

# Dannelse som basis for udvikling af moderne matematikundervisning

*Julie Marie Isager, cand.mag., pædagogisk konsulent, Pædagogisk Center Samfundsvidenskab, Københavns Universitet.*

*Mogens Nørgaard Olesen, studielektor, Økonomisk Institut, Københavns Universitet.*

*I denne artikel omtales ambitionerne, opbygningen og resultaterne af et nyt pædagogisk projekt om forbedring af undervisningen i matematik for førsteårsstuderende på Økonomisk Institut ved Københavns Universitet. Initiativet er siden efteråret 2007 blevet udbygget og har hentet væsentlige elementer fra klassisk Kant-Humboldtsk dannelsesteori og moderne universitetspædagogik.*

*Efter at initiativet er iværksat, har de studerende ændret studieadfærd: De er blevet mere aktive og engagerede, og eksamensresultaterne er væsentligt forbedret.*

*Initiativet er ikke fagspecifikt, så andre fag vil kunne lade sig inspirere af vores tanker og metoder.*

## Indledning og baggrund

Siden 1970 har alle førsteårsstuderende på Københavns Universitets økonomiske institut skullet gennemføre et indledende kursus i matematik omfattende klassisk analyse og lineær algebra. Emnerne i dette kursus omfatter: Vektorrum, underrum, lineære afbildninger, lineær ligningsteori, matrixregning, egenverdiproblemet, kvadratiske former, elementær sandsynlighedsregning, funktionsteori, partielle afledede, optimeringsteori for funktioner af en og flere reelle variable, homogene og homotetiske funktioner, konvekse og konkave funktioner, kvasikonvekse og kvasikonkave funktioner, integralregning, differens- og differentiaalligninger af første orden, fase-rumsanalyse samt Lagrangeproblemet (Olesen, 2011a). Dette anfører vi for at vise, at dette matematikkursus har et relativt højt matematisk niveau, men vi vil pointere, at dette niveau ikke har haft indflydelse på vores valg af pædagogiske metoder.

Frem til omkring år 2000 lå dumpeprocenten for dette kursus i intervallet 12 – 20, hvilket blev betragtet som acceptabelt for et fagligt ganske krævende matematikkursus på første årsprøve. Gymnasiets matematikundervisning ændredes imidlertid kraftigt efter år 2000, hvilket fremgår af undervisningsplanerne fra Undervisningsministeriets hjemmeside. I 2002 gennemførtes det såkaldte 'standardforsøg', hvor en del centrale emner svarende til ca. 25 – 30 pct. af det pligtige pensum udgik og erstat-

tedes af frie timer. Denne udvikling fortsattes yderligere ved gennemførelsen af gymnasireformen, og samtidig svækkedes de hidtidige krav om abstraktion, aksiomatik og kendskab til grundlæggende metoder, og man lod arbejde med store lommeregnere og computerprogrammer erstatte analyse og bevisførelse. Derved blev matematik i gymnasiet ændret fra et klassisk videnskabsfag til et mere praktisk præget kompetencekursus.

Disse ændringer betød, at de studerende kom på universitetet med stærkt svækkede faglige forudsætninger for at gennemføre matematikkurset på økonomistudiets første årsprøve, og dumpeprocenten ved eksamen i matematik steg markant, og i 2007 nåede den op på 34 (Olesen, 2008), hvilket var uacceptabelt højt for studieledelsen.

En analyse af eksamensresultaterne på førsteårsprøven fra årene 2005–2007 viste, at de studerende, som blev immatrikuleret ved Økonomisk Institut, var fagligt svage og manglede basale færdigheder som fx kendskab til mængdelære, funktioner, matematisk notation, bevisteknik simpel algebra og skriftlig formulering af matematiske tekster. Desuden manglede de studerende forståelse for samarbejde og forberedelseskrav, og de var generelt dårlige til at arbejde med logiske principper.

Et symptom på problemerne med læringen og undervisningsforløbene viste sig tidligere ved en simpel ændring i opgaveformuleringen: Hvis man fx ændrede minimalt i et opgavesæt ved at bytte et symbolsk bogstav ud til et tilfældigt andet, var et overraskende stort antal studerende ude af stand til at forstå og løse opgaven. Dette sagde os, at de studerende i stedet for at bearbejde de logiske principper bag formler og sætninger, satsede på udenadslære.

På Økonomisk Institut havde man nu to muligheder: Enten at sænke det faglige niveau, hvilket ville betyde en svækkelse af uddannelsen, eller at omlægge og udvide matematikundervisningen, så de faglige krav og mål kunne fastholdes, og dumpeprocenten kunne reduceres til et acceptabelt niveau. Samtidig ville det så blive muligt at skabe bedre betingelser for hensigtsmæssige studiestrategier for de studerende.

Skønt det koster ressourcer at omlægge og udvide undervisningen, valgte instituttet at udvide matematikundervisningen. Dette førte til, at der blev etableret et frugtbart samarbejde mellem forelæseren i matematik og Pædagogisk Center Samfundsvidenskab.

### Mål for omlægningen

Den overordnede ambition for udviklingen af matematikundervisningen på Økonomisk Institut var at bringe de studerende op på et matematisk fagligt højt niveau ved at flytte de studerendes tilgang til matematikken bort fra de rutineprægede løs-

ninger af konkrete opgaver ved hjælp af CAS-værktøjer over til at tænke abstrakt, analytisk og systematisk, så de kunne gå langt mere i dybden med faglige emner. Samtidig var det et mål, at de studerende skulle kunne forklare og respektere matematikkens videnskabsteoretiske stilling og dens historiske udvikling.

Disse problemer måtte løses i forbindelse med en reorganisering af undervisningen. Hvor man hidtil havde haft 2 forelæsningstimer og 2 holdundervisningstimer per uge gennem 2 semestre, blev det i efteråret 2007 besluttet, at undervisningstiden fra forårssemesteret 2008 skulle udvides med 50%, så man kom op på 3 forelæsningstimer og 3 holdundervisningstimer om ugen i 2 semestre.

Med den øgede undervisningstid ville det blive muligt at behandle alle de elementære emner (mængdelære, funktioner, algebraiske operationer, notation og bevisførelse), som tidligere havde været pligtigt gymnasiepensum, og som er en forudsætning for at begynde et økonomistudium. Samtidig blev det også muligt at skabe bedre progression i undervisningen og at fordybe sig i de fleste emner samtidig med, at man kunne arbejde med fagets videnskabsteoretiske stilling og dets historiske udvikling.

Netop matematikkens videnskabsteoretiske position og dens store betydning i mange tværfaglige sammenhænge er væsentlig for en moderne økonom, der benytter matematiske sætninger og metoder i økonomisk teori. Desuden er den historiske udvikling vigtig at forstå, hvis man ønsker at få indsigt i, hvordan matematikken har været en forudsætning for andