finder sted, hvorved fænomenets kontekst også kan

medtages i analysen og argumentationerne (Johnson & Christensen, 2014). Vi anvender denne tilgang, da den netop tillader os at gå langt mere i detaljen i analysen af de tre cases i forhold til også at inddrage kontekstens betydning, og vi er i stand til at bruge en flersidet tilgang, der muligvis ikke er mulig, hvis vi havde inddraget et endnu større antal lærere.

Først analyserede vi, ud fra koder inspireret af Siedel og Stylianides, hvilke drivkræfter de tre lærere havde for deres valg af læremidler (2018). For at kvalificere analysen gennemlæste alle forfatterne hvert interview med fokus på, hvad der var vigtigt, når lærerne planlagde deres undervisning – beskrev de elevernes behov, beskrev de matematikfagets identitet osv., og hvad var overordnet i fokus hos de tre forskellige lærere. Dette blev derefter taget op i hele forskningsgruppen til en fælles validering. Derefter fremhævede vi en enkelt eksemplarisk situation for hver lærer, som vi analyserede i henhold til de tre faser: nedskrevet curriculum, intenderet curriculum og gennemført curriculum (Stein et al., 2007). I Tabel 2 ses et overblik over de tre læreres transformationer.

Casen om lærer M

Lærer M underviser en 5. klasse på en større folkeskole på Fyn. I interviewet med M fortæller hun, at hun baserer sin undervisning på lærebogen Multi (Lahti, Mogensen, Sperling & Westfall, 2013). Derudover siger hun blandt andet:

”

... jeg vil ikke nødvendigvis lade mig styre af lærebogssystemet, men lade mig styre af de elever jeg har, at planlægge undervisning med udgangspunkt i de elever jeg har ... Så nytter det ikke at være insisterende og følge lærebogssystemet, hvis ikke elevgruppen ... Hvis man har brug for større differentiering end det, læremidlet stiller til rådighed, så er man nødt til at finde ... noget fra andre læremidler, selv finde på eller redidaktisere noget andet.
(Lærer M, interview)

Lærer M beskriver også, hvordan hun planlægger mange forskellige aktiviteter for hver lektion for at sikre, at læremidlerne passer til elevernes behov og niveau af forståelse. Hun understreger behovet for at engagere klassen og forholder sig til elevernes motivation og selvstændighed:

” Det er en motivationsfaktor, de føler sig mere selvstændige, når vi ikke laver det samme.... Jeg tænker, at det er rigtig, rigtig vigtigt, at de er med til at omformulere det, får gjort det til deres eget, ved at være med til at producere det. Det vender tingene på hovedet, det gør det jo, de får det ligesom ind under huden på en anden måde.
(Lærer M, interview)

Alt dette peger mod, at lærer M primært er en elevdrevet lærer, der lægger vægt på læremiddelvariation (Siedel & Stylianides, 2018; Hjelmberg, Larsen, Jensen, Gents, Christensen, Junge & Hansen, 2020).

En undervisningsaktivitet nedskrevet, intenderet og realiseret hos lærer M

Lærer M fortæller i interviewet, at hun, ud over den lærebog, som skolen har indkøbt, supplerer meget med andre ressourcer og materialer. I en observeret lektion har lærer M valgt, at eleverne skal arbejde med opgaven ”Runde ting”. Opgaven stammer fra lærebogen Multi (Lahti et al., 2013, s. 67) og er en aktivitet for hele klassen. Ifølge lærebogen, som her ses som det nedskrevne curriculum, skal hver elev først skære/klippe en cirkel ud fra et kopiark (kopiarket har 12 cirkler med radier, der varierer fra 2 cm til 7 cm) og efterfølgende stille sig i rækkefølge efter det største areal (eller omkreds). Lærervejledningen (Mogensen, Sperling & Westfall, 2014, s. 67) indeholder kommentarer om ansvarlighed, for eksempel mulige regler for kommunikation, såsom at udpege to elever som problemløsere. Elevernes opgave bliver derfor at give visuelle estimater af cirklernes omkreds og areal, alternativt at foretage en direkte måling ved at placere en cirkel oven på en anden.

Lærer M planlægger dog at gøre noget lidt andet med opgaven (det intenderede curriculum). Hun starter med at henvise til elevernes forforståelse af cirkler. Hun tegner en cirkel på tavlen, der viser radius og diameteren af en cirkel og cirkelens omkreds og laver en liste: ”Diameter, radius, cirkel omkreds, 360 grader, ingen kanter”. Derefter siger hun: ”Vi skal lære at finde arealet og omkredsen af en cirkel”. På gulvet ved tavlen stiller hun nu 7 forskellige runde ting: en tallerken, en skål, en dåse osv. To af dem ser umiddelbart ud til at have den samme omkreds. Derefter præsenterer hun opgaven:

I dag skal vi have en konkurrence. Der er syv forskellige objekter i konkurrencen. I skal starte med at gætte, hvilken af de runde ting, der har den mindste omkreds og areal. Lav en tabel - en til omkredsen og en til arealet, og derefter skal I måle ...

