

Økonomisk historie, økonomi og matematisk statistik

Af Niels Kærgård

Artiklen er en udvidet version af Niels Kærgårds opposition ved Ole Hyldtofts disputats om industrialiseringen i København 1840-1914. Forfatteren, der er lektor ved Økonomisk Institut ved Københavns Universitet, argumenterer for, at historikere ved at bruge matematiske modeller hentet fra den økonomiske videnskab kan nå flere og bedre funderede resultater, også når de arbejder med perioder, hvor kildedækningen er mangelfuld. Han eksemplificerer dette synspunkt ved hjælp af nogle af Ole Hyldtofts kilder og resultater.

Indledning¹

Sammenligner man økonomiske og historiske fremstillinger, vil man ofte finde en overordentlig stor forskel. Økonomerne beskæftiger sig gerne med ræsonnementer i abstrakte modeller, ofte formuleret i matematik terminologi; og sættes modellerne i relation til virkeligheden, sker det ofte ved hjælp af talanalyser udført med relativt avancerede matematisk-statistiske metoder. Selv økonomer kan af og til få den opfattelse, at man er gået for langt væk fra tallene, se Leontief (1971).

Når derimod historikernes arbejder betragtes, synes der ingen tvivl om, at man normalt er i den modsatte grøft. Her er anvendelsen af abstrakte modeller og matematisk statistiske redskaber relativt sparsom. I denne artikel skal det med udgangspunkt i Ole Hyldtofts disputats »Københavns industrialisering 1840-1914« søges påvist, at en øget brug af matematisk formulerede økonomiske og statistiske modeller også indenfor den økonomiske historie ville kunne frembringe brugbare resultater.

Når problemet formuleres som økonomer contra historikere og med Hyldtoft som eksempel på historikere, er det en grov forenkling, som alene tjener til at klargøre en konflikt, der har været permanent i både økonomi og økonomisk historie. Når økonomen professor Scharling i 1873 siger, at »Forudsætningen for Anvendelsen af den matematiske Methode var, at de Størrelser, man havde at gjøre med, havde en aldeles kvantitativ Bestemthed; men det gjaldt ingenlunde om de menneskelige Forhold, thi i disse spiller Vilkaarligheden, der ikke lader sig beregne, altid

1. En nærmere gennemgang af den statistiske argumentation findes i Kærgård (1986) og (1988).

ind med«, så repræsenterer han klart det, der her bliver kaldt historikers syn.² En tilsvarende debat blandt historikere er debatten mellem Heckscher (1947), Astrid Friis (1950) og Albert Olsen (1950).

Det, der er kaldt »New economic history«, er tilsvarende en historisk retning, der har synspunkter helt svarende til det, der er kaldt økonomisynspunktet i det følgende, se f.eks. Temin (1973) og Viby Mogensen (1987). De to synspunkter, der præsenteres i det følgende, dækker givetvis over klare realiteter, men når det ene kaldes historikerens og det andet økonomens, er det oplagt en forenkling og skematisering, som dog givetvis dækker en hovedtendens.

Når Hyldtoft bruges som repræsentant for historikere, er det også delvist urimeligt, idet han med hensyn til brugen af økonomisk teori og villighed til generaliseringer ligger nærmere økonomerne end de fleste historikere.

Artiklen falder i 6 afsnit. I 2. afsnit diskuteres de principielle hovedlinier i analysemetoderne. Resten af artiklen er et forsøg på at vise, at modelbetragtninger og matematisk statistiske redskaber også i økonomisk historie kan give brugbare resultater. Afsnit 3 diskuterer om Hyldtofts analyse med en opdeling i udviklingsmæssigt forskellige underperioder kan påvises statistisk, når udviklingen i mekanisk kraft analyseres. Det undersøges også, om Hyldtofts periodeafgrænsninger er i overensstemmelse med den statistiske analyse. I afsnit 4 søges den fundne udvikling forklaret som et indtrængningsforløb for de nye produkter, dampmaskiner og el- og petroleumsmotorer. Afsnit 3 og 4 er således koncentreret om mekanisk kraft; i 5. afsnit søges andre vækstindikatorer inddraget for at se, om de forskellige vækstfaser på energiområdet, kan spores i andre dele af økonomien. Artiklen afsluttes med en sammenfatning.

Aggregering og Stokastik

Når man betragter en historisk periode, kan man enten analysere den som en række *konkrete enkeltbegivenheder* eller som nogle *aggregerede sammenhænge, der kun gælder med tilnærmelse* (gælder stokastisk ville en statistiker sige). En ortodoks historiker ville gøre det første, i økonomien er der tradition for det sidste. I det følgende skal de tre led i denne konflikt – enkeltbegivenheder, aggregering og stokastik – diskuteres hver for sig.

2. Denne økonom-debat er bl.a. diskuteret i Kærgård m.f. (1979a) og Kærgård (1983).

Det første skridt væk fra den ortodokse historieskrivning er at forlade betragtningen om *specifikke enkeltbegivenheder*. Det er ikke noget alle har gjort uden sværdslag, f.eks. citerer Weibull (1966) fra »the presidential adress« ved American Historical Association's årsmøde nogle synspunkter vedrørende andre samfundsvidenskabers behandling af historiske problemer:

“Their greatest deficiency is their lack of human understanding, which is the first requirement of the good historian; they deal in statistics, with units and trends, hoping to deduce laws of society; their works are primarily systematic, reveal little if any historical sense, and they ignore chronology. ... Realization that historical facts are unique in character, space, and time, restrains the historian from trying to fit them into a rigid theory of fixed pattern”.

På dette punkt er der ingen anledning til konflikt mellem økonomerne og Hyldtoft – også han interesserer sig for trends, sammenhænge og samfundets udviklingsmønstre.

Aggregering har Hyldtoft et mere dialektisk forhold til. Det er et valg mellem, om man vil finde lovmæssighederne ved en detaljeret undersøgelse af de enkelte processer (“Finde det uendeligt store i det uendelig små” som Georg Brandes udtrykte det vedrørende den litterære beskrivelse af virkeligheden), eller om man er mere bange for ikke at kunne se skoven for bare træer, hvis man går for detaljeret til værks. Her er Hyldtoft som sagt ikke klar: Side 25-26 roses Svend Aage Hansens nationalregnskabsberegninger: »Under forudsætning af beregningernes bæredygtighed er årlige bruttofaktorepøgørelser at foretrække for mere tilfældige tællinger...«. På lignende måde startes side 38: »Særlig interesse har det samlede produktionsresultat«, men så fortsættes, at da beregningen »hviler på faste konstanter« er de »derfor særdeles usikre« og konklusionen bliver, at »fysiske størrelser« skal bruges.

Hyldtoft har altså teoretisk en vis sympati for de aggregerede makrostørrelser, men når han ser, hvad der må forudsættes for faktisk at få dem beregnet, viger han tilbage. En økonom ville næppe være så bange for at bruge syntetiske tal beregnet ud fra indikatorer ved hjælp af nøgletal af forskellige slags. Når alt kommer til alt er selv de mest officielle moderne nationalregnskabstal til en vis grad beregnede tal, der er behæftet med usikkerhed. Senere i denne artikel skal gøres nogle forsøg med syntetiske tal.

Jager man strukturer i økonomien, kan man ikke håbe at finde eksakte sammenhænge; man må acceptere et vist *tilfældigt slør*. Vil man f.eks. kortlægge en produktionsfunktion, der binder produktionen sammen med

indsatsen af arbejdskraft og kapital, kan man umuligt finde en eksakt sammenhæng. Man må være tilfreds med en relation, der gælder på nær et tilfældigt restled, der kan indeholde alt det, der ikke er taget hensyn til.

Her må man være villig til at acceptere, at fejlene er tilfældige og uinteressante. Det kan være, at produktionen i en måned har været lille, fordi der var mange helligdage, eller brændselsforbruget stort, fordi det var en kold vinter, eller importen lille, fordi høsten indenlands var god. Endelig kan der jo også være målefejl i tallene. Hvis man ville finde sammenhænge, er tilfældige skift og residualer uinteressante. Først hvis udsvingene begynder at danne et mønster, der indicerer, at den opstillede model er forkert, får residualerne for alvor interesse for modelbyggere, der vil finde stabile sammenhænge³.

Dette synes Hyldtoft ikke helt villig til at acceptere. F.eks. i fodnoten side 64, hvor modellen CLEO's produktionsfunktioner og capital-output modellen diskuteres. Her siges, at det »i høj grad er parameterændringer, der har interesse«. Der kan også findes en række steder rundt om i bogen, hvor enkeltstående unormale observationer får en, set fra et modelbyggerens synspunkt, urimelig stor opmærksomhed. Det må trods alt være mere interessant at finde ud af, hvad der er hovedreglen, end at koncentrere opmærksomheden om enkelte unormale år.

Periodiseringen

Betragtes nu Hyldtofts tal i lyset af det foregående, kan spørgsmålet stilles, om man overhovedet kan se andet end en jævn trend og så noget tilfældigt slør.

