

## B.

# Den polytekniske Lærestalt.

### I. Forandringer i Undervisnings- og Eksamensplanen samt almindelige Afgørelser vedrørende Lærerstillingerne.

#### a. Ændring i Planen for Undervisningen i Matematik for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører.

I den af det staaende Udvalg for Fagene til I. Del af Eksamen afgivne Betænkning af 27. April 1914, som er gengivet S. 853—55, blev det fremhævet, at der fra forskellige Sider inden for Lærestaltens Lærere var fremkommet Ønske om ved given Lejlighed at foretage en Revision af den samlede matematiske Undervisning for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører. Desuden havde af udenforstaaende Telefondirektør Fr. Johannsen i Skrivelse af 9. Juni 1914 til Lærestalten berørt det samme Spørgsmaal.

Til at undersøge hvilke Ønske, der indenfor Ingeniørfagene næredes med Hensyn til Matematikens Afgrænsning overfor disse Fag, nedsatte Lærerraadet derefter under 17. September 1914 et Udvalg, bestaaende af Professorerne H. Bache, Dr. P. C. V. Hansen, Dr. Johs. Hjelmlev, Dr. C. Juel, A. Ostenfeld, P. O. Pedersen og P. Thygesen samt Docenterne Dr. H. Bohr og J. Hartmann. Efter eget Ønske udtraadte Prof., Dr. P. C. V. Hansen senere af Udvalget.

Udvalget afgav under 13. November 1914 følgende Betænkning:

»I Lærerraadsmødet d. 28. Maj 1914 blev der fra det staaende Udvalg for Iste Dels Fagene forelagt en Betænkning vedrørende Ordningen af Matematikundervisningen ved Professor P. C. V. Hansens Afgang, i hvilken Betænkning bl. a. var udtalt et særligt Ønske om en Revision af det matematiske Kursus, en Revision, der fra forskellig Side inden for de i denne Sag særligt interesserede Læreres Kreds i lang Tid har været under Overvejelse og Forberedelse. Saaledes var der f. Eks. med denne Revision for Øje af medundertegnede J. Hjelmlev paatænkt en Rejse til England og Frankrig for at fremskaffe nøjagtige Oplysninger om Matematikens Stilling som Grundlag for den højere tekniske Undervisning i disse Lande. Denne Rejse har paa Grund af Forholdene foreløbig maattet opgives. Og da den paatænkte Revision atter kom paa Tale i Lærerraadsmødet d. 17. September 1914, foranlediget ved Forelæggelsen af en fra Hr. Telefondirektør Fr. Johannsen til

Lærestalten indsendt Skrivelse af 9. Juni 1914, indeholdende en Henstilling angaaende Ændringer i Matematikundervisningen, fremkom der i samme Møde Forslag om med den ovennævnte Revision for Øje nu at nedsætte et Udvalg, hvis Opgave det skulde være at tilvejebringe en saa nøjagtig Formulering som mulig af de Ønsker, der i Øjeblikket maatte være Anledning til at gøre gældende fra praktisk Side med Hensyn til Ændringer i det Stof, der gennemgaas i Lærestaltens Kursus i Matematik for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører. Det Udvalg, som derefter i det nævnte Møde blev nedsat, skal nu efter at have undersøgt Sagen herved tillade sig at forelægge de Forslag, som Udvalget har udarbejdet som Grundlag for den fremtidige Ordning af det nævnte Kursus.

Udvalget har for det første haft sin Opmærksomhed henvendt paa, hvilke nye (eller delvis nye) Emner, det af Hensyn til Praxis maatte anses for ønskeligt at faa inddraget i det normale Kursus i Matematik, og de væsentligste af de Emner, som i den Henseende skal bringes i Forslag er følgende: Approximationsmetoder til Integration af Differentialligninger; Funktionsteori; videregaaende Teori for de Fourier'ske Rækker; Sandsynlighedsberegning; Fejlteori.

Og for at aabne Muligheden for Optagelse af saadanne nye Emner har det dernæst været nødvendigt at undersøge, hvilke Dele af det hidtil medtagne Stof der kunde være Anledning til at indskrænke eller udelade, i hvilken Henseende man særlig har søgt at udskyde saadanne Ting, hvis Plads i Systemet væsentlig kun har haft sin Berettigelse gennem traditionelle Undervisningsformer. Man foreslaar i saa Henseende f. Eks. at foretage enkelte Reduktioner inden for den sædvanlige Behandling af Differentialligninger samt at udskyde visse Afsnit af Ligningernes Teori.

Men ad denne Vej alene vil det ikke kunne lykkes at skaffe Plads til alle de nye Emner, som Hensynet til Praxis gør det ønskeligt at optage; og at stille Krav om mere Tid end den, der ved det nu gældende Program er stillet til Raadighed for det matematiske Kursus, vil man anse for en betænkelig Sag.

