

Nivellementer over Store Bælt.

Af Afdelingsgeodæt Henry Jensen.

1. Det trigonometriske Nivellement 1896—97.

Da Den Danske Gradmaaling i 1891 lod Normalhøjdepunktet i Aarhus Domkirke etablere, var det kun Meningen, at det skulde fikseres Nivellementsniveauet Vest for Store Bælt, og paa den Broncedør, der dækker den inddelte Sølvplade for profane Blikke, er da ogsaa indmejslet et Kort over Jylland og Fyn med indlagte Nivellementslinier.¹⁾ Det var Meningen, at der skulde etableres et tilsvarende Normalhøjdepunkt et eller andet Sted Øst for Store Bælt. Imidlertid ønskede man naturligvis at sammenknytte disse to Normalhøjdepunkter saa godt som muligt, og man foretog derfor i 1896—97 et Nivellement over Bæltet.²⁾

Det Nivellement, der trækkes langs vore Veje, og som vil være de fleste bekendt, har den fagmæssige Betegnelse „geometrisk Nivellement“. Principet er i al sin Simpelhed det, at man sigter vandret ind mod to inddelte lodrette Maalestokke — Lægter eller Stadier kaldes de—paa hvilke man da aflæser Sigtelinien Højde over Lægtens Fodpunkt. Forudsat at de to Lægter er ens inddelt og at Sigtet virkelig er vandret, er øjensynlig Højdeforskellen mellem de to Punkter, paa hvilke Lægterne staar, lig med Forskellen mellem de to Aflæsninger. Har man paa denne Maade faaet bestemt Højdeforskellen mellem Punkterne A og B, kan man gaa videre til en ny Opstilling og bestemme Højdeforskellen mellem Punkterne B og C og saaledes videre saa langt man

¹⁾ Den Danske Gradmaaling, Ny Række, Hefte Nr. 9. Vandstandsmaalingen. Normalhøjdepunktet for Danmark, Sammenligning af prøjssiske og svenske Nivellements-koter med danske, m. m. Udgivet af Generalmajor V. H. O. Madsen. Bearbejdet af Oberstløjtnant N. M. Petersen. Kjøbenhavn 1912.

²⁾ Den Danske Gradmaaling, Ny Række, Hefte Nr. 4. Nivellement over bredere Vandarealer. Udgivet af den danske Gradmaaling efter afdøde General Zachariaes Manuskript. Kjøbenhavn 1909.

ønsker det. Paa denne Maade er der nivelleret adskillige Tusinde Kilometer her i Landet.

Af tekniske Grunde er Sigtevidden ret begrænset, varierende fra ca. 50 m ved Præcisionsmaaling til nogle Hundrede Meter ved de grovere Nivellementer. Betingelsen for paa denne Maade at bestemme Højdeforskellen mellem to Punkter, der ligger langt fra hinanden, er da den, at man kan indskyde saa mange Mellempunkter og Opstillingssteder for Instrumentet, at Sigtevidderne bliver tilstrækkelig korte til, at Lægteaflysningerne kan finde Sted med fornøden Sikkerhed. Metoden svigter altsaa ved et Vandareal af Store Bælts Bredde. Der maa man gribe til det saakaldte „trigonometriske Nivellement“. Ved denne Metode indstiller man et punktformet Objekt. Hele Aflæsningen er henlagt til Instrumentet. Det man maaler er Hældningsvinklen for Sigtelinien fra Instrument til Objekt. Er der Tale om stærkt hældende Sigter, sker Aflæsningen paa en inddelt Kreds, er der derimod som her ved Store Bælt Tale om meget flade Sigter, kan Aflæsningen ske med Okularmikrometer, begge Aflæsningsmetoder naturligvis i Forbindelse med en Libelle. Har man ved en Triangulation bestemt Afstanden fra Instrumentet til Objektet, kan man nu paa Grundlag af den maalte Højdevinkel og ved at tage fornødent Hensyn til Jordkrumning og Refraktion beregne Instrumentets og Objektets indbyrdes Højdeforskel.

Der er imidlertid en enkelt Faktor, der spiller en uhyre generende Rolle ved Maalinger af denne Art. Det er den terrestriske Refraktion. Den er altid en Fejlkilde ved visuelle Maalinger i fri Luft, og dens Indflydelse vokser meget kraftigt med Afstanden, saadan at den ved Afstande saa store som ved Store Bælt-Nivellementerne er langt den overvejende Fejlaarsag. Det har man søgt at overvinde ved at variere Observationsbetingelserne d.v.s. man har observeret til forskellige Tider paa Dagen og til forskellige Aarstider, ligesom man har anlagt selve Observationsprogrammet saadan, at Refraktionsusikkerheden i videst muligt Omfang elimineres af Resultatet. Ved Store Bælt Nivellementet har man yderligere anvendt to væsensforskellige Observationsmetoder. For det første *den reciproke Metode*. Her maales der samtidig med to Instrumenter, der praktisk talt indstiller hinandens Objektiver. Man førte Nivellementet over Sprogø, maalte altsaa først fra Fyn til Sprogøs Vestende, førte dernæst et geometrisk Nivellement over Sprogø og endelig et reciprokt trigonometrisk Nivellement over fra Sprogø til Sjælland. Sigtevidden blev paa denne Maade ca. 8 km. Over Østrenden blev

Nivellementet ført ad to Linier, den ene beliggende 7 m højere end den anden. De trigonometriske Nivellementer blev udført September—Oktober 1896, medens Lokalnivellementet paa Sprogø allerede var foretaget i August. Ved den anden Metode, den saakaldte *Midtemetode*, har man benyttet sig af det Faktum, at det er muligt paa Sprogø at finde Stationer, der ligger nøjagtig lige langt fra Sigtestationerne paa Fyn og Sjælland. Man bruger kun eet Instrument, der opstilles paa Sprogøstationen. Sigtevidden bliver lidt større end før, ca. $8\frac{1}{2}$ km. Der blev maalt fra to forskellige Midtestationer, den ene beliggende 7 m højere end den anden. Maalingerne blev foretaget August—September 1896 og Juni, Juli og November 1897.

Vi behøver ikke i særlig Grad at fæstne os ved det Tal, der angiver Resultatet af Nivellementet. Det er jo kun Højdeforskellen mellem to i og for sig ganske uinteressante Nivellements-punkter. Men Resultatet er nedlagt i hele det System af Koter, som Den Danske Gradmaaling har publiceret. Oprindeligt benyttede man under Arbejdet en tysk Kote paa en Grænsebølt. Dette Kotesystem „flød“ nu ud over Landet — ogsaa over Store Bælt — og satte sine Spor i Koter for Middelvandstandene ved de danske selvregistrerende Vandstandsmaalere, der er anbragt i en halv Snøs Havne ved vore Kyster. Da man nu havde disse Vandstandskoter, blev hele Systemet „skubbet paa Plads“, saaledes at Middeltkoten for Vandstandene ved de danske Kyster blev Nul. Endelig fikserede man hele Systemet ved Angivelse af en Kote for Normalhøjdepunktet i Aarhus Domkirke. Vi kan altsaa sige, at Resultatet af det trigonometriske Nivellement over Store Bælt er nedlagt i Koteforskellen mellem hvilke som helst to Punkter paa hver sin Side af Bæltet, altsaa for Eksempel ved Koteforskellen mellem Nulpunkterne paa de to Vandstandsbrædder i Korsør og Slipshavn, et Faktum, som vi vil benytte os af i det følgende.

Hvad der i højere Grad end selve Nivellementets Sluttal kan paakalde Interessen er Usikkerheden paa Nivellementet. Den reciproke Metodes Resultat angives ved Tallet -1550.4 ± 10.9 mm/2, Midtemetodens ved -1530.8 ± 11.5 mm/2. Det vejede Middeltal heraf, -1543.4 , faar da en Middelfejl paa ± 8.7 mm/2, altsaa godt og vel 4 mm. Det maa siges at være et overmaade smukt Resultat af et Nivellement over mere end 16 km, et Resultat, der i Nøjagtighed svarer til, hvad et geometrisk Nivellement kunde have givet. Det er derfor forstaaeligt, at man i Gradmaalingen var tilfreds og besluttede sig til ved dette Ni-

vellement at knytte hele Landet sammen til en kotemæssig Enhed.

2. La Cours Kritik af Nøjagtighedsangivelsen.

Denne Opfattelse af det trigonometriske Nivellement som et saa overmaade smukt Arbejde blev imidlertid ikke staaende uimodsagt. Det var endda Gradmaalingen selv, der gav Stødet til, at der blev rejst Kritik mod Nivellementet. Den Danske Gradmaaling rettede nemlig en Forespørgsel til Meteorologisk Institut, om hvorvidt det vilde være muligt at bestemme, hvad Middelvandstanden ved de danske Vandstandsstationer vilde være, saafremt man eliminerede Indflydelsen paa Vandstandsforholdene af Vind, Lufttryk, Strøm, Temperaturforskelle o. lgn. Det var daværende Afdelingschef ved Meteorologisk Institut D. la Cour, der fik Opgaven til Løsning, og den Del af Arbejdet, der vedrører Vandstandsmaalingernes Henførelse til „Stille“, er saa vidt jeg ved fuldgod den Dag i Dag.

Men la Cour kom ogsaa ind paa andre Problemer, og derved bragtes han til at kritisere den Værdi for Middelfejlen, som Gradmaalingen havde angivet for Nivellementet over Store Bælt. La Cour henviser til, at Materialet er behæftet med saa afgørende systematiske Fejl, at det er utilladeligt at behandle det paa almindelig Maade ved Bestemmelse af Usikkerheden.

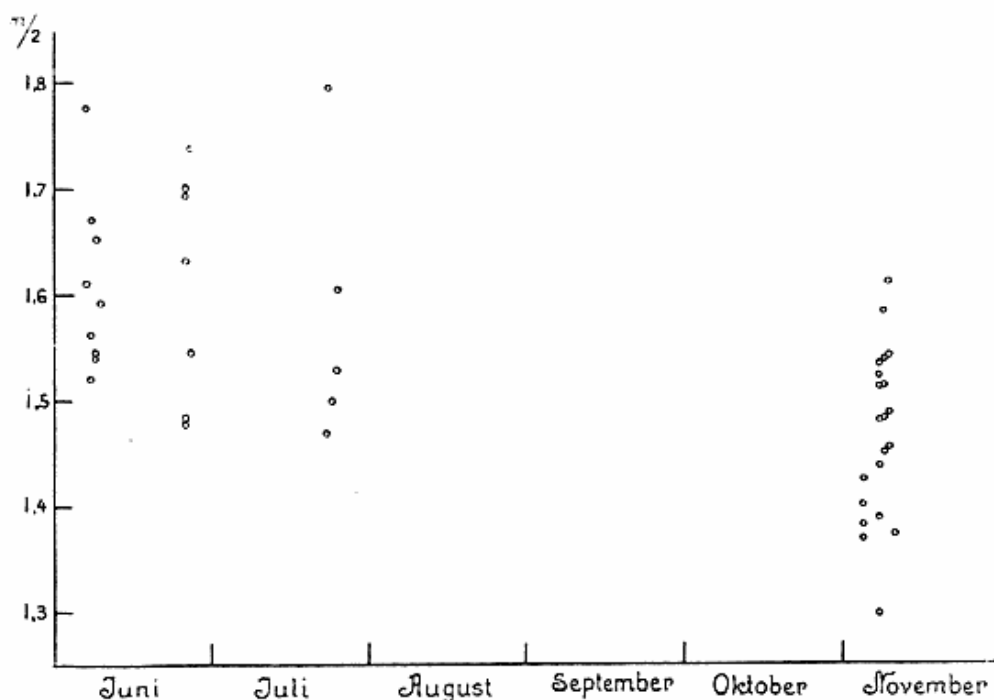


Fig. 1. Fordelingen af Enkeltresultaterne fra den høje Station paa Sprogø. Man ser, at Resultaterne i udpræget Grad samler sig om een Værdi for Sommermaalingerne og en anden for Efteraarsmaalingerne.

Hans Slutresultat er endda, at Materialet overhovedet ikke indeholder Momenter til Bestemmelse af Usikkerheden. Figur 1 anskueliggør la Cours Tanke. Figuren viser nogle Maalinger fra Midtemetoden, nemlig alle Observationsresultaterne fra den høje Station paa Sprogø. Tiden er Abscisse, det enkelte Observationsresultater Ordinat. Som man ser, falder Resultaterne i to naturlige Hovedgrupper, en Sommergruppe og en Efteraarsgruppe. Forskellen paa deres Middeltal er $133 \text{ mm}/2$, altsaa godt og vel $6\frac{1}{2} \text{ cm}$. Det er unægtelig meget, naar man betænker, at selve Hovedresultatet, der kun bygger paa fire Gange saa mange Maalinger som de her betragtede, er angivet med en Middelfejl paa kun 4 mm. Tilsvarende systematiske Forskydninger gør sig gældende i Maalingerne paa den lave Sprogøstation. Ogsaa de reciproke Maalinger viser efter la Cours Opfattelse systematiske Anomalier, men de blandes uløseligt med Instrumentfejlene. La Cour hævder da, at det er et Tilfælde, at de to Metoder giver saa smukt overensstemmende Resultater, og at man faar en absolut nedre Grænse for Usikkerheden ved at betragte de enkelte Grupperresultater som Enkelobservationer. Denne, den absolut mindste Værdi, Middelfejlen efter la Cours Opfattelse kan antage, er $32.7 \text{ mm}/2$, altsaa over 16 mm. Det er jo et betydeligt Spring fra de tidligere 4 mm.

3. La Cours Quasinivellement

La Cours Arbejde var imidlertid ikke af blot negativ Art. Naar han saa stærkt pointerede, at det trigonometriske Nivellement var mere usikkert end Gradmaalingen angav, var det for at stille et andet Nivellementsprincip i Relief, en Metode, som la Cour kaldte Quasinivellement. Principet er at anvende den faktiske Vandoverflade til Nivellement. Hvis der er Tale om en stillestaaende Vandmasse af ensartet Temperatur og som ikke er kruset af Bølger, er Problemet simpelt nok. Man kan sige, at det er en saadan Vandmasse, man kunstigt frembringer ved det hydrostatiske Nivellement. Men vil man bruge de direkte Vandstandsregistreringer, maa man tage Hensyn til visse Fejl-aarsager.

