

En Undersøgelse af Nedbørsekstremer

Af Bent Hasholt

Abstract

Records from the Meteorological Institute's precipitation station 09-420 at Bajstrup-Broderup, Southern Jylland, have been investigated for a 72-year-period. Annual maximum and minimum values for 1-60 days have been calculated by moving totals and the distribution of maxima and minima found are compared with Gumbel's extremal distributions. Furthermore, the distribution of the recorded extremes over the year has been investigated. A Fortran 4 Program was set up for the calculations.

Formål

Under arbejdet med en vurdering af reservoirforholdene i Vidåens nedre løb har det været et problem at fastlægge størrelsen af mulige vandmængder i ekstremesituationer. Ekstreme højvandssituationer i et reservoir med udløb gennem havdiget kan forårsages af (1) langvarige sluselukninger og (2) stor tilstrømning. Den store tilstrømning kan være forårsaget af store nedbørsmængder eller hurtig snesmeltning, evt. en kombination. Formålet med undersøgelsen har derfor i første række været at belyse nedbørsmaksima; minima fremtræder som et biprodukt. Undersøgelsen af fordelingen over året skal belyse et evt. sammenfald af store nedbørsmængder med andre uheldige faktorer.

Data

Ved analysen er anvendt de daglige nedbørsværdier fra Meteorologisk Instituts Klimatologiske Afdelings nedbørsstation 09-420 Bajstrup-Broderup. Stationen er beliggende i Sønderjylland ca. 3 km syd for Tinglev (fig. 1). Målestationen har i perioden 1895-1908 ligget i Tinglev, 1911-1956 i Bajstrup og blev i 1957 flyttet ca. 1 km mod vest til Broderup. En flytning kan selvfølgelig betyde en ændring i nedbørsfordelingen; det skønnes imidlertid udfra sammenligning med andre stationer og optegnelse af en summationskurve, at flytningen i dette tilfælde er uden betydning. Klimatologisk Afde-

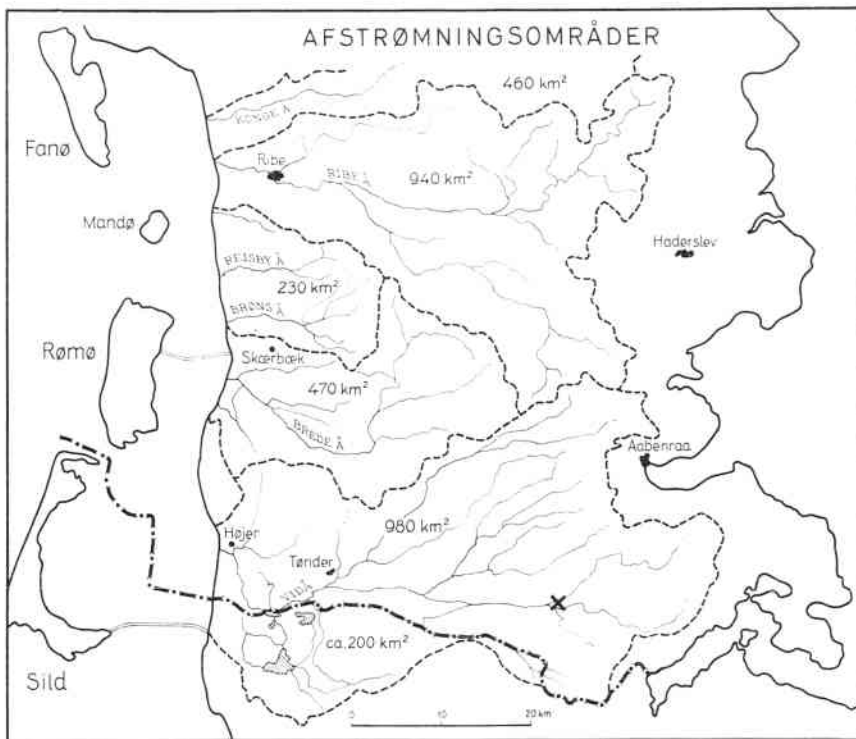


Fig. 1. Beliggenheden af nedbørsstation 09-420.

Fig. 1. The location of the precipitation measuring station 09-420.

ling har ydet stor hjælp med fremskaffelse af materiale fra den periode, hvor målestationen var tysk, samt fremskaffelse af de nyeste data ud fra nedbørslisterne. Størsteparten af målingerne er offentliggjort i „Månedsbetretning om vejrforholdene“. Nedbørsstation 09-420 er valgt, dels fordi det repræsentative areal (udfra Thiessen polygon areal), er det største i Vidåens kildeområde, og dels fordi målingerne her har strakt sig over en meget lang periode.

Bearbejdning af data

Ved måling af nedbøren kan det hændes, at nedbørsmåleren ikke er blevet tømt hver dag; den dag, måleren tømmes, vil indholdet være summen af nedbøren i den forløbne periode. Sådanne summer fordeles nu over måledagene, baseret på en sammenligning med nedbøren fra de omliggende stationer – denne „kritik“ foretages af Klimatologisk Afdeling. I en del af „Månedsbetretning om vejrforholdene“ er summen ikke fordelt. Da undersøgelsen er baseret på værdier for enkelte døgn, har det været nødvendigt at foretage en sådan „op-