Der har imidlertid vist sig endnu en Udvej, som ikke blot vil gøre det muligt uden Forøgelse af Undervisningstiden at give det normale Kursus i Matematik en saadan Afgrænsning, som vil være fuldt ud tidssvarende og tilfredsstillende som Grundlag for de tekniske Fag i det Omfang, hvori disse ved den nuværende Ordning foredrages paa Lærestalten, men som tillige frembyder den Fordel, at yde en i systematisk Henseende væsentlig bedre Deling af Undervisningen end den, man hidtil har haft. Der er nemlig hidtil for flere Emners Vedkommende blevet givet parallelt løbende Behandlinger inden for de to Fag Matematik og deskriptiv Geometri, hvilke Behandlinger i visse Henseender supplerede hinanden, men som det dog sikkert vil være at foretrække at regulere saaledes, at kun eet af de nævnte Fag overtager de paagældende Emner til fuldstændig Behandling. Man foreslaar da, at alle egentlige geometriske Emner, der ikke har særlig systematisk Betydning for Analysen eller slutter sig som Anvendelser særlig nær til denne, fremtidig henlægges under Deskriptiv Geometri alene, hvilket vil kunne gennemføres ved Hjælp af enkelte mindre Ændringer i den nuværende Undervisning i dette Fag.

Ved at følge de her i Korthed angivne Veje er Udvalget naaet til det i

det følgende meddelte detaillerede Forslag angaaende Afgrænsningen af det normale Kursus i Matematik for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører. Forslaget er inddelt i følgende Hovedafsnit:

- I. Differentialligninger,
- II. Funktionsteori, Rækkeudviklinger, Vektorregning, Variationsregning,
- III. Ligningernes Teori.
- IV. Analytisk Geometri, Differential- og Integralregningens Anvendelse paa Geometri.
- V. Sandsynlighedsregning, Fejlteori,

idet de her nævnte Afsnit omfatter alt, hvad der har givet Anledning til særlige Forslag. De Emner, der ikke omtales særligt, forudsættes i det væsentlige medtaget i et lignende Omfang som hidtil.

Med Hensyn til Spørgsmaalet om Optagelse af Emner fra de tekniske Anvendelser som Øvelseseksempler i det normale matematiske Kursus skal her udtales, at det maa anses for ønskeligt, at man overalt i Fremstillingen tilstræber saa nær Forbindelse med Virkeligheden som muligt, og at man som Følge deraf søger at drage Nytte af saadanne Eksempler fra Praksis, der kan give Undervisningen Liv og bidrage til at udvikle det praktisk-matematiske Skøn. Paa den anden Side bør den tekniske Iklædning være af en saadan Art, at den ikke stiller særlige Krav til Forklaring, idet Hensynet til den matematiske Side af Sagen stadig maa være det væsentlige inden for det grundlæggende Kursus.

Det skal i denne Forbindelse ogsaa anføres, at man anser det for ret vigtigt, at man ved Gennemgangen af saadanne matematiske Emner, som har direkte Betydning for bestemte Anvendelser i Praksis, benytter Lejligheden til blot at nævne disse for de Studerende. Ligeledes anses det for nyttigt, at man ved passende Litteraturhenvisninger lejlighedsvis henleder de Studerendes Opmærksomhed paa Emner, der har Tilknytning til Undervisningen, hvad enten der i saa Henseende er Tale om videregaaende matematiske Undersøgelser, der har Betydning for Anvendelserne, eller om lettere tilgængelige tekniske Anvendelser.

Der er i Udvalget Enighed om, at man ved at følge det foreliggende Forslag med Hensyn til det normale Kursus vil kunne naa en Ordning, der er særdeles tilfredsstillende baade med Hensyn til rent systematiske Krav og med Hensyn til de praktiske Fags Tarv, saa længe som man kun tager Sigte paa et fyldestgørende matematisk Grundlag for den nuværende Ingeniørekamen.

Et videregaaende Hensyn, som er blevet fremdraget i Udvalget, og som sikkert ikke længe vil kunne lade sig afvise, knytter sig imidlertid til Spørgsmaalet om Organisering af en videregaaende teknisk-videnskabelig Undervisning ved Lærestalten. Angaaende dette Hensyn er det i Udvalget blevet gjort gældende, at f. Eks. i Tyskland de ledende Stillinger ved større Firmaer fortrinsvis forbeholdes Doktor-Ingeniører; og da man endvidere har bragt i Erfaring, at de tekniske Højskoler i vore nordlige Nabolands forbereder eller har forberedt Planer til Oprettelse af en Doktor-Ingeniørgrad, bør man være forberedt paa, at vor egen Højskole for at kunne følge med i Konkurrencen, inden for en nær Fremtid maa foretage et lignende Skridt. Og med dette Skridt vil man samtidig staa over for Kravet om en videre-

gaaende teknisk-videnskabelig Undervisning, der atter vil kræve en tilsvarende fakultativ Udvidelse af Undervisningen i det matematiske Grundlag. Det er for det første af Hensyn hertil, at Udvalget ikke har ladet sig nøje med at fremsætte Forslag angaaende Ordningen af det normale Kursus i Matematik, men samtidig har fundet det formaalstjenligt at anbefale, at man fremtidig ogsaa søger at afholde frivillige Forelæsninger over saadanne matematiske Emner, som det til sin Tid under den nævnte Forudsætning vil blive nødvendigt at optage. Men dernæst vil det i alle Tilfælde, rent bortset fra Spørgsmaalet om Indførelse af Doktorgraden, være ønskeligt, at der paa Lærestalten gives en passende Vejledning for saadanne Studerende, der kunde ønske at have et videregaaende matematisk Grundlag til Raadighed. Som Emner for saadanne Forelæsninger er der i det følgende nævnt: Partielle Differentialligninger, Vektorregning, Variationsregning; der kunde let nævnes flere f. Eks. Differensregning, specielle Funktioner m. m. Med Hensyn til Omfanget af saadanne Forelæsninger skal endnu bemærkes, at de ikke bør anlægges paa en altfor bred videnskabelig Basis; hver Forelæsningsrække bør sædvanligvis kun omfatte et mindre Antal, f. Eks. 6—8 Timer, idet Indholdet nøje afgrænses efter de Anvendelser, som det er Formaalet at forberede. Da man i Almindelighed ikke i Lære- eller Haandbøger kan gøre Regning paa at finde Fremstillinger, der er egnede som Grundlag i det nævnte Ojemed, var det ønskeligt, om der i Tilslutning til Forelæsningen maatte fremkomme en Gengivelse af dens Indhold i trykt eller autograferet Form. En saadan Forelæsningsrække vilde da kunne virke langt ud over det Halvaar, hvori den var holdt.