Lad os tænke os en Kugle, der med stor Hastighed rulles hen over Jordens Overflade. Lad os antage, at den startes ved Ækvator og i Startøjeblikket har Retning lige mod Nordpolen. Den har nu foruden sin nordgaaende Hastighed tillige en stor Hastighed mod Øst paa Grund af Jordens Rotation. Efterhaanden som Kuglen ruller mod Nord, kommer den til Steder, hvis

Hastighed mod Øst er mindre. Paa Grund af Inertiens Lov afbøjes den derfor mod Øst. Det er ikke svært at indse, at ethvert Legeme, der bevæger sig paa Jordens Overflade, vil faa en saadan Afbøjning. Reglen er den, at alle Bevægelser paa den nordlige Halvkugle afbøjes til højre, alle Bevægelser paa den sydlige Halvkugle til venstre. Man formulerer Reglen matematisk ved at sige, at et Legeme, der er i Bevægelse paa Jordens Overflade, er paavirket af en fiktiv Kraft, Corioliskraften, der afhænger af det Sted paa Jorden, hvor Legemet i Øjeblikket befinder sig, samt af Legemets Hastighed og Bevægelsens Retning. Kraftens Virkning er velkendt fra Passatvindene, der egentlig burde være rene Norden- og Søndenvinde, men som paa Grund af Corioliskraften er blevet til sydøstlige henholdsvis nordøstlige Vinde.

En Strøm i Store Bælt vil ogsaa være paavirket af en Corioliskraft, der vil søge at dreje Strømmen til højre. Det kan den ganske vist ikke, da Strømmen er spærret inde mellem Fyns og Sjællands Kyster, men Resultatet vil blive en Opstuvning af Vandet ved den ene Kyst. For Eksempel vil en nordgaaende Strøm gennem Bæltet bevirke en Opstuvning af Vandet ved Korsør. Vandstigningen udtrykkes ved

$$x = \frac{2\omega \cdot s \cdot \sin\varphi}{g} \cdot b,$$

hvor ω er Jordrotationens Vinkelhastighed, s Strømmens Hastighed, φ den geografiske Bredde, g Tyngdeaccelerationen og b Farvandets Bredde.

Som man ser af Formlen er altsaa Vandstigningen x proportional med Strømmens Hastighed s .

Man har ikke altid været klar over, at det er denne Effekt, der er afgørende. Den tidligere Direktør for Meteorologisk Institut, Fysikeren Adam Poulsen, udgav i 1906 en Beskrivelse af de danske Vandstandsmaalere³⁾. Paa det Tidspunkt tvivlede man ikke paa det trigonometriske Nivellements Resultat, og man var fuldstændig klar over, at Vandstanden var højere i Korsør end i Slipshavn, men Adam Poulsen var af den Opfattelse, at det skyldtes, at Strømmen fra Langelandsbæltet af Langeland blev presset ind mod Korsør og Vandet derved stuvet op. La Cour gør imidlertid opmærksom paa, at den højere

³⁾ Nautisk-Meteorologisk Aarbog 1906. Meddelelser om Det danske meteorologiske Instituts Vandstandsmaalinger af Adam Paulsen. København 1906.

Vandstand ved Korsør sikkert skyldes Corioliskraftens Virkning paa Bæltets Vandmasser, hvis Bevægelse i Hovedsagen er nordgaaende. At Strømmen i Store Bælt hovedsagelig løber mod Nord skyldes simpelthen, at der løber mere Vand til Østersøen, end der kan naa at fordampe. Og det skal jo ud paa en eller anden Maade.

Ved Quasinivellementet bestemmer man nu empirisk Sammenhængen mellem x og s , hvorefter man nemt kan bestemme den Værdi for Vandstandsforskellen, der svarer til $s = 0$. Bestemmelsen maa nødvendigvis ske empirisk, da særlig en Størrelse som b ikke er særlig veldefineret. Man skal altsaa empirisk — det vil sige paa Grundlag af de foretagne Maalinger — fastslaa, at der er Proportionalitet mellem x og s , og dernæst bestemme de Vandstandsaflysninger, der svarer til $s = 0$. Nu opstod Vanskeligheden imidlertid derved, at der paa daværende Tidspunkt ikke fandtes systematiske Strømmaalinger i Store Bælt. Denne Vanskelighed overvandt la Cour paa følgende snedige Maade.

En nordgaaende Strøm gennem Store Bælt maa skyldes, at Vandstanden er højere i Østersøen end i Kattegat. En saadan Niveaudifferens vil imidlertid ogsaa ytre sig ved en nordgaaende Strøm gennem Øresund. Er der ingen Niveaudifferens, gaar der ingen Strøm i Bæltet og heller ingen i Sundet. Strømmen i Øresund maa altsaa være proportional med Strømmen i Bæltet. Proportionalitetsfaktoren interesserer os ikke. Vi skal kun bruge det Faktum, at de to Strømme samtidig er Nul. Ifølge dette Ræsonnement kan vi altsaa betragte Vandstandsdifferensen Korsør—Slipshavn som proportional med Strømmen gennem Øresund. Og denne sidste var maalt. La Cour valgte at betragte Strømmaalingerne ved Lappegrundens Fyrskib.

Figur 2 viser nogle sammenhørende Værdier af Vandstandsdifferensen Korsør—Slipshavn og Strømmens Hastighed ved Lappegrundens Fyrskib taget fra la Cours Afhandling.⁴⁾ Som man ser er der virkelig Tale om en lineær Sammenhæng. Efter la Cours Opfattelse kan man altsaa benytte Materialet til et Nivellement over Store Bælt.

La Cour har nu for forskellige Perioder foretaget Quasinivellementer over Bæltet. For Aarene 1897—1902 finder han et Resultat, der stemmer pænt med Gradmaalings Nivelle-

⁴⁾ Publikationer fra Det danske meteorologiske Institut. Meddelelser Nr. 1. Quasinivellement, nogle orienterende Undersøgelser vedrørende de danske Vandstandsmaalinger af D. la Cour. Kjøbenhavn 1913.