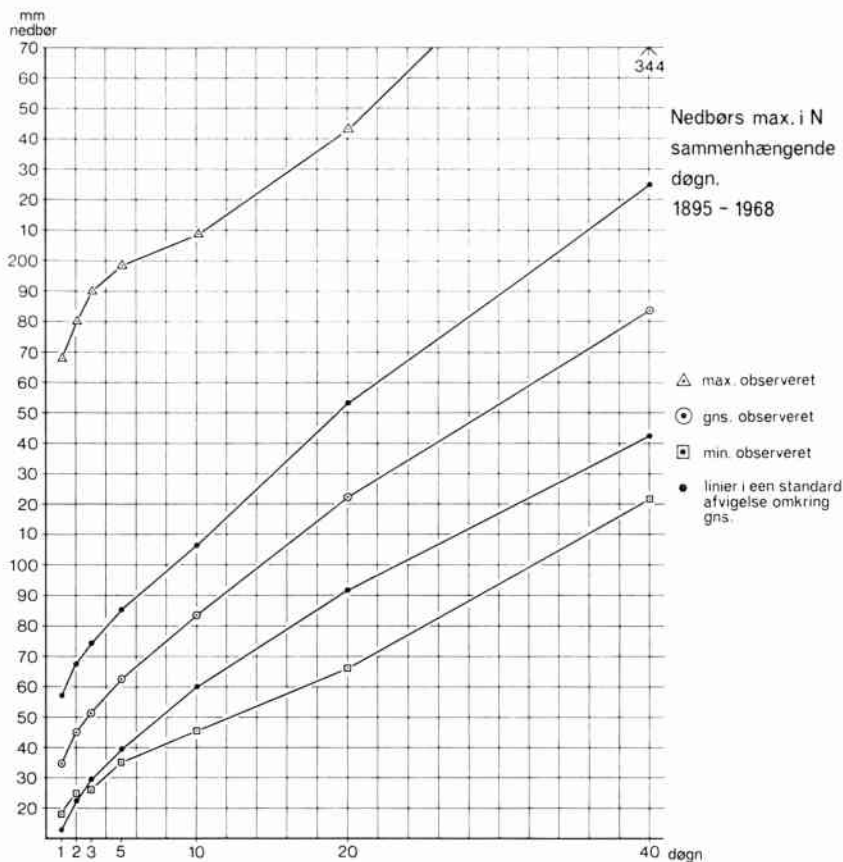


Fig. 2. Maksima i 1-40 døgn ud fra observerede værdier.
 Fig. 2. 1-40 days' precipitation maxima on the basis of records.

splitning". Ved sammenligning med nabostationer findes den station, hvis nedbørsforløb svarer bedst til den her undersøgte (ved korrelationsregning), og summen opsplittes forholdsmæssigt efter nabostationens daglige nedbørsværdier.

De daglige nedbørsværdier er indført på hulkort, således at hver måned disponerer over to hulkort. Den daglige nedbør disponerer over fire cifre, et femte ciffer kan fx anvendes til angivelse af nedbørstype, her er cifferet anvendt til registrering af „splittede“ nedbørsværdier, som udgør ca. 2 % af observationerne.

Den videre beregning er foretaget med EDB. For hvert år findes maksimum fra 1-60 sammenhængende døgn, beregnet som glidende totaler, begyndelsesdato for en maksimumsperiode angives. Samme beregninger foretages for minima. Endvidere beregnes nedbørens

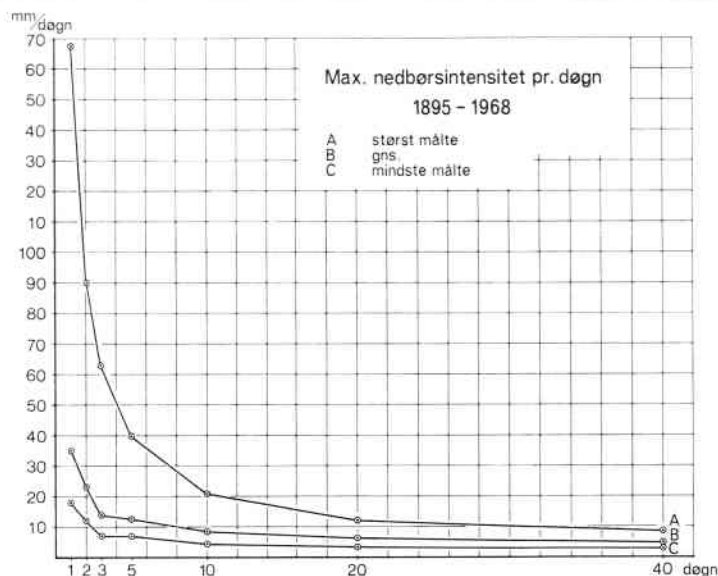


Fig. 3. Nedbørsintensitet. Observeret maksima i N døgn divideret med N.
Fig. 3. Average precipitation intensity per day for a period of N days.

fordeling i størrelseskategorier pr. år. Som kontrol sammenlignes beregnede månedssummer med indhullede.

Ved en undersøgelse af maksima og minima for en længere periode, fx 30 dage, ud fra glidende totaler, indføres årsgrænsen som en „kunstig“ skillelinie i materialet. Hvis fx 30-døgns maksima normalt lå omkring årsskiftet, ville opdelingen i år forårsage en opsplitning af materialet, således at beregnet 30-døgns maksimum ville være mindre end reelt 30-døgns maksimum. Størrelsen af månedssummer viser imidlertid, at maksimum og minimum ikke falder sammen med årsskiftet, således at årsopdelingen kun kan få betydning for de største totaler. Beregningen foregår som følger: ved 3-døgns maks. dannes totalerne $N_1 + N_2 + N_3$, $N_2 + N_3 + N_4$, etc. Blandt disse findes den største pr. år. Udvalgte maksima og minima er indsat i et fordelingsdiagram og plottet på ekstrem sandsynlighedspapir efter Gumbel $(\frac{m}{N+1}, X_m)$, hvor m er rangnummer, N er antal år og X_m er nedbøren svarende til m.

Maksimalværdier

På fig. 2 er angivet den maksimale nedbør i 1-40 døgn. Den øverste kurve viser den maksimalt målte nedbør, desuden er angivet gennemsnit og mindst målte. Det ses, at størst målte 1 døgns maksimum

er 168 mm. Forbindelseslinjen mellem de angivne punkter kan anvendes til at finde maksimum for de mellemliggende døgn.

Kurverne viser, at nedbørsmaksima vokser med antallet af døgn, hvilket er naturligt, da maksimum $N + 1$ altid $>$ maksimum N . Det ses, at hældningen er størst i begyndelsen af kurven, hvilket betyder, at tilvæksten pr. døgn er faldende. Dette er uddybet på fig. 3, hvor nedbørsmaksimum er divideret med antal døgn. Kurverne viser den gennemsnitlige intensitet. I den tilsvarende undersøgelse er 2-døgns maksimum i 40 af 72 år truffet i forbindelse med et døgn maksimum. Største „andet døgn“ nedbør er 37 mm, men første døgn nedbøren er her „kun“ 40 mm. Gennemsnitligt andet døgn nedbør er ca. 11 mm. Sammenholdt med ovennævnte kurver viser disse betragtninger, at de meget store nedbørsmængder ofte falder i løbet af ca. 1 døgn, medens de nærmeste døgn giver moderate bidrag, et forhold der kan tænkes at afspejle den mulige tilførsel af nye luftmasser med stort vandindhold.

Fordelingen af maksimalværdierne er vist for 1, 3 og 5 døgn på fig. 4a, b, og c. Alle fordelingsdiagrammer er højreskæve, og 2 værdier falder meget langt til højre, diagrammerne for 3 og 5 døgn er noget mere uregelmæssige end for 1 døgn. Den højreskæve fordeling ses allerede af fig. 2, hvor maks. maksimum og min. maksimum ligger usymmetrisk omkring gennemsnittet.

Det er nærliggende at foretage en nøjere undersøgelse af ovennævnte fordelinger med henblik på en forudsigelse af hyppigheden. Datamængder kan plottes på sandsynlighedspapir, en normalfordelt datamængde vil på almindeligt sandsynlighedspapir fremtræde som en ret linje. Da de omtalte fordelinger afviger fra den normale, er der her anvendt en plotning på ekstremsandsynlighedspapir, der har den egenskab, at data som følger en af *Gumbel* angivet fordelingsfunktion vil afbildes som en ret linje. Fordelingsfunktionen angives som følger:

$$\Phi(X) = e^{-e^{-y}}, \text{ hvor } y = a_n(X - U_n).$$

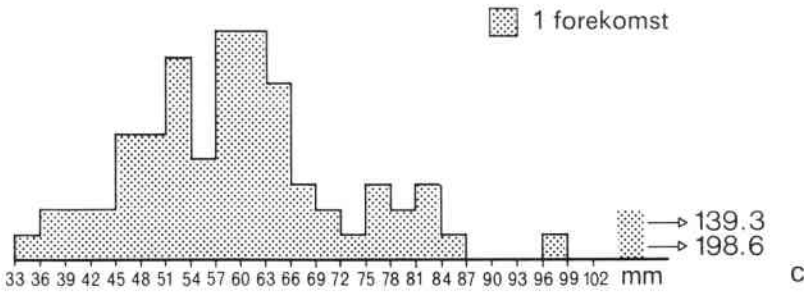
U_n er den værdi af X , for hvilken frekvensfunktionen

$$\varphi(X) = \Phi'(X) = a_n \cdot e^{-y} \cdot e^{-y}$$

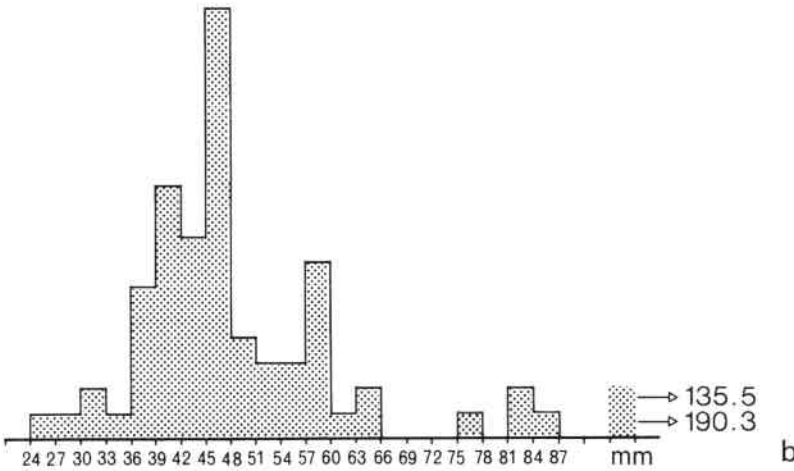
når $-\infty < y < +\infty$

er maksimum, a_n er et mål for dispersionen, som her kan antages at være konstant. Ekstremerne ordnes efter voksende størrelse og plottes som nævnt ovenfor. Punkterne udjævnes efter mindste kvadraters metode til en ret linje og kontrolkurver indlægges. Hvis den ret-

5 Døgns årsmax. nedbør. 1895 - 1968



3 Døgns årsmax. nedbør.



1 Døgns årsmax. nedbør.

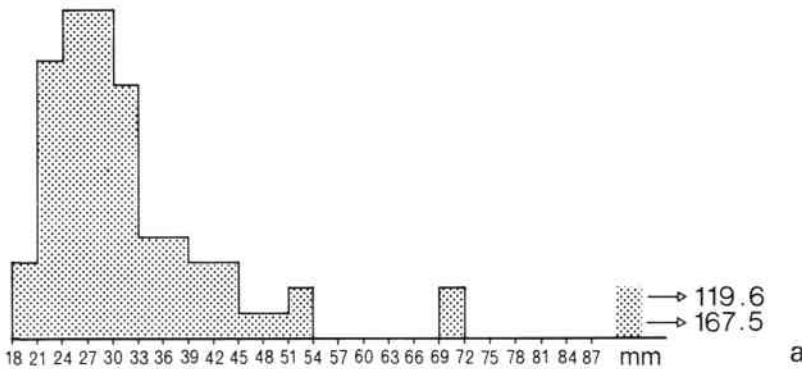


Fig. 4. Histogram over nedbørs-årsmaksima for 1, 3 samt 5 døgn.
 Fig. 4. Histogram showing the 72 investigated years' precipitation maxima of:
 a) 1 day, b) 3 days, c) 5 days.

te linje skal kunne anvendes til ekstrapolation, skal de plottede punkter følge den rette linje, og 68 % af punkterne skal ligge inden for kontrolkurverne.

Fordelingen af 1-døgns maksima er vist på fig. 5, for de lavere maksima fås nogen overensstemmelse med en ret linje, men for de højere værdier fås en større kurvehældning. Punkterne stemmer dårligt overens med den rette linje, og afvigelserne i forhold til kontrolkurverne synes systematisk. Fordelingen bør derfor ikke anvendes til ekstrapolation langt ud over måleperioden. De to største værdier kan tænkes at være meget sjældne værdier, iflg. den tilnærmede linje skulle de være forekommet sjældnere end henholdsvis 1 gang pr. 1000 år og 1 gang pr. 150 år.