(Videoobservation, lærer M)

Herefter tegner hun en tabel med syv kolonner og to rækker på tavlen. Eleverne skal nu, to og to, arbejde sammen og diskutere, i hvilken rækkefølge de syv figurer skal stå i tabellen. M henviser flere gange til, at der er mange forskellige redskaber, de kan anvende til at måle figurernes omkreds og areal for at få overblik over de forskellige runde ting: papir, en snor, internettet og andre ting, som eleverne selv finder nyttige. En elev foreslår at bruge et målebånd, som han efterfølgende får udleveret. De får også lov til at tegne de runde ting på et stykke papir for at sammenligne dem.

Lærer M har en didaktisk grund til alle sine valg – hendes transformationer af lærebogen er alle rettet mod elevernes perspektiv:

” Ja, det der med at springe opgaver over og lave dem om, det er primært med begrundelser i at noget erfaringsmæssigt virker meget teksttungt, når man går i femte klasse. Opgaverne i sig selv er egentlig ikke for svære, men de kan hurtigt komme til at se for svære ud for eleverne. Noget af det vigtige er jo at foregribe, at de ikke på forhånd tænker: ”det kan jeg ikke finde ud af”.
(Lærer M, interview)

Aktiviteten, som M realiserer i klassen, er karakteriseret ved at elever, som arbejder sammen i par, forsøger at gætte og afprøve deres svar og udfylder tabeller. De tegner, navngiver figurerne, estimerer og måler, diskuterer, lytter til de andre par og søger på nettet. Nogle par opløses, og eleverne finder sammen med en ny makker. De udfyldte tabeller giver eleverne mulighed for at udvide deres arbejde med ræsonnementer som fx: ”Omkredsen er altid større end arealet, men arealet bliver større, når omkredsen bliver større”. En elev spørger M, om de skal bruge omkredsen til at beregne arealet af cirklen. M svarer, at de selv må undersøge, om det er muligt fx ved at søge på nettet.

I forhold til det realiserede curriculum kan vi i vores observationer se, at hendes undervisning er præget af mange transformationer af læremidler og skift mellem forskellige læremidler. Skiftene er typisk mellem lærerproducerede genstande og didaktisk transformerende dele af lærebogen, fx ved at omforme og justere en opgave med mange delspørgsmål til et stjerneløb. Hendes læringsmæssige begrundelse for disse skift er: ”...at det skal hænge

sammen læringsmæssigt, så der er et flow i det” (lærer M, interview). Hun er meget opmærksom på elevernes behov for information om disse skift, så hun skriver en detaljeret dagsorden på tavlen, som eleverne refererer til flere gange i løbet af aktiviteten.

Casen om lærer L

Lærer L underviser en 6. klasse på en større folkeskole i Jylland. Hun beskriver overordnet læremidlerne som et stillads til at få bygget timen op og et redskab til at nå de mål, der er gennemtænkt i årsplanen for klassen. De specifikke aktiviteter er planlagt ud fra overvejelser om, hvordan matematikken kan komme i spil, og hvordan matematiske begreber kan konkretiseres. I vores analyse vurderer vi, at lærer L primært befinder sig i den kategori, der betegnes matematikdrevet (Siedel & Stylianides, 2018; Hjelmborg et al., 2020). Lærer L's valg af læremidler er fx knyttet til en vurdering af: "... om der bliver præsenteret "gode" begreber og om der bliver brugt "spændende" ord eller "gode" forklaringer ..." (lærer L, interview), så hun kan "... undgå spildtid i undervisningen på længere og dårligere forklaringer ..." (lærer L, interview). Hun er desuden optaget af at vælge læremidler, der passer til hendes fagsyn, idet hun mener at: "matematik handler om at undre sig" (lærer L, interview), og hvor opgaven er: "... at gøre matematik til et interessant fag, et oplevelsesfag..." (lærer L, interview). Lærer L er derfor optaget af at tilrettelægge sin undervisning sådan, at eleverne lærer at se matematik og mønstre og strukturer i verden omkring dem. Vi genfinder det tydeligt i følgende citat: "... det lyder lidt stort, at der er matematik i alting, men det ER der jo" (lærer L, interview). Lærer L's valg af læremidler er dog også delvist knyttet til eleverne, da læremidlerne helst skal give dem troen på, at det de byder ind med er OK, og at de sammen kan løfte det til noget mere: "... jeg er med til at flytte nogle børn i forhold til troen på dem selv ... De kan tænke sig frem til mange ting" (lærer L, interview). Selvom eleverne er tydeligt nævnt i citatet, tolker vi dog ikke citatet som tydeligt tegn på, at læremidlerne er udvalgt ud fra elevernes specielle behov – læremidlerne er i højere grad valgt som et middel til, at eleverne kan nå matematiske mål, hvilket tydeliggør, at lærer L er drevet af matematik, når det gælder valg af læremidler.

En undervisningsaktivitet nedskrevet, intenderet og realiseret hos lærer L

Lærer L fortæller i interviewet, at hun har valgt ikke at være bundet op af læremidler forstået som lærebogssystemer, og dette valg giver tilsyneladende en frihed i forhold til at kunne skabe et didaktisk miljø, hvor læremidler tænkes meget bredt defineret. Eleverne har

en fysisk matematikbog i deres kasse og har adgang til forskellige online materialer, men opgaverne i bogen og på platformene bliver udvalgt meget nøje efter, hvordan de kan være relevante for dagens indhold, og der kan sagtens gå flere uger imellem, at eleverne bruger lærebogen. Årsplanen, som lærer L har udarbejdet ud fra Fælles Mål, og selve matematikfaget udgør altså kernen i lærer L's intenderede curriculum. Cirka en gang om ugen sætter lærer L gang i en aktivitet, som hun betegner som en undersøgende aktivitet. Nogle gange er den undersøgende aktivitet ikke knyttet til det intenderede curriculum, andre gange er de undersøgende aktiviteter en vigtig del af et grundigt planlagt forløb. Som optakt til et længere forløb om rumfang arbejder eleverne for eksempel med undersøgende aktiviteter knyttet til målinger af rumlige figurer i skolens bygninger.

I det følgende afsnit refereres til citater som alle stammer fra observationer fra den udvalgte videofilmte lektion. Aktiviteten sættes i gang med en tydelig reference til nedskrevet curriculum: "Vi skal i gang med et nyt emne, der handler om rumlige figurer og rumfang". Den indledende instruktion til aktiviteten bliver knyttet til konkrete genstande, som læreren har i hænderne og vender på forskellige måder: "Se for eksempel på denne figur. Hvis I ser den fra enden, så er det en cirkel, men hvis den får højde på, så bliver det en...". Her afbryder en elev og siger "en toiletrulle". Lærer L fortsætter: "Netop! Og med et matematisk ord kalder vi toiletrullen for en cylinder". Desuden bliver der i instruktionen italesat pointer om rumlige figurer gennem tydelige begrebsdefinitioner: "En rumlig figur er en figur, der går fra at være helt flad til at fylde noget, den får en højde på". Før eleverne går i gang med aktiviteten påpeger lærer L, at "alle de figurer I finder i dag, dem skal vi have billeder af og have printet ud, og så næste uge kan vi sortere dem og give dem navne og finde ud af formlerne til at beregne rumfanget på dem". I disse observationer er det tydeligt, at lærer L har en plan med elevernes undersøgende arbejde, idet de skal bruge målingerne og billederne af de fysiske figurer til at konkretisere det abstrakte begreb. Hun bruger formelle matematiske begreber i sin instruktion men griber chancen for at koble den uformelle toiletrulle og det matematiske begreb cylinder, så eleverne kan opleve en kobling mellem konkrete erfaringer og abstrakte definitioner. Lærer L besøger grupperne i deres figurjagt på skolen. Her spørger en elev ind til, om de kan bruge boldene og tage billeder af dem. Lærer L svarer: "På en måde må I godt bruge de kugler, men jeg vil helst vente med dem til næste år". Her er endnu et tegn på, at lærer L praktiserer en undervisning, hvor der er sammenhæng til undervisningens mål og elevernes progression. Hun ved, at det er mere krævende at måle og lave beregninger på kugler, så hun afgrænser elevernes undersøgende arbejde til primært at

omhandle mere simple rumlige figurer, fordi hun er bevidst om, at emnet om rumlige figurer skal genbesøges på kommende årgange med mere avancerede mål i sigte.

Casen om lærer C

Lærer C underviser på en større folkeskole på Sjælland og planlægger sin undervisning sammen med en anden matematiklærer, som underviser i parallelklassen på 7. årgang, så de har planlagt den samme undervisning til hver sin klasse. Lærer C benytter ikke et færdigt læremiddel, men fremstiller det sammen med kollegaen. De bladrer og leder i forskellige lærebøger, og når de har fundet noget, en form for aktivitet, skriver de det rent, ofte kun med én modalitet, således at denne ene aktivitet eller opgave kommer til at fremstå isoleret og uden sammenhæng med det, som i bogen er kommet før, og det som skal komme efter. I disse valg af aktiviteter overvejer de ikke elevernes faglige niveau, interesse eller lignende – de bliver slet ikke omtalt. Snarere hævder lærer C, at det bliver mere brugervenligt for hende, hvis materialet bliver lavet mere generelt, da hun således også kan bruge det forenkede materiale igen i andre klasser, hvilket hun i interviewet beskriver som værende vigtigt for hende:

” Fordi nogle gange – hvis man har en eller anden idé om, hvad det er, de skal – så er det hurtigere at lave det selv, end at skal rende og lede efter nogen, der har lavet noget, der er ligesom, man gerne vil have det. Så vi laver faktisk meget selv.
(Lærer C, interview)

Direkte adspurgt om, hvilke tanker hun gør sig, når de renskriver en tabel fra et læremiddel i stedet for at benytte læremidlet:

” Jeg tror, det er det der med, at det bliver enkelt, at der ikke er alt det andet udenom på siden, der forvirrer, hvis de ikke skal bruge de andre ting. Og så tænker vi, at vi nok skal bruge det igen en anden gang og så ... så har vi det jo liggende.
(Lærer C, interview)

Lærer C's succeskriterie for undervisningen er, om de valgte aktiviteter er gennemført, og om de kan genbruges. Lærer C italesætter ikke Fælles Mål, årsplan eller specifikke læringsmål for undervisningen i interviewet. Dette får os til at kategorisere lærer C som ressourcedrevet (Siedel & Stylianides, 2018; Hjelmberg et al., 2020).

