

i Egnen omkring Malt og Veien. Et andet, ikke saa stærkt fremtrædende, hvor der er nogen Skov, dog mest Hede, strækker sig fra Grænsen Sydøst for Ribe omkring Roager og Vodder hen imod Arrild. Endvidere er en stor Del af de sydlige Egne, i hvilke der som nævnt foran (S. 7) omtrent ikke findes de meget gamle Stednavne, ej heller optagen af de yngre. Der kan saaledes anføres det udstrakte Landskab, som dannes af Stüderstapel, og som fortsætter sig dels hinsides Trene i Egnen om Ostenfeld og dels over Ervde og Hohn henimod Rendsburg. Paa den anden Side af Mosestrækningerne om Sorg findes som lignende Fladerum ikke alene de store Hedestrækninger om Krop, men yderligere mod Øst de stærkt bakkede Egne om Hütten, et betydeligt Fladerum Nord for Witten See og en tilstødende Del af Dänischwold. Ellers kan der ikke paapeges som Egne, hvor de omhandlede Stednavnsklasser mangle, andre, udenfor Hede- eller Mosestrøg, end de yderste Dele af Halvøer og Næs baade paa Fastlandet og paa Als, en Del af Øerne udenfor Vestkysten og Nordsiden af Eiderstedt.

Tilsammen viser det foregaaende, at der blandt de omhandlede Stednavnsklasser er nogle, som, med Undtagelser, der ikke have stor Betydning for den hele

Betragtning, forekomme omtrent overalt og i Reglen ikke sjældent i alle de Lande, hvor der tales et med dansk nærmere beslægtet Sprog. Af disse er der nogle, der synes meget gamle, nemlig Klasserne Hjem og Ing, vel ogsaa Klassen Sted, som dog adskiller sig fra hine ved, at den ikke træffes saa ligelig udbredt, men mest imod Nord, aftagende mod Syd. Nogle andre, nemlig Rød og Torp, ere vel ligeledes udbredte i alle de foran nævnte Lande, men dog med den Afvigelse, at de ere sjældne eller næsten ganske mangle i den vestligste Del af den skandinaviske Halvø, Rød tillige i England; men deres mere udestrakte Anvendelse synes at være indtraadt betydeligt senere.

De øvrige af de omhandlede Navneklasser, Lev, Løse, Bo, Bølle, Toft og By, fremvise i Modsætning til de foregaaende den Særegenhed, at deres geografiske Udbredelse peger hen paa, at de have deres Oprindelse i Norden, idet de enten omtrent alene forekomme der eller vel ogsaa andensteds, men da saaledes, at de geografiske Forhold og stundom ogsaa de i dem forekommende Bestemmelsesord antyde, at de ere indbragte fra Norden. Af disse ere nogle, nemlig Lev og Løse, vistnok omtrent lige saa gamle som Hjem og Ing, medens derimod de øvrige, Bo, Bølle, Toft og By, maa skønnes at være anvendte fortrinsvis først i en senere Tid.

Om Bestemmelsen af Jordens Form og Størrelse.

En historisk-geodætisk Oversigt af Dr. phil. M. C. Engell.

Indledning.

Maalet for den højere Geodæsi ¹⁾ er Bestemmelsen af Jordens Form og Størrelse. Denne Bestemmelse udføres ved Hjælp af Gradmaalingen, der er en Kombination af astronomiske og de dertil svarende geodætiske Maalinger; hver for sig strækker ingen af disse til. Formen, men ikke Størrelsen, kan dog ogsaa bestemmes ved Pendulmaalinger eller endnu bedre ved en Kombination af Gradmaaling og Pendulmaaling.

Ved Betegnelsen Jordoverflade maa vi skjelne mellem den fysiske, σ : den i Naturen tilstedeværende Jordoverflade og den matematiske. Den fysiske Jordoverflade behandles under Terrænet i dets Afhængighed af den geologiske Bygning. Her er det alene den matematiske Jordoverflade, der er Gjenstand for Betragtning.

¹⁾ af $\gamma\eta$, Jord og $\delta\alpha\iota\sigma\mu\alpha\iota$, deler.

Den matematiske Jordoverflade defineres som den lukkede Flade, der i Havets Middelhøjde ¹⁾ vinkelret gjenemskærer samtlige Tyngderetninger; denne Flade er altsaa en Niveauflade ²⁾.

Tænker man sig Vandet i alle Have fuldstændigt stille og tillige et tyndt Lag af Jordskorpen saa porøst,

¹⁾ Havets Middelhøjde kan være vanskelig nok at angive. Dels fremkalde Bevægelserne i Havet: Tidevande, Bølgebevægelsen og Strømninger, uophørlige Svingninger, hvoraf man dog ved mangeaarige Maalinger kan skaffe et Middeltal. Dels antog man tidligere, at Middelvandstanden i de forskjellige Have var forskjellig; de Præcissionsnivelementer, der ere foretagne, tyde imidlertid paa, at der ikke eksisterer en saadan Forskjel.

²⁾ En Niveauflade er en Flade, hvis Ligning er Potentialfunktionen lig med en Konstant, saaledes at Niveaufladen er vinkelret paa Kraftlinjerne gennem hvert af dens Punkter.

at det uhindret kunde gennemtrænges af Havvandet, vilde dettes Overflade fremstille den betragtede Flade, forudsat at det kun var paavirket af Tyngdekraften og Centrifugalkraften. Overfladen i Indsøer vil derimod som oftest være Dele af andre Niveauflader, der ikke ere parallelle med den matematiske Jordoverflade.

Rent umiddelbart frembyder Jordoverfladen sig som en Plan med større og mindre Ujævnheder. Saaledes har vel ogsaa den oprindelige Opfattelse været overalt, og saaledes opfattede Grækerne den, hvilket vi kunne se hos *Hesiod* og *Homer*, og det synes — mærkeligt nok — som om *Herodot* har hældet til den samme Anskuelse. I den ældre græske Kulturperiode betragtes Jorden som en flad Skive omflydt af Okeanos, og over det hele hvælver Himlen sig. Denne naive og uvidenskabelige Opfattelse har imidlertid kun historisk Interesse.

Naar vi derefter gaa over til en Betragtning af de mere videnskabelige Opfattelser af Jordens Form og Størrelse, der i Tidernes Løb have gjort sig gjældende, viser det sig, at der kan opstilles tre Perioder.

I den første, indledet af Kaldæerne og Ægypterne i Orienten og Pythagoræerne her i Europa, opfattede man Jorden som en Kugle, en Opfattelse, der holdt sig indtil Slutningen af det 17. Aarhundrede. Først i den sidste Del af denne Periode, efter at *Snellius* havde indført Triangulationen, fik man Midler til med nogen Nøjagtighed at bestemme Størrelsen. Under Forudsætning af, at den matematiske Jordoverflade er en Kugleflade, er én Maaling tilstrækkelig til at bestemme den.

Den anden Periode indledes af *Newton* og *Huygens*, der, støttede paa teoretiske Betragtninger, hævdede, at Jorden maatte være en Omdrejningsellipsoide (Sfæroide)¹⁾. Først omtrent 1740 fik man ved Maaling Vished for, at Jorden ikke var nogen Kugle, men maatte nærme sig til at være en Sfæroide. Er Jorden en Sfæroide, ere to Maalinger nødvendige, men ogsaa tilstrækkelige for at faa dens Form og Størrelse bestemt. I denne Periode er det franske Videnskabsmænd, der føre an.

Den tredje Periode, der begynder noget efter Midten af det 19. Aarhundrede, er karakteriseret ved, at Jordoverfladen ikke længere opfattes som en matematisk Flade, men at den afviger noget derfra. Denne

¹⁾ *sphaera*, Kugle og *sphaîra*, hvad der ligner. Navnet stammer fra forrige Aarhundrede. Blev først almindeligere benyttet paa Laplace's og Humboldts Tid. Helmert foreslaar at kalde denne Form en Omdrejningsellipsoide.

Form er bleven betegnet med Navnet *Geoide*¹⁾; denne kan kun bestemmes punktvis, og er et større eller mindre Stykke bestemt, ved man ikke derfor noget om Niveaufladens videre Forløb. I denne Periode have Tyskerne væsentligst haft Førerskabet.

Første Periode: Kuglen.

Ideen om Jordens Kugleform synes først at være opstaaet hos Kaldæerne, hvorfra den er gaaet over til Ægypterne. Endog Størrelsen havde Kaldæerne et Begreb om, idet de antog, at en Jordomvandring til Fods vilde medtage 3 Aar, hvilket ogsaa er rigtigt nok under Forudsætning af, at der daglig tilbagelægges 5 Mil. Maaske ere de komne til den Antagelse ved at lægge Mærke til, hvor langt man skulde bevæge sig i Nord—Syd, for at Polhøjden skulde forandre sig 1 Grad.

Den første, der i Europa hævder Jordens Kugleform, er *Pythagoras* (c. 480 f. Chr.) eller maaske rettere den pythagoræiske Skole²⁾, muligvis paavirket fra Orienten. Noget egentligt Bevis blev der ikke ført, men man antog det nærmest af geometrisk-æstetiske Grunde, fordi Kuglen ansaas for det mest fuldkomne Legeme. Efter en Brydning mellem Nyt og Gammelt vinder Opfattelsen af Jorden som en Kugle Sejr paa *Eudoxus'* og *Aristoteles'* Tid. Fra Sidstnævntes Haand have vi endog et Skrift, hvori han sammenstiller de da kjendte Beviser for Kugleformen.³⁾ Medens de græske Videnskabsmænd tidlig søgte efter Bevis for Jordens Kugleform — Beviser, som ere mere eller mindre ufuldstændige — varede det derimod længe, før der blev foretaget en Maaling af Jordens Størrelse.