Endelig skal Udvalget udtale, at nærværende Forslag om Ordning af Matematikundervisningen først vil kunne faa den Betydning, der tilkommer det, naar det kan føres ud i Livet ved Lærestaltens egne Lærerkrafter. Man skal derfor varmt anbefale det ved flere tidligere Lejligheder i Lærerraadet udtalte Ønske om, at *man tilstræber at faa oprettet et nyt Professorat i Matematik* ved Lærestalten, saaledes at Undervisningen i dette Fag i enhver Henseende kan tage Sigte paa de for Lærestalten særlige Krav, som allerede maa stilles ved det normale Kursus, saaledes som det her er foreslaaet, men som vil træde endnu skarpere frem, naar det matematiske Grundlag for den videregaaende teknisk-videnskabelige Undervisning maa tages op til særlig Bearbejdelse, saaledes som det ovenfor er antydnet gennem Forslag om frivillige Forelæsninger over forskellige specielle Emner. Det maa her ubetinget være en Forudsætning, at vedkommende Lærere i Matematik maa være i Stand til at kunne ofre Lærestalten deres fulde Interesse og Arbejdskraft.

Detaljeret Forslag til Ændring af Matematikundervisningen for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører.

### I. Differentialligninger.

Paa dette Omraade har man hidtil holdt sig til de saakaldte elementære Integrationsmetoder, idet man har opregnet et vist Antal specielle Typer af Differentialligninger, som lader sig integrere i sluttet Form, medens Tilnærmelsesmetoder, som kunde tjene til praktisk Behandling af Ligninger,

der ikke falder ind under de nævnte Typer, eller som muligvis ogsaa kunde være at foretrække i Tilfælde, hvor den sluttede Integration vel var teoretisk mulig, men praktisk uigennemførlig, ikke har været behandlet. Metoder til Integration af partielle Differentialligninger har siden den i 1894 foretagne Ændring i Lærestaltens Program ikke været Genstand for Forelæsninger.

Med Hensyn til de Forandringer, som det nu maatte anses for ønskeligt at faa foretaget inden for det her nævnte Afsnit af Matematikundervisningen, skal man udtale følgende:

1. Det erkendes, at flere af de Typer, som behandles ved de elementære Integrationsmetoder, har en noget tilfældig Karakter og er uden direkte Betydning for Anvendelserne. Man anser det derfor for muligt og, af Hensyn til de i det følgende fremsatte Forslag, for ønskeligt, at *Behandlingen af det herhen hørende Stof formes noget mere kortfattet*. Som Vejledning hertil skal anføres følgende Enkeltheder:

A. Ligninger af 1. Orden, bortset fra let tilgængelige Kvadraturer, forekommer meget lidt i praktiske Anvendelser, og de spiller saaledes, set fra et praktisk Synspunkt, kun en Rolle som Grundlag for Ligninger af højere Orden.

Integrationsfaktorers Eksistens og Betydning ønskes behandlet, men kun ganske kort.

Læren om singulære Integraler skønnes ikke at have nogen Betydning for Praksis, og den systematiske Betydning af disse Integraler vil formentlig kunne oplyses tilstrækkeligt gennem simple Eksempler.

B. Af Ligninger af højere Orden fremhæves de homogene og de lineære som de vigtigste, og ganske særligt de lineære Ligninger med konstante Koefficienter. Der bør derfor fremtidig ikke lægges mindre Vægt paa Kendskab til disse Typers Behandling end hidtil; men man er enig om, at Metoderne (derunder ogsaa Konstanternes Variation) i Hovedsagen bør læres gennem simple konkrete Eksempler, væsentlig Ligninger af 2. Orden.

2. Det maa anses for utilfredsstillende at blive staaende ved de specielle Typer af Differentialligninger som det eneste Stof, der paa dette Omraade bliver gennemgaaet i det normale Kursus. Der bør lægges Vægt paa *den almindelige Forstaaelse af en Differentiallignings Egenskaber og Anvendelse*, bl. a. gennem lettere anskuelige Undersøgelser over Integralkurvernes Form (f. Eks. med Hensyn til Konkavitet og Vendepunkter). Dernæst anser man det for nødvendigt, at der gives *Anvisning paa Metoder til praktisk Udførelse af Integrationer, der ikke falder ind under de specielle Typer*. Saadanne beregningsmæssige Metoder maa siges at udgøre et vigtigt Fundament for Differentialligningernes praktiske Anvendelse; her skal kun henvises til Integration ved Rækkeudviklinger og til de successive Approximationers Metode. Som et vigtigt Eksempel paa Rækkeudvikling medtages den Differentialligning, der leder til Indførelse af Cylinderfunktioner, hvorved der kan blive Lejlighed til en kort Omtale af disse Funktioner, der spiller ind ved visse praktiske Anvendelser.