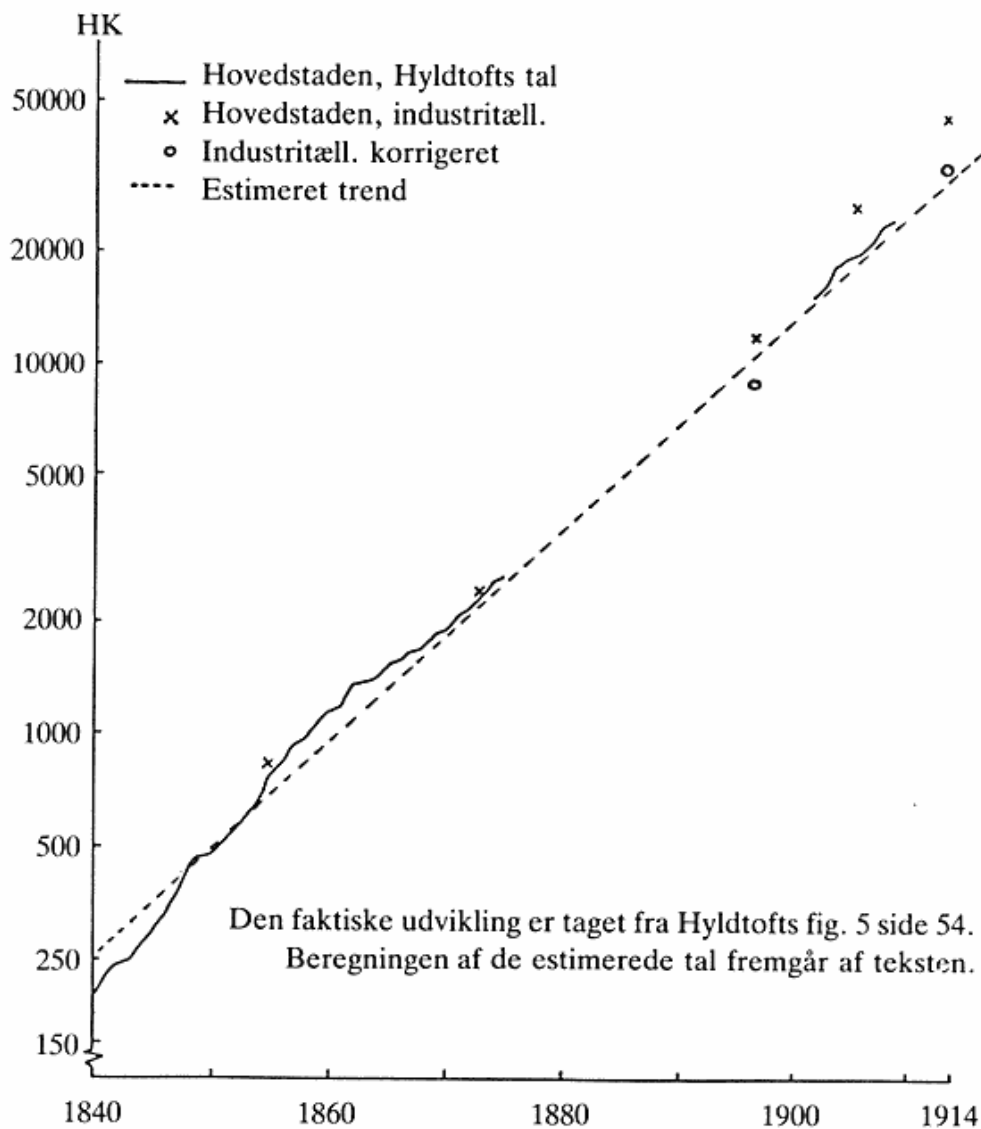
De centrale tal for analysen er udviklingen i antal hestekræfter (HK) i hovedstadens industri. Her anvender Hyldtoft dels en samlet serie for årene 1831-75, som han selv opstiller ud fra hovedsagelig brandforsikringstaksationer, dels en serie fra 1902-1909 fra Arbejds- og Fabrikstilsynet, og endelig tal fra årene 1831, 1839, 1847, 1855, 1873, 1897, 1906 og 1914 hentet fra industritællingerne. I fig. 1 er observationerne fra 1840 til 1814 tegnet op⁴.

3. Noget andet er, hvis man f.eks. i beskrivelsen af en periode vil skelne mellem, hvor meget af et udsving der er »normalt«, og hvor meget der skyldes unormale engangsforhold (f.eks. en strejke). Da kan residualer selvfølgelig være relevante.

4. Figuren svarer helt til Hyldtofts fig. 5 side 54 bortset fra, at der i Hyldtofts figur ikke er indlagt nogen lineær trend, og at hans figur indeholder både en kurve for udviklingen i hovedstaden og en for København isoleret.

Industritællingernes tal er noget over de øvrige, men da der specielt for perioden efter 1875 er yderst få tal iøvrigt, skal de anvendes alligevel. For at tallene skal være sammenlignelige må de imidlertid niveauekorrigeres. Det gøres ved at estimere forholdet mellem industritællingernes tal og de andre for de fire år (1847, 1855, 1873 og 1906), hvor der er observationer af begge slags. Det findes at industritællingens tal er 33 % over de øvrige, og de justeres derfor ned med disse 33 % inden de indgår i beregningerne i det følgende. En trend med en fast værkstrate er derefter estimeret. Vækstraten er beregnet til 6,7 % p.a.

Fig. 1: Mekanisk kraft i Hovedstadens Industri



Dette estimerede vækstforløb er indlagt i fig. 1 som en ret linie, og overensstemmelsen mellem den, og den faktiske udvikling er overordentlig god; 99% af den statistiske variation er forklaret ved linien. Den lineære relation er estimeret med mindste kvadraters metode til:

$$\log HK_i = -117,2 + 0,067 i$$

$$(1,6) \quad (0,0001) \quad (1)$$

$$R^2 = 0,99 \text{ D.W.} = 0,11 \text{ N} = 46$$

hvor $\log HK_i$ er logaritmen til antal HK i år i , tallene i parentes er koefficienternes spredning, R^2 den andel af variationen der er forklaret, og D.W. er en størrelse til analyse af, om der er systematik i residualerne, (opkaldt efter økonometrikerne Durbin og Watson); den skal være omkring 2, hvis det er tilfældige uafhængige fejl. N er antallet af indgående år.

Spørgsmålet er, om afvigelserne fra denne lineære trend er så systematiske, at de kan danne basis for mere håndfaste konklusioner. En indikation af, at residualerne ikke er tilfældige, findes allerede i Durbin-Watson teststørrelsen, der indikerer signifikant systematik i residualerne. Men kan systematikken bære Hyldtofts opdeling i 3 perioder (1840-1865, 1865-1896, 1896-1914)⁵. For at undersøge dette er der estimeret en selvstændig trend for hver af de tre perioder; de nye linier er indtegnet på fig. 2.

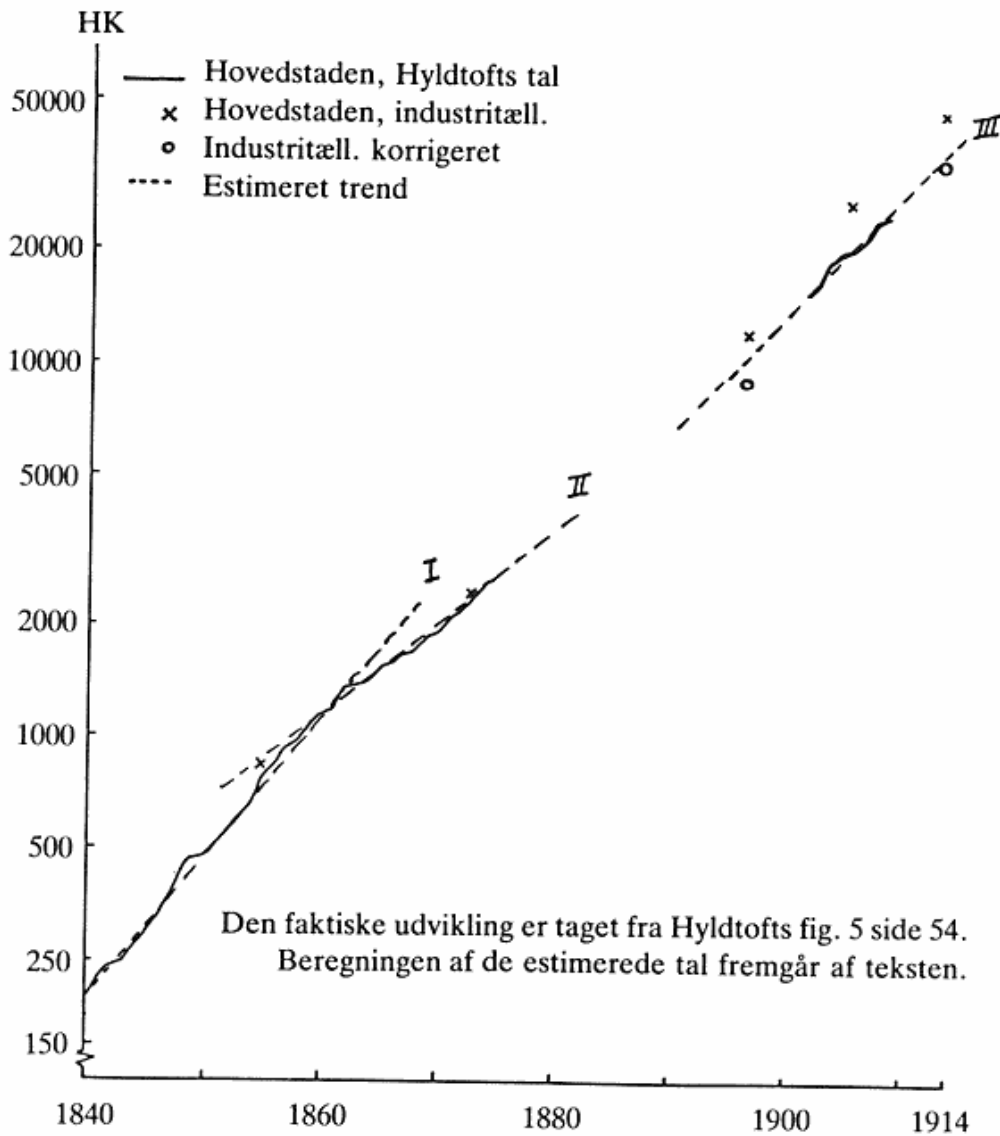
For at få et mål for, om de tre linier i fig. 2 giver en signifikant bedre forklaring end den ene linie i fig. 1, anvendes et Chow-test, der er det sædvanlige statistiske test for, om der i et givet år er sket et strukturskift i form af f.eks. som her en ændret trend⁶. Testet måler faldet i den uforklarede variation ved at gå over til den mere komplicerede model med flere forskellige trends i forhold til det øgede antal parametre, der bruges ved modelopstillingen. Et sådant test indikerer her klart, at der er tale om et trendskift.

Den skiftende trendudvikling ses også i HK pr. arbejder, der for indu-

5. Et trendskift, som det af Hyldtoft anførte, kan formaliseres på mange måder. Der kan tænkes at være tale om noget, der ligner et spring i en variabels niveau eller vækstrate. I praksis må man nok oftest forestille sig en mere glidende overgang fra et udviklingsmønster til et andet. På de følgende sider er trendskiftet formaliseret som et spring fra en lineær trend til en anden, medens det i næste afsnit er forsøgt beskrevet som en hastig vækst, der gradvis afløses af en mere jævn udvikling. Det vil afhænge af både en undersøgelses problemstilling og af forløbet af den analyserede serie, hvad der er det mest hensigtsmæssige tankeskema.

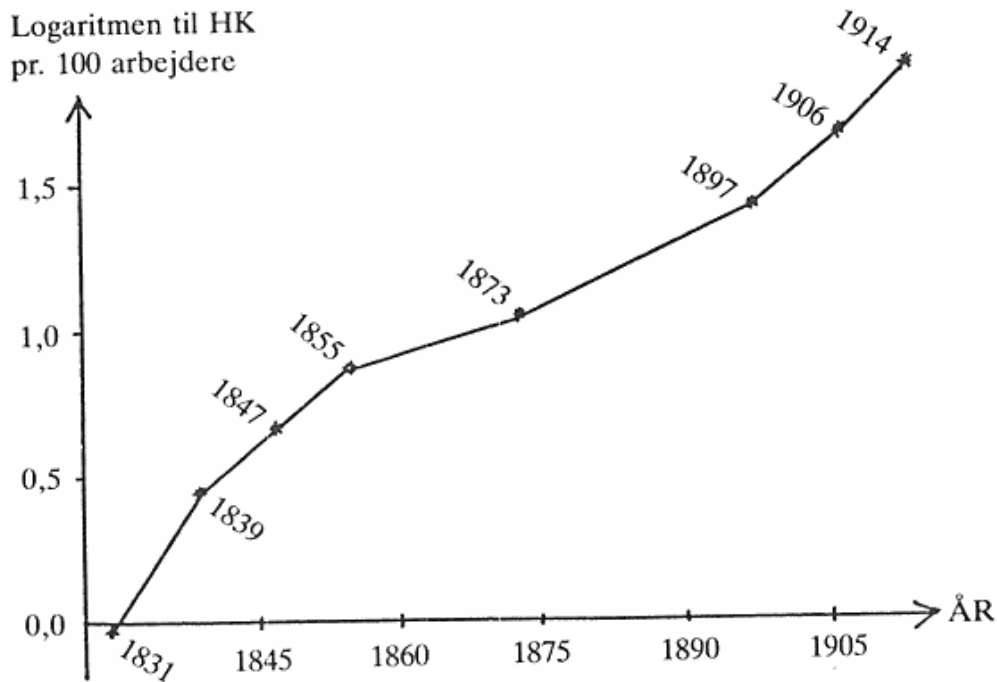
6. For en nærmere beskrivelse af Chow-testet se f.eks. Johnston (1984) side 207-225. En mere grundig oversigt over stabilitetstest findes i Brown, Durbin og Evans (1975) og i Farley, Hinick og McGuire (1975). Se også Rasmussen (1977) og Rasmussen & Kærgård (1980).

Fig. 2: Mekanisk kraft i Hovedstadens Industri



stritællingsårene umiddelbart kan udregnes af Hyldtofts tabel 3, side 52. Resultatet, der vises i fig. 3, må ses som en bekræftelse af det foregående. Det har indtil nu været antaget, at bruttidspunkterne lå fast i årene 1865 og 1896. Denne forudsætning skal nu opgives, og det skal undersøges hvilket år, der ud fra data må anses for at være det mest sandsynlige bruttidspunkt. Dette er der ikke tal nok til at sige noget om for 1896, (i hvert

Fig. 3: Udviklingen i Hestekraft pr. arbejder 1830-1914



fald hvis man holder sig til Hovedstaden), idet der ikke er tal fra 1875 til 1896; men omkring 1865 er der årligt tal fra 1830 til 1875.

Serien opfører sig relativt specielt i årene før 1840, og i det følgende skal opmærksomheden da, som hos Hyldtoft, koncentreres om perioden fra 1840 og frem. Det antages på grundlag af analyserne i forbindelse med fig. 2, at perioden 1840-75 skal beskrives bedst muligt ved hjælp af to lineære trends. Dermed er problemstillingen identisk med den af økonometrikeren Quandt behandlede (se Quandt, 1958, og Goldfeld & Quandt, 1976)⁷. Problemet er at estimere to liniestykker

$$\begin{aligned} y_i &= \alpha_0 + \alpha_1 i + u_{1i} \text{ for } i \leq t \\ y_i &= \beta_0 + \beta_1 i + u_{2i} \text{ for } i > t \end{aligned} \quad (2)$$

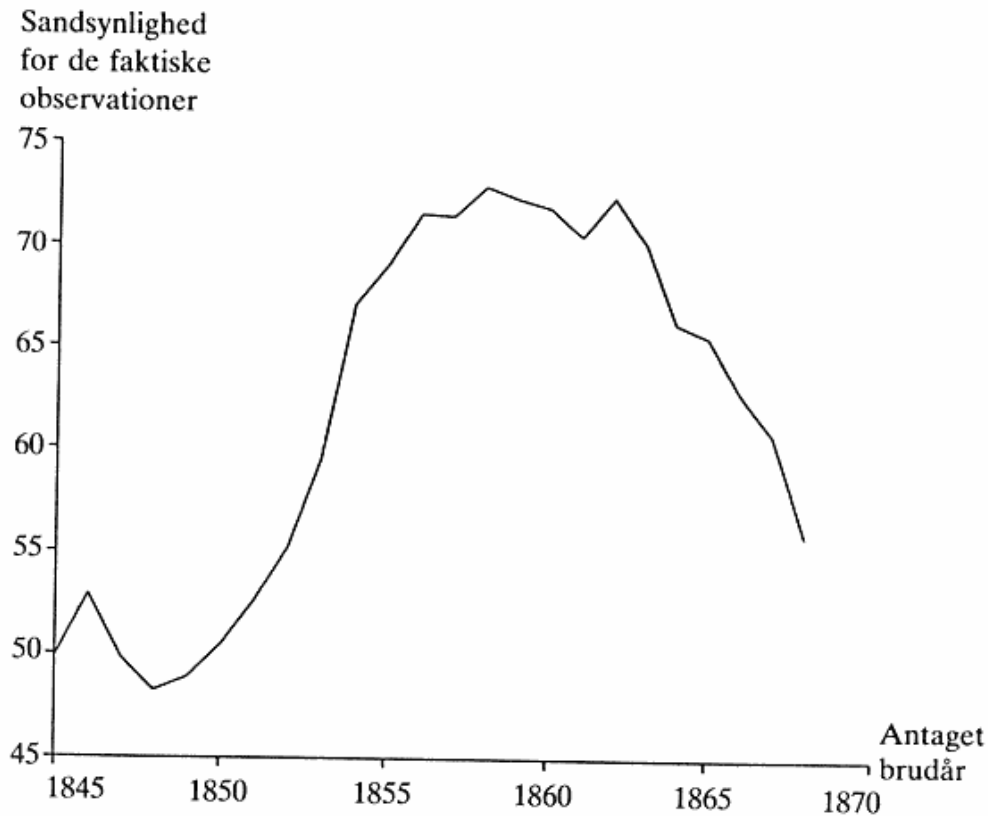
hvor t er et ukendt brudtidspunkt, y_i er variabelværdien for år i , og α og β

7. Goldfeld & Quandt (1976) indeholder en generel oversigt over teorien for estimation af modeller med skiftende struktur. En introduktion findes også i Johnston (1984), kap. 10.2 og 10.4.

er parametre. u_1 og u_2 er uafhængigt normalfordelte restled med middelværdi nul og spredning σ_1 og σ_2 . Der er i denne model 7 parametre, der skal estimeres (α_0 , α_1 , β_0 , β_1 , σ_1 , σ_2 og t). Den af Quandt udviklede metode er en maksimum-Likelihood metode (d.v.s. man vælger de parameter-værdier, der gør de faktiske observationer mest sandsynlige). Likelihoodfunktionen, der angiver sandsynligheden for de faktiske observerede værdier, kan beregnes for et givet brudtidspunkt t . Den maksimale værdi af Likelihoodfunktionen kan findes ved at lade t gennemløbe de mulige værdier; dette er gjort i fig. 4.

Det ses, at 1858 udpeges som det mest sandsynlige brudtidspunkt, men funktionen er relativt flad fra 1856 til 1862. Denne metode indikerer altså et brudtidspunkt, der er omkring 7 år tidligere end det af Hyldtoft anførte.

Fig. 4: Likelihoodfunktionen



Sammenfattende må konklusionen af den statistiske analyse være, at der, som antaget af Hyldtoft, er et brud i serien; men dette brud må mest sandsynligt placeres 5-7 år før det af Hyldtoft anførte tidspunkt 1865, og tallene taler stærkt imod at lægge bruddet efter 1863.

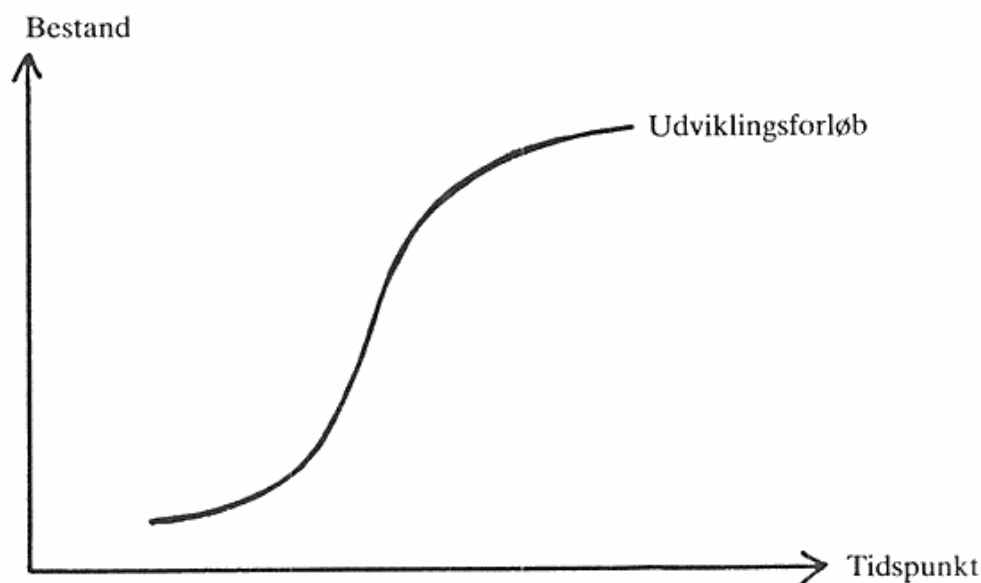
Mekanisk kraft – en teori for udviklingen

Der er altså et trendskift i den undersøgte periode. Men hvorfor der er det, er jo mindst ligeså interessant. Hyldtoft henviser til en hypotese om lange bølger i økonomien. Her skal en måske lidt anden teori fremføres.

Det tal, der spiller den afgørende rolle ved periodiceringen, er altså antal HK. Et godt fysisk tal, der har en klar betydning, og som må kunne tolkes uden mange apriori-teorier – eller kan det?

Når man betragter udviklingen i forbruget af et enkelt gode, vil man ofte antage, at den følger et indtrængningsforløb, der f.eks. kan have form af en logistisk kurve. Man vil normalt antage, at udviklingen starter forsigtigt for derefter at gå meget hurtigt, og så igen afmattes, idet man nærmer sig et mætningsniveau, jfr. fig. 5.

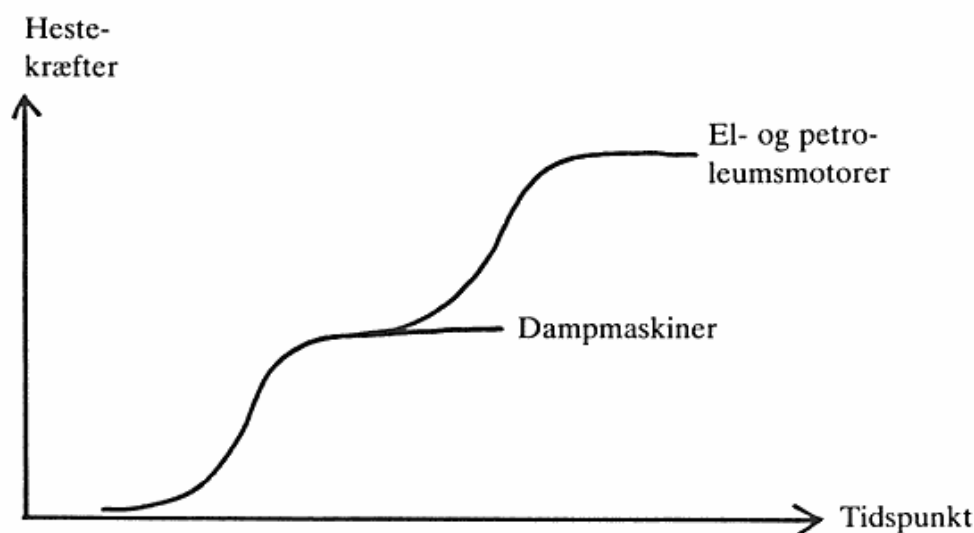
Fig. 5: Enkelt indtrængningskurve



En sådan udvikling er tydeligt set for fjernsyn; i visse lande også for bl.a. biler og traktorer (se f.eks. Kærgård 1975 kap. II.2). Forskellige s-formede forløb er påvist for en lang række varer, både forbrugs- og kapitalgoder. Det vil derfor være naturligt at antage, at noget lignende gjaldt for dampmaskiner og el- og petroleumsmotorer i det 19. århundrede.

Er det tilfældet, ville det være nærliggende at antage, at det, der forklarer udviklingen i antal HK, først er en indtrængningskurve for dampmaskiner og derefter én for el- og petroleumsmotorer, jfr. fig. 6.

Fig. 6: Dobbelt indtrængningskurve



Den hastige vækst i antal HK før 1865 skyldes altså indtrængning af dampmaskiner, og for perioden efter 1896 tilsvarende af el- og petroleumsmotorer⁸.

Jævnfør tidligere er der ikke tal nok til at teste hypotesen for sidste del af perioden, så her skal perioden 1840-1875 igen betragtes. Tidsserien, som den ses f.eks. i fig. 1, har ikke nogen tydelig lighed med fig. 6, men det var heller ikke at vente. Dels er perioden skåret af efter, at anvendel-

8. Denne model genererer selvfølgelig ikke direkte knæk i udviklingen, men både modellen her og ideen om en udvikling stykket sammen af lineære trends må jo betragtes som stiliseringer af virkelighedens mere komplekse forløb, jvf. fodnote 5. Dette taget i betragtning er ligheden mellem fig. 2, 3 og fig. 6 oplagt.

sen af dampmaskinen er begyndt, og dels er el- og petroleumsmotorerne knapt nok introduceret inden den kontinuerte serie slutter 1875. Desuden er det normalt svært at finde klare indtrængningskurver, idet de ofte vil være slørede af bl.a. konjunkturbetingede udsving. Endelig er selve formen for introduktionsforløbet ikke fast; der kan tænkes mange forskellige s-formede forløb.

Disse ting gør det f.eks. vanskeligt at eftervise et s-formet introduktionsforløb for biler i Danmark, idet det første tydelige opsving afbrydes af 1930'ernes krise, og så snart opsvinget begynder igen, afbrydes det af 2. verdenskrig. Hvis man skal registrere et tydeligt s-formet forløb, skal det være i en situation som for TV, hvor udbredelsen skete relativt hurtigt og i 1960'ernes stabile højkonjunktur.

Skal et s-formet forløb testes for HK- udviklingen, kan flere mulige funktionsformer komme på tale. Her er valgt den logistiske. Den beskriver udviklingen ved

$$HK_t = \frac{K}{1 + be^{-aKt}} \quad (3)$$

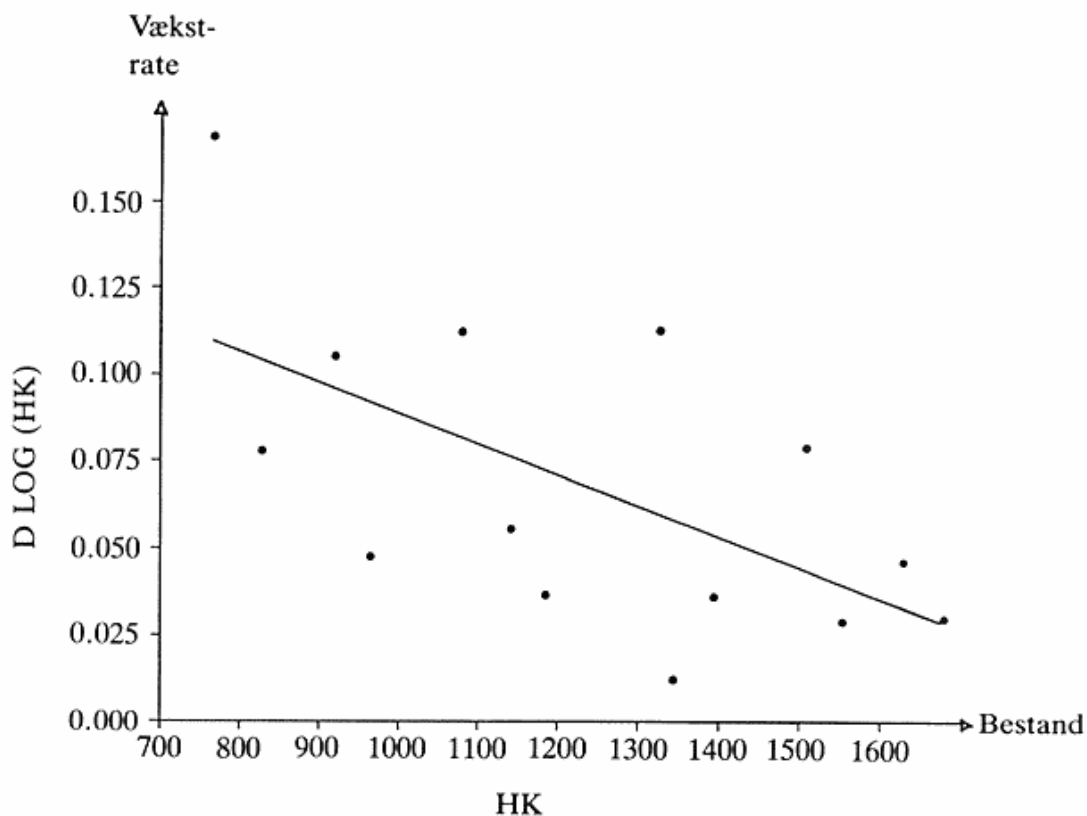
hvor HK_t er antal hestekræfter på tidspunkt t , K er mætningsniveauet, a angiver stejleheden af kurven og b dens placering på tidsaksen, e er den naturlige logaritmes grundtal. Denne kurve er relativt ufleksibel i den forstand, at den er symmetrisk omkring sit midtpunkt, d.v.s. punktet svarende til $HK_t = \frac{1}{2}K$.

Når den alligevel er valgt her, skyldes det, at den er enkel at arbejde med, og uden videre lader sig linearisere (og dermed visuelt teste). Den kan nemlig omformes til

$$\Delta HK_t / HK_t = aK - aHK_t \quad (4)$$

dvs. vækstraten ($\Delta HK_t / HK_t$) er en lineær funktion med negativ hældning af bestanden (HK_t). Tegnes vækstraten op mod bestanden fås ikke noget der ligner en sådan linie for hele perioden. Før 1855 svinger kurven usystematisk; og efter 1868 er vækstprocenterne for høje, måske svarende til at alternativer til dampmaskinen begynder at vise sig. Indskrænkes perioden til 1855-1868 fås det på fig. 7 viste resultat. Der er en

Fig. 7: Udviklingen i mekanisk kraft 1855-68



systematisk faldende tendens, men der er ganske meget støj. Relationen kan estimeres til

$$\Delta \text{HK}_t / \text{HK}_t = 0,177 - 0,000088 \text{ HK}_t \quad (5)$$

(0,042) (0,000033)

$$R^2 = 0,37 \quad \text{D.W.} = 2.81 \quad N = 14$$

Denne relation, hvor symbolerne er de samme som forklaret i forbindelse med relation (1), har både overbevisende og mere tvivlsomme træk. Først og fremmest er der en signifikant negativ sammenhæng. Der er ingen systematisk afvigelse fra den rette linie; måske er der en vis tendens til, at en negativ residual efterfølges af en positiv (D.W. er over to). Dette er imidlertid naturligt nok, da store investeringer i en periode alt andet lige taler for små i næste.

Forklaringsgraden er derimod ikke imponerende, kun knap 40% af

variationen er forklaret. Der kan dog argumenteres for, at når et stort positivt udsving i en periode blev efterfulgt af et stort negativt, så ligger heri blot det lidt tilfældige forhold, at nogle investeringer når at blive gennemført og registreret i en periode, hvor de måske ligeså godt kunne være blevet udskudt til næste. Dette taler for at udjævne serien ved f.eks. at tage gennemsnit af een periode og så den næste. Gør man det, stiger forklaringsgraden fra de 0,37 til omkring 0,75.

Undersøges residualerne nærmere for indikationer af, at modellen ikke skulle være korrekt, findes ingen sådanne. Residualerne i første og sidste halvdel af estimationsperioden afviger hverken i middelværdi eller varians fra hinanden. Heller ikke mellem de midterste residualer og residualerne i begyndelsen og slutningen kan påvises forskelle i middelværdi eller varians. Dette må tolkes således, at den opstillede model holder, men at der er relativt meget støj i forhold til den systematiske variation.

Det foregående kan resumeres på den måde, at udviklingen i antal HK intuitivt kan forklares ved to indtrængningskurver. For de faktiske tal er det imidlertid af forskellige grunde vanskeligt at estimere et sådant forløb. Omkring det interessante brudtidspunkt 1858-59 (eller hos Hyldtoft 1865) lader vendingen sig dog udmærket forklare ved et logistisk udviklingsforløb som det på fig. 5 viste, men længere væk fra dette karakteristiske omsving er et evt. logistiske forløb sløret af forskellige former for støj. En indtrængningskurve må derfor anses for den sandsynligste forklaring – den er teoretisk velfunderet, og selv om de empiriske resultater ikke er entydige, lader den mest karakteristiske del af forløbet sig udmærket forklare ved en logistisk model.

Dette ligger ikke forfærdelig langt fra noget af det Hyldtoft siger. Han tror imidlertid på et mere generelt opsving, bl.a. forårsaget af den nye tekniks indtrængning mere alment:

»Den første fase prægedes af dampmaskinens udbredelse og den tredje af elektromotoren, men de to kraftmaskiner var blot særlig fremtrædende eksempler på en ny generation af varer og teknik« (Hyldtoft 1984, side 415).

Denne ide falder helt i tråd med de teorier for lange konjunkturbølger, hvor forklaringen baseres på tekniske gennembrud, der spredes til den øvrige økonomi (specielt økonomen J. Schumpeters teorier).

Her hænger spredningen fra den tekniske innovation til den øvrige økonomi imidlertid i den blå luft. Vi ved noget om HK'erne, men vi ved næsten intet om den øvrige økonomi. Det at bruge HK som indikator for den økonomiske udvikling i en situation, hvor de tekniske ændringer net-

op sker på drivkraftområdet, forekommer betænkeligt. Så længe man ikke har en klar teori om, hvorfor HK'erne udvikler sig som de gør, og en ide om hvor meget udvikling på dette område har spredt sig til de øvrige dele af økonomien, skal man nok være yderst forsigtig med at drage for håndfaste konklusioner ud fra tallene⁹.

Nogle forsøg med syntetiske data

Analyserne i det foregående af Hyldtofts hypoteser må siges at have i det mindste en hovedsvaghed. Analyserne af udviklingen er baseret alene på mekanisk kraft målt i HK for København (defineret selv i videste forstand som kun dele af de nuværende København og Frederiksberg kommuner). Mekanisk kraft er givetvis et godt tal, forstået på den måde, at det er et veldefineret, kildenært tal uden mange indeksproblemer eller imputerede bestanddele, men det giver jo som argumenteret tidligere kun et tvivlsomt mål for udviklingen i den samlede økonomi.

Dette forhold skal der forsøges at råde bod på i det følgende. Ikke ved at grave dybere i kilderne, her synes det svært at forbedre Hyldtofts arbejde, men ved at bruge statistiske metoder noget dristigere end det hidtil har været gjort. Resultaterne giver næppe den fulde sandhed om udviklingen, men det kan være af en vis interesse at forsøge, om man kan komme nogen vegne overhovedet med en sådan metode.

Når der ses på udviklingen i kapitalapparatet i forrige århundrede, findes der altså data for mekanisk kraft (MHK) i hovedstaden, og der kan ud fra Svend Aage Hansens investeringstal konstrueres tal for det samlede kapitalapparat i hele landet (KT), se Kærgård (1988) for en nærmere dokumentation. Ideen i det følgende er at opstille en bredere liste over, hvilke indikatorer man kunne tænke sig, hvis man søgte efter et mål for kapitalapparatet i København; og derefter ved hjælp af forskellige statistiske metoder søge en fælles bevægelse i disse serier.

De serier, der er brugt, er dels Hyldtofts mekaniske kraft (MHK) dels brandforsikringsværdien af fast ejendom i København (BRAND), der selv om den ikke dækker al kapital, og selv om den også medtager ting, der ikke er produktionskapital i snæver forstand, må være stærkt korreleret med det relevante kapitalbegreb (serien er hentet fra Cohn, 1958, og

9. Hyldtoft prøver i appendiks D at analysere forholdet mellem HK og samlet kapital, men da statistikken kun omfatter virksomheder, der faktisk har mekanisk kraft, er denne analyse ret partiel og næppe egnet til at give særlig generelle konklusioner.

Falbe-Hansen & Scharling, 1885). Da kapitalapparatet skal finansieres, er udlån fra Københavnske banker (UDLAAN) medtaget (hentet fra Danmarks Statistik, 1969).

Dernæst er valgt en række serier, der afspejler udviklingen i den samlede danske økonomi: Kapitalapparatet beregnet ud fra Svend Aage Hansens investeringstal (KT), tal for den samlede bruttofaktorindkomst i faste priser (FBFI) og det tilsvarende tal for industrien (FBFII) (begge hentet fra Hansen, 1974). Nu kan disse aggregerede tal jo diskuteres, så der er også medtaget et par andre tal som mål for aktiviteten, hvor tallene måske rummer færre måleproblemer, men hvor forbindelsen til kapitalapparatet i hovedstaden til gengæld er fjernere, nemlig seddelomløbet (SED) og pengemængden (PENG) (hentet fra Hansen 1968). Endelig er befolkningstallet i de produktive aldersgrupper (her defineret som 15-65 årige) medtaget som en indikator for arbejdsstyrken (NP). Hyldtofts beregninger af industriens arbejdsstyrke er ikke medtaget, da der ikke er tale om årlige tal.

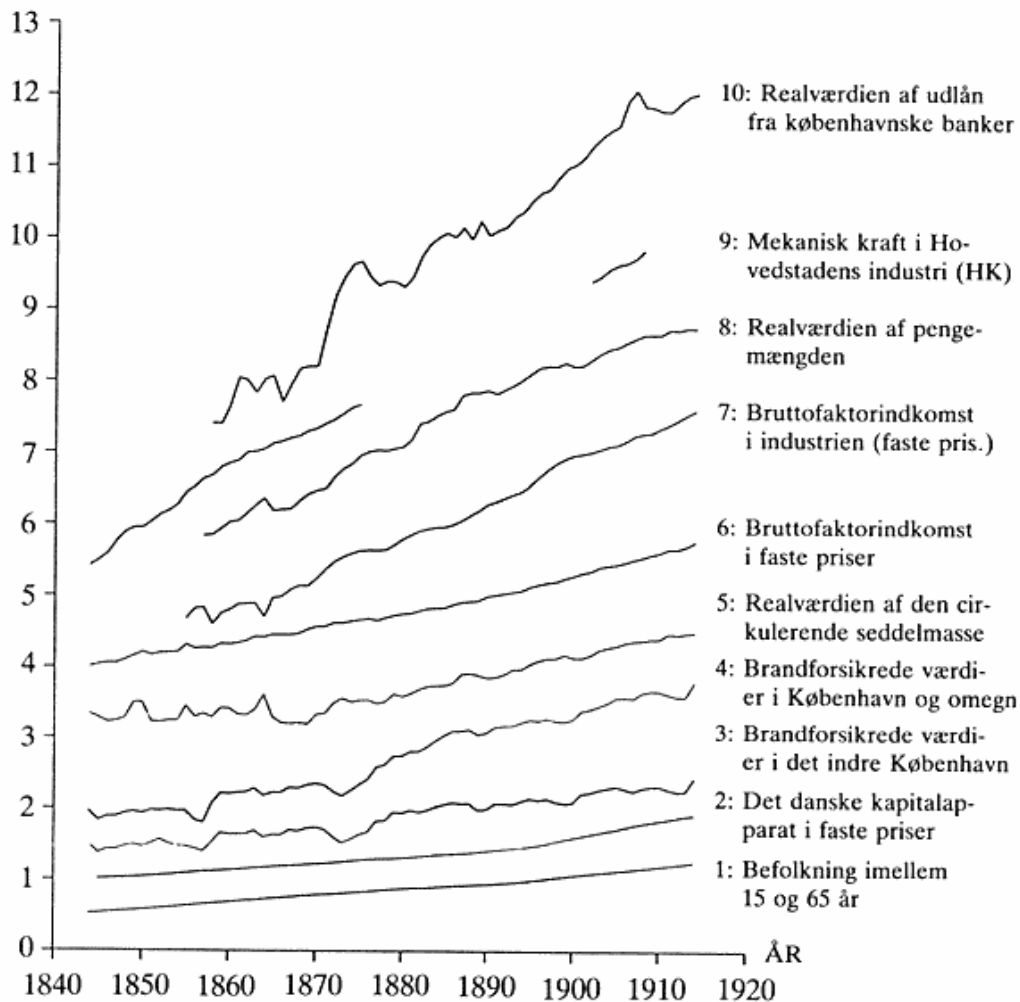
I fig. 8 er de ialt 10 tidsserier tegnet op, og det ses, at mange af dem er præget af en ren trendmæssig udvikling. Det skal i det følgende forsøges at uddrage en fælles udvikling af disse serier. Kunne der findes en fælles bevægelse i alle serier, eller i hvert fald i en betydelig del af dem, ville det være naturligt at antage, at denne fælles bevægelse var at genfinde også i den ikke registrerbare størrelse »kapitalapparatet i hovedstadsområdet«. I teorien for hovedkomponenter (principal components) og faktoranalysen har man et redskab til at jage sådanne fælles faktorer. Ideen er at sammenveje de forskellige serier til et indeks, hvor vægtene ikke er bestemt af seriernes betydning som i normale indeks, men er bestemt ud fra variationen i serierne, således at mest muligt af samtlige seriers variation afspejler sig i indekset. Dette indeks kaldes første hovedkomponent.

Når man har beregnet den første hovedkomponent, beregnes den næste, som det indeks, der bedst passer med den tilbageværende variation i serierne, når den variation, den første hovedkomponent kan forklare, er fjernet, og når indekset samtidig skal være uafhængig af den første hovedkomponent.

Tilsvarende vil den tredje hovedkomponent, være det indeks, der bedst forklarer den endnu uforklarede variation, og som er uafhængig af de to første hovedkomponenter.

I praksis vil sådanne analyser ofte resultere i nogle tidsserier for hovedkomponenterne, der er let tolkelige; således at f.eks. første hovedkomponent angiver den reale vækst i økonomien, og derfor tager hovedparten af variationen i de serier, der er præget heraf. Anden hovedkomponent kan

Fig. 8: Indikatorer for kapitalapparatet i Hovedstaden



Note: Det er for alle variable logaritmen til værdien, der er anført. For at få en overskuelig figur med passende afstand mellem kurverne er de parallelforskuet ved addition af passende konstanter. De variable er således defineret: $\ln NP - 6,2$, $\ln KT - 7,5$, $\ln BRANDK - 11,1$, $\ln BRANDK + F - 10,7$, $\ln SED - 1$, $\ln FBFI - 2,5$, $\ln FBFI + 1,7$, $\ln PENG + 0,7$, $\ln MHK - 0,2$, $\ln UDLAAN + 5,5$.

så f.eks. afspejle inflationstakten og altså beskrive variationen i de nominelle variationer. I økonomiske serier skal der normalt relativt få hovedkomponenter til for at beskrive variationen. I Theils eksempel analyserer han 17 serier for den amerikanske økonomi for perioden 1922-38 (Theil, 1971, side 50-55). Han finder, at de 3 første hovedkomponenter er nok til at beskrive udviklingen i disse 17 serier nogenlunde nøjagtigt, og at disse

Tabel 1: Korrelationskoefficienter mellem variable og hovedkomponenter (Factor Loadings).

Hovedkomponent nr. Variabel, logaritmiske enheder	Hovedkomponent nr.						
	1	2	3	4	5	6	7
1. Danmarks kapitalapparat KT	0,98	0,05	0,18	0,01	0,02	0,03	0,02
2. Mekanisk kraft i hovedstaden MHK	0,98	0,06	0,15	-0,08	0,06	-0,04	0,00
3. Brandforsikringsværdi i indre København deflateret med invest. deflatoren BRAND/PII	0,82	-0,43	-0,36	-0,08	-0,05	0,01	0,00
4. Brandforsikringsværdi i Kbh. jfr. ovenfor BRANDK+BRANDF/PII	0,93	-0,22	-0,26	0,10	-0,06	-0,01	-0,00
5. Bruttofaktorindkomst i faste priser FBFI	0,97	0,14	0,14	0,05	-0,11	-0,02	0,00
6. Seddelomløbet deflateret med forbrugsdeflatoren SED/PIC	0,33	0,90	-0,28	-0,01	0,00	0,00	-0,00
7. Befolkn. mellem 15-65 år	0,98	0,03	0,17	-0,01	0,01	0,03	-0,02

tre komponenter afspejler udviklingen i dels de samlede indkomster, dels ændringen i indkomsten og endelig en lineær tidstrend.

Denne analyseform anvendes nu på de i fig. 8 anførte serier, idet det er logaritmen til serierne, der er anvendt. Det første problem er at vælge en periode, hvor alle serier eksisterer; og her er valgt 1846-1875, selv om det udelukker en del af serierne. Tilbage bliver det samlede kapitalapparat (KT), mekanisk kraft i hovedstaden (MHK), to brandforsikringsværdier for København (BRAND 1 og 2 – forskellen er afgrænsningen af København), bruttofaktorindkomst BFI i 1929-priser (FBFI), realværdien af seddelmængden (SED/PIC) og endelig befolkningen mellem 15-65 år (NP). Det er selvfølgelig beklageligt, at de øvrige serier ikke er med, men det er skønnet afgørende at få en hel del år med både før og efter det tidligere analyserede bruttidspunkt omkring 1860. Resultaterne er vist i tabel 1 og 2¹⁰. I tabel 1 ses de forskellige variables korrelation med hovedkomponenterne. Det ses, at alle på nær seddelomløbet er stærkt korreleret med den første hovedkomponent, der således er et mål for den fælles trend i de variable. Den anden hovedkomponent er domineret af seddelomløbet, og der er derefter ikke meget uforklaret variation tilbage til de sidste 5 hovedkomponenter. Dette fremgår også tydeligt af tabel 2, hvor de til hovedkomponenterne hørende egenverdier er tabellagt. Disse er et mål for den del af variationen, som komponenten forklarer, idet de er summen af de kvadrerede korrelationskoefficienter for den pågældende hovedkomponent. I tabel 2 er også anført den andel af den samlede variation i de oprindelige serier, der forklares af de j første hovedkomponenter.

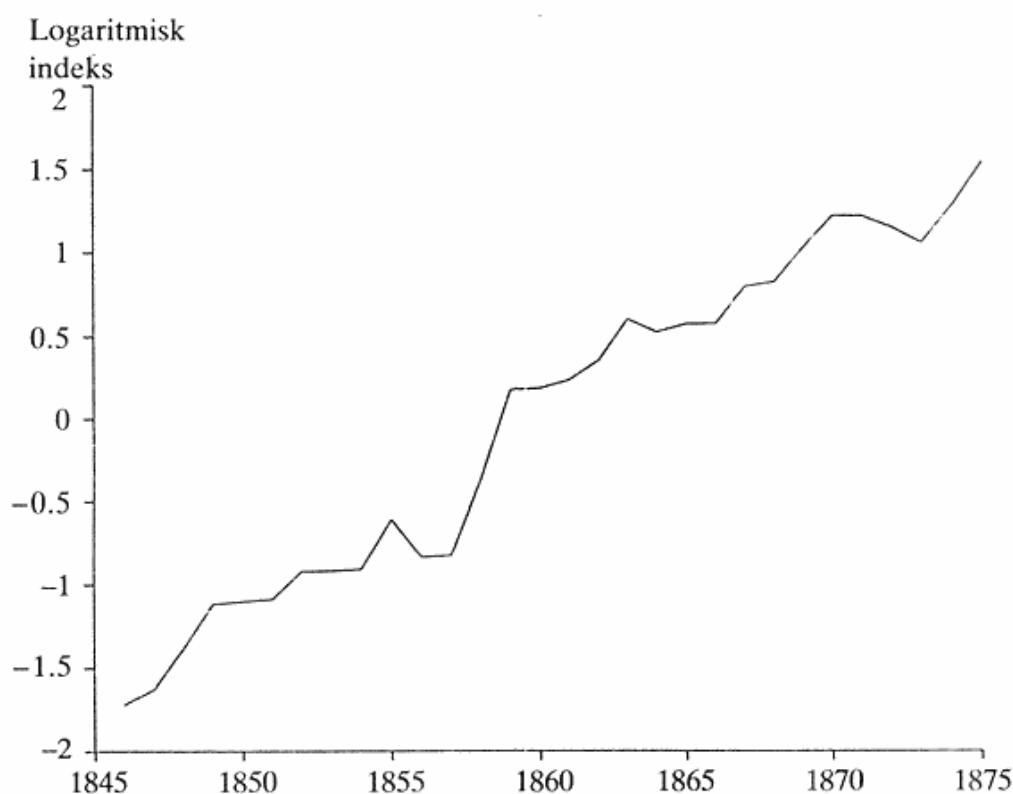
Tabel 2: Egenverdi og forklaret andel af variationen.

Hovedkomponent nr. j	Tilhørende egenverdi	Andel af variationen der forklares af de j første hovedkomponenter
1	5,498	0,785
2	1,069	0,938
3	0,382	0,993
4	0,025	0,996
5	0,021	0,999
6	0,004	1,000
7	0,001	1,000

10. Beregningerne er udført med programmet TSP (Princeton University udgaven), der centerer de oprindelige variable før beregningerne, og normerer hovedkomponenterne, så de får middelværdien 0 og spredningen een, hvilket er en i praksis ofte anvendt normering.

Det er klart af det foregående, at der i hvert fald ikke skal 7 hovedkomponenter til for at beskrive variationen i de her analyserede 7 variable – allerede med tre komponenter er 99% af variationen forklaret. En tommelfingerregel, der har været anført, er at medtage hovedkomponenter, så længe disses egenværdi er over een¹¹. Efter dette kriterium er det kun de to første hovedkomponenter, der bør medtages ved beskrivelsen af det her analyserede materiale, og da den 2. komponent alene er et mål for seddelomløbets udvikling, er der ingen tvivl om, at hvis der skal være en fælles tendens, der kan tolkes som et mål for industriens og kapitalens udvikling, så må det være den første hovedkomponent. Den er tegnet op i fig. 9 (der er tale om en normeret variabel, så skalaen er låst fast af, at variabelen skal have middelværdi nul og spredning een).

Fig. 9: Udviklingsindeks



Note: Indekset er 1. hovedkomponent for et udvalg af serierne i fig. 8. Den nærmere beregning er gennemgået i teksten. Da de indgående serier er målt logaritmisk, bliver indekset det også.

11. Se f.eks. Koutsoyiannis (1977, s. 433-434) for en diskussion af testmuligheder – her anføres kriteriet med egenværdier over een ganske vist som bedst ved undersøgelser med mellem 20 og 50 variable, men p.g.a. dets enkelthed, er det det, der vil blive lagt til grund her.

Figuren viser et ret trendmæssigt forløb, og for at teste de tidligere analyserede hypoteser om et brud omkring 1860, skal den søges forklaret ved en lineær trend. Det giver relationen

$$PC_t = -207,5 + 0,112 t$$

$$(7,5) \quad (0,004) \quad (6)$$

$$R^2 = 0,97 \quad D.W. = 0,79 \quad N = 29$$

Det ses på Durbin-Watson, at afvigelserne fra den lineære trend ikke er fuldstændigt usystematiske. Når man ser på figuren, er det mest karakteristiske imidlertid nu en ekstrem høj vækst i de sidste år i 1850'erne, hvorimod et skift fra en vækstrate til en anden ikke er let at få øje på.

Forsøges alligevel med estimation af to trends jvf. fig. 2 bliver det, præcis fordi væksten er så abnorm høj sidst i 1850'erne, ret afgørende om disse år medtages i første eller anden periode.

Estimeres med det tidligere fundne optimale bruddtidspunkt 1857/58, således, at der fås en trend for 1846-57 og en anden for 1858-1875, forklarer disse relationer udviklingen signifikant bedre end (6). Det er således – som for mekanisk kraft – et signifikant trendbrud, men ellers er omstændighederne helt anderledes. Der er en ekstrem stor vækst fra 1857 til 1859, og det er den, der bestemmer det hele.

Med perioderne 1846-57 og 1858-75, hvor denne ekstreme vækst ligger i 2. delperiode, bliver vækstraten i denne således helt modsat for mekanisk kraft større end i 1. delperiode. Dette skifter dog, så snart bruddet flyttes et år frem, da de ekstreme år derved flyttes ned i 1. delperiode. I øvrigt vil det give mindst samlet sum af kvadrerede fejl, hvis bruddet netop lægges mellem 1858 og 1859.

Selv med optimalt valg af bruddtidspunktet, er to separate relationer dog ikke bedre end en relation med et niveauskift i 1858/59. Det er helt tydeligt, at der er en ekstrem vækst i 1857-59, men ellers er en fælles lineær trend en god beskrivelse.

Da alle serierne i analysen er ganske trendprægede, kan det være rimeligt at forsøge at gentage analysen, idet der anvendes vækstprocenter i stedet for variable i niveau. Derved fås serier med mere karakteristiske forløb, der kan være bedre egnede til at skelne forskellige hypoteser. Gøres det, fås et ganske andet billede; de 4 første hovedkomponenter har egenverdier over een, og først ved brug af alle 7 hovedkomponenter kommer man over en forklaringsgrad på 99%, hvad man jo allerede gjorde ved 3 komponenter i niveautallene. Det er også karakteristisk, at de forskellige hovedkomponenter stort set er korreleret med en enkelt eller et par af de variable (den første med brandforsikringsværdierne, den

anden med seddelomløbet og til dels bruttofaktoriindkomsten, den tredje med mekanisk kraft og til dels befolkningsudviklingen, og den fjerde med kapitalapparatet). Af dette må konkluderes, at for disse vækstprocenter er der ingen fælles bevægelse for de forskellige serier.

Konklusion af denne analyse må være, at der ikke er fundet en generel tendens i de forskellige indikatorer for industriudviklingen, der svarer til den for den mekaniske kraft. Der er ganske vist en fælles trend i niveauvariablene, men der er ingen tegn på, at der sker et skift fra en høj til en lav vækstrate omkring 1860. For vækstprocenterne er der ikke fundet nogen fælles udvikling i de forskellige indikatorer, hvilket i hvert fald må mane til forsigtighed med at generalisere ud fra en enkelt af indikatorerne (in casu mekanisk kraft).

Sammenfatning og konklusion

I det foregående er en række af Ole Hyldtofts hypoteser vedrørende den økonomiske vækst i hovedstaden fra 1840 til 1914 analyseret ved hjælp af matematisk-statistiske metoder. Interessen er centreret om hypotesen om, at perioden kan opdeles i tre underperioder med hver sin dominerende udviklingstendens, idet den første og sidste delperiode, skulle være præget af et hurtigt voksende kapitalapparat, medens den midterste skulle være præget af en mere afdæmpet vækst deri.

En analyse af den mekaniske kraft i hovedstaden, der er Hyldtofts hovedindikator, ved hjælp af økonometriens og den matematiske statistiks redskaber fører til konklusionen, at der nok er signifikante brud omkring 1865 og 1896, men at bruddet i 1865 synes at være lagt noget for sent; et brud omkring 1858 forekommer bedre i overensstemmelse med tallene.

Analyses andre serier end mekanisk kraft, er hypotesen om de tre delperioder langt fra så klar – og for mekanisk kraft kan udviklingen rimeligt forklares som indtrængningskurver, som der ikke er påvist nogen paralleller til uden for energiområdet.

Resultaterne i denne artikel må tolkes på den måde, at økonometriske og matematisk-statistiske metoder er brugbare også ved analyser af perioder, hvor datamaterialet er spinkelt, og hvor en betydelig del af tallene er relativt løst funderede. En række metoder til afsløring af trendbrud og til sammenvejning af forskellige serier synes at give brugbar information, selv i situationer hvor datagrundlaget ikke tillader estimation af egentlige økonomiske modeller.

Der er selvfølgelig mange, der vil mene, at dette er en hasarderet brug

af kilderne, men det kan diskuteres, hvor det afgørende brud med en forsigtig brug af disse ligger. Er det, når Hyldtoft for enkelte dampmaskiner bruger deres værdi som indikator for deres HK'er for derved at få en konsistent serie (Hyldtoft 1984, side 466)? Eller er det, når der gæses det skridt videre, som Svend Aage Hansen gør, at bruge partielle serier som indikatorer hvoraf et samlet nationalregnskab kan sammenstykkedes. Eller sker det først, når man som i denne artikel begynder at bruge indikatorer fra andre områder ved beregning af serierne? Svaret er vel ikke givet; og de for hvem det er afgørende, at »fundering i en solid detailanalyse hindrer fremstillingen i som en gasballon at forlade realitetens verden« (Lange, 1984), vil næppe kunne lide ret meget af det.

Specielt på områder, hvor kildernes tale er utydelig, kan man imidlertid næppe tillade sig at se bort fra selv relativt utraditionelle metoder til at fremskaffe information. Hverken de konkrete kilders yderst partielle informationer eller analyser byggende på noget dristigere statistiske beregninger giver hele sandheden. Men begge kan ved redelig brug være med til at skaffe yderligere informationer om udviklingen.

Litteraturliste

- Brown, R.L., J. Durbin og J.M. Evans (1975), Techniques for Testing the constancy of Regression Relationships over Time, *Journal of the Royal Statistical Society*, serie B. s. 149-192.
- Cohn, E. (1958), *Privatbanken i København gennem Hundrede aar 1857-1957*, II Halvbind, København.
- Danmarks statistik (1969), Kreditmarkedsstatistik, *Statistiske undersøgelser nr. 24*.
- Falbe-Hansen, V. og W. Scharling (1885), *Danmarks Statistik I*, København.
- Farley, J.V., M. Hinick og T. W. McGuire (1975), Some Comparisons of Tests for a Shift in the Slopes of a Multivariate Linear Time Series Model, *Journal of Econometrics*, s. 297-318.
- Friis, Astrid (1949), Økonomisk historie og professor Eli F. Heckscher og historikerne, *Historisk Tidsskrift* 11. ræk. II side 540-546.
- Goldfeld, S.M. og R. E. Quandt (1976), Technique for Estimating Switching Regression, i Goldfeld og Quandt (red.): *Studies in Nonlinear Estimation*, Cambridge, Massachusetts.
- Hansen, S.Aa. (1968), Perioden 1818-1914, i K. E. Svendsen, S. Aa. Hansen, E. Olsen og E. Hoffmeyer, *Dansk Pengehistorie*, Danmarks Nationalbank.
- Hansen, S. Aa. (1972-74), *Økonomisk vækst i Danmark*, I-II, København.
- Heckscher, E.F. (1947), Økonomisk historia och dess Gransvetenskaper, *Historisk Tidsskrift* 2. ræk. 10. årgang side 1-17.
- Hyldtoft, Ole (1984), *Københavns Industrialisering 1840-1914*, Herning.
- Johnston, J. (1984), *Econometric Methods* (3. edition), New York.
- Koutsoyiannis, A. (1977), *Theory of Econometrics* (2. edition), London.
- Kærgård, N. (1975), *Efterspørgsel og varighed for varige goder* (stencileret licentiatafhandling), København Universitet.

af kilderne, men det kan diskuteres, hvor det afgørende brud med en forsigtig brug af disse ligger. Er det, når Hyldtoft for enkelte dampmaskiner bruger deres værdi som indikator for deres HK'er for derved at få en konsistent serie (Hyldtoft 1984, side 466)? Eller er det, når der gøres det skridt videre, som Svend Aage Hansen gør, at bruge partielle serier som indikatorer hvoraf et samlet nationalregnskab kan sammenstykkedes. Eller sker det først, når man som i denne artikel begynder at bruge indikatorer fra andre områder ved beregning af serierne? Svaret er vel ikke givet; og de for hvem det er afgørende, at »fundering i en solid detailanalyse hindrer fremstillingen i som en gasballon at forlade realitetens verden« (Lange, 1984), vil næppe kunne lide ret meget af det.

Specielt på områder, hvor kildernes tale er utydelig, kan man imidlertid næppe tillade sig at se bort fra selv relativt utraditionelle metoder til at fremskaffe information. Hverken de konkrete kilders yderst partielle informationer eller analyser byggende på noget dristigere statistiske beregninger giver hele sandheden. Men begge kan ved redelig brug være med til at skaffe yderligere informationer om udviklingen.

Litteraturliste

- Brown, R.L., J. Durbin og J.M. Evans (1975), Techniques for Testing the constancy of Regression Relationships over Time, *Journal of the Royal Statistical Society*, serie B. s. 149-192.
- Cohn, E. (1958), *Privatbanken i København gennem Hundrede aar 1857-1957*, II Halvbind, København.
- Danmarks statistik (1969), Kreditmarkedsstatistik, *Statistiske undersøgelser nr. 24*.
- Falbe-Hansen, V. og W. Scharling (1885), *Danmarks Statistik I*, København.
- Farley, J.V., M. Hinick og T. W. McGuire (1975), Some Comparisons of Tests for a Shift in the Slopes of a Multivariate Linear Time Series Model, *Journal of Econometrics*, s. 297-318.
- Friis, Astrid (1949), Økonomisk historie og professor Eli F. Heckscher og historikerne, *Historisk Tidsskrift* 11. ræk. II side 540-546.
- Goldfeld, S.M. og R. E. Quandt (1976), Technique for Estimating Switching Regression, i Goldfeld og Quandt (red.): *Studies in Nonlinear Estimation*, Cambridge, Massachusetts.
- Hansen, S.Aa. (1968), Perioden 1818-1914, i K. E. Svendsen, S. Aa. Hansen, E. Olsen og E. Hoffmeyer, *Dansk Pengehistorie*, Danmarks Nationalbank.
- Hansen, S. Aa. (1972-74), *Økonomisk vækst i Danmark*, I-II, København.
- Heckscher, E.F. (1947), Økonomisk historia och dess Gransvetenskaper, *Historisk Tidsskrift* 2. ræk. 10. årgang side 1-17.
- Hyldtoft, Ole (1984), *Københavns Industrialisering 1840-1914*, Herning.
- Johnston, J. (1984), *Econometric Methods* (3. edition), New York.
- Koutsoyiannis, A. (1977), *Theory of Econometrics* (2. edition), London.
- Kærgård, N. (1975), *Efterspørgsel og varighed for varige goder* (stencileret licentiatafhandling), København Universitet.

- Kærgård, N. (1979), En vækstmodel for Danmark, i Christensen, Gad, Gotfredsen og Johansen (red.): *Vækst og kriser i et 20. århundrede*, Århus.
- Kærgård, N., T. V. Rasmussen, S. B. Krohn, J. Nørregaard, N.-H. og S. K. Topp (1979a), CLEO – En model for den økonomiske vækst i Danmark 1870-1970. *Cykelafdelingens Memoserie* nr. 60.
- Kærgård, N. (1983), Marginalismens gennembrud i Danmark og mændene bag, *Nationaløkonomisk Tidsskrift* 1983 nr. 1 side 20-42.
- Kærgård, N. (1984), Den økonometriske Metode og kritikken heraf, i L. S. Mortensen (red.): *Symposium i Anvendt Statistik*, Århus.
- Kærgård, N. (1984a), Hvor stabil er den økonomiske struktur?, i *Økonomiske Essays*, Akademisk forlag, København.
- Kærgård, N. (1986), Det industrielle gennembrud i Danmark, i Raun (red.): *Nordisk symposium i Anvendt Statistik*, København.
- Kærgård, N. (1988), Den industrielle vækst i Danmark før 1914, *Cykelafdelingens memoserie* nr. 100.
- Lange, O. (1984), Beretningen om en kamp mellem gas og damp, *Information* d. 14. december.
- Leontief, W. (1971), Theoretical Assumptions and non observed Facts, *American Economic Review*.
- Mogensen, G. Viby. (1987), *Historie og Økonomi*, København.
- Olsen, A. (1949), Professor Heckscher og historikerne, *Historisk Tidsskrift* 11. ræk. II side 533-540.
- Quandt, R.E. (1958), The Estimation of the parametes of a linear regression System obeying two separate regimes, *Journal of the American Statistical Association*, s. 873-880.
- Quandt, R.E. (1960), Test of the Hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes, *Journal of The American Statistical Association*, s. 324-330.
- Rasmussen, T.V. (1977), Parameterstabiliteten i CLEO, *Cykelafdelingens Memoserie* nr. 45.
- Rasmussen, T.V. & N. Kærgård (1980), Stabiliteten af den danske økonomiske struktur, *Cykelafdelingens memoserie* nr. 77.
- Temin, P. (red.) (1973), *New Economic History*, Penguin Books, Harmondsworth.
- Theil, H. (1971), *Principles of Econometrics*, Amsterdam.
- Weibull, J. (1966), Kvantitativ metode i historisk forskning, *Historie, Jyske Samlinger*, Ny række VII.