Den Første, som under Forudsætning af Jordens Kugleform foretog en Udmaaling efter rigtige Principer, var den alexandrinske Bibliotekar *Eratosthenes*⁴⁾ [278—195] c. 220 f. Chr. Som bekjendt, kan man, naar man kjender en Bues Gradantal og dens lineære Længde, af Formlen $\frac{2 \pi R}{360} = \frac{l}{g}$ finde $R = \frac{180}{\pi} \times \frac{l}{g}$ (se Fig. 1a). Betragtes den matematiske Jordoverflade som en Kugleflade, maa man altsaa maale Afstanden

¹⁾ *γῆ*, Jord og *σφαῖρα*; et ret intetsigende Navn. Helmert anvender i Stedet for Betegnelsen Sfæroide.

²⁾ *H. Martin*: Hypothèse astronomique de Pythagore (Bull. di bibliogr. e di storia delle scienze matemat. e fis. V. p. 99).

³⁾ De coelo II Kap. 14. ed Prantl. 1857.

⁴⁾ *H. Berger*: Die geographischen Fragmente des Eratosthenes. Leipzig 1880.

paa Jordoverfladen mellem to Punkter M og N , der helst maa ligge langt fra hinanden (200 Mil eller saa), og den Vinkel, som i Jordens Centrum dannes af Linjerne herfra til de to Punkter. Denne Vinkel kan kun bestemmes ved astronomiske Iagttagelser; men vælges Punkterne paa samme Meridian, (Fig. 1 a) er

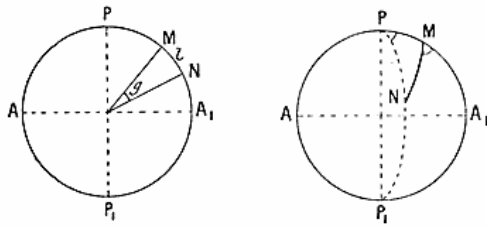


Fig. 1 a.

P og P_1 Polerne.
 A A_1 Æquator.

Fig. 1 b.

M og N to Punkter paa Jordens Overflade.

den søgte Vinkel lig deres Bredeforskjel og kan altsaa findes ved Polhøjdebestemmelser i M og N . For enhver anden Beliggenhed af Buen MN (se Fig. 1 b) maa man foretage en Bestemmelse til i Trekant PMN enten $\sphericalangle P$ (en Længdeforskjel) eller $\sphericalangle M$ (et Asimut), en Fremgangsmaade, som allerede Ptolomæus var paa det Røne med; men da disse Operationer tidligere vare langt vanskeligere end Bredebestemmelser, tilstræbte man i ældre Tid altid Maaling paa samme Meridian.

De to Punkter, Eratosthenes gik ud fra, var Alexandria og Syene (det nuværende Assvan). Han antog, at de laa paa samme Meridian, hvilket ikke er Tilfældet, da den nedre Del af Nildalen fra Assvan i Hovedsagen er parallel med det røde Hav (se Fig. 2). Ligeledes antog han, at Assvan laa lige under den nordlige Vendekreds. Som bekendt, fandt han paa en primitiv, men forøvrigt sindrig Maade, at Bredeforskjellen var $\frac{1}{50}$ af 360° (altsaa $7^\circ 12'$). Den lineære Længde af Buen blev vurderet



Fig. 2.

til 5000 Stadier¹⁾. Indsættes Værdierne i den tidligere anførte Formel faas $\frac{2\pi R}{360} = \frac{5000}{\frac{360}{50}}$ altsaa $2\pi R = 250,000$ Stadier. Da vi ikke kjender den nøjagtige

¹⁾ Hvorvidt denne Længde virkelig blev maalt, saaledes som *Bayer* mener (*Geogr. Jahrb.* III p. 155), eller om

Længde af en Stadie, er Resultatet værdiløst for os, hvilket det i og for sig er i Forvejen paa Grund af de mange Fejlkilder. Sættes en Stadie lig 185 m., bliver én Meridiangrad 128 km., medens den er 111 km.

En anden Maa-ling (?), som be- roede paa samme Princip, er ud- ført af *Posidonius* paa Rhodos (om- trent 200 Aar ef- ter Eratosthe- nes)¹⁾. Han be- nyttede sig af Stjernen *Kano- pus*, som netop

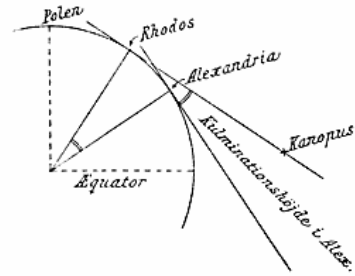


Fig. 3.

kulminerer i Horisonten paa Rhodos. Ved at iagttag- dens Kulminationshøjde i Alexandria er, som det let ses af Fig. 3, Stedernes Bredeforskjel bestemt; den blev funden at være $\frac{1}{8}$ af 360° . Da man langt fra kjendte den lineære Afstand mellem Alexandria og Rhodos, maa Resultatet være endnu daarligere end i foregaaende Tilfælde.

Det er altsaa sikkert, at Jorden allerede i Old- tiden blev opfattet som en Kugle, og at man endog gjorde Forsøg paa at bestemme dens Størrelse. Ka- rakteristisk nok benyttes i begge Tilfælde specielle Stillinger af Stjernerne ved de astronomiske Bestem- melser, uagtet Grækerne ellers ingenlunde stod tilbage i Astronomi.

Med den klassiske Kultur gik Opfattelsen af Jor- den som en Kugle til Grunde her i Europa, men duk- ker atter op hos Araberne.

Af den arabiske Geograf *Abulfeda* vide vi, at der paa Tilskyndelse af den abassidiske Kalif *Almamun* blev foretaget en virkelig Gradmaaling²⁾ paa Sindsjar

den er fremkommen ved en Summation af Grundstyk- ker, kan vanskelig afgjøres. Selv om Længden er fun- det paa denne sidste Maade, er der dog ingen Grund til at antage, at den er særlig unøjagtig, da Landmaaler- kunsten i Ægypten stod højt og vel næppe har været meget unøjagtigere end en almindelig Landmaalers Ar- bejde nu til Dags; men derfra og til den Nøjagtighed, den højere Geodasi fordrer, er der ganske vist et mag- tigt Spring. Foretager man en Reduktion til Meridianen, faar man forøvrigt et Resultat, der stemmer godt med senere Maalinger.

¹⁾ *Bunbury*: History of the geography of the ancients. London, vol I 1879.

²⁾ *Jordan*: Die Gradmessung der Araber. 827 n. Chr. [*Zeitschr. f. Vermessungswesen* 18 Bd. p. 100]. Se ogsaa

Sletten i Mesopotamien¹⁾ (827). Fra et fælles Punkt drog to Hold Geodæter henholdsvis mod Nord og mod Syd. Naar de havde fjærnet sig en halv Grad fra Udgangspunktet, hvilket de iagttog ved Observation af Polhøjden, skulde de gjøre Holdt. Endepunkternes Bredeforskjel blev altsaa en Grad. Længden blev her virkelig maalt med Maalestænger. Da Maalingerne, som det synes, ere blevne foretagne med stor Omhu, kunde man vente et godt Resultat. Uheldigvis kjender man ikke den nøjagtige Længde af Maaleenheden (en arabisk Tomme lig 6 ved hinanden liggende Hvedekorn²⁾). Imidlertid har dog *Jordan* ved Undersøgelser af en Nilmaaler paa Øen Rodah, der skal stamme fra samme Tid, skaffet en god Tilnærmelse. Men noget nøjagtigt Maal giver denne naturligvis ikke, dels fordi den i Tidernes Løb er bleven restaureret, og dels fordi den er lavet af almindelige Haandværkere. Ifølge *Jordan* skal en Meridiangrad herefter beløbe sig til 118,3 km., hvilket er for meget.

Omtrent ved denne Tid begynder Anskuelsen om Jordens Kugleform at leve op her i Europa, idet *Beda Venerabilis*³⁾ paany hævder den; fra ham gik Ideen over til den bekjendte Alkuin og til den af Karl den Store grundede Hofskole. Først langt senere, i Renæssancetiden, skal der være foretaget en Maaling af Pariserlægen *Fernel* (vistnok 1528⁴⁾), men muligvis er den kun fingeret. Efter at have bestemt Polhøjden i Paris ved Hjælp af en Kvadrant, saaledes beskriver han det selv, kjørte han ud ad Vejen til Amiens, der løber stik mod Nord, indtil han kom til et Punkt, der laa 1° nordligere. Længden af denne Grad bestemte han ved at tælle ved Hjælp af en Tandhjulforbindelse, der bevirkede, at en Klokke slog et Slag for hver Omdrejning, hvormange Omdrejninger et af Hjulene gjorde. Dette Hjul blev derpaa udmaalt paa det aller nøjagtigste⁵⁾. Resultatet af Maalingen er forbausende godt (en Meridiangrad 111.229 km.), men

maa nødvendigvis skyldes en tilfældig Kompensation af meget betydelige Fejl.

En nøjagtig Udmaaling af en Afstand svarende til en eller flere Grader er næsten et uoverkommeligt Arbejde, og tilmed vil Terrænet næsten aldrig i saa stor en Udstrækning være egnet dertil. Det var derfor af gjenmemgribende Betydning, at Hollænderen *Snellius* (1591—1626) 1615 fandt paa at forene Endepunkterne af den betragtede Bue med en Række Trekanter, der to og to have en Side fælles.¹⁾ Herved kan Længdemaalingen indskrænkes til en enkelt Side, som i Forbindelse med Vinklerne, der altsaa maa maales, giver hele den søgte Afstand. Denne Fremgangsmaade kaldes *Triangulation* og er senere udelukkende bleven benyttet²⁾. Ved dette Princip kan til Længdemaaling vælges det gunstigste Sted, og den maalte Længde kan saa ved Vinkelmaaling, der er langt lettere, overføres til store Afstande. *Snellius* selv gik endnu videre, saaledes at der ikke en Gang direkte maales en egentlig Trekantside, men en endnu kortere Linje, Basis eller Grundlinje. Denne Længdemaaling foretages med særligt konstruerede Apparater, de saakaldte Basisapparater, der forøvrigt ere temmelig dyre; et af de billigste er Bessels Basisapparat, der har en Værdi af 2700 Kr. Et Basisapparat med Mikroskoper koster 16000 Kr. Med disse Apparater kan der maales særdeles fint. Basis paa Amager er saaledes udmaalt saa nøjagtig, at den sandsynlige Fejl kun er 3 mm. De fleste maalte Grundlinjer ere kun mellem 2—8 km. (Basis paa Amager 2,7; i Bjærglande, f. Ex. Chile, endnu kortere, medens Trekantsiderne ordentligvis ere det Tidobbelte.

Den Meridianbue, som *Snellius* beregnede, strakte sig fra Alkmaars Parallel over Leijden til Bergen op Zooms Parallel (c. 1° 11'.5). Basis blev udmaalt fra Leijden. Som Fixpunkter benyttede han Kirketaarnerne i den hollandske Slette. Imidlertid svarede Resultatet (en Meridiangrad 107.338 km., altsaa meget for lille) ingenlunde til det teoretiske Fremskridt og til den Omhu, hvormed Vinklerne vare maalte. Ved en Revision af *Musschenbroek*³⁾ 100 Aar senere kom man dog

Demitschki: Manuel de la cosmographie du moyen âge, ed. Mehren. Copenhague 1874.

¹⁾ af *Schmidt*: Math. Geogr. I p. 167 fejlagtig angivet at ligge ved den arabiske Bugt.

²⁾ Da et Længdemaal kun er defineret ved sin egen Længde, er dette kun en Skindefinition.

³⁾ *Beda*: De naturam rerum ed. Migne. Paris 1862.

⁴⁾ *Fernel*: Cosmotheoria seu de forma mundi et de corporibus coelestibus libri duo. Paris 1528.

⁵⁾ Fernels Ide at anvende et Hjul til Udmaaling af en Længde er senere (efter 1850) atter bleven optagen, men opgiven uden at være fort ud i Praxis (se Astr. Nachrichten Nr. 1728).

¹⁾ Eratosthenes Batavus seu de terrae ambitus vera quantitate suscitatus, Lugd. Bat. 1617.

²⁾ Englænderen *Norwood* maalte dog en halv Snes Aar efter med Kjæde og Bussole langs Landevejene Strækningen fra London til York (c. 300 km.), og langt senere (1764) maalte to Nordamerikanere en lignende Strækning i Pennsylvaniaen.

³⁾ *Musschenbroek*: Physicæ experimentales et geometricæ dissertationes. Leyden 1729.

til et Resultat, der stemmer godt med moderne Maalinger.

Endnu var der ikke blevet rokket ved Jordens Kugleform, og under den Forudsætning foretog *Picard*¹⁾ paa Opfordring af det nys oprettede franske Akademi en Gradmaaling (1669—70) mellem Paris (egentlig Malvoisine syd for Paris) og Amiens. Buens Udstrækning var $1^{\circ} 23'$. Med Hensyn til den tekniske Udførelse er der Grund til at minde om, at der her for første Gang blev anvendt Kikkert og Traadkors, hvorved Indstillingen blev langt skarpere end tidligere med Dioptere. Vinkelmaalingen i Trekantpunkterne blev udført med en Jærnkvadran, paa hvilken der kunde aflæses med en Nøjagtighed af $20''$. Resultatet (en Meridiaangrad 111.210 km.) stemmer ogsaa godt med senere Maalinger, men skyldes i Virkeligheden en Kompensation af Fejl paa de astronomiske og geodætiske Maalinger.

Anden Periode: Sferoiden.

Omtrent ved denne Tid indtræder der et Vendepunkt, idet man begynder at tvivle om Jordens Kugleform, og henimod Slutningen af det 17. Aarhundrede kom *Huygens* og *Newton* ad teoretisk Vej til den Antagelse, at Jorden maatte have Form af en ved Polerne fladtrykt Omdrejningsellipsoide, for hvilken Form man har indført Betegnelsen Sferoide. Ganske vist havde en og anden langt tidligere, endog i Oldtiden, udtalt, at Jorden afveg fra Kugleformen, men det var som oftest ren Fantasi uden noget som helst videnskabeligt Grundlag.

Ved sine Undersøgelser over Centrifugalkraften førtes *Huygens* til den Antagelse, at Jorden var fladtrykt ved Polerne som Følge af den ved Jordens Axerotation²⁾ frembragte Centrifugalkraft. Denne Antagelse støttedes af flere Forhold. Saaledes iagttog den franske Astronom *Richer* (1672), at Sekundpendulet i fransk Guyana (Cayenne) var 2,67 mm. kortere end i Paris, og da det kom tilbage til Paris maatte det atter gjøres 2,67 mm. længere for at vedblive at være et Sekundpendul; dette kunde tyde paa en Tiltagen af Tyngdekraften fra Cayenne til Paris. Uheldigvis bevirkede andre Pendulmaalinger, der gav et afvigende Resultat, at *Richers* Jagttagelse ikke fik den tilbørlige Betydning. Før den Tid havde *Huygens* opdaget Planeten Mars' Rotation (1659), og 1666 opdager *Cas-*

¹⁾ *Picard*: La mesure de la terre. Paris 1671.

²⁾ Jordens Axerotation er først fremsat af *Hippark* c. 270 f. Chr., senere (1543), men uafhængig af ham fremsatte *Copernicus* den samme Antagelse.

sini den ældre Jupiters Aplatissement $\frac{1}{14}$ (dog først publ. 1691). 1690 udgav *Huygens* sit Skrift: *Traité de la lumière. Avec un discours de la cause de la pesanteur*; men tre Aar tidligere havde *Newton* fremsat den samme Hypotese. De to Forskere nøjedes forøvrigt ikke med blot at godtgjøre Jordens Fladtrykning; ogsaa dennes Størrelse søgte de at udlede. De Resultater, de kom til, ere imidlertid meget forskellige. *Newton* sætter Aplatissementet til $\frac{1}{230}$, *Huygens* til $\frac{1}{81}$, idet de gaa ud fra helt forskellige Antagelser med Hensyn til de ubekjendte Massefordelinger i Jordens Indre. Disse Resultater ere, efter hvad vi ved i vore Dage, fejlagtige, men derfor faa de to Forskere alligevel stor Betydning, navnlig fordi de give Stødet til, at Jordens Form atter blev taget op til en indgaaende Undersøgelse.

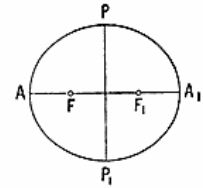


Fig. 4.
A A₁ Æquatorialaxen.
P P₁ Polaraxen.
F og F₁ Brændpunkterne.

For at en Ellipsoide skal være bestemt, udkræves to Elementer (Kuglen bestemmes af et), hvortil man kan vælge de to Axer, Æquatorialaxen og Polaraxen. I Reglen vælger man dog til Elementer Æquatorialaxen ($AA_1=2a$), der bestemmer Størrelsen og Excentriciteten $e = \frac{FF_1}{AA_1}$, der bestemmer Formen. (Fig. 4). I Stedet for Excentriciteten anvendes som oftest Aplatissementet (Fladtrykningen) til at angive Formen. Aplatissementet a defineres som Forskjellen mellem Æquatorialaxen $2a$ og Polaraxen $2b$ i Dele af Æquatorialaxen og udtrykkes altsaa ved Ligningen

$$a = \frac{a - b}{a}$$

Da der er to Ubekjendte a og a , udkræves der to Ligninger, som tilvejebringes ved Hjælp af to Meridianbuer med forskellige Middelbreder, naar disse Buers Længde saa vel som Brederne af deres Endepunkter ere maalte. Vælges den ene Bue nær Æquator, den anden saa nær Polen som muligt, vil Krumningsforskjellen mellem Buerne træde skarpest frem. Da man oprindeligt tilstræbte at faa Længden af en Bredegrad som Udtryk for Jordens elliptiske Form, kaldte man disse Maalinger for Bredegradsmaalinger.

Have de maalte Meridianbuer en forholdsvis ringe Udstrækning, og betegnes Længderne af en Meridiaangrad under Buernes Middelbrede λ_1 og λ_2 henholdsvis ved G_1 og G_2 , har man to Ligninger, hvori de ubekjendte indgaa nemlig:

$$\frac{180}{\pi} G_1 = \frac{1 - e^2}{(1 - e^2 \sin^2 \lambda_1)^{\frac{3}{2}}} \cdot a$$

$$\text{og } \frac{180}{\pi} G_2 = \frac{1 + e^2}{(1 + e^2 \sin^2 \lambda_2)^{\frac{3}{2}}} \cdot a$$

Af disse to Ligninger kunne e og a findes.

Have Buerne en større Udstrækning, blive de to Ligninger mindre simple og Beregningen derfor mere omstændelig.

I Stedet for at anvende Meridianbuer kunde man — som tidligere berørt — ogsaa have anvendt Parallelbuer med forskjellig Brede. Da Parallelbuens Gradantal kun kan findes ved en Længdebestemmelse, og da denne før den elektriske Telegraafs Opfindelse var meget nøjagtig, benyttede man ved ældre Gradmaalinger næsten altid Meridianbuer. Forøvrigt er man ikke henvist blot til Meridianbuer og Parallelbuer; Buer under et hvilket som helst Asimut kunne benyttes, men Formlerne ere da mere komplicerede. Exempel paa en saadan Asimutalbue er Maine-Alabama-Buen, der, parallel med Allegany-Bjærgene, strækker sig fra Canada til det mexicanske Hav. En anden med en Udstrækning af 33° er projekteret at skulle strække sig fra St. Francisco i sydøstlig Retning til det stille Havs Kyster paa $97^\circ, 2$ (se Fig. 6).

For at prøve Rigtigheden af Newtons og Huygens Hypotese foreslog *Dominic Cassini*¹⁾, der 1680 paany havde taget Gradmaalingsarbejdet op efter Picard, at der skulde maales en Meridianbue (paa $8^\circ 30', 3$) fra Dunkerque over Paris til Pyrenæerne (Collioure). Med Afbrydelser varede denne Gradmaaling til 1718²⁾. Resultatet syntes imidlertid ganske at modbevise de to Fysikers Teori; idet man fandt, at Meridiangraden nord for Paris (ved Dunkerque) var kortere (111.017 km.) end syd for (Perpignan, 111.286 km.), med andre Ord, at Jorden var en ved Polerne ophøjet Omdrejningsellipsoide ($b > a$, altsaa $a = \frac{a + b}{2}$ negativ). I

Frankrig holdt man stærkt paa det negative Aflattissement (Citronen!), medens man i England lige saa bestemt hævdede det positive (Appelsinen!). Af Diskussionen fremgik det imidlertid, at en mulig Forskjel mellem en Grad i det nordlige og i det sydlige Frankrig ganske vilde tilsløres af Observationsfejl, idet Forskjellen inden for Frankrigs Grænser var for ringe, i hvert Fald i Forhold til den Nøjagtighed, hvormed man kunde maale den Gang, uagtet det viste sig, at

¹⁾ *D. Cassini*: De la méridienne de l'observatoire royale de Paris, prolongé jusqu'aux Pyrénées. [Mem. de l'acad. de Paris. 1701].

²⁾ Publ. af *J. Cassini*: Traité de la grandeur et la figure de la terre. Paris 1720.

Maalingen var foretagen med langt større Nøjagtighed end tidligere.

Vilde man naa et afgjørende Resultat, maatte man, som omtalt tidligere, maale to Buer, en nær Æquator, en anden nær Polen. 1735 blev der udsendt en Gradmaalingsexpedition (1735—43) under Ledelse af *Bouguer* og *de la Condamine* til Peru¹⁾ (Middelbrede $\div 1^\circ, 5$) og 1736 en anden (1736—37) under *Maupertuis* og *Clairaut* til Lapland²⁾ (Middelbrede $\div 66^\circ, 3$). Af disse to Expeditioner havde ubetinget den første de største Hindringer at overvinde, men den Nøjagtighed, hvormed den arbejdede, overgik betydelig den laplandske Expedition. Medens den første arbejdede i sex Aar, fuldendte *Maupertuis* sin Maaling i Løbet af to Aar; Basis blev maalt paa den frosne Torneælf. Den peruanske Maaling i Forbindelse med den reviderede franske³⁾ gav et Aflattissement paa $\frac{1}{301}$ og viste saaledes tydelig nok, at Meridiangradens Længde voxer fra Æquator mod Polerne: Jorden er fladtrykt ved Polerne. Den dynamiske Teori havde saaledes sejret (c. 1740).

Paavirket af Frankrigs Exempel blev der ikke blot flere Steder her i Europa, men ogsaa i Nord-Amerika, Syd-Afrika og For-Indien, foretaget Gradmaalinger, men ingen af disse have haft nogen særlig Betydning for Bestemmelsen af Jordens Form og Størrelse. Der er dog Grund til at minde om, at Lederne, to Jesuiter, af Maalingerne i Kirkestaten inddrog flere andre Maalinger i Beregningerne af Jordens Form og Størrelse for at naa det bedst mulige Resultat og anvendte et Udjævningsprincip, der lignede de mindste Kvadraters Metode. I Nord-Amerika anvendte man ikke Triangulation, men maalte direkte hele Buen som paa Kalifatets Tid.

I de nordlige europæiske Stater, ligesaa lidt som i Rusland, var man endnu begyndt paa Gradmaalingsarbejdet.

Et betydeligt Opsving tog dette, da Nationalforsamlingen 1790 „befalede“ det franske Akademi at foranstalte en ny Gradmaaling til Bestemmelse af et Naturmaal, og allerede d. 19. Marts 1791 mødte den nedsatte Kommission med sit Forslag. I Spidsen for

¹⁾ *Bouguer*: La figure de la terre. Paris 1749. — *De la Condamine*: Journal du voyage fait par ordre du roi à l'équateur. Paris 1751. — *ib.*: Mesure de trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphère australe. Paris 1751.

²⁾ *Maupertuis*: La figure de la terre. Paris 1738.

³⁾ *Cassini de Thury*: La méridienne de l'observatoire royal de Paris vérifiée dans toute l'étendue du royaume par des nouvelles observations. Paris 1744.

-Arbejdet stod *Borda*, som ikke blot anordnede Fremgangsmaaden, men ogsaa indførte tekniske Forbedringer. Det er saaledes *Borda*, der i Stedet for Træstænger anvender Metalstænger til Basismaaling, efter at man ved en af de tidligere Gradmaalinge havde opdaget, at Træstængernes Længde kunde variere, uden at man var i Stand til at kontrollere dette¹⁾. Ogsaa Vinkelmaalingen blev forbedret, idet han indførte Maaling ved Repetition; derved kunde Vinklerne aflæses med en Nøjagtighed af 1". *Bonguer* og *Condamine* kunde kun naa til 3" og *Maupertius* endog kun til 10", og endelig kunde *Snellius* kun aflæse med en Minuts Nøjagtighed. Senere er man kommet langt videre. Saaledes er Middelfejlen paa Vinklerne i Trekanterne mellem Skagen og Samsø kun lidt over 0".4. Der blev af *Delambre*²⁾ maalt en Meridianbue paa c. $9\frac{1}{2}^{\circ}$ fra Dunkerque til Barcellona. Ved at kombinere denne Maaling med Perumaalingen fik man a og α bestemte, altsaa ogsaa Meridiankvadranten. Heraf beregnede man Længden af Middelgraden og fandt den at være $g = 111.1086$ km.; a var $3\frac{1}{4}$. Senere har det vist sig, at disse Tal ere noget for smaa.

I Begyndelsen af det 19. Aarh. blev der udført Gradmaalinge flere Steder. I Frankrig blev Buen forlænget fra Barcellona til Øen Formentera (en af Balearerne), saaledes at denne Bue nu fik en Udstrækning af $12\frac{1}{2}^{\circ}$. Den af *Maupertius* maalte Bue i Lapland blev fuldstændig revideret af Svenskeren *Scanberg*³⁾ i Aarene 1801—3; det viste sig at Meridiangraden var 111.532 km. og ikke 112.004 km., hvilket *Maupertius* havde fundet. I England blev der i Slutningen af det 18. Aarh. paabegyndt en Maaling, som sluttedes i Begyndelsen af det 19., af en Meridianbue paa c. 3° fra Wight til Clifton. Senere blev denne Bue forlænget til Shetlandsøerne ($10^{\circ}16'$). I For-Indien maalte *Lambton* og *Everest* to Buer, hvoraf den ene fra Kap Comorin til Foden af Himalaja senere fik den betydelige Udstrækning af over 21° .

¹⁾ Ved Revisionen af den franske Bue havde dog *Cassini de Thury* (se ovenfor) 1739 benyttet Jærnstænger til Ommaalingen af *Picards* Basis. Men først efter *Borda's* Maaling blev Metalstænger eneraadende ved alle Maalinge af videnskabelig Betydning.

²⁾ *Delambre*: Base du système métrique décimale. Paris I 1806. II 1807 og III 1809. I *F. Perrier*: De la Méridienne de France. [Bull. de la Soc. de Geogr. VI. Ser. Tome III p. 1872 p. 613] gives en kort historisk Oversigt af Gradmaalingen i Frankrig.

³⁾ *Scanberg*: Historisk Öfversigt af Problemet om Jordens Figur. [Handl. svensk. Vettensk. 1804]; id.: Exposition des opérations faites en Laponie pour la détermination d'un arc de méridien. Stockh. 1805.