For saa vidt Eksistensbeviser medtages, bør de behandles saa kortfattet som muligt og knyttes saa nær som muligt til de Beregninger, som benyttes

ved de virkelige Anvendelser, saaledes at de vil kunne tjene som Grundlag for en Bedømmelse af den Nøjagtighed, man opnaar i Praksis.

3. Samtidige Differentialligninger indøves gennem passende konkrete Eksempler, væsentlig ved Eliminationsmetoden.

4. Angaaende partielle Differentialligninger skal man udtale, at det var ønskeligt, om man fremtidig inden for det normale Kursus kunde medtage saa meget, at de Studerende blev fortrolige med Forestillingen om saadanne Ligninger, samt at specielt Løsningen af Ligningen

$$\frac{d^2z}{dx^2} \pm a^2 \frac{d^2z}{dy^2} = 0$$

var indøvet.

Iøvrigt maa det udtales, at videregaaende Forelæsninger over partielle Differentialligninger vilde have Betydning for flere specielle Anvendelser, og at man derfor maa anse det for ønskeligt, om der kunde afholdes passende frivillige Forelæsninger over dette Emne.

## II. Funktionsteori, Rækkeudviklinger, Vektorregning, Variationsregning.

Medens man hidtil for Funktionsteoriens Vedkommende væsentlig har ladet sig nøje med at betragte reelle variable og kun formelt har anvendt enkelte Omskrivninger ved Hjælp af imaginære variable, f. Eks. ved Løsningen af lineære Differentialligninger med konstante Koefficienter, og medens man med Hensyn til Læren om Funktioners Fremstilling ved Rækkeudvikling efter specielle Funktioner foruden Potensrækker kun har medtaget en kort Behandling af Fourier-Rækker, maa det nu i Betragtning af den stadig stigende praktiske Anvendelse af komplekse variable, hvilken endog i den nyeste Tid har ført til Nødvendigheden af at fremstille numeriske og grafiske Tabeller over Funktioner af komplekse Argumenter, samt i Betragtning af de trigonometriske Rækkers store Betydning for Praksis, anses for nødvendigt, at man paa disse Punkter udvider det normale Kursus noget, saaledes at man

1. tilstræber større almindelig Fortrolighed med de komplekse Tal,
2. udvider de elementære Transcendenter Teori til komplekse variable, samt
3. giver en noget udførligere Behandling af de Fourier'ske Rækker, saaledes at der tages forøget Hensyn til den praktiske Brug af disse Rækker og til Bedømmelsen af de derved opnaede Approksimationer.

Ved en saadan Udvidelse vil man ikke blot imødekomme et berettiget Krav fra praktisk Side, men man vil ogsaa tilføre det normale Kursus en i rent matematisk Henseende værdifuld Forbedring.

De nærmere Enkeltheder, som i den nævnte Anledning her skal bringes i Forslag, er følgende:

A. Den almindelige Lære om komplekse Tal, som vel tør forudsættes at være kendt af de Studerende ved deres Optagelse paa Læreanstalten, men som næppe i Almindelighed vil være tilstrækkelig indøvet paa dette Trin, maa ved Læreanstaltens Undervisning suppleres paa en saadan Maade, at de Studerende kan opnaa en klar Forstaaelse af disse Tal og deres Betydning samt Øvelse i at regne med dem.

## B. De elementære Transcendenter, saasom

$$e^z, \sin z, \cos z, \operatorname{tg} z$$

behandles udførligt som Funktioner af en kompleks variabel. Der lægges særlig Vægt paa Forbindelsen mellem Eksponentialfunktionen og de trigonometriske Funktioner, og de Studerende bør være fortrolige med Betegnelserne

$$\sin h x, \cos h x, \operatorname{tg} h x$$

og have Øvelse i at operere med de hertil svarende saakaldte »Hyperbelfunktioner«.

Ogsaa de omvendte Funktioner til de ovenfor nævnte Transcendenter bør behandles som Funktioner af en kompleks variabel.

Som et vigtigt Eksempel paa de ved Funktioner af komplekse variable bestemte konforme Afbildninger medtages den ved den brudne lineære Funktion

$$w = \frac{az+b}{cz+d}$$

fremstillede Transformation, der har Betydning i Anvendelserne. Navnlig ønskes det paavist, at Planens rette Linier transformeres til Cirkler.

C. Angaaende specielle Funktioner, som ikke henhører til de ovenfor nævnte, anser man det ikke for nødvendigt, at der gives nogen nærmere Behandling ud over, hvad der kan medtages i naturlig Tilknytning til Læren om Differentialligninger (f. Eks. Cylinderfunktioner) eller gennem Opgaver og Eksempler paa andre Omraader, idet man dog samtidig maa betone, at man anser det for ret væsentligt, at de Studerende gennem saadanne Opgaver og Eksempler faar Lejlighed til, i Tilslutning til det kendte Stof, at lære Definitionerne af forskellige praktisk vigtige Funktioner at kende, saaledes at de ikke behøver at staa helt fremmede over for saadanne Funktioner, som de eventuelt senere træffer i Anvendelser, og saaledes, at de lærer i disse Funktioner at se naturlige praktiske Hjælpemidler, som man hurtigt kan gøre sig fortrolige med, og som man kan beherske ved Hjælp af Tabeller.

Det henstilles, at man, hvor der i Litteraturen kan være Tale om afvigende Betegnelser for visse Funktioner eller Operationer, henleder de Studerendes Opmærksomhed herpaa (f. Eks.:  $\sin^{-1}x$  for  $\operatorname{arc} \sin x$ ;  $\sin h^{-1}x$  for  $\operatorname{arc} \sin h x$  o. s. v.).