En undervisningsaktivitet nedskrevet, intenderet og realiseret hos lærer C

Som et eksempel på en aktivitet præsenterer vi en typisk sammenhæng mellem planlægning og undervisning for lærer C. I dette tilfælde ønsker lærer C og hendes kollega at arbejde med undersøgelsesorienterede opgaver omkring sandsynlighed. De finder først forskellige opgaver i forskellige lærebøger omkring sandsynlighed, og de ender med at vælge en bestemt opgave, der forbinder den statistiske sandsynlighed med den teoretiske sandsynlighed ved at kaste med to terninger og beregne summen af terningkastet. Den oprindelige opgave (det nedskrevne curriculum), som ses på billedet nedenfor (Figur 3), omfattede det specifikke eksperiment (kast af terningerne 100 gange) samt specifikke spørgsmål, hvor eleverne skal sammenligne og reflektere over de opnåede frekvenser over for de teoretiske beregnede resultater. I lærebogen står der specifikt i teksten, at denne opgave er undersøgelsesorienteret (Bisgaard, Bull, Hansen, Kreiberg & Skipper-Jørgensen, 2015). Under planlægningen reducerer lærer C og hendes kollega denne specifikke opgave til et arbejdskort, hvor der er en tom tabel, og eleverne skal selv indskrive summen af kast med to terninger uden støtte fra nogen form for tekst overhovedet. Arbejdskortet indeholder ingen overskrift, supplerende tekst, illustration eller lignende (Figur 4).

Figur 3.

Aktiviteten i sin oprindelige form (Bisgaard et al., 2015, s. 155).


UNDERSØGELSE

TERNINGEKAST

Undersøgelse for to til fire personer.
Materialer: Kast med to terninger (U7), to sekssidede terninger og evt. regneark.

I skal undersøge, hvordan de faktiske udfald og de forventede udfald passer sammen ved kast med en eller to terninger.

Ved kast med én terning er sandsynligheden for hvert af de seks forskellige udfald (1, 2, 3, 4, 5, 6) lig med $\frac{1}{6}$.



DEL 1
I denne del skal I kaste med én terning.

- A** I skal tælle, hvor mange gange I skal kaste med én terning, før I har fået alle de mulige udfald.
- B** Alle par skriver på tavlen, hvor mange gange de måtte kaste terningen for at opnå alle seks mulige udfald.
- C** Forklar, hvorfor ikke alle grupper skal kaste lige mange gange.

DEL 2
I denne del skal I undersøge summen af øjentallene ved kast med to terninger. Noter hyppigheden af de forskellige udfald af terningekastene i skemaet på arket Kast med to terninger (U7).

- A** I skal gennemføre 50 kast med to terninger og notere summen af øjentallene i skemaet.
- B** Beregn frekvenserne af jeres udfald.
- C** Del jeres resultater med en anden gruppe, så I nu har 100 kast. Beregn de nye frekvenser.
- D** Hvorfor kan man forvente, at summen syv vil forekomme hyppigst? Begrund jeres svar.

Figur 4.

Opgaven i sin redidaktiserede form.

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Efter lærer C's opfattelse er den reducerede opgave meget lettere at håndtere for eleverne. I undervisningen ved eleverne imidlertid ikke, at de arbejder med en undersøgelsesorienteret opgave, hvor formålet er at undersøge forskellen mellem deres egne 100 terningkast og den teoretiske sandsynlighed. Det intenderede læremiddel ekspliciterer det ikke, og læreren fortæller det heller ikke i undervisningssituationen. Resultatet bliver, at eleverne uden mål kaster med terninger og noterer resultaterne usystematisk i tabellen. Ingen af eleverne taler om de forskellige sandsynlighedsbegreber, og den begrebsmæssige pointe om statistisk og teoretisk sandsynlighed bliver aldrig genstand for en del af undersøgelsen. Pointen bliver dermed aldrig en del af det realiserede curriculum. Lærer C fremsætter ingen bemærkninger om, at aktiviteten bliver anderledes, end hun forventer i forbindelse med forberedelsen af undervisningen – transformationen fra det intenderede til det realiserede curriculum. Hun har efter sin egen mening afsluttet en undersøgelsesbaseret opgave, og hun har inkluderet forskellige læremidler – et arbejdskort og to terninger – hvilket er hendes mål.

Det som, for lærer C, gør aktiviteten enkel for eleverne, gør i virkeligheden aktiviteten ligegyldig og indholdsløs hos eleverne. Det bliver aldrig klart for eleverne, hvad aktiviteten skal føre med sig – hverken metodepointen (det undersøgelsesbaserede i aktiviteten) eller begrebspointen (om statistisk og teoretisk sandsynlighed), som er to af de former for pointer, som Mogensen (2012) beskriver. Lærer C er ikke opmærksom på, at eleverne hverken kender det nedskrevne eller det intenderede curriculum, og når hun så heller ikke italesætter det eksplicit for dem, forbliver det en aktivitet, hvor man kaster med terninger.

Tabel 2.

En sidestillet oversigt over de tre læreres transformationer.