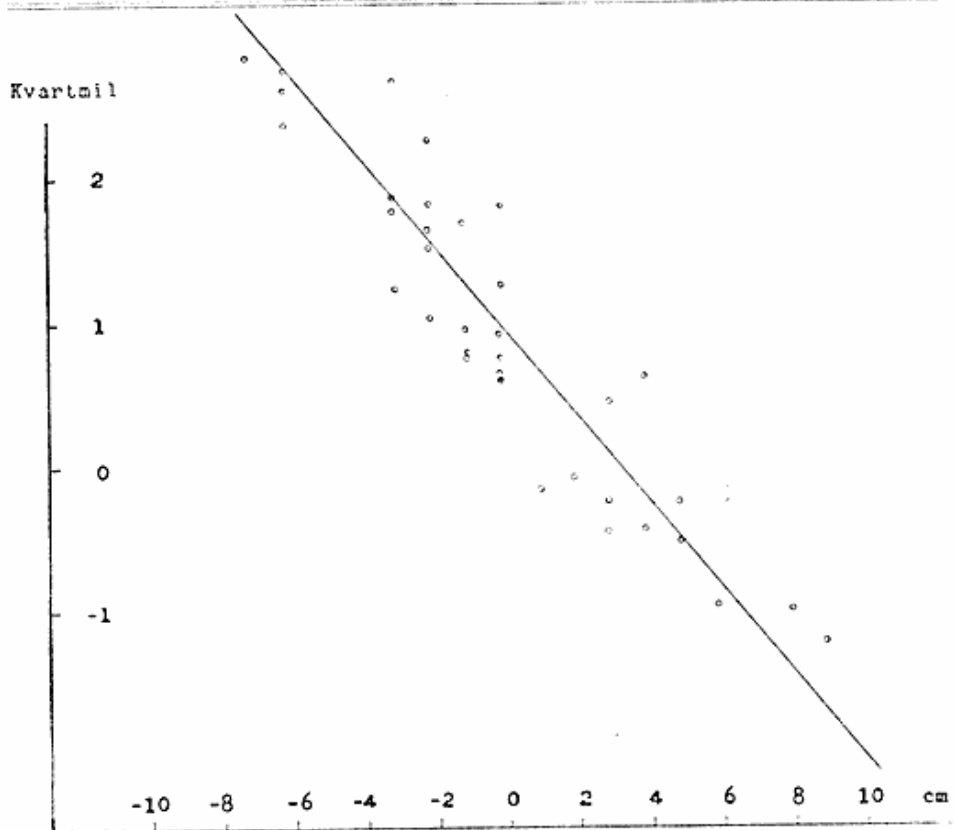


Fig. 2. Sammenhængen mellem Vandstandsdifferenserne Slipshavn minus Korsør (Abscisse) og Strømhastigheden ved Lappegrundens Fyrskib (Ordinat) i Femdøgnsmidler for Marts 1897—1902. Man ser, at der er Tale om en udpræget lineær Sammenhæng. (Efter la Cour).

ment. Efter 1903 finder han derimod i nogle Tilfælde Afvigelser paa op til $2\frac{1}{2}$ cm, og det Afvigelser til begge Sider for Gradmaalingens Resultat. Dette foruroligede ikke la Cour og fik ham ikke til at se med Skepsis paa sin Nivellementsmetode. Han betragtede det utvivlsomt som faktiske Udslag af en Jordskorpebevægelse, og i Sammenligning med de Bevægelser, han iøvrigt mente gik for sig, er disse Svingninger heller ikke særlig voldsomme.

For nærmere at illustrere dette Forhold skal jeg kort nævne et andet Resultat af la Cours Arbejde, et Resultat, der ganske vist ikke har direkte Relation til Store Bælt, men paa den anden Side er af saa sensationel Karakter, at det paakalder Opmærksomheden. Det er Hypotesen om Sjællands Længdevugning.

Ved at sammenligne Vandstandsregistreringerne fra Gedser og Hornbæk naaede la Cour til den Opfattelse, at den faste Jordskorpe mellem de to Stationer foretog en Vipning med en aarlig Periode. Forholdene fremgaar af Figur 3, der er taget fra la Cours Afhandling om Quasinivellementet. Som man ser

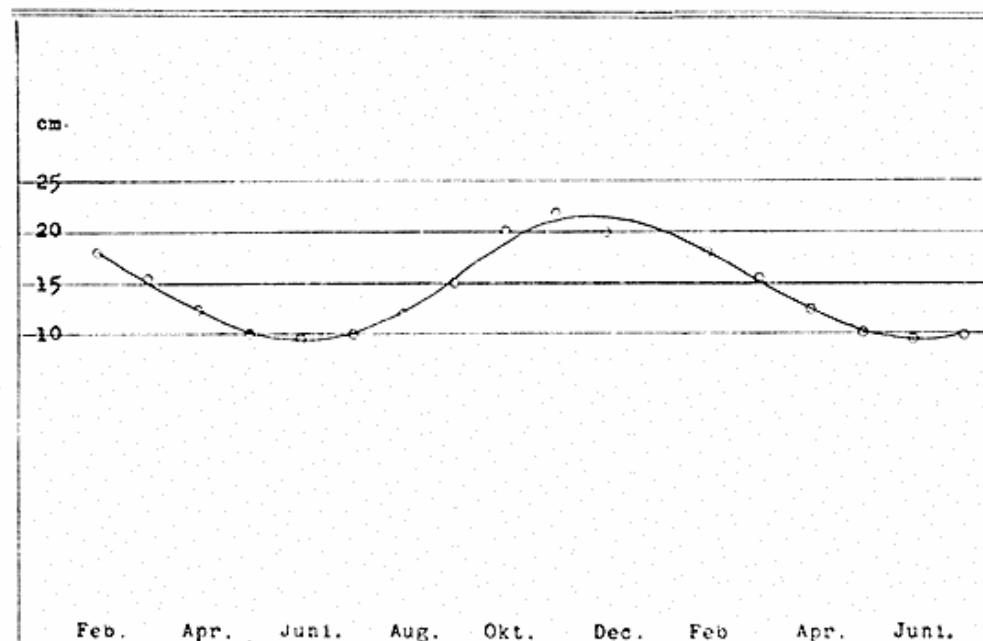


Fig. 3. Den af Vandstandsmaalingerne ved Gedser og Hornbæk udledede Højdeforskel mellem de to Lokalteter (Efter *la Cour*).

er der Tale om en Amplitude paa 12—13 cm, en Omstændighed, der hvis den bekræftedes vilde gøre Præcisionsnivellement overhovedet ret illusorisk.

4. Jacobsens Kritik af Quasinivellementet.

La Cours Afhandling om Quasinivellementet udkom i 1913. Allerede i 1914 fandtes en kortfattet Imødegaaelse i en Afhandling af J. P. Jacobsen i Fysisk Tidsskrift. Umiddelbart efter fulgte et endnu kortere Gensvar fra *la Cour*. Ingen af de to Herrer kom dog med Detaljer. En mere omhyggelig Fremstilling af sine Synspunkter fremsatte Dr. Jacobsen først i en Afhandling i 1925.⁵⁾ I 1930 holdt *la Cour* ved den Baltiske Geodætiske Kommissions Møde i København et Foredrag, der var et Resumé af hans oprindelige Afhandling.⁶⁾ Dr. Jacobsens endelige direkte Kritik kom i Den Baltiske Geodætiske Kommissions Meddelelser i 1935.⁷⁾

⁵⁾ Meddelelser fra Kommissionen for Danmarks Fiskeri og Havundersøgelser. Serie Hydrografi, Bind II, Nr. 9. Die Wasserumsetzung durch den Øresund, den Grossen und den Kleinen Belt af J. P. Jacobsen. København 1925.

⁶⁾ Comptes rendus de la cinquieme séance de la Commission Géodésique Baltique, pag. 221. D. *la Cour*: Über Bestimmungen von Höhendifferenzen mittels Pegelbeobachtungen in Dänemark (Quasinivellement). Helsinki 1931.

⁷⁾ Comptes rendus de la septieme séance de la Commission Géodésique Baltique, pag. 151. J. P. Jacobsen: Unterliegt die Höhendifferenz zweier fester Punkte bei Hornbæk und Gjedser einer jährlichen Variation? Helsinki 1935.

Jeg skal nu forsøge kort at fremstille det væsentlige i Dr. Jacobsens Kritik. Som vi saa før, var det en Betingelse for Quasinivellementets Berettigelse, at naar der ikke var nogen Højdeforskel mellem Vandoverfladerne i Østersøen og Kattegat, saa løb der heller ikke nogen Strøm gennem Store Bælt eller Øresund. Hvor indlysende dette end synes at være, er det dog forkert. De to Vandmasser, der mødes, Østersø vandet og Kattegatvandet, har nemlig ikke samme Vægtfylde. De afviger fra hinanden baade i Saltholdighed og i Temperatur, derfor ogsaa i Vægtfylde. Det salte, og derfor tunge, Kattegatvand vil „skyde sig ind under“ det ferske, og derfor lette, Østersø vand. Der vil altsaa opstaa en roterende Strøm, en saakaldt Solenoidestrøm, og som man ser, vil den ogsaa kunne opstaa, selv om der ikke er nogen Niveaudifferens mellem Vandoverfladerne i de to Have. En saadan Solenoidestrøm optræder nu baade i den nordlige Del af Øresund og i Store Bælt. Dette er ikke alene et teoretisk Resultat, det er ogsaa eftervist ved hydrografiske Undersøgelser. Og den Strøm, der registreres paa Overfladen, er altsaa Summen af to væsensforskellige Komponenter, nemlig en Transitstrøm, der virkelig søger at udjævne en vis Niveau-forskel, og en Solenoidestrøm, altsaa en Overfladestrøm, der kompenseres af en modsat rettet Bundstrøm. Nu er det maaske nok rigtigt, at Transitstrømmen i de to betragtede Farvande er proportionale, men vi ved intet som helst om, hvordan Forholdet mellem de to Solenoidestrømme er. Den Strøm, *s*, der er afgørende for Vandstandsdifferensen Korsør—Slipshavn, er Overfladestrømmen, der altsaa bestaar af to Komponenter, af hvilke vi kun har faaet noget at vide om den ene.

Dermed vælter la Cours Hypotese fuldkommen. Der findes nu Strømmaalinger i Store Bælt, ved Halskov Rev Fyrskib. Sammenligner man dem med Strømmaalingerne fra Lappegrundens Fyrskib, ser man da ogsaa, at de vel er lineært forbundne, men de er ikke samtidig Nul. Figur 4 viser sammenhørende Maanedsmidler for Aarene 1923—29. Som man ser, er den lineære Ligning, der forbinder de to Strømhastigheder, forsynet med et kendeligt Konstantled. Og der er ingen Grund til at antage, at dette Konstantled er konstant med Tiden. Derved forklares da de meget afvigende Resultater, som la Cour fandt ved sine Quasinivellementer over Bæltet.

Ogsaa Fænomenet Sjællands Længdevugning forklares fuldstændigt ved Antagelsen om, at den omtalte Solenoidestrøm Nord i Sundet ændrer sig i Aarets Løb, en Antagelse, der da

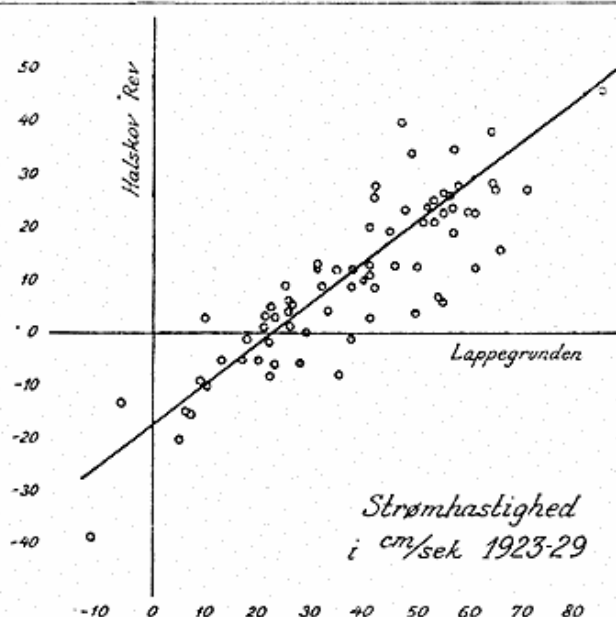


Fig. 4. Sammenhængen mellem Strømhastighederne ved Halskov Rev Fyrskib og ved Lappegrundens Fyrskib i Maanedsmidler 1923—29. Sammenhængen er vel lineær, men de to Strømhastigheder er ikke samtidig Nul.

ogsaa er blevet bekræftet ved hydrografiske Maalinger. Men yderligere er der givet en direkte maalemæssig Imødegaaelse af la Cours Længdevugningshypotese ved det Præcisionsnivellement, som Geodætisk Institut i de sidste Aar har udført paa Sjælland og Lolland-Falster. Det er saa heldigt, at to af Nivellementsnettets store Polygoner er maalt saadan, at de to nord-sydgaende Grene er maalt med omtrent et halvt Aars Tidsforskell, saaledes at der kan være Grund til at korrigere Polygon-slutsummerne, hvis man antager la Cours Hypotese rigtig. Statsgeodæt O. Simonsen, der har foretaget disse Beregninger, har imidlertid fundet, at en Korrektion i begge Tilfælde forøger Slutfejlene udover det sandsynlige. Vi slutter da, at Grundlaget for Korrektionen, la Cours Længdevugningshypotese, maa være forkert.

5. Det hydrostatiske Nivellement.

Saaledes var altsaa Status i 1938, da det hydrostatiske Nivellement løb af Stabelen.⁸⁾ Professor Nørlund, under hvis Initiativ og Ledelse Nivellementet blev udført, stod i en vis Forstand paa bar Bund. Man havde det trigonometriske Nivellement fra 1896—97, hvis Middelfejlberegning var blevet saa kraftigt angrebet af la Cour. Og man havde Quasinivellementet, hvis

⁸⁾ Geodætisk Instituts Skrifter, 3. Række Bind VI. Hydrostatisk Nivellement over Store Bælt af N. E. Nørlund. København 1945.

Grundlag var helt slaaet væk af Dr. Jacobsen. Nu skulde det altsaa vise sig, hvor Sandheden laa.

Principet i det hydrostatiske Nivellement er klassisk simpelt, de forbundne Kars Princip. To Glasrør, et paa Fyn og et paa Sjælland, forbindes med et vædskefyldt Rør, der udlægges paa Bunden af Bæltet. De to Vædskeoverflader vil da i Hovedsagen stille sig i samme Højde. Dog maa man korrigere for Forskellen i Barometerstand paa de to Stationer og for Temperaturforskelle langs Kablet. Der kræves altsaa ikke alene meget omhyggelige Lufttrykmaalinge paa de to Stationer, men ogsaa stadige Temperaturmaalinge langs Kablet, der ligger paa Bunden af Bæltet. Sagen er jo den, at Betingelsen for, at Vædsken stiller sig i samme Højde i de to Rør, er, at Vægtfylden er den samme i de to opstigende Grene. Er den ikke det, maa der tilføjes en Korrektion. Og Vægtfylden er igen afhængig af Temperaturen, derfor de mange Temperaturmaalinge. De blev foretaget fra to Fiskerbaade, der ustandseligt krydsede Bæltet. Stigrørene blev i det store og hele aflæst hver femte Minut Døgnet rundt i de tre Uger, Nivellementet varede.

Som nævnt ovenfor blev Temperaturen langs Kablet maalt, fordi den har Indflydelse paa Vægtfylden af Kablets Vædske, som var destilleret Vand. Men da Temperaturmaalingerne ifølge Sagens Natur maa blive ret ufuldkomne, maa man helst foretage hele Nivellementet ved en Temperatur, hvor Vandets Vægtfyldeændring med Temperaturen er lille. Nu er det saadan, at ved 4° C ændrer Vandets Vægtfylde sig næsten ikke med Temperaturen, hvorfor 4° vil være den ideelle Temperatur at maale ved. Dette Krav bevirker, at Nivellementet maa foretages i det allertidligste Foraar (April), hvor Bæltets Bundtemperatur netop er omkring 4° .

Om end Principet for det hydrostatiske Nivellement er simpelt — Maalingerne for saa vidt ogsaa — har de tekniske Problemer været mange og store. For at illustrere Kablets Dimensioner kan det nævnes, at dets indvendige Diameter ganske vist kun var 10 mm — lidt mere end en almindelig Blyants Tykkelse — men det rummede dog omtrent 2 t Vand. Fyldningen skete under et Tryk paa 5 Atmosfærer og tog 16 Timer. Kablet blev udlagt af Post- og Telegrafvæsenets Kabeldamper og afmærket med Bøjer. Det var ikke armeret og brast gentagne Gange under Optagningen.

I Sammenligning med de andre Nivellementer er det hydrostatiske Nivellement ganske eksakt. Usikkerheden er saa ringe,

at man med Sikkerhed kan erkende Solens og Maanens lodforstyrrende Indvirkning. Paa Figur 5, der er et Uddrag af en Figur i Professor Nørlunds Bog om Nivellementet, ses saaledes nederst den for Tryk og Temperatur korrigerede Stigrørsdifferens, medens den øverste Kurve viser den af de astronomiske Data for Sol og Maane beregnede Variation.

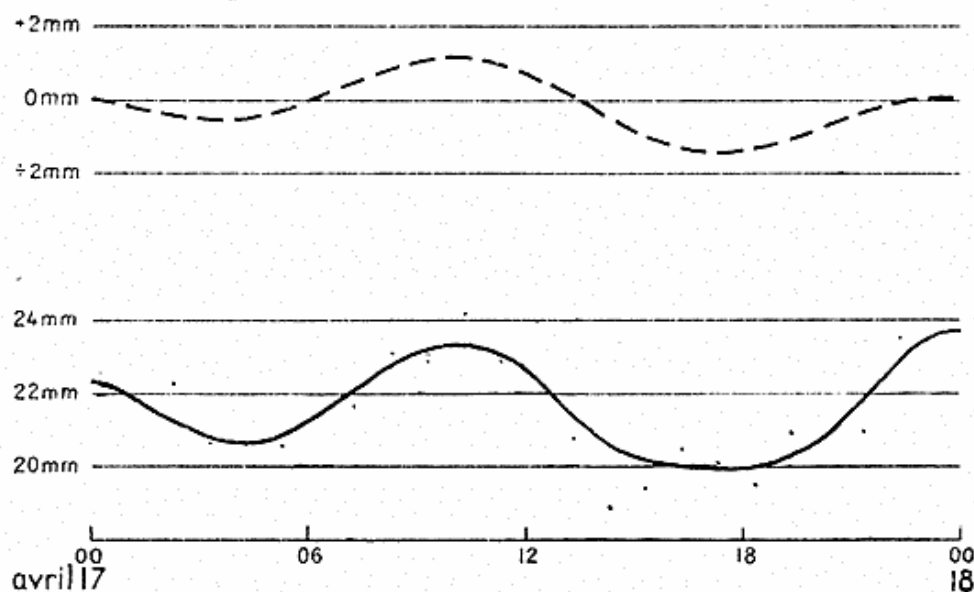


Fig. 5. Øverste Kurve: Den ad teoretisk Vej beregnede Højdeforskel mellem Vandoverfladerne ved Korsør og Slipshavn 1938. Nederste Kurve: Den ved det hydrostatiske Nivellement iagttagne Højdeforskel. (Efter N. E. Nørlund).

Det med saa meget Spænding imødesete Resultat af det hydrostatiske Nivellement var en fuldkommen Bekræftelse paa Gradmaalingens trigonometriske Nivellement. Forskellen, der er mindre end $\frac{1}{2}$ mm, vil vi se ganske bort fra i det følgende.

6. Det moderne „Quasinivellement“.

Nu kunde det jo være fristende at se paa, hvordan Sammenhængen er mellem Strømmen i Bæltet og Vandstandsdifferensen Korsør—Slipshavn. Vi har jo ganske anderledes Bund under Fødderne, end man før har haft, idet vi nu har baade et nøjagtigt Nivellement, det hydrostatiske, og Strømmaalinger i Bæltet, nemlig ved Halskov Rev Fyrskib. Paa Professor Nørlunds Initiativ har derfor Geodætisk Institut foretaget en lille Undersøgelse over disse Forhold, som jeg kort skal referere.⁹⁾

⁹⁾ Geodætisk Institut, Meddelelse No. 20. On the difference between the heights of the mean sea-level at the self-recording tide-gauges at Korsør and Slipshavn af Henry Jensen og Erik Sinding. København 1945.

Figur 6 viser igennem to 4-Døgns Perioder fra December 1926 Sammenhængen mellem Vandstands-differensen Korsør—Slipshavn (den øverste Kurve) og Strømhastigheden ved Halskov Rev Fyrskib (den nederste Kurve). Da Strømmaalingerne foretages hver fjerde Time, er der ogsaa dannet 4-Timers Midler af Vandstands-differenserne. Sammenhængen mellem de to Kurver er ganske iøjnefaldende.

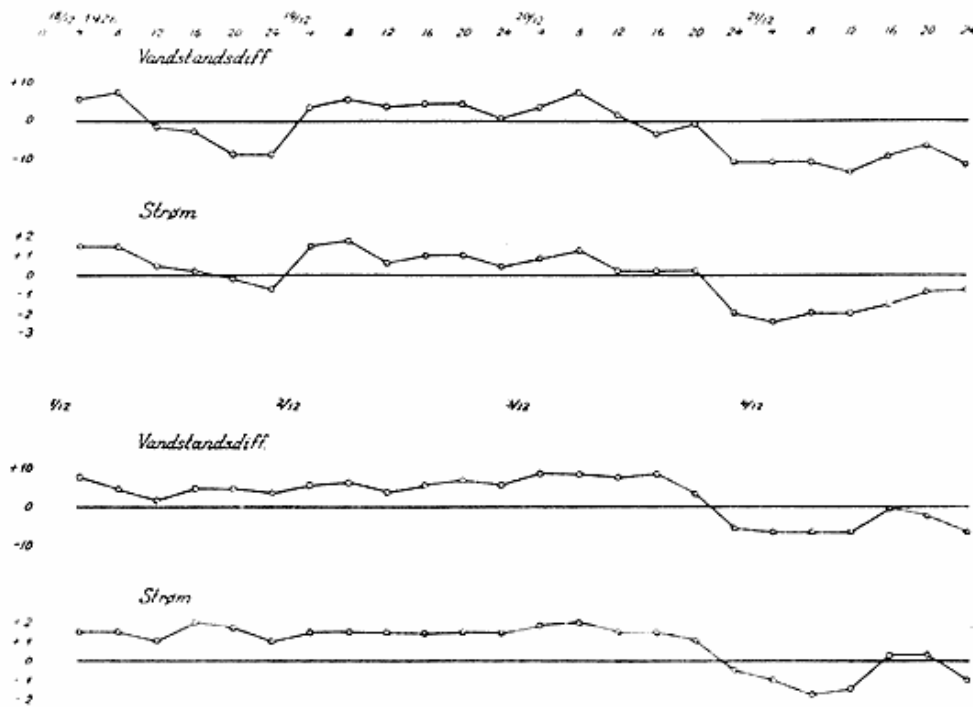


Fig. 6. Vandstands-differensen Korsør minus Slipshavn sammenlignet med Strømmaalingerne ved Halskov Rev Fyrskib. Fire Timers Midler.

Nu vil det være uoverkommeligt gennem et længere Tidsrum at operere med 4-Timersmidler. Vi gaar derfor over til at betragte Maanedsmidlerne i Stedet. Der er udtaget Aarene 1923—29 til Betragtning. Figur 7 viser Resultatet. Den fuldt optrukne Kurve er Vandstands-differensen, den stiplede Strømhastigheden ved Halskov Rev Fyrskib. At der er en ret nøje Sammenhæng mellem de to Størrelser er igen indlysende. En saadan Sammenhæng udtrykkes matematisk ved den saakaldte Korrelationskoefficient. Den er defineret saadan, at den er Nul for to Størrelser, der overhovedet ikke har nogen Sammenhæng med hinanden, medens den er 1 for to Størrelser, der er eksakt proportionale. Korrelationskoefficienten for de to her betragtede Størrelser er 0.74.

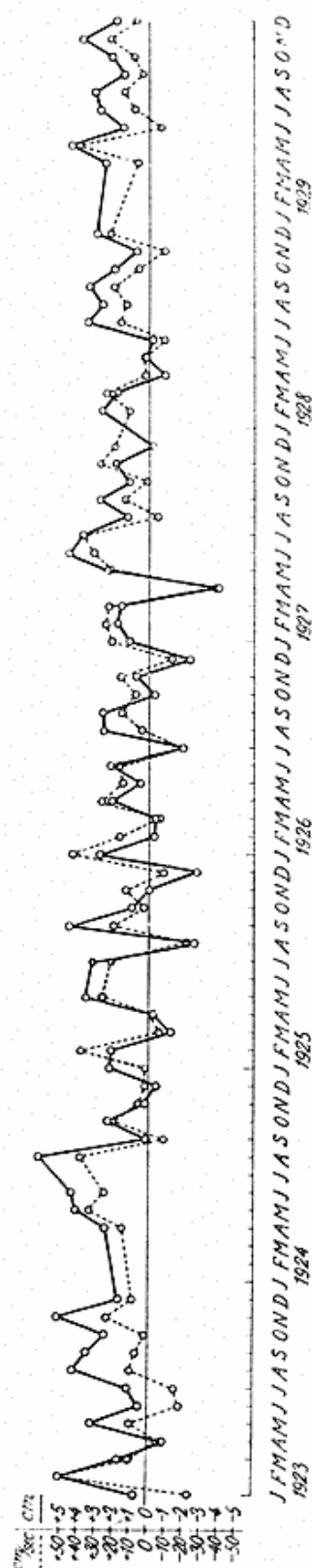


Fig. 7. Vandstands-differensen Korsør minus Slipshavn (optrukne Kurve) sammenlignet med Strømmaalingerne ved Halskov Fyrskib (punteret Kurve). Maanedsmidler 1923—29. Sammenhængen er iøjnefaldende, Korrelationskoefficienten = 0.74. (Efter Jensen og Sinding).

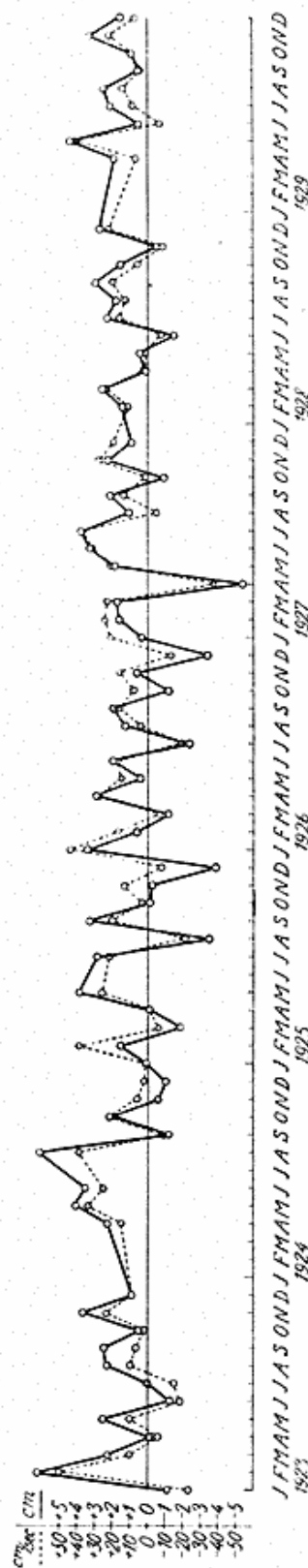


Fig. 8. Samme Figur som Figur 7. Kun er Vandstands-differenserne nu korrigeret for Vindens Indflydelse. Sammenhængen er lidt bedre end før, Korrelationskoefficienten = 0.86. (Efter Jensen og Sinding).