Af Hensyn til Fejlteorien ønskes medtaget den eksakte Bestemmelse af Integralet

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

D. Med Hensyn til krumlinede Integraler vilde det være ønskeligt, om man i hvert Fald kunde medtage saa meget, at man havde et fyldestgørende Grundlag for en anskuelig og let tilgængelig Behandling af totale Differentialers Integration.

E. Hvad Fourier-Rækkerne angaar, anser man det for nødvendigt, at de Studerende faar en grundig Forstaaelse af disse Rækkers Betydning og Evne til at kunne fremstille vilkaarlige, ogsaa diskontinuerte Funktioner. Udregning af Koefficienterne indøves gennem passende Eksempler, hentede fra Anvendelserne; specielt fremhæves saadanne vigtige Tilfælde, hvor visse af Koefficienterne periodisk falder bort, f. Eks. ved lige eller ulige Funktioner, periodiske Funktioner o. lign

Dernæst bør man medtage Sætningen om, at Rækken i et Diskontinuitetspunkt for Funktionen fremstiller Middelværdien af de to Grænseværdier, fra højre og venstre, som Funktionen har i det betragtede Punkt.

Formlen for Integralet af Funktionens Kvadrat udtrykt ved Koefficienternes Kvadratsum bør ogsaa udledes.

Med Hensyn til Bedømmelsen af den ved et endeligt Antal Led af Rækken opnaaede Approksimation medtages den almindelige Sætning, at den opnaaede Tilnærmelse til Funktionen er den bedste, som overhovedet kan naas ved et lineært Udtryk i de medtagne cosinus- og sinus-Led (d. v. s. en saadan Tilnærmelse, at Fejlkvadratet er Minimum).

Endelig skal nævnes, at det ogsaa vilde være ønskeligt, om man kunde medtage nogle karakteristiske Eksempler paa, hvorledes man ud fra Kendskabet til Funktionens mere eller mindre glatte Forløb er i Stand til at drage Slutninger om, hvor hurtigt Koefficienterne aftager mod Nul, saaledes at man f. Eks. har Midler til at afgøre, hvorvidt den  $n$ 'te Fourier-Koefficient for en Funktion vil være af Størrelsesordenen  $\frac{1}{n^2}$  eller lignende.

Hvad *Vektorteorien* angaar, mener man ikke, at denne bør give Anledning til nogen Udvidelse af det normale Kursus, idet der allerede i Læreanstaltens Kursus i rationel Mekanik, hvor den nævnte Teori naturligst hører hjemme, medtages saa meget, at de Studerende derigennem lærer de første Elementer af denne Teori at kende.

Videregaaende Undersøgelser i den Retning, herunder ogsaa højere Vektoranalyse og Vektorfelternes Teori, spiller vel en stor Rolle i mange Anvendelser og benyttes en Del i den tekniske Litteratur, men vil næppe — selv i et beskedent Omfang — kunne bringes ind i passende Rammer indenfor det normale Kursus; hertil kommer, at man paa det nævnte Omraade vil have Vanskelighed ved at skabe Interesse om en Kreds af Forestillinger, hvis Betydning først kan træde klart frem gennem Anvendelser, der efter deres Natur maa falde udenfor det grundlæggende matematiske Kursus.

Derimod skal man varmt anbefale den videregaaende Vektorregning og Vektoranalyse til frivilligt Studium under Vejledning ved dertil bestemte særlige Forelæsninger.

Det samme gælder et andet Omraade, nemlig *Variationsregningen*, der ogsaa har Betydning for Anvendelserne, men som det dog formentlig vil føre for vidt at optage i det normale Kursus. Men det var ønskeligt, om man, i hvert Fald gennem en kortere, frivillig Forelæsningsrække kunde give



de Studerende, der ønsker det, Lejlighed til ogsaa i dette Afsnit af Matematikken at lære de nødvendige Hjælpemidler at kende, saaledes at Maksimums- og Minimumsbestemmelser af Integraler af Formen

$$\int_{x_1}^{x_2} f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) dx$$

kunde blive indøvet.

### III. Ligningernes Teori.

Læren om de lineære Ligninger med den dertil knyttede Determinantteori bør opretholdes i samme Omfang som hidtil.

Derimod har de særlige Metoder, som i det nuværende Kursus indøves til numerisk Behandling af algebraiske Ligninger af højere Grad (Læren om Tegnskifter, specielt *Budan's* Række og *Sturm's* Teorem) ingen Interesse for Praksis, og da tilmed disse Metoder staar noget isoleret inden for det matematiske Kursus, saa at de ikke har nogen systematisk Forbindelse med andre Omraader tager vi ikke i Betragtning at foreslaa, at de fremtidig helt udelades.

Enkelte mindre Emner af mere almindelig Karakter, saasom den lineære Interpolation og Newton's Approksimationsmetode, i Forbindelse med en nøjagtig grafisk Fremstilling og Diskussion, samt de successive Approksimationers Metode til Løsning af Ligningen  $x = f(x)$  foreslaas medtaget i Tilslutning til den almindelige Analyse.

Ligninger af højere Grad med flere ubekendte behandles saa kortfattet, som systematiske Hensyn tillader det. Afrunding til Ligninger af første Grad omtales her eller under Fejlteorien.