Transformationer (Stein et al., 2007)	Lærer M	Lærer L	Lærer C
<p>Fra nedskrevet curriculum til intenderet curriculum</p>	<p>Hun anvender både den analoge lærebog og den digitale lærebog men næsten altid i redaktiseret form. Ligeledes anvender hun jævnligt digitale ressourcer, f.eks. GeoGebra og selvproducerede analoge arbejdskort.</p> <p>Lærebogen bruges kun som et udgangspunkt – hun finder også inspiration andre steder.</p> <p>Hun pointerer vigtigheden af at tilpasse læremidlerne, så de passer til elevernes behov.</p> <p>Hun vil gerne have, at eleverne er engagerede og motiverede og oplever, at de selv har et ansvar for læring.</p> <p>Elevernes læring er altid i fokus. Hun overvejer deres forforståelse under planlægningen af lektioner.</p>	<p>Hun anvender sjældent en lærebog men benytter jævnligt forskellige digitale ressourcer, f.eks. GeoGebra.</p> <p>Eleverne udarbejder deres egen regelbog, som de udfylder og drøfter i næsten hver time.</p> <p>Fælles Mål (curriculum) og hendes årsplan er udgangspunkt. Hun designer selv øvelser og aktiviteter for at få eleverne til at undre sig og opdage matematikken i omverdenen og få eleverne til at undre sig kritisk over sig selv og omverdenen.</p> <p>Hun er optaget af, hvordan de matematiske begreber forklares og er repræsenteret i det selvproducerede materiale.</p>	<p>Hun finder inspiration i mange forskellige lærebøger og digitale portaler såvel som digitale ressourcer, f.eks. GeoGebra. Det kan der godt gå lang tid med.</p> <p>Hun laver egne analoge arbejdskort i samarbejde med en kollega i deres fælles planlægningstimer.</p> <p>Arbejdskortene skal helst kunne genbruges i andre klasser.</p> <p>Hun redaktiserer aktiviteter sammen med kollegaen ved at fjerne alt det, der kan forvirre eleverne. Aktiviteterne bliver ofte kun repræsenteret ved én modalitet, f.eks. en tabel, og kommer til at fremstå isolerede og uden sammenhæng med det, som i lærebogen er kommet før, og det som skal komme efter.</p>
<p>Fra intenderet curriculum til realiseret curriculum</p>	<p>Til alle lektioner er der en tydelig dagsorden på tavlen. Det er mange skift mellem forskellige typer af</p>	<p>Nogle lektioner starter med en praktisk aktivitet, hvor de relevante matematiske begreber</p>	<p>Hver lektion har, ud over det matematiske indhold, cirka fem minutters fysisk aktivitet,</p>

aktiviteter i løbet af en lektion. Eleverne arbejder, efter en kort introduktion af dagens program, altid i 2-3 mands jævnbyrdige grupper. Grupperne er f.eks. dannet ud fra elevernes niveau.

Der er stort fokus på faglig læsning, især på de sproglige repræsentationer af de matematiske begreber, og betydningerne drøftes ofte.

Undervisningen er dynamisk, progressionen afhænger af eleverne, og hun er ikke bange for ændringer og kaos.

Opsamling/ feedback foregår fortrinsvis ved besøg af læreren i grupperne.

Alle elever er ikke lige hurtige. Derfor er der ofte individuelt arbejde i portaler som det sidste punkt på dagsorden.

introduceres på en mere uformel måde.

Eleverne giver derefter i grupper eller i makkerpar udtryk for deres forståelser for begrebet. Det efterfølges af en lærerstyret klassesdialog om de matematiske begreber, og eventuelt arbejder eleverne med en eller flere åbne aktiviteter i relation til begrebet.

Læreren har et stort repertoire af åbne opgaver og kan hurtigt finde på en opgave, hvis der er behov for det, selvom hun ikke har forberedt det.

Eleverne skriver til sidst en note i deres regelbog om det/de relevante begreber.

Disse noter genbesøges ofte i de kommende lektioner.

som er et krav fra skolelederen. Aktiviteten kan være løsevet fra det matematiske indhold.

Der er en dagsorden på tavlen, og hun giver en mundtlig besked om, hvad eleverne skal lave i dag.

Eleverne arbejder med de af læreren udviklede arbejdskort uden forudgående faglig gennemgang. Læreren hjælper ofte fokuseret på at forklare eleverne individuelt, hvad aktiviteten går ud på. Det kan betyde, at nogle elever frustreret sidder og venter for at kunne komme i gang.

Læreren holder sig til det planlagte, selvom mange af eleverne måske ikke er aktive.

Der er sjældent opsamlinger eller klassesdiskussioner om det faglige indhold.

Lærernes forskellige drivkræfter visualiseret i det sociodidaktiske tetraeder

I dette afsnit vil vi perspektivere vores beskrivelser af lærernes forskellige drivkræfter og forskellige transformationer til Rezat og Stråßers sociodidaktiske tetraeder (2012). Perspektiveringens handler ikke om at fastlægge fremragende eller mindre fremragende undervisning. Snarere handler det om at forstå, at sammenhænge i det sociodidaktiske tetraeder, fladerne, kanterne og hjørnerne, er afhængige af lærerens drivkræfter, og at lærernes forskellige transformationer tydeliggør bestemte områder i det sociodidaktiske tetraeder. Den matematikundervisning, som vi har observeret hos de tre lærere, har været ganske forskellig, og det sociodidaktiske tetraeder gør det muligt at visualisere disse forskelle.