Da Maalingerne paa hvert enkelt Sted paa Grund af uundgaaelige Observationsfejl ville give en Værdi, der maa afvige noget fra den sande, vil man faa den bedst mulige Bestemmelse af Jordens Størrelse og Form ved at benytte alle enkelte Resultater. En saadan Beregning paa Grundlag af de foreliggende Maalinge blev foretaget 1819 af *Walbeck*¹⁾, strax efter at de mindste Kvadraters Metode var fremsat af *Gauss*. Han fandt Middelgraden $g = 111.169$ km. og $a = 3\frac{1}{3}$. 1828 udførte *Schmidt*²⁾ paa Foranledning af *Gauss* en ny og mere systematisk Beregning af de samme Maalinge forøget med den hannoverske Gradmaaling³⁾ 1821—24, i Spidsen for hvilken selve *Gauss* stod. Denne Gradmaaling var ikke synderlig omfattende (2^o), men har faaet stor Betydning derved, at denne berømte Matematiker kom praktisk til at beskæftige sig med Gradmaalingsarbejdet, for hvis Udvikling hans Optræden blev epokegjørende. Ved den af *Schmidt* gennemførte Beregning blev Middelgraden saa at sige uforandret; derimod blev Fladtrykningen lidt større, nemlig $3\frac{1}{3}$.

En ny og meget vigtig Beregning blev fuldført 1841 af *Bessel*. Foruden det af *Schmidt* benyttede Materiale var der i Mellemtiden kommet 3 Maalinge til, nemlig den danske, den russiske og den østpreussiske.

Medens Sverig allerede 1801 havde foretaget en Revision af den af *Maupertius* maalte Bue i Lapland, begyndte man i Danmark⁴⁾ først 1816 paa det egentlige Gradmaalingsarbejde. *Bugge* havde dog allerede 1787 paatænkt at benytte de i Anledning af Landets Opmaaling 1765 af Videnskabernes Selskab paabegyndte Triangulationsarbejder til en dansk Gradmaaling. Han opgav dog atter Planen, vistnok fordi han indsaa, at den Nøjagtighed, hvormed Triangulationen var udført, ikke var tilstrækkelig nøjagtig til derpaa at støtte en Gradmaaling. Under de forviklede Forhold i Begyndelsen af det 19. Aarhundrede blev dette Foretagende yderligere udskudt. Efter Kielerfreden blev Gradmaalingsarbejdet atter taget op til Overvejelse, og, trods Statsbankerot'en, stillede Kongen meget betydelige Pengemidler til Raadighed for Foretagendet. 1816 blev *Schumacher* stillet i Spidsen for

¹⁾ *Walbeck*: Dissertatio de forma et Magnitudine telluris ex dimensionibus arcus meridiani definiendis. Abo 1819.

²⁾ Fremgangsmaaden er fremstillet i *Schmidt*: Lehrbuch der mathematischen Geographie. I. Th. Göttingen 1829.

³⁾ *Gauss*: Nachrichten von der hannoverschen Gradmessung. [Bodes astr. Jahrb. 1826].

⁴⁾ *Andræ*: Den danske Gradmaaling I. Kjøbenhavn 1867.

Arbejdet. Man forkastede de tidligere Triangulationer og udkastede en hel ny Plan for Arbejdet. Efter denne skulde der fores en Række Hovedtriangler langs Meridianen fra Skagen til Lauenburg; denne skulde atter skæres af en anden fra Kjøbenhavn langs dennes Parallel til Jyllands Vestkyst. Disse to Triangelrækker vilde tilsammen danne et Kors, hvori dog den vestlige Arm var kortere end de andre 3. Endvidere skulde der for Kontrollens Skyld maales 3 Grundlinjer ved Enden af de 3 lange Korsarme (Skagen, Altona, Kjøbenhavn). I de samme 3 Punkter samt et Sted i Midten af Meridianrækken agtedes udført Bredebestemmelser, ligesom det endvidere var paatænkt ved Benyttelsen af Ildsignaler at bestemme Længdedifferensen mellem Kjøbenhavn og Jyllands Vestkyst. I Aarene 1817—24 arbejdedes nu ganske efter denne Plan. Vinkelmaalingen i Trekantthjørnerne udførtes efter Repetitionsmetoden og var fuldført mellem Lauenburg og Lysabill paa Als 1823. Alle de paatænkte Bredebestemmelser samt en Bredebestemmelse ved Frederiksværk blev udført ved Hjælp af den Ramsdenske Zenitsektor¹⁾, Datidens fortrinligste Instrument. 1820—21 udmaales den sydlige Basis (e. 6 Km.) ved Braak (nord for Altona) med et af Schumacher²⁾ udtænkt Instrument. Dermed var Buen Lauenburg—Lysabill udmaalt, og det er kun denne Del, der har en Udstrækning af $1\frac{1}{2}^{\circ}$, som kunde benyttes af Bessel.

Senere er Gradmaalarbejdet ført videre og omfatter nu Meridianen fra Skagen videre mod Syd. Forøvrigt er Gradmaalingens Historie, alle Operationer og Beregninger saavel som Gradmaalingens Teori nedlagt i det monumentale Værk af *Andræ*: Den danske Gradmaaling. De vigtigste Resultater af Gradmaalingens senere Arbejder findes publiceret af *Zachariae* i Videnskabernes Selskabs Oversigter, saaledes Relative Pendulmaalingen i Kjøbenhavn og paa Bornholm med Tilknytning til Wien og Potsdam, med Anhang *E. C. Rasmussen*: Fremgangsmaaden ved Pendulmaalingen, 1897.

Af den store russiske Maaling³⁾ (1817—55), der ledes af *Wilhelm Struve*, og som strakte sig fra Fuglenæs (nord for Hammerfest) $70^{\circ}40'$ langs Dorpats Meridian til Staro—Nekrassovka (øst for Ismail ved

Donaumundingen) $45^{\circ}20'$, blev der udført en Maaling paa 8° fra Øen Hogland i den finske Bugt til Belin⁴⁾. Hele Meridianbuen, der havde en Udstrækning af $25^{\circ}20'$, blev først færdigmaalt 1855. Trekantnettet bestod af 258 Trekanter, hvortil kom Tilknytningen af 10 Grundlinjer. Endelig blev der foretaget Bredebestemmelser i 13 Triangelpunkter, hvorved hele Meridianen blev delt i 12 Dele.

Den øst-preussiske Gradmaaling (1831—34), der ledes af Bessel og den senere bekendte *Baeyer*⁵⁾, omfattede en Bue fra Memel til Trunz paa $1\frac{1}{2}^{\circ}$. Bl. a. har denne Maaling faaet Betydning ved, at den tidligere benyttede Repetition blev erstattet med Satsmaaling, der ansaas for den nøjagtigste, indtil *Schreiber* i 70erne indførte en noget ændret Fremgangsmaade.

Efter først kritisk at have gennemgaaet det Materiale, der forelaa, udvalgte Bessel følgende 10 Maalinger⁶⁾:

1. Den peruanske 1735—44, 2. 1ste for-indiske 1802—5, 3. 2den for-indiske 1802—43, 4. franske 1792—1806, 5. engelske 1800—1802, 6. hannoverske 1821—24, 7. danske 1816—23, 8. øst-preussiske 1831—34, 9. russiske 1816—27 og 10. svenske 1801—3.

Bessel⁴⁾ fandt, at Middelgraden (90de Delen af en Meridiankvadrant) var 111.1206 km. med en sandsynlig Fejl⁵⁾ af ± 0.0037 km. og $a = \frac{1}{299.153 \pm 3.148}$ samt $a = 6377.397$ km. og $b = 6353.079$ km. Uagtet der senere er fremkommet Beregninger, som tyde paa, at de Bessel'ske Elementer ere for smaa, benyttes de endnu i de fleste Lande, da *Encke* i Astr. Jahrb. 1852 udgav Tavler over Størrelser, der hvile paa Bessels Beregninger. Hvormeget man skal gøre Middelgraden større, er endnu ikke sikkert; derimod mener *Helmert*, at man for a (Formen) kan blive staaende ved

¹⁾ Instrumentet var af den engelske Regering stillet til Gradmaalingens Disposition. Schumacher maatte selv personlig afhente det. Senere laante Gauss det ved den hannoverske Gradmaaling.

²⁾ *Schumacher*: Nachricht über den Apparat, der 1820 zur Messung der Basis bei Braak diente. Altona 1821.

³⁾ *F. G. W. Struve*: Arc du méridien de $25^{\circ}20'$ entre le Danube et la mer glaciale, mesuré depuis 1816 jusqu'en 1855. St. Petersb. I. 1860. II. 1857.

⁴⁾ Id.: Beschreibung der Breitengradmessung in der Ostseeprovinzen Russlands. Dorpat 1831.

⁵⁾ Die Gradmessung in Ostpreussen, ausgeführt von Bessel und Baeyer. Berlin 1838.

⁶⁾ *Baeyer*: Über den gegenwärtigen Stand der Gradmessung. [Geogr. Jahrb. I].

⁷⁾ Bessel havde fuldført Beregningen 1837; men da *Puisant* (i Comptes rendus 1841) havde eftervist en Fejl paa 132 m. paa Buen Barcelona—Formentera, rettede Bessel sin første Beregning; det nye Resultat blev offentliggjort i Astr. Nachr. No. 438.

⁸⁾ Den sandsynlige Fejl er en Størrelse af den Beskaffenhed, at den virkelige Fejl, som selvfølgelig ikke kjendes, med lige Sandsynlighed kan være mindre eller større end hin.

$\frac{1}{237}$, da dette angiver Forholdet mellem Centrifugalkraften og Tyngdekraften ved Æquator og ogsaa passer godt med Pendulforsøgene.

Senere (1858) har *Clarke* bestemt Jordens Form og Størrelse; han fandt $a = 6378.207$ km. og $a = \frac{1}{237}$. 1880 foretog han en ny Beregning, hvorved a blev 6378.249 km. og $a = \frac{1}{237.5}$. I England benyttedes tidligere en af *Airy* udført Beregning.

Ved alle disse Udjævninger viste det sig, at ogsaa Sfæroiden kun kan være en Tilnærmelse til Jordens virkelige Form. Dette træder allerede frem paa en mindre Strækning. Saa snart der nemlig, som f. Ex. her i Danmark, er foretaget flere astronomiske Bestemmelser end nødvendigt, maa der, hvilken Form og Størrelse man end giver Sfæroiden, tillægges Maalingerne Rettelser, der langt overgaa deres virkelige Fejl, for at faa dem til at passe til Sfæroideformen. Da denne Iagttagelse er gjort overalt, hvor Maalingerne have haft den fornødne Finhed, er dermed bevist, at den matematiske Jordoverflade gennemgaaende afviger noget fra Sfæroiden. Det er netop en af *Andræ's* mange Fortjenester først at have paavist, at disse Korrektioner, som man altsaa maa tillægge Maalingerne, uagtet de ikke ere Observationsfejl, dog følge den almindelige Fejlløve, eller med andre Ord, at de ere at betragte som tilfældige Afvigelser fra en bestemt Norm, og denne Norm svarer til Sfæroiden, som derfor fordelagtigst gjøres til den Flade, hvortil Observationerne reduceres, og den virkelige Niveauflade bedst henføres. *Helmert* har for denne Sfæroide indført Betegnelsen Referensellipsoide.

For at faa Maalingerne til at passe bedre har man forsøgt at henføre Maalingerne til en 3-axet Ellipsoide (*Schubert, Clarke*), eller ogsaa til et Rotationslegeme, hvor Meridiansnittet ikke var en Ellipse (*Bowditch, Clarke, Paucker, Ritter*). Endelig forsøgte *Fergola* at gaa ud fra en Rotationsfæroide med en i Forhold til Jordaxen skjævt liggende Rotationsaxe. Resultatet af alle disse Bestræbelser maa imidlertid betegnes som et negativt; thi for det første er det ikke herved lykkedes at tilvejebringe bedre Overensstemmelser mellem Maalingerne, og for det andet har man ikke kunnet bestemme Elementerne af en saadan Grundform med tilstrækkelig Sikkerhed. Alle disse Bestræbelser ere derfor nu opgivne.

Allerede længe før *Bessels* Tid havde man tvivlet om Jordens nøjagtige Sfæroideform, og var Jorden overhovedet ingen Omdrejningsellipsoide, kunde Bredegradmaalinger alene ikke strække til til en Bestemmelse af Jordoverfladens Form; der maatte ogsaa foretages Længdegradmaalinger. Disse kunde imidlertid

ikke faa nogen videre Betydning, før Telegrafene var opfundne. I de senere Tider er det ved Telegrafens Hjælp lykkedes at faa Længdebestemmelser, der tilsyneladende ikke staa tilbage for Bredebestemmelserne. For at give en Forestilling om Nøjagtigheden kan anføres, at de Bredebestemmelser, der ere udførte efter *Horrebouws* Metode her i Danmark, vise en sandsynlig Fejl af højst 0".06, hvortil svarer en Udstrækning paa Jorden af c. 2 m.

Den første Længdegradmaaling af nogen videnskabelig Værd¹⁾ blev sat i Gang paa Laplace's Tilskyndelse (1811—25). Den strakte sig fra Girondemundingen (Marenes) til Fiume (Udstrækning c. 13^o) og følger altsaa den 45de Parallel. Da Telegrafene endnu ikke var opfundne, udførtes Længdebestemmelsen ved Hjælp af Lyssignaler. Man kom til det Resultat, at der maatte være nogen Afvigelse fra Sfæroideformen. Foreøvrigt ansaa *Bessel* den ikke for nøjagtig nok til at kunne tages med ved hans Beregning af Jordens Form og Størrelse.

1857 lagde *W. Struve* Planen til en stor Længdegradmaaling paa den 52de Parallel, og som skulde strække sig mod Øst helt til Orskaja. Før den Tid havde *Airy* foretaget en Længdegradmaaling fra Øen Valentia ved Irlands Vestkyst til Greenwich. Senere blev den engelske Bue forlænget til Bjærgt Kimmel i Belgien²⁾. Disse to Buer, den engelske og den russiske, blev senere af den mellemeuropæiske Gradmaaling satte i Forbindelse med hinanden. Hele Længdebuen fra Valentia til Orskaja beløber sig til 69^o eller maalt paa den 52^o Parallel til 4741 km.

For at det store Materiale, der allerede var samlet, kunde blive bearbejdet og sammenlignet, saaledes at man i det mindste for Mellemeuropas Vedkommende kunde komme paa det rene med, om Jorden passede til den sfæroidiske Hypotese eller ikke, og hvori Afvigelserne bestod, foreslog *Baeyer* en Sammenslutning af de mellemeuropæiske Stater her taget i udvidet Betydning, idet Grænserne dannedes af Parallelerne gennem Kristiania og Palermo og Meridianerne gennem Bonn og Elbing, hvortil dog knyttedes enkelte Punkter udenfor. 1862 tilsagde alle de paagjældende Stater deres Bistand, og saaledes var den „mellemeuropæiske Gradmaaling“ konstitueret. I Oktober 1867 gik denne

¹⁾ Paa Paris' Parallel blev der 1733—34 udført en Længdegradmaaling.

²⁾ *James*: Extension of the triangulation of the Ordnance Survey into France and Belgium with the measurement of an arc of parallel in latitude 52° N. from Valentia in Ireland to mount Kimmel in Belgium. London 1863.

Institution, efter at de fleste civiliserede Stater i Europa havde sluttet sig til den, over til en „europæisk Gradmaaling“ for endelig 1886 at ende som en „international Jordmaaling.“ Denne har Centralbureau i Potsdam og modtager siden 1887 Bidrag beregnet efter Folkemængden af hvert af de deltagende Lande, hvis Regeringer udnævne Repræsentanter, der med visse Mellemlum samles til Drøftelse af de herhen hørende Æmner, medens iøvrigt hvert Land arbejder uafhængigt.

Her i Europa (Fig. 5) findes der for Tiden 3 Meridianbuer, nemlig en fra Shetlandsøerne til Atlasbjergene (syd for Oran paa $32\frac{1}{2}^{\circ}$ N.) en anden fra Skagen til Tunis (syd for Gabes paa 33° N.) og en tredje i Rusland (projekteret at strække sig til Kreta). Af Parallelbuer er der kun to nemlig Valentia—Orskaja og den mindre Marennes—Fiume. I Nord-Amerika (Fig. 6) blev Planen til Gradmaalingsarbejdet allerede lagt 1807, men først

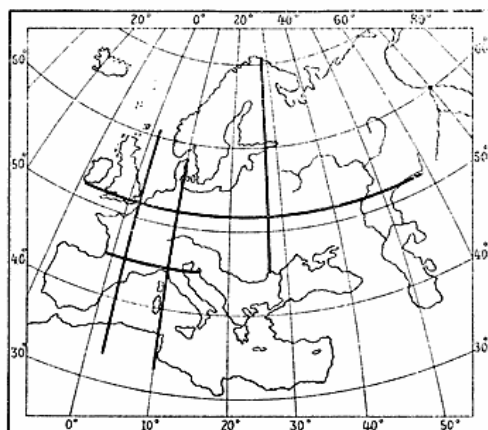


Fig. 5.
Europa.
Bonnes Projektion. Maalestok 1:90 Mill.

fra 1832 begyndte selve Arbejdet i Marken. Der er foruden Asimutalbuen Maine—Alabama (22°) udnaalt en Parallelbue paa 49° N. fra Atlanterhavet til det store Hav under den 39. Parallel; endvidere er der projekteret en Meridianbue paa 55° fra den mexicanske Havbugt til Polarhavet (Fig. 6). I Syd-Amerika er der i Aarene 1859—67 under Pissis¹⁾ blevet foretaget en Gradmaaling i Chile af en Meridianbue paa 10° . Meridiangraden blev funden at være $g = 110.877$ km.; til Sammenligning kan anføres, at Maclear i Syd-Afrika paa samme Brede fandt $g = 111.018$ km. Forøvrigt kan det anføres, at Pissis maalte 5 korte

¹⁾ Le Globe, organe de la soc. de Géogr. de Genève. 1867.

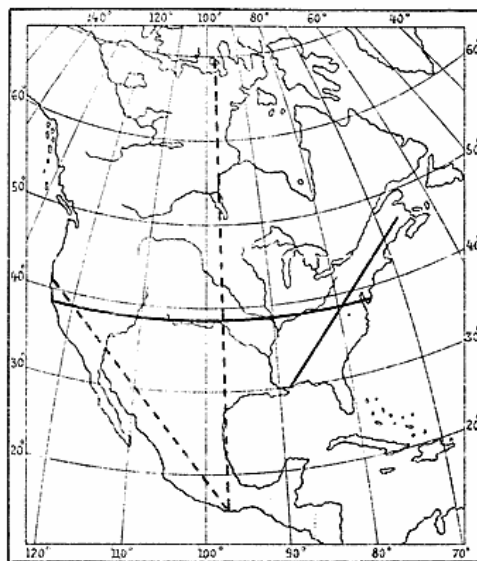


Fig. 6.
Nord-Amerika.
Bonnes Projektion. Maalestok 1:90 Mill.

(c. $\frac{1}{2}$ km.) Grundlinjer. Foruden Gradmaalingen i Chile er der i den nyeste Tid blevet projekteret et omfattende Gradmaalingsarbejde i Brasilien. I Syd-Afrika udførte Lacaille en Gradmaaling fra Kap Town til Klyp Fontein (Udstr. $1^{\circ}2'$). For Middelbredden $\div 33^{\circ}18'$ fandtes $g = 111.221$ km., altsaa for stor. I Midten af dette Aarhundrede foretog Maclear²⁾ en Revision og fik et noget mindre Resultat, men dog stadig noget for stort. Han forlængede Lacailles Bue til det tredobbelte og fandt for Middelbredden — $32^{\circ}9'$ $g = 111.018$ km. Maalingerne i Forindien ere tidligere omtalte.

Pendulmaaling.

Som omtalt i Indledningen, kan Jordsfæroidens Form, men ikke dens Størrelse, ogsaa findes ved Pendulmaaling, der ere lettere at anstille og navnlig have den Fordel fremfor Gradmaalingens rent geometriske Fremgangsmaade, at de ogsaa kunne udstrækkes til oceaniske Øer, hvorimod man endnu ikke har fundet noget Middel til at udføre dem over selve Havet. Gradmaalingen kan derimod kun finde Sted over sammenhængende Landmasser og kystnære Øer. Da nu

¹⁾ Lacaille: Observations sur la mesure du 34^{me} degré de la latitude australe au Cap de bonne espérance. [Mém. Par. 1751].

²⁾ Maclear: Verification and extension of Lacailles Arc of meridian at Cape of Good Hope. London I.—II. 1886.

Landet kun udgjør c. $\frac{3}{11}$ af Jordoverfladen, vil en Bestemmelse, der beror paa Gradmaaling, nødvendigvis blive daarligere end en, der beror paa Pendulmaaling, naturligvis forudsat at man har et tilstrækkeligt Antal Maalinger.

Allerede forlængst er der, efter Newtons og Huygens Arbejder blevet foretaget Pendulmaaling, men da man til at begynde med ikke havde nogen simpel Relation mellem Aplatissementet og Tyngdekraftens Tilvæxt mod Polerne, fik de tidligere Maalinger ingen Betydning. Først da Clairaut¹⁾ (1743; egentlig allerede 1737) opstillede en saadan, fik man et nemt Middel til at bestemme α . Det Clairaut'ske Teorem udtrykkes ved følgende Formel:

$$\alpha + \frac{g_{90} - g_0}{g_0} = \frac{5}{2} \cdot \frac{f_0}{g_0}, \text{ hvor } \alpha \text{ er Aplatissementet, } g_{90} \text{ og } g_0 \text{ Tyngdens Acceleration henholdsvis ved Polen og ved } \text{\AA} \text{quator og } f_0 \text{ Centrifugalkraftens Størrelse ved } \text{\AA} \text{quator. Ganske vist fremstiller det Clairautske Teorem ingen Naturlov, men en Tilnærmelse dertil. Helmert har vist, at man kan drive Tilnærmelsen saa vidt, man ønsker, men i saa Fald bliver Formlen kompliceret.}$$

Den første mere omfattende Pendulmaaling blev foretaget af Bouguer og Condamine i Peru; den blev i Løbet af Aarhundredet ført videre af andre, saaledes, at Laplace havde et ret betydeligt Materiale, da han ad den Vej bestemte α ²⁾. Senere er der blevet foretaget en Mængde Maalinger. Af disse synes det at fremgaa at $g_0 = 9781$ mm. og $g_{90} = 8932$ mm. f_0 kan sættes til c. 34 mm. Indsættes disse Værdier i ovenstaaende Formel, faas

$$\alpha = \frac{1}{288,5}$$

Selv om der endnu langt fra foreligger et tilstrækkeligt Antal Maalinger, saa ere de dog tilstrækkelige til at forstærke Sandsynligheden for, at man i Sferoiden har en god Tilnærmelse til Jordens virkelige Form. Alle Maalingerne vise, at Formen falder saa nær sammen med Sferoiden, at Afvigelserne ere Brøkdele af Radius vector multipliceret med Kvadratet paa Aplatissementet, og at Jorden hverken er en 3-axet Ellipsoide eller frembyder kjendelig Forskjel mellem den nordlige og sydlige Halvkugle. De tilstedeværende Afvigelser lade sig forklare ved Uregelmæssigheder i For-

delingen af Masserne i Jordskorpen. Endnu behøver man ikke at ty til en uregelmæssig Fordeling af Masserne i det Indre. Afvigelserne kunne enten være lokale eller kontinentale (?). I første Tilfælde skyldes de den lokale Terrænform, at der ligger Masser i Jordskorpen af større eller mindre Tæthed end normalt. De formodede kontinentale Afvigelser fremkaldes af Modsætningen mellem Kontinenter og Have.

Tredje Periode: Geoiden.

Som omtalt, var man allerede for Bessels Tid kommet under Vejr med, at Jorden i det enkelte afveg fra Sferoiden. Endog i det 18. Aarh. mente Lacaille at have paavist, at den sydlige Halvkugle ikke passede til den nordlige. For det meste tilskrev man Afvigelserne Observationernes Unojagtighed, eller ogsaa antog man, at de vare af en ren lokal Oprindelse. Hvem der egentlig har Æren for først at have paavist, at Jorden ikke kan være nogen Sferoide, er vanskeligt at sige, men det synes, som om Listing (1872) er den, der først skarpt har formuleret dette¹⁾. Før den Tid havde dog Fischer²⁾ (1868) vist, at man ikke kunde blive staaende ved Sferoiden, og at det vilde være haabløst at bestemme Jordens Form og Størrelse ved et ringe Antal Maalinger.

Efter denne nye Opfattelse er Jorden et hydrostatisk Ligevægtslegeme; man kan betragte Jordskorpen som svømmende paa den letforskydelige Magma. Naar Jorden er en Ligevægtsfigur, kun paavirket af Tyngdekraften (Tiltrækningen mellem Massedelene) og Centrifugalkraften, kan den ikke være nogen Sferoide. For at den skulde være det, maatte der ingen Ujævnheder være paa Jordens Overflade, og Masserne maatte være ensartet fordelte i Skorpen. Ingen af Delene finder Sted, og følgelig ville Vertikalerne afvige noget fra Sferoidenormalerne. Den paa Vertikalerne vinkelrette Niveauflade, Geoiden, vil altsaa, naar man giver den samme Centrum og Polaraxe som Sferoiden, afvige fra denne ved utallige større og mindre bølgeformede Forhøjninger og Fordybninger, uden at man dog nogensinde maa tænke sig Geoidens Krumning vendt indad (se Fig. 7).

Angaaende Størrelsen og Beliggenheden af Afvigelserne har der hersket forskellige Anskuelser. Som det synes, er der større Afvigelser langs Parallelerne end langs Meridianerne. Oprindeligt forestillede man

¹⁾ Clairaut: *Investigationes aliquot, ex quibus probatur, terrae figuram ad ellipsin accedere debere.* Phil. Trans. 1737] — id.: *Théorie de la figure de la terre.* Paris. 1743.

²⁾ Laplace: *Mécanique céleste.* II. p. 146.

¹⁾ Listing: *Ueber unsere jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde.* Göttingen 1872.

²⁾ Fischer: *Untersuchungen über die Gestalt der Erde.* Darmstadt, 1868.

sig Afvigelse som ret betydelige: 1000 m. og derover, og samtidig antog man, at Havets Niveauflade hævede sig op over Sferoiden; over Land og sænkede sig under denne i Verdenshavene, idet man ganske jævnførte Kontinenterne med Bjerge og helt saa bort

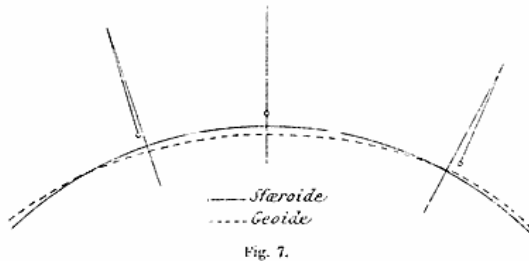


Fig. 7.

fra Massefordelingen i det Indre. Geoiden vil altsaa gengive Kontinenternes Højder og Havens Dybder i en meget formindsket Maalestok. Denne Anskuelse er dog atter for en Del opgiven¹⁾. Nu antager man, at Afvigelse er forholdsvis smaa: 10 m. eller i det højeste nogle faa Dekametre, og ligeledes ere de fleste nu komne bort fra de kontinentale Bølger, idet det synes, som der under Havet er ophobet større Masser end under Kontinenterne. Navnlige har Pratt²⁾ stærkt hævdet det, og senere har Andrae hældet til den samme Anskuelse.

Bestemmelsen af Geoiden σ : dennes Afvigelse fra Referensellipsoiden er en meget omfattende og meget vanskelig Opgave, der endnu næppe er rigtig begyndt. Det bedste Middel, der staar til vor Raadighed, er at bestemme Lodafvigelsen σ : Vinklen mellem Sferoidenormalen og Vertikalen i saa mange Punkter som muligt. Denne Fremgangsmaade er af Helmert betegnet som et astronomisk Nivellement. Kjender man nemlig Lodafvigelsen saavel i Størrelse som i Retning, vil ogsaa Tyngderetningen være bestemt og dermed Retningen og Stigningen af den Flade, som normalt gennemskærer alle disse Tyngderetninger; denne Flade er en Niveauflade, og naar den tillige vælges i Havets Middelhøjde, vil den netop være Geoidfladen. Da vi i Virkeligheden ikke kjende Referensfladen (Sferoiden), kunde det synes ørkesløst at prøve paa at bestemme Geoiden. Det viser sig imidlertid, at Valget af Referensellipsoiden (Sferoiden) ikke faar nogen Indflydelse

¹⁾ I geografiske Lærebøger opretholdes dog fremdeles denne Anskuelse, ligesom man ogsaa undertiden sammenligner Jorden med en Kartoffel; det gaar dog ikke an.

²⁾ Pratt: On the deflection of the plumb-line in India, caused by the attraction of the Himalaya mountains. [Phil. Trans. CXLIX, CXLIX, CLXI].

paa Lodafvigelse-nes Karakter, men den vælges aabenbart fordelagtigst saaledes, at Forhøjningerne og Fordybningerne æquivalere hinanden (altsaa saaledes, at Sferoiden har samme Rumfang som Geoiden) og saaledes, at Lodafvigelserne blive et Minimum.

Direkte kan man ikke bestemme Lodafvigelsens Størrelse og Retning, men derimod kan man bestemme dens Projektioners Størrelse paa to paa hinanden vinkelrette Planer, Meridianplanet og

Perpendikulerplanet. Lodafvigelsen i Meridianplanet findes som Forskjellen mellem den beregnede sferoidiske og den observerede astronomiske Brede. Lad os sætte, at vi have to Punkter *A* og *B* paa samme Meridian omtrent under 51° N., og at vi ved de geodetiske Operationer have fundet, at deres Afstand var 58682 m. I Buemaal findes Afstandene af

$$\frac{58682}{111245} = \frac{x}{60''}, \quad x = 1899'' = 31'39'',$$

hvilket altsaa er den beregnede sferoidiske Bredeforskjel. Findes den astronomiske Bredeforskjel at være 31'26'', saa er der en Lodafvigelse paa 13'', uden at man dog ved noget om, hvorledes denne fordeler sig paa de to Punkter. Havde man ved tidligere Bestemmelser fundet, at der i Punktet *A* ingen Lodafvigelse var, maatte hele Lodafvigelsen falde paa *B*.

Saa simpelt som her ville Forholdene i Reglen ikke være; der vil naturligvis ogsaa i Reglen være en Afvigelse til Siden for Meridianen. Denne den perpendikulære Del af Lodafvigelsen kan bestemmes ganske paa tilsvarende Maade som Meridianafvigelsen, nemlig som Forskjellen mellem den beregnede sferoidiske Længdeforskjel og den observerede astronomiske. Kjen-

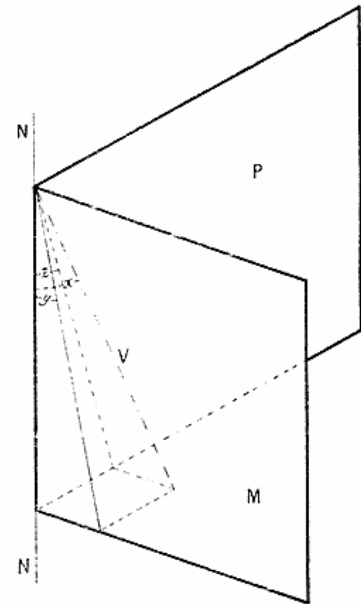


Fig. 8.

- P Perpendikulerplan.
- M Meridianplan.
- V Vertikal.
- X Normal.
- Y Lodafvigelsen.
- Z Lodafvigelsen i Meridianplanet.
- Z Lodafvigelsen i Perpendikulerplanet.

der man den perpendikulære Del af Lodafvigelsen i *A*, ved man altsaa nu, hvor stor den er i *B*.

Af disse to Lodafvigelser ka: man beregne den sande Lodafvigelses Størrelse og Retning, og dermed er den Vinkel bestemt, under hvilken Geoidefladen hæver sig op over eller sænker sig ned under Sfæroidefladen.

Antallet af Bestemmelser af Lodafvigelser voxer stadig stærkt, men er naturligvis endnu langt fra tilstrækkeligt til en blot nogenlunde god Bestemmelse af Jordens Form og Størrelse. For at dette kan være muligt, udkræves et temmelig tæt Næt af Lodafvigelser. Da Bredebestemmelserne lade sig udføre ret hurtigt, foreslaar Helmert¹⁾ at udføre saa mange af disse som muligt langs Meridianerne og af Længde- og Asinutbestemmelser kun saa mange, som ere nødvendige for at sikre Forbindelsen mellem Meridianprofilerne.

Da Geoiden ikke er noget matematisk Legeme, er det unyttigt at forsøge paa at fremstille dens Ligning, thi selv om vi formaaede at beregne de 3 Koordinater for et hvert Punkt af Geoiden, maatte man

¹⁾ Verh. d. XI. allg. Konf. in Berlin. Berlin, 1896. II. p. 191.

dog have en matematisk Flade at henføre den til for at kunne anskueliggjøre os dens Forløb.

Geoiden kan fremstilles ganske efter samme Princip som det, hvorved Terrænet fremstilles paa topografiske Kort, nemlig ved æquidistante Horisontalkurver. Dette er man i Stand til at gjøre, naar man kjender Geoidefladens Heldning med Sfæroidefladen, og denne kan, som vi have set, bestemmes. Æren for først at have udtænkt og delvis gennemført denne Metode tilfalder Andræ, idet han har fremstillet Geoiden for Harzegnens Vedkommende, hvor der da allerede forelaa et betydeligt Antal Lodafvigelser. (Se den danske Gradmaaling 4. Bind Note III: Geoiden for Egnen om Harzen og Thüringerwald).

Følgende Arbejder, der flere Steder ere benyttede, ved den egentlige geodætiske Fremstilling, ere ikke citerede paa hvert enkelt Sted:

Andræ: Den danske Gradmaaling. I.—IV. 1867—84.

Helmert: Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodæsi. I., 1881; II., 1884.

Sand: Gradmaaling. [Vor Kultur]. Manuskript.

Zachariae: De geodætiske Hovedpunkter og deres Koordinater. 1876. ib.: Bemærkninger om Gradmaaling, og dens Formaal og Opgaver. [Oversigt: Vid. Selsk. Forhandl. 1894. p. 1].

Søopmaalingen under Island og Færøerne.

Af Kaptajn i Flaaden R. Hammer.

Den meget betydelige Trafik, som i de senere Aar har udviklet sig paa Islands Kyster, har gjort det paatrængende nødvendigt endelig engang at tage alvorligt fat paa at udarbejde Søkort over Island med Omgivelser. Indtil for en Menneskealder siden indskrænkede Posttrafikken paa dette vort nordlige Biland sig til et enkelt Dampskib, som i Sommermaanederne vedligeholdte en tarvelig Forbindelse imellem Øen og Moderlandet. Foruden af dette Dampskib besejledes Øen næsten udelukkende af mindre Sejlskibe, som tilhørte de enkelte, større islandske Kjøbmænd, og hvis Førere efter mangeaarig Erfaring vare saa lokalt kjendte paa de Pladser, som de besejlede, at de ikke savnede Manglen af nøjagtige Søkort. Men Forholdene have i denne korte Tid udviklet sig med en rivende Hurtighed. For Tiden besejles Island af ni Postdampskibe, som gaa i regelmæssig Fart; de fleste sejle saa vel Sommer som Vinter og skulle frem, hvad enten det

er Nat eller Dag, Taage eller klart, og desuden færdes her en Mængde Fragtdampere, Hvalfangere og et overordentlig stort Antal Fiskedampere og Sejl-Fiskefartøjer. Alle disse Skibes Førere have i det Væsentlige ikke andre Hjælpeskilder til den ofte vanskelige og farefulde Sejlads under disse Kyster end nogle maadelige Søkort, som i Begyndelsen af dette Aarhundrede udarbejdedes paa Grundlag af de dengang med tarvelige Instrumenter udarbejdede Landkort over Øen, supplerede ved enkelte hist og her i Tidernes Løb spredte Lodskud, som langt fra kunne give noget Billede af Bunden.

For at et Søkort kan siges at svare til Nutidens Krav, maa det ikke alene give et tro og paalideligt Billede af Kysten med de i Nærheden liggende Fjælde, Dalstrog, Øer, Huse, Fyr o. l., men det maa tillige give et fuldstændigt Billede af Bunden udenfor Kysterne, saa at ikke alene alle farlige Grunde og Undervandsskjær ere aflagte, men saaledes, at alle Ujævn-