### IV. Analytisk Geometri. Differential- og Integralregningens Anvendelse paa Geometri.

Der skønnes ikke her at være Anledning til at foretage væsentlige Ændringer inden for selve Undervisningsstoffet. Af Enkeltheder skal i saa Henseende kun nævnes, at det anses for nødvendigt, at den almindelige Metode til Reduktion af Ligninger for Flader af 2. Orden fremdeles bibeholdes, idet dog Koefficientbestemmelsen kan indskrænkes til Behandling af Flader med Centrum; endvidere, at det af Hensyn til Elasticitetsteorien var ønskeligt, om man i denne Forbindelse anførte de simpleste Ortogonalinvarianter. Karakterligningerne for de forskellige Fladefamilier skønnes ikke at have nogen Interesse og foreslaas fremtidig forbigaaet. Endelig skal det endnu nævnes, at den nødvendige Behandling af algebraiske Kurver formes saaledes, at den paa en naturlig Maade indgaar i den almindelige Analyse.

Derimod er der Enighed i Udvalget om at foreslaa en Ændring af en helt anden Art, nemlig en Omlægning af en Del af det geometriske Stof.

Hidtil har det været saaledes, at adskillige Emner af geometrisk Karakter er blevet behandlet — mere eller mindre fuldstændigt — baade i det normale Kursus i Matematik og i det normale Kursus i deskriptiv Geometri; dette gælder saaledes Polarteorien, Læren om cirkulære Snit i Flader af 2. Orden, Rumkurver og udfoldelige Flader o. s. v., og selv om de Behandlinger

af disse Ting, der hidtil har været givet i de to Fag, i visse Henseender har suppleret hinanden ganske godt, maa det indrømmes, at en væsentlig bedre Økonomi inden for den samlede Undervisning vil kunne naas, naar de paa-gældende Emner samles til fuldstændig Behandling paa een Haand. Og paa Grund af Emnernes saglig-geometriske Karakter vil det da være naturligt at henlægge dem under Læreanstaltens geometriske Kursus, det normale Kursus i deskriptiv Geometri. Det vil sikkert i enhver Henseende, saavel fra systematiske, pædagogiske som praktiske Synspunkter være at anbefale, at man tilstræber en saadan Deling af Undervisningen i matematisk Analyse og Geometri, at man inden for den førstnævnte Disciplin (Analysen) medtager saa megen Geometri, som af systematiske Grunde er nødvendig til Oplysning af Metoderne, til Eksempler, billedlig Fremstilling o. s. v., saaledes at Geometrien dér væsentlig behandles som Hjælpemiddel, medens man inden for den anden Disciplin (Geometrien) samler det saglig-geometriske Stof til Behandling ved væsentlig anskuelige Metoder, idet man dog benytter Analysen som Hjælpemiddel, hvor dette medfører Lettelser.

Man skal i Overensstemmelse med denne Betragtning tillade sig at foreslaa, at man fremtidig fritager det normale Kursus i Matematik for følgende Emner:

- 1) Den almindelige Polarteori;
- 2) Læren om cirkulære Snit i Flader af 2. Orden samt de herhen hørende indledende Sætninger om Keglesnitsfladers Skæring;
- 3) Rumkurvers Krumning, Torsion, Oskulationsplan, Hoved- og Binormal, udfoldelige Flader;
- 4) Fladers Krumning (Meunier's Teorem; Hovedkrumningsradier; Krumningslinier m. m.),

saaledes at disse Emner i Hovedsagen henvises til Behandling i det normale Kursus i deskriptiv Geometri, hvor de til Gengæld fremstilles saa fuldstændigt, at de derhen hørende analytiske Formler udledes i væsentlig samme Omfang, som det hidtil har været Tilfældet inden for det normale Kursus i Matematik, men i nær Tilslutning til en anskuelig Behandling af de geometriske Former.

Det lille Tillæg af Stof, som herved vil blive føjet til det normale Kursus i deskriptiv Geometri, saaledes som dette foreligger nu, vil kunne optages, uden at man derved overskrider Grænserne for den ved det nuværende Program fastsatte Undervisning i dette Fag. Det vil kun i den nævnte Anledning blive nødvendigt at udskyde enkelte Betragtninger eller Metoder, som i Forvejen maa siges at have en forældet Karakter eller er uden væsentlig systematisk eller praktisk Værdi. De Ændringer, der her bliver Tale om, angaar i Virkeligheden kun mindre Undervisningsspørgsmaal, der ikke berører Programmet, men som for Fuldstændigheds Skyld her skal anføres:

- 1) Analytiske Betragtninger tages til Hjælp, hvor det vil lette Fremstillingen, f. Eks. i Læren om Keglesnit og Keglesnitsflader.
- 2) Enkelte specielle Undersøgelser over vindskæve Flader udelades (f. Eks. Centralpunkt og Parameter, Striktionslinien).
- 3) En Del Konstruktioner ved Passer og Lineal udelades og erstattes med direkte Bestemmelser ved geometrisk Eksperiment. Herved vil man baade indvinde Tid og samtidig forøge Fagets praktiske Værdi.

## V. Sandsynlighedsregning. Fejlteori.

Angaaende disse Emner, der hidtil ikke har været Genstand for Undervisning inden for det matematiske Kursus, skal man for det første henvise til, at ikke blot moderne Naturvidenskab, men ogsaa den praktiske Ingeniørvidenskab i stedse stigende Grad har Brug for Sandsynlighedsregningens Begreber og Metoder, samt at alle Anvendelser af Matematik inden for de tekniske Fag i større eller mindre Grad maa forudsætte Kendskab til Elementerne af Fejlteoriens matematiske Grundlag. Det anses derfor at være af Vigtighed, at disse Emner faar en passende Plads inden for Lærestaltens almindelige Kursus.