Eleverne er altid i fokus hos lærer M. Generelt ser lærer M sin rolle som mediator, så hendes særlige fokus i det sociodidaktiske tetraeder er lærer-artefakt-elev-fladen. Imidlertid behandler hun også konventionerne og normerne om at være elev i det sociodidaktiske tetraeder. Hendes måde at kommunikere med eleverne på viser os (og eleverne), at hun overvejende har fokus på processer i matematik. I interviewet adresserer hun dette ved at sige: "Det er ikke ved at få det rigtige svar, at vi lærer noget" (lærer M, interview). I hendes lektioner ser vi flere situationer, hvor eleverne taler om betydningen af begreber, og hun prioriterer den enkelte elevs begrebsforståelse. I interviewet siger hun: "Matematik er primært noget, du skal forstå, det er derfor, at fokus på det matematiske register er vigtigt" (lærer M, interview). Lærer M's fokus er normalt på den enkelte elev eller de små grupper af elever, der arbejder. Det er vigtigt for hende, at de engagerer sig og føler sig motiverede til at arbejde med matematik. Analysen af lærer M er visualiseret med rødt i Figur 5.

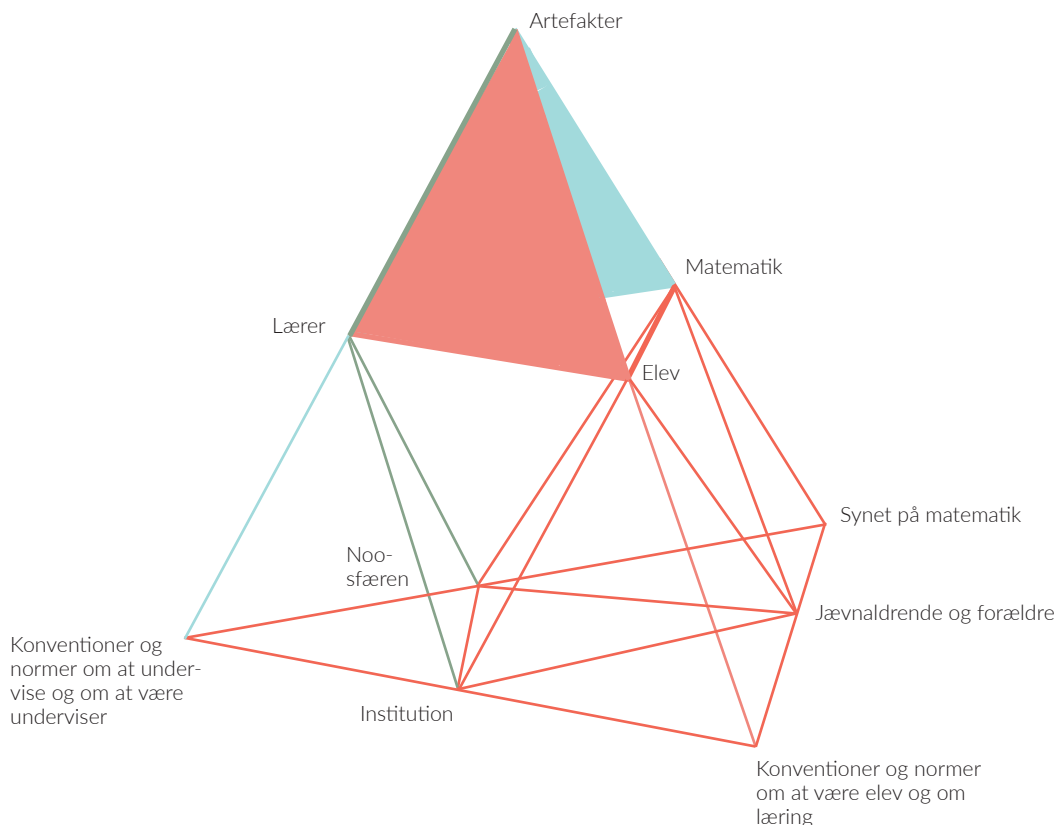
Når man beskriver lærer L i lyset af det sociodidaktiske tetraeder, vil fladen matematik-lærer-artefakt være i fokus. Dette skyldes, at lærer L tydeligvis vælger læremiddel ud fra sit matematiske fagsyn, og det skyldes desuden, at de særlige kendetegn for L's undervisning er tæt knyttet til, at det netop er hendes timer. Selv en dygtig vikar vil næppe kunne praktisere den undervisning, som lærer L har planlagt. I både interviews og under lektionerne understreger lærer L elevernes begrebstilegnelse og beskriver begrebstilegnelsen som en slags modpol til opgaveparadigmet (Skovsmose, 2003): "I stedet for bare at skulle sidde og udfylde nogle tal, så tror jeg, det giver mere at kommunikere matematik" (lærer L, interview). Dette citat viser, at hun har en kritisk holdning til visse træningsbaserede læremidler, og det viser samtidig, at hun også er fokuseret på den del af det sociodidaktiske tetraeder, der er knyttet til de sociokulturelle dele af

tetraederet, fordi hun reflekterer over undervisning og konventioner og normer om undervisning. Analysen af lærer L er visualiseret i Figur 5 med blå farve.

Lærer C's undervisning er påvirket af hendes udvælgelse og omlægning af læremidler, og derfor ser vi i det sociodidaktiske tetraeder et hovedfokus på lærerens valg af læremidler og fremhæver kanten lærer-artefakt. Lærer C har to andre vigtige fikspunkter i den sociodidaktiske tetraeder. Noosfæren kommer i spil, fordi hun er optaget af at fokusere på undersøgelsesorienteret matematik, som anses for at være en betydningsfuld tilgang til faget både i fagdidaktikken og i de samtaler, hun har med kolleger under planlægningen. Et andet vigtigt fikspunkt i det sociodidaktiske tetraeder er institutionen. I undervisningen gør hun eksempelvis også en stor indsats for at opfylde ledelsens beslutning om minimum 5 minutters fysisk aktivitet for hver 45 minutters undervisning. Dette fylder en stor del i forberedelsen, og bevægelsesaktiviteterne er også kendetegnende for hendes undervisningspraksis. Lærer C bruger det meste af sin forberedelse på at opfylde disse to fixpunkter, hvilket gør hende mindre opmærksom på eleverne og de matematiske begreber. Analysen af lærer C visualiseres med grønne kanter i det sociodidaktiske tetraeder vist i Figur 5.