Fordelingen af 3- og 5-døgns maksima (fig. 6 og 7) viser ligeledes en dårlig overensstemmelse med den teoretiske fordeling, dette kan dog ikke undre, når den dominerende 1-døgns værdi lages i betragtning.

På grundlag af histogrammet for 1-døgns maksimum er det forsøgt at finde en funktion, der beskriver den aktuelle fordeling bedre. Fordelingen er søgt sammenlignet med en log-normalfordeling. På normal sandsynlighedspapir er plottet $\Phi(X) = \log(X-18)$, hvor X er den øvre klassegrænse, og som sandsynlighedsprocent er angivet antal pr. klasse divideret med det totale antal + 1. Nedbørsmaksimum svarende til en gentagelsesperiode på 100 år bliver ca. 80 mm. Overensstemmelsen for de størst observerede nedbørsmaksima er også her dårlig. En funktion $\Phi(X) = e^{-\frac{1}{x+9}}$, hvor X er nedbøren, giver med god tilnærmelse en ret linje på normalsandsynlighedspapir, men små flytninger af den tilnærmede linje giver meget store ændringer i nedbørmængden, og linjen skærer funktionens øvre grænse, hvor X er $= \infty$. Nedbørsmaksimum for denne funktion svarende til en gentagelsesperiode på 100 år bliver ca. 170 mm.

Eventuelle store nedbørsværdier som blot er lidt mindre end årsmaksima, vil ikke blive registreret ved ovenstående fremgangsmåde. Det er derfor undersøgt, hvor mange gange nedbøren i løbet af 72 år har overskredet 10, 20, 50 og 100 mm/døgn; de pågældende tal er 1427, 238, 6 og 2. Alle værdier større end 50 mm er med som årsmaksima.

Forekomsten af nedbørsekstremer i forhold til årstiderne er imidlertid af største vigtighed. På fig. 8 er døgn pr. dato med nedbør større end 20 mm og 50 mm afsat. Den største hyppighed af nedbør større end 20 mm forekommer i månederne juli-august, den mindste

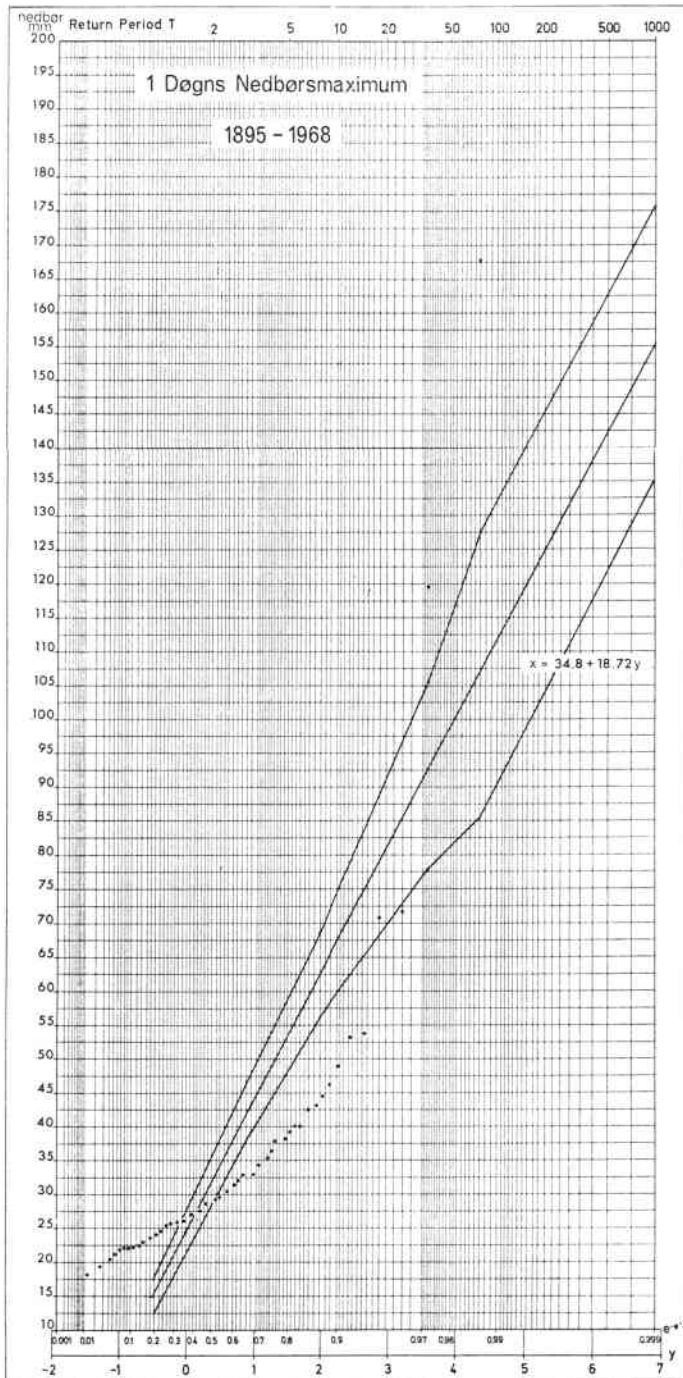


Fig. 5. 1-døgn årsmaksima. Gumbel plot. Ved store punkttætheder er punkter udeladt af tegnetekniske grunde.

Fig. 5. The 24-hour annual maxima. Gumbel plot. Where the density of points is high some of them have been omitted for practical reasons.

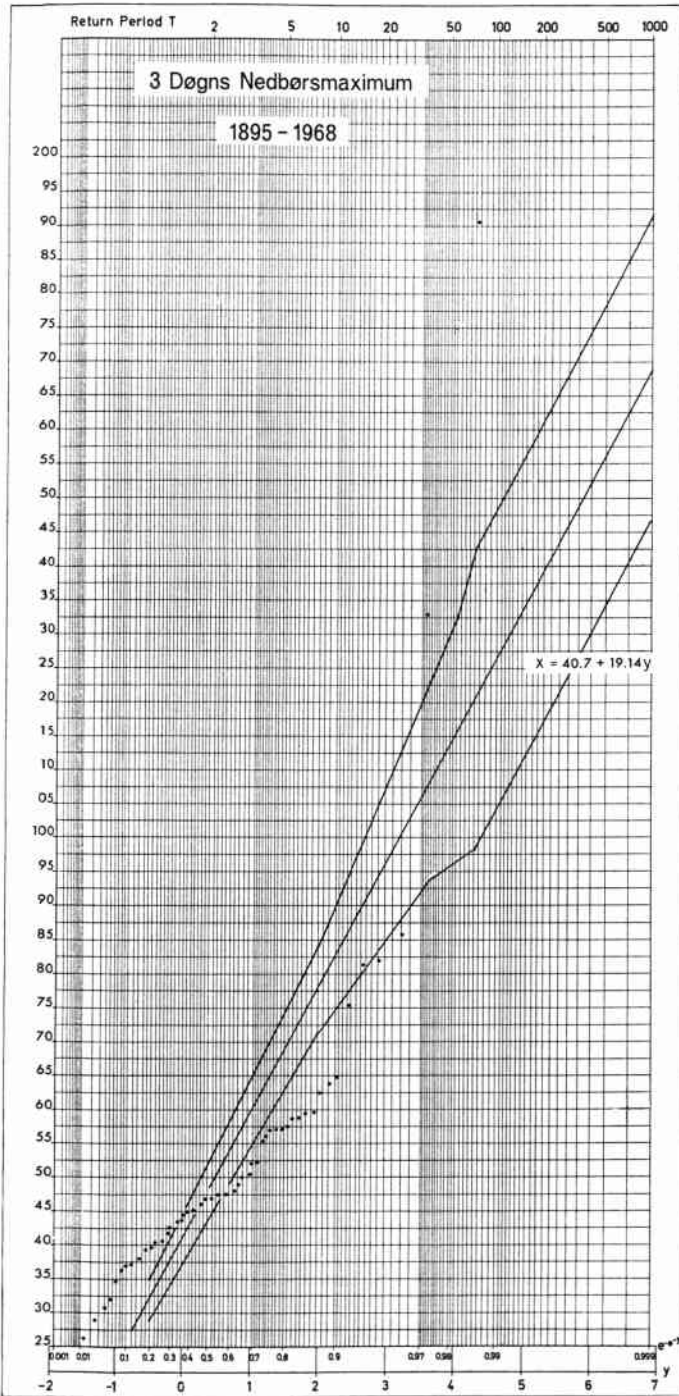


Fig. 6. 3-døgns årsmaksima. Gumbel plot. Punkter udeladt som i fig. 5.
Fig. 6. The 3-day annual maxima. Gumbel plot. Points omitted like in fig. 5.

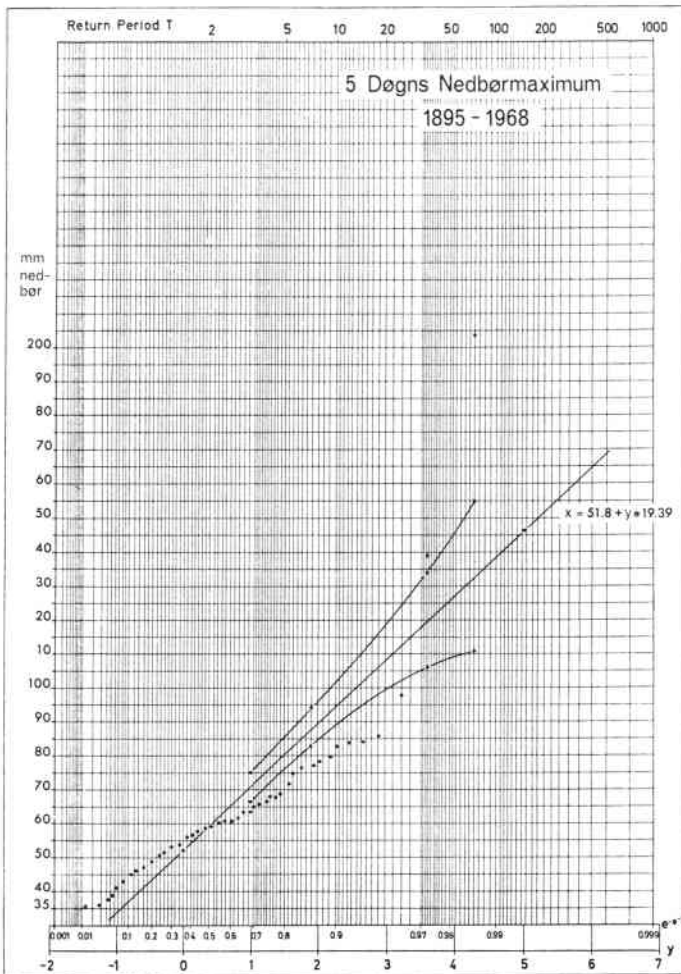


Fig. 7. 5-døgn årsmaksima. Gumbel plot. Punkter udeladt som i fig. 5.

Fig. 7. The 5-day annual maxima. Gumbel plot. Points omitted like in fig. 5.

koncentration forekommer om foråret. Nedbør større end 50 mm forekommer i de samme måneder samt én gang i november. I begyndelsen af september ses en periode, hvor nedbør større end 20 mm sjældent er forekommet.

Forekomsten af maksima for 1, 3 og 5 døgn samt størrelsen af maksima er afbildet på fig. 9. Fordelingen af 1-døgn maksima stemmer godt overens med fordelingen i fig. 8. Det ses, at de største 1-døgn maksima fortrinsvis forekommer i juli og august, medens de maksima, der forekommer sent på efteråret og i tøbrudsperioderne er mindre.