Og selv om der ved de fysiske Øvelser allerede gives de Studerende Vejledning i Vurdering af Usikkerhed ved Maaling, og selv om en enkelt Studieretning — Bygningsingeniørerne — i Indledningen til det almindelige Kursus i Landmaaling faar en endog ret udførlig Gennemgang af baade Sandsynlighedsregningens og Fejlteoriens Elementer, maa man dog anse det for ønskeligt, at de omhandlede Emner fremtidig optages til en nogenlunde fuldstændig, elementær Behandling under det normale matematiske Kursus, saaledes at samtlige Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniørstuderende faar Del i Undervisningen. Principperne vil formentlig paa denne Maade kunne træde tydeligst frem, og de Studerende vil bedst i Matematiken faa Øjet op for Hjælpemidlernes almindelige Karakter og forskelligartede Anvendelsesmuligheder.

Og dernæst maa det betones, at den herved fremkomne Tilføjelse til det normale Kursus vil betegne en Vinding for selve den matematiske Undervisning. Sandsynlighedsregningen med sine mange interessante Eksempler vil virke oplivende paa Undervisningen, og Fejlteorien vil frembyde en gunstig Lejlighed til at belyse Spørgsmaalet om det almindelige Forhold mellem den matematiske Teori og dens Anvendelse i Praksis.

Udvalget foreslaar derfor, at det normale matematiske Kursus for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører fremtidig optager Sandsynlighedsregningens og Fejlteoriens matematiske Grundlag i elementær Behandling.

Af *Sandsynlighedsregning* ønskes medtaget saa meget, at de Studerende bliver fortrolige med Begrebet Sandsynlighed og faar Øvelse i at regne saadanne ikke for udviklede Opgaver, hvis Behandling bygger paa de to Hovedsætninger om Addition og Multiplikation af Sandsynligheder.

Af Fejlteori gives saa meget, at de Studerende kan tilegne sig

1) Forstaaelsen af og Indøvelsen i at operere med Begreberne: *absolut Fejl, relativ Fejl, Middelfejl*;

2) Kendskab til *de mindste Kvadraters Metode*, saaledes at de Studerende gennem Eksempler lærer at udjevne en empirisk given Funktion efter en bestemt analytisk Udvikling, samt at behandle et overtalligt System af lineære Ligninger (Element- og Korrelatudjevning)«.

I et Møde den 26. November 1914 behandlede Lærerraadet Udvalgets Betænkning, som det gav sin Tilslutning, som Grundlag for den fremtidige Undervisning i Matematik for Maskin-, Bygnings- og Elektroingeniører. Lærerraadet nedsatte et Udvalg, bestaaende af Professorerne, Dr. Hjelmlev, Dr. Juel, og Knudsen samt Docent Dr. Bohr til at udarbejde et detailleret Undervisningsprogram for den nævnte Undervisning, hvilket Program dog

ikke kunde ventes endelig udarbejdet, før der ved Gennemførelsen af et 2-aarigt Kursus paa det nye Grundlag var indhøstet de nødvendige Erfaringer.

### b. Ændring i Reglerne for Bedømmelsen af kemiske Kursusarbejder.

I Skrivelse af 19. Maj 1914 foreslog det staaende Udvalg for Fabrik-ingeniørernes Undervisning følgende Regler for Udførelsen af Fabrikingeniørernes kemiske Kursusarbejder:

1. Antallet af Semesteranalyser (d. v. s. Kursusarbejder i organisk og uorganisk kvalitativ samt i kvantitativ Analyse) fastslaaes til 3 i Stedet for som nu 5 af hver Slags. 2. Kursusarbejderne i kvantitativ Analyse udføres i 5. Halvaar; Kursusarbejderne i organisk Analyse og Syntese i 6. og 7. Halvaar; Kursusarbejderne i uorganisk Syntese i 7. Halvaar; Kursusarbejderne i uorganisk Analyse i 9. Halvaar, alt efter nærmere Aftale med Laboratoriernes Bestyrere. — 3. Ovennævnte Kursusarbejder udføres i Tiden Kl. 12—6 for at undgaa Kollision med Forelæsnings-tiderne. — 4. Ønsker en Eksaminand at gøre et af de kemiske Kursusarbejder om, kan dette finde Sted, efter at han yderligere har udført 10 analytiske eller 5 syntetiske Arbejder indenfor det Fags Omraade, han ønsker Omprøve i.

Forslaget vedtoges af Lærerraadet i dets Møde den 17. September s. A. dog med den Ændring, at »Semesteranalyser« i 1. rettedes til »Kursusanalyser« og at der i 2. indskødes »normalt« foran »5. Halvaar«.

Da den i 1. foreslaaede Ændring krævede Ministeriets Approbation indstillede Lærestalten i Skrivelse af 26. Marts 1915 til Ministeriet, at saadan Approbation gaves. Til Støtte for Forslaget anførtes, at Grunden til, at Spørgsmaalet om Regler for Udførelsen af Fabrikingeniørernes Kursusarbejder allerede nu saa kort Tid efter, at Lærestaltens nye Program var bleven udarbejdet, var taget op til Drøftelse, for en væsentlig Del var den, at den siden Udarbejdelsen af de i Resolutionen nævnte Regler ansatte Professor i teknisk Kemi, Professor P. E. Raaschou, havde følt sig meget generet i Ledelsen af de teknisk-kemiske Øvelser derved, at disse meget hyppig kolliderede med de ovennævnte Kursusarbejder. Det havde tillige vist sig, at Planlæggelsen af Ekskursioner og Fabrikbesøg var bleven vanskeliggjort af Kursusarbejderne.