Figur 5.

Det sociodidaktiske tetraeder (Socio-didactical Tetrahedron), (Rezai & Sträßler, 2012, s. 648).



Konklusion og perspektivering

I ovenstående analyse har vi valgt at zoome ind på en enkelt drivkraft for hver lærer, velvidende at vi dermed ikke indfanger alle de nuancer, som der naturligvis findes hos hver enkelt lærer. Eksempelvis kunne vi have beskrevet, at lærer M også har en sekundær side som orkestrator i forhold til fladen artefakt-elev-matematik, når hun for eksempel medtænker, hvordan matematik kan anses som en proces i diskussionerne med eleverne.

Vi er ligeledes bevidste om, at vores valg af de tre kompetente

lærere er vores subjektive vurdering, hvilket naturligvis kan gøres til genstand for kritik, men disse tre læreres fagdidaktiske niveau gør, at de på en tydelig og eksplicit måde udtrykker og begrundes deres valg og refleksioner for deres brug af læremidler i undervisningen. Det er interessant, at de tre lærere placerer sig så forskelligt både i forhold til drivkræfter og i det sociodidaktiske tetraeder.

En ressourcecendret lærer vil sædvanligvis ikke foretage nogen væsentlig transformation fra det nedskrevne til det intenderede curriculum, da en ressourcecendret lærer må forventes at have stor tillid til det nedskrevne curriculum. Her adskiller lærer C sig i den udvalgte situation, i og med at hun udfører en meget omfattende transformation af aktiviteten i bogen til den nedskrevne tabel. Hun gør det for at skabe enkelhed og undgå forvirring hos eleverne. Selvom hun her omtaler eleverne, faktisk er det den eneste gang, hun omtaler eleverne, er det den selvproducerede ressource, der har hendes fulde opmærksomhed. Vi forventer heller ikke omfattende transformationer mellem det intenderede og det realiserede curriculum for en ressourcecendret lærer, hvilket heller ikke var tilfældet hos Lærer C. Det producerede læremiddel kan let genbruges, hvilket også var en del af intentionen i Lærer C's forberedelse.

En matematikcendret lærer må forventes at udføre en mere omfattende transformation fra det nedskrevne til det intenderede curriculum for at imødekomme sin egen forståelse af det matematiske stofområde. Det er også tilfældet hos Lærer L. Hos lærer L er det helt særligt, at hendes drivkraft er en indre stemme, som hun har fuld tillid til. På den måde bliver der ikke nogen stor forskel fra det intenderede til det realiserede, fordi lærer L ikke i nævneværdig grad har nedskrevet sine intentioner, da det ikke anses som nødvendigt for hende.

En elevcendret lærer vil sædvanligvis udføre omfattende transformationer både mellem det nedskrevne og det intenderede curriculum og mellem det intenderede og det realiserede curriculum, da den elevcendret lærer typisk vil have brug for at tilpasse det nedskrevne curriculum til netop denne elevgruppe for at imødekomme eleverne mest muligt. På samme måde vil den elevcendret lærer tillade "forstyrrelser" i undervisningen, som vil føre til en forskel mellem det på forhånd intenderede curriculum og det realiserede, hvilket vi også ser hos lærer M.

Det sociodidaktiske tetraeder i Figur 5 visualiserer, hvordan lærerens drivkræfter påvirker lærernes transformationer af curriculum. Vi hævder ikke, at en bestemt drivkraft nødvendigvis fører til et specifikt perspektiv for de transformerende læremidler i det sociodidaktiske tetraeder, men i de tre cases kan vi se, at lærernes drivkræfter er en væsentlig faktor, som påvirker lærernes

praksisfortolkninger af læremidler på markant forskellige måder.

Drivkræfter beskrevet af Siedel and Stylianides (2018) skal ikke forstås statisk – lærernes erfaringer med forskellige praksisser, diskussioner om konventioner og normer samt ændrede ”beliefs” vil altid kunne påvirke deres drivkræfter. Læremiddelanalyser handler, efter disse betragtninger, derfor også om analyser af lærerens praksisfortolkninger af læremidler. Det vil derfor være relevant at forholde sig til drivkræfters betydning for lærerens måde at realisere læremidlet på. Så dette tegner et billede af, at selvom der ofte fokuseres på, hvordan man kan udvikle bedre lærermidler, så er vi enige med Ball og Forzani (2009) i, at det altid vil være læreren, der er nøglen til at forbedre kvaliteten af undervisningen. På læreruddannelsen og i efteruddannelsesprogrammer finder vi det derfor vigtigt at sætte fokus på de forskellige drivkræfters betydning for det komplekse samspil mellem læremidler og lærerens praksisfortolkninger af læremidler. Et sådan fokus kan bidrage til en større indsigt i og refleksion over de faktorer, der påvirker lærerens transformationer af curriculum – her eksemplificeret ved Fælles Mål med læseplan og undervisningsvejledning og læremidler med eventuelt tilhørende lærervejledninger, både for læreren og for den lærerstuderende. Bevidsthed om drivkræfters betydning for det komplekse samspil mellem læremidler og lærerens praksisfortolkninger af læremidler kan kvalificere, synliggøre og problematisere valg og transformationer af læremidler.

Referencer

- Ball, D. L. & Forzani, F.M.** (2009). The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 60(5). 497-511. DOI: 10.1177/0022487109348479
- Bisgaard, A. S., Bull, A. R., Hansen, H. H., Kreiberg, C. & Skipper-Jørgensen, A.** (2015). *MULTI 7*. Gyldendal.
- Brown, M.** (2009). The Teacher-Tool Relationship: Theorizing the Design and Use of Curriculum Materials. I: J. T. Remillard, B. Herbel-Eisenman & G. M. Lloyd (red.), *Mathematics Teachers at Work: Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction* (s. 17-36). Routledge.
- Drijvers, P. & Trouche, L.** (2008). From Artifacts to Instruments: A Theoretical Framework Behind the Orchestra Metaphor. I: M. K. Heid & G. W. Blume (red.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics Volume 2: Cases and Perspectives* (s. 363-392). Information Age Publishing.

- Engeström, Y.** (1998). Reorganizing the Motivational Sphere of Classroom Culture: An Activity-Theoretical Analysis of Planning in a Teacher Team. I: F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (red.), *The Culture of the Mathematics Classroom* (s. 76-103). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511720406.004>
- Fangen, K.** (2010). *Deltagende observasjon*. Fagbokforlaget.
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F. & Ohtani, M.** (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? *International Journal of Science and Math Education* 15(1, suppl.), 105-123. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6>
- Gueudet, G. & Trouche, L.** (2009). Towards New Documentation Systems for Mathematics Teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9159-8>
- Hansen, J. J.** (2012). Læremiddelbegrebet – en kategori i didaktikken. I: S. T. Graf, J. J. Hansen & T. I. Hansen (red.), *Læremidler i didaktikken – didaktikken i læremidler* (s. 15-40). Klim.
- Hansen, T. I. & Gissel, S. T.** (2017). Quality of Learning Materials. *IARTEM e-Journal*, 9(1), 122-141. <https://doi.org/10.21344/iartem.v9i1.601>
- Hjelmborg, M. D., Larsen, D. M., Jensen, M. E., Gents, S. D., Christensen, M. S., Junge, L. & Hansen, R.** (2020). From Teachers' Predispositions to Different Socio didactical Situations. *IARTEM e-journal*, 12(1), 1-18. <https://doi.org/10.21344/iartemv12i1.728>
- Johnson, R. B. & Christensen, L.** (2014). *Educational Research: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approaches* (5th edition). SAGE Publications.
- Lahti, S. S., Mogensen, P., Sperling, P. H. & Westfall, B.** (2013). *MULTI 5*. Gyldendal.
- Mogensen, A.** (2012). Når pointer styrer matematikundervisning. *MONA – Matematik- og Naturfagsdidaktik*, (3). 40-54.
- Mogensen, P., Sperling, P. H. & Westfall, B.** (2014). *MULTI 5 lærervejledning*. Gyldendal.
- Remillard, J. T.** (2005). Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. <https://doi.org/10.3102%2F00346543075002211>
- Remillard, J. T.** (2018). Examining Teachers' Interactions with Curriculum Resources to Uncover Pedagogical Design Capacity. I: L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat & J. Visnovska (red.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and Issues* (s. 69-88). Springer International Publishing.
- Rezat, S. & Sträßler, R.** (2012). From the Didactical Triangle to the Socio-Didactical Tetrahedron: Artifacts as Fundamental Constituents of the Didactical Situation. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 44(5), 641-651. DOI: 10.1007/s11858-012-0448-4
- Rezat, S., Visnovska, J., Trouche, L., Qi, C. & Fan, L.** (2018). Present Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources in ICME-13: Conclusion and Perspectives. I: L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat & J. Visnovska (red.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and Issues* (s. 343-358). Springer.

- Siedel, H. & Stylianides, A. J.** (2018). Teachers' Selection of Resources in an Era of Plenty: An Interview Study with Secondary Mathematics Teachers in England. I: L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat & J. Visnovska (red.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and Issues* (s. 119-144). Springer.
- Skott, J., Jess, K. & Hansen, H. C.** (2008). *Matematik for lærerstuderende: Delta Fagdidaktik*. Samfundslitteratur.
- Skovsmose, O.** (2003). Undersøgelseslandskaber. I: O. Skovsmose, M. Blomhøj & H. Alrø (red.) *Kan det virkelig passe? om matematiklæring* (s. 143-157). L&R uddannelse.
- Stein, M. K., Remillard, J. & Smith, M. S.** (2007). How Curriculum Influences Student Learning. I: F. K. Lester (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 319-369). Information Age Publishing.
- Trouche, L., Gueudet, G. & Pepin, B.** (2018). Open Educational Resources: A Chance for Opening Mathematics Teachers' Resource Systems? I: L. Fan, L. Trouche, C. Qi, S. Rezat & J. Visnovska (red.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and Issues* (s. 3-27). Springer.