Nu er ganske vist Strømmen den afgørende Aarsag til Vandstandsdifferensen, men ogsaa Vinden kan man prøve at tage et vist Hensyn til. Det er klart, at den overvejende Vestenvind for sig vil foraarsage en vis Opstuvning paa Korsørsiden. En Formel til Beregning af denne Vandstigning er givet af den danske Fysiker Colding.¹⁰⁾ Man kan nu korrigere Vandstandsdifferenserne for Vindens Indflydelse. Gør man det, faar man det Billede frem, der ses i Figur 8. Strømkurven (den stiplede) er den samme som i Figur 7, men Vandstandsdifferenserne, der nu er korrigeret for Vindens Indflydelse, er en Smule anderledes. En umiddelbar Betragtning af de to Figurer vil vise størst Overensstemmelse i Figur 8. Dette faar sit matematiske Udtryk i, at den hertil svarende Korrelationskoefficient nu er steget til 0.86.

Lad os nu prøve at lave et Quasinivellement. Vi skal altsaa i et Koordinatsystem afbilde sammenhørende Værdier af Vandstandsdifferens og Strøm. Det er gjort i Figur 9. Strømmen er Abscisse, Vandstandsdifferensen Ordinat. Vandstandskoterne er angivet i det Kotesystem, der skyldes det trigonometriske Nivellement. Hvis vi derfor nu i Diagrammet opsøger den Vandstandsdifferens, der svarer til Strømmen Nul, giver dette Tal os direkte Fejlen paa det gamle Nivellement. Den rette Linie i Figuren er bestemt ved en Udjævning efter mindste Kvadraters Metode. Man ser, at den til Strømmen Nul svarende Vandstandsdifferens er ca. 3 mm, en saa lille Størrelse, at den med Lethed forklares af Usikkerheden i Quasinivellementet. Som vi ser giver altsaa ogsaa et rigtigt udført Quasinivellement samme Resultat som de to andre Nivellementer.

Disse sidste Undersøgelser kunde synes af en noget gold Karakter for saa vidt som de med kun ringe Nøjagtighed bekræfter et Resultat, som vi allerede kender med overlegen Sikkerhed.

Imidlertid kan vi af Materialet uddrage en Oplysning af en hel anden Natur. Man kan nemlig undersøge, hvordan Hældningen for den rette Linie i Figur 9, der altsaa er bestemt ved en Udjævning af Observationsresultater, stemmer med den Hældning, man kan beregne af det teoretiske Udtryk for Vandstuvningen ved Korsør, som vi betragtede før. Lad os f. Eks.

¹⁰⁾ Videnskabernes Selskabs Skrifter, 5. Række, naturvidenskabelig og matematisk Afdeling, XI. 3. pag. 247. A. Colding: Fremstilling af Resultaterne af nogle Undersøgelser over de ved Vindens Kraft fremkaldte Strømninger i Havet. Kjøbenhavn 1876.

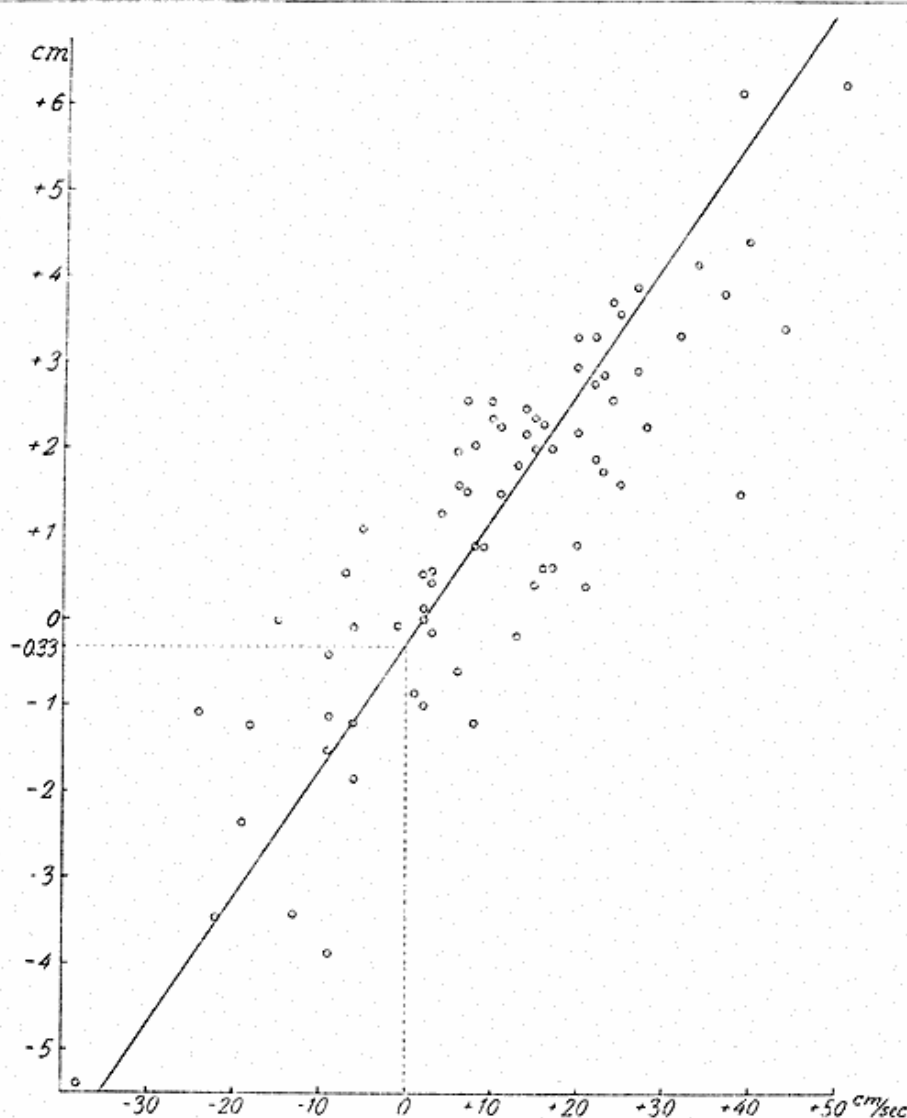


Fig. 9. Ordinater: Vandstandsdifferensen Korsør minus Slipshavn. Abscisse: Strømhastigheden ved Halskov Rev Fyrskib. Samme Materiale som i Fig. 8. Quasinivellementets Resultat er angivet. (Efter Jensen og Sinding).

undersøge, hvilken Vandstandsdifferens der svarer til en Strømhastighed paa 50 cm/sek. Sætter vi Farvandets Bredde til 20 km i det teoretiske Udtryk, finder vi en Vandstigning ved Korsør i Forhold til Slipshavn paa 12.2 cm. Den faktiske Stigning er imidlertid ikke saa stor, idet vi af Kurven aflæser den til 7.0 cm.

Det vil altsaa sige, at til en bestemt Vandstandsdifferens svarer en større Strøm ved Halskov Rev Fyrskib end Middelloverfladestrømmen i Bæltet. Paa den anden Side giver dette Quasinivellement et rigtigt Resultat. Vi synes altsaa af denne Under-

søgelse at kunne slutte — ikke noget om Nivellementet, for vi bygger netop paa vor Viden om Højdeforskellen — men, at Strømmen ved Halskov Rev Fyrskib i den Forstand repræsenterer Overfladestrømmen i Bæltet, at *der maales en Strøm ved Fyrskibet, der er 1.7 Gange saa stor som Middelstrømmen i Bæltet.*