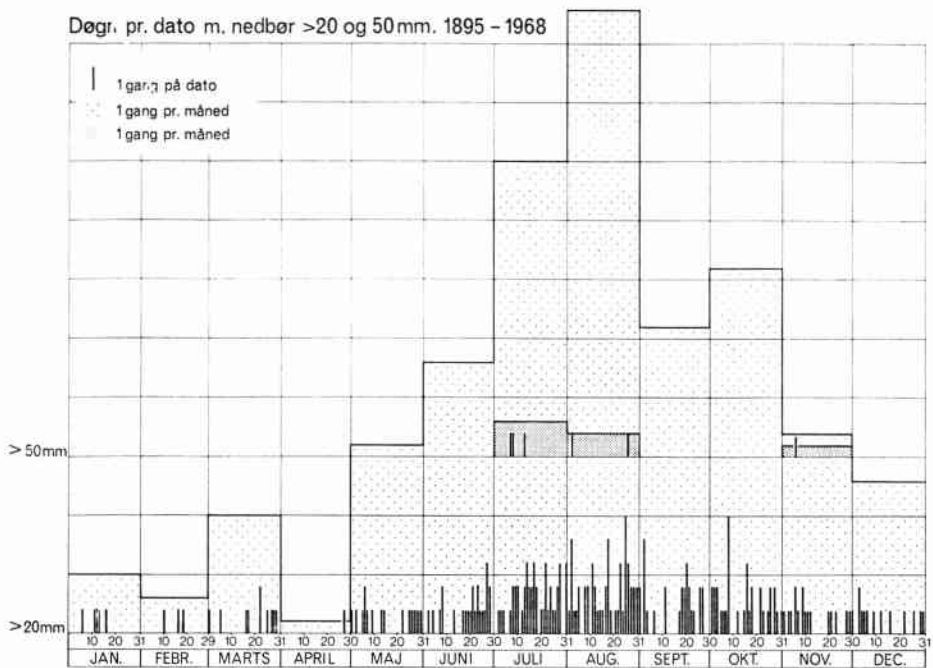


Fig. 8. Døgn i måleperioden 1895-1968 (\div 1909-10), hvor nedbøren er større end 20 mm og 50 mm, afsat på den dato, hvor nedbøren er målt. Antallet af døgn er summeret pr. måned.

Fig. 8. For the measuring period 1895-1968 (\div 1909-10) days with precipitation exceeding 20 mm and 50 mm are shown (on date of measuring) and summed up for each month.

Fordelingen af 3- og 5-døgns maksima ligner ovennævnte fordeling, men der er en tendens til, at flere årsmaksima forekommer i efterårsperioden, og at værdierne er større end gennemsnittet. Den nedbørsfattige periode omkring 10. september ses tydeligt.

En detaljeret undersøgelse af nedbørsfordelingen er kun foretaget for station 09-420. Det er imidlertid af største interesse at kende ekstremernes geografiske udbredelse i forhold til nedbørsområdets størrelse, samt vejrforholdene omkring ekstremerne.

Der er foretaget en sammenligning med de omliggende nedbørsstationer, når nedbøren på station 09-420 har overskredet 45 mm. I 1914 er der den 8. juli målt 71 mm ved 09-420, målinger fra andre stationer er ikke oplyst, da nedbørsområdet lå på tysk territorium. Den 7. november 1921 målt 54 mm. Målestationerne fra „De Sønderjyske Landsdele“ havde en nedbør på 20-54 mm; nedbøren faldt under østlig storm. Den 3. august 1924 målt 120 mm, i Sønderjylland målt 6-120 mm, gennemsnitligt ca. 20 mm; i „Månedsberet-

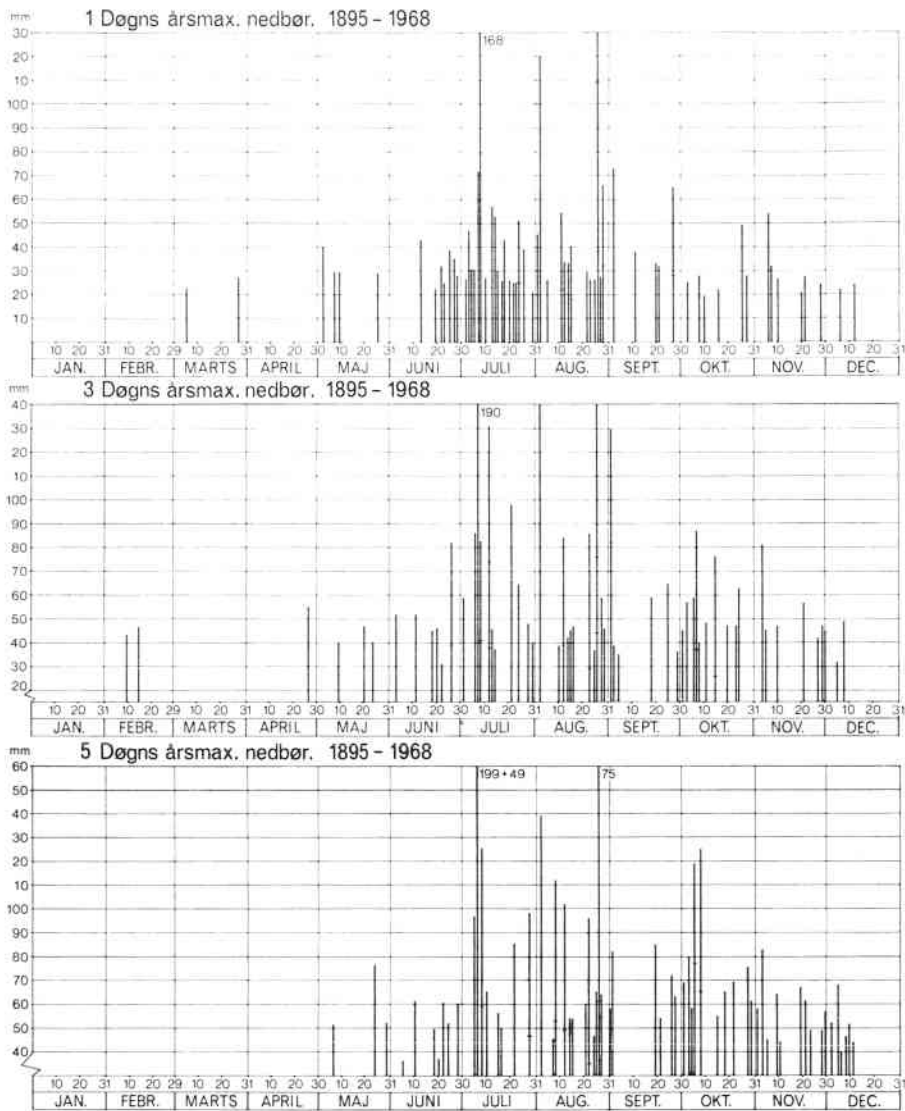


Fig. 9. Årsmaksima for 1-døgn, 3-døgn og 5-døgn, afsat på målingsdagene; søjlehøjden angiver maksimas størrelse, en tværstreg at maksima er målt mere end én gang den pågældende dato.

Fig. 9. The 24-hour, the 3-day, the 5-day annual maxima, shown on the date of measuring. Height of column indicates the size of maxima, a crossline that the maximum was recorded more than once for that date.

ning om vejrforholdene“ angives torden. Den 9. juli 1931 målt 168 mm nedbør, i det øvrige Sønderjylland 70-168 mm, gennemsnitligt ca. 130 mm; den 8. juli faldt der i Sønderjylland 3-50 mm, i gennemsnit

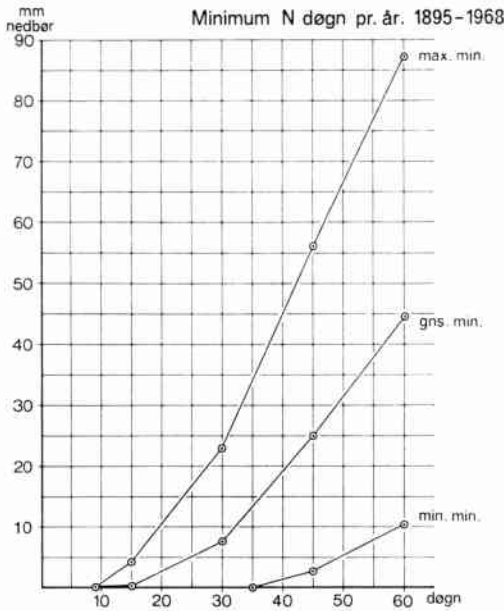


Fig. 10. Minima i 1-60 døgn udfra observerede værdier.
 Fig. 10. Minima for 1-60 days on the basis of measured values.

ca. 30 mm. Nedbøren var størst i et område fra Esbjerg til Vordingborg, men i det meste af landet målt store nedbørmængder. Nedbøren faldt under en voldsom storm fra sydvestlige og vestlige retninger.

Den 27. oktober 1945, hvor den målte nedbør var 45 mm, havde Sønderjylland 8-49 mm, gennemsnitligt ca. 25 mm. Den pågældende dato var der hård blæst/storm fra vest-sydvest. Den 27. august 1946 målt 71 mm nedbør ved station 09-420. Nedbøren faldt overvejende i Vidåens nedbørsområde 3-86 mm, i gennemsnit ca. 50 mm. Vindretningen var sydvest og vest. Den 14. juli 1957 faldt de store nedbørmængder igen fortrinsvis i Vidåens nedbørsområde; ved 09-420 målt 53 mm (vindretning ikke oplyst).

Sammenligningen med måleresultater fra de øvrige stationer i området viser, at nedbøren hyppigt har samtidige, store værdier i et område, som er større end nedbørsområdet. I 1924 så man et eksempel på en nedbørs-ekstremværdi forårsaget af lokal torden, idet der målt væsentlig mindre nedbør på de omkringliggende målesteder. Det største maksimum, målt i 1931, havde derimod en meget stor udbredelse. Der synes dog at være en tendens til, at nedbørsværdierne på station 09-420 er højere end de omkringliggende; i de ovennævnte tilfælde er den største nedbørsværdi på samtlige målesteder i Sønderjylland forekommet 4 af 6 gange på 09-420. Undersøgelsen viser, at

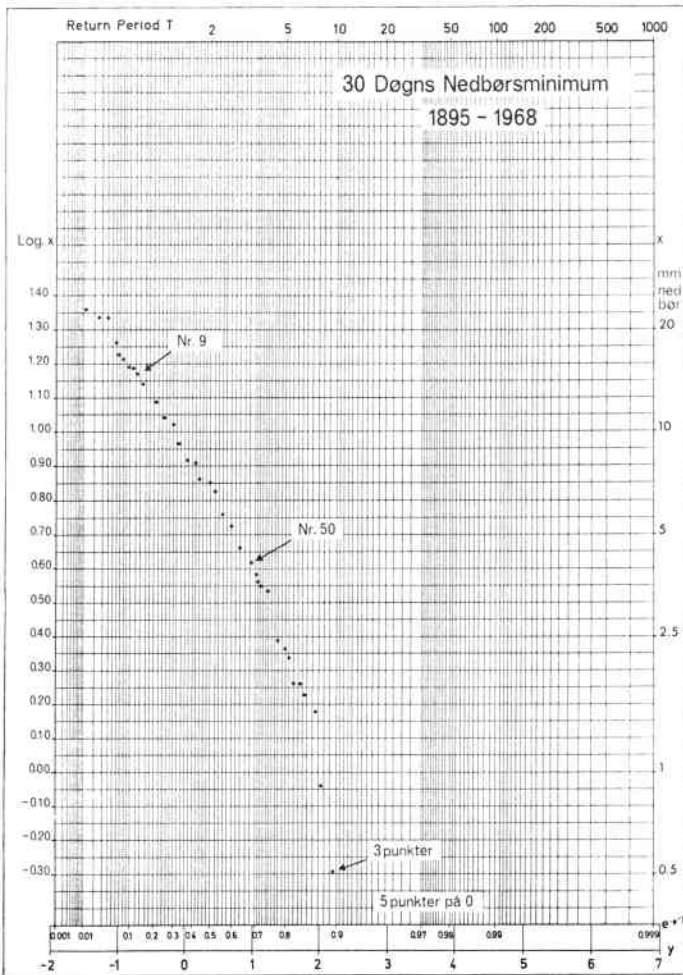


Fig. 11. 30-døgns årsminima. Gumbel plot. Punkter udeladt som i fig. 5.
 Fig. 11. The 30-day annual minima. Gumbel plot. Points omitted like in fig. 5.

nedbørsmaksima ofte forekommer i forbindelse med en cyklonpassage. Maksimum i 1931 er forekommet under Westlage, jævnfør de tyske Grosswetterlagen.

Minimalværdier

Årsminima af forskellig varighed er bestemt på samme måde som maksima. Sammenhængen mellem antallet af observerede døgn og den observerede nedbør er afbildet i fig. 10. Nedbøren stiger med stigende antal døgn og kurvernes hældning bliver stejlere. Ud fra for-

30 Døgns årsmin. nedbør.

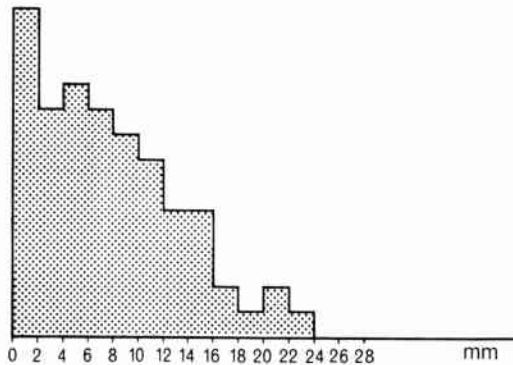


Fig. 12. Histogram over 30-døgns minima.

Fig. 12. Histogram of the 30-day minima.

bindelseslinjerne kan man finde værdien for et vilkårligt antal døgn, mindre end 60. Antallet af sammenhængende døgn uden nedbør er i gennemsnit 19 med en standardafvigelse på 6.4. Det største antal døgn uden nedbør er 35.

Fordelingen af 30-døgns minima er undersøgt nøjere fig. 11. Det gennemsnitlige 30-døgns minimum er 7.6 mm, med Sd 5.6 og største og mindste minimum er henholdsvis 22.8 og 0 mm. Fordelingens histogram ses fig. 12. På fig. 13 er angivet, på hvilken dato en minimumsperiode på 30 døgn er påbegyndt, det ses, at de fleste sådanne perioder begynder i februar, marts og i maj, svarende til et karakteristisk forårs-nedbørsminimum i Nordeuropa. Ud af 72 30-døgns minima er de 21 påbegyndt fra maj til juli. Hvis man sammenligner ovennævnte værdier af 30-døgns minima med nedbøren i juni måned, som i gennemsnit er 55,2 mm, viser det sig, at de mindste minima forekommer tidligt på året.

Minimumsværdierne er plottet efter *Gumbel* (1954 b) på ekstrem-sandsynlighedspapir ($\frac{m}{N+1}, \log X_m$). Punkterne fremstiller tilnærmelsesvis en ret linje, svarende til at den nedre grænse bliver 0. På papiret kan aflæses minima svarende til forskellige gentagelsesperioder (return periods), der vil således i ét år ud af 10, forekomme 30 sammenhængende døgn, hvor nedbøren er mindre end eller lig med 1 mm.

LITTERATUR

- Gumbel, E. J.* (1954 a): Statistical theory of extreme values and some practical applications. Nat. Bureau of Stand. Appl. Mathematics. Ser. 33.
Gumbel, E. J. (1954 b): Statistical theory of droughts. Proc. Am. Soc. Civ. Eng. Vol. 80.

30 Døgns minimum. 1895 - 1968

| angiver begyndelsesdag på 30 døgns periode med årsminimum.

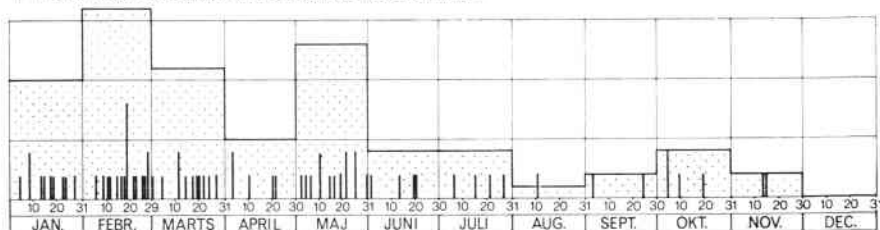


Fig. 13. Dato hvor 30-døgns årsminima er påbegyndt. Antallet er summeret pr. måned.

Fig. 13. Beginning dates for the 30-day minima, summed up for each month.

SUMMARY

The investigation shows the approximate maximum value for an arbitrary number of days, fig. 2. The distribution of annual precipitation maxima is skewed to the right, but the correlation with Gumbel's theoretical distribution is not very good, and consequently the straight line, made by the method of least squares, should not be directly extrapolated. The two highest extreme values are perhaps very rare occurrences (recurrence interval about 150 years for the one and over 1000 years for the other) that have by chance fallen within the observation period. The curves may be applied with shorter recurrence intervals and an extrapolation made on the remaining points. Another reason for the bad correlation might also be a change of climate within the period. It has been tested as to whether the annual distribution of precipitation exceeding 10 mm has been constant; apparently, this has not been the case.

The maximum values occur mainly during the summer and autumn periods with highest values in July and August when the soil is dry, and much of the precipitation will therefore serve to fill up the ground reservoirs.

Investigations of the geographical distribution of the precipitation show that station 09-420 recorded somewhat higher values than the surrounding stations in several cases of high values over the whole Vidå-precipitation area. An exception was the situation in 1924, when maximum at 09-420 was occasioned by a local thunder shower.

Most of the 7 cases with precipitation exceeding 45 mm have been recorded in connection with passage of a cyclone, often with very high wind forces.

Fig. 12 shows the size of minima. Minima periods of 30 days are recorded from February until May, and the smallest minima occur in February-March outside the period of growth. Gumbel plotting shows a lower limit at zero and an approximately straight-lined course.

It would be interesting to investigate the extreme values for other places in Denmark and see how they correlate with the theoretical distribution and thus obtain a better basis for comparisons. The programme as now set-up may be borrowed from the Geographical Institute of the University of Copenhagen.