For at undgaa Ulemper havde man derfor foreslaaet at indskrænke Kursusarbejdernes Antal til 3 i Stedet for 5.

Og endelig havde den stærke Stigning i Fabrikingeniørstuderendes Antal af Pladshensyn gjort det nødvendigt at formindske Antallet af Kursusarbejder.

Ved ministeriel Resolution af 22. April 1915 indførtes der derefter følgende Ændring i Reglerne for Bedømmelsen af kemiske Kursusarbejder:

I hvert af Fagene: uorganisk kvalitativ Analyse, organisk kvalitativ Analyse og kvantitativ Analyse for Fabrikingeniører gives der Eleverne i et dertil egnet Studiehalvaar hver 3 Analyser, hvis Resultater bedømmes efter Laboratorieforstanderens Foranstaltning. Middeltallet af Gennemsnitskarakteren for disse 3 Analyser og Karakteren for Eksamensanalyser i hvert af Fagene giver Eksamenskarakteren for Faget.

De to Karakterer, hvoraf Middeltallet tages, gives efter den aritmetiske Karakterrække, jfr. § 15 i Reglement for den polytekniske Lærestalt.

### c. Oprettelse af en Docentstilling i Maskinlære for Fabrikingeniører.

I sin Budgetskrivelse af 30. Juni 1914 fremsatte Lærestalten Forslag om Ansættelse af en særlig Docent i Maskinlære for Fabrikingeniører. Forslaget motiveredes med følgende:

»Ved Lærestaltens nye Reglement af 13. Oktober 1913 blev Undervisningen i teknisk Mekanik og Maskinlære for Fabrikingeniører udvidet, dels ved at Forelæsningsernes Antal forøgedes med 2 ugentlige Timer i hvert af Fagene i eet Halvaar, dels ved at der indførtes Øvelser i Maskinlaboratoriet samt Konstruktionsøvelser i begge Fag. Den forøgede Undervisning, *der skal meddeles første Gang i Efteraarshalvaaret 1915*, vil, saaledes som Lærestalten meddelte i sin Skrivelse af 19. Juni 1913, hvori den søgte kgl. Resolution paa det nye Reglement, kræve Ansættelsen af en Docent, hvis Løn vel ikke med de nuværende Lønninger kan sættes højere end 2,400 Kr. aarlig, hvilket Beløb derfor foreslaas bevilget paa denne Konto.

Det vil dog næppe være muligt at faa ansat en til Pladsen egnet Mand, hvis han ikke kan vente at faa Stillingen forbedret ved en kommende Lønningsslov.

Da Forslaget ikke blev optaget paa Finanslovforslaget for 1915—16, henvendte Lærestalten sig paa ny derom til Ministeriet i Skrivelse af 21. November 1914, idet den til yderligere Støtte anførte, at det siden Forslagets Fremsættelse i Lærestaltens Budgetskrivelse offentliggjorte Resultat af en Industritælling, viste, at det Personale, som den danske Industri beskæftigede, i Tidsrummet 1906—14 var vokset fra 315 000 til 346 000 Personer, samt at den danske Industris Konkurrence efter Krigen efter alt at dømme vilde blive endnu haardere end hidtil, da Danmark vilde blive oversvømmet med Industriprodukter fra de krigsførende Lande, som havde mistet deres Eksport til de Lande, med hvem de havde ligget i Krig. Og det var netop under Hensyn til Fremme af dansk kemisk Industri, at Dansk Ingeniørforening tog Spørgsmaalet op om en bedre Undervisning for vore Fabrikingeniører, og navnlig i Maskinlære.

Der blev derefter af Ministeren for Kirke- og Undervisningsvæsenet stillet Forslag ved 2. Behandling i Folketinget af Finanslovforslaget for 1915—16 om Ansættelsen af en Docent i Maskinlære for Fabrikingeniører, jfr. Rigsdagstidende for 1914—15, Till. B. Sp. 301—02. Forslaget vedtoges af Rigsdagen.

Med Hensyn til Fordringerne til de Kvalifikationer, der burde stilles til en Docent i Maskinlære for Fabrikingeniører tiltraadte Lærerraadet i sit Møde den 15. April 1915 en fra det staaende Udvalg for Fabrikingeniørernes Undervisning i Skrivelse af 25. Marts 1914 fremkommen Udtalelse om Ønskeligheden af, at den eventuelle Docent maatte være i Besiddelse af Kendskab til Apparatlæren inden for den tekniske Kemis Omraade, hvorfor det vilde være heldigt, om Vedkommende kunde faa Lejlighed til at uddanne sig ogsaa i denne Retning. Udvalget ansaa det saaledes for betimeligt, at Vedkommende ogsaa gav nogle Oversigtsforedrag over visse Apparatgrupper, saasom Findelingsapparater, Presser, Centrifuger m. m., hvortil den fornødne Tid kunde vindes derved, at Professoren i teknisk Kemi afgav 1 ugentlig Time i 1. Semester.

Om Stillingens Besættelse, se S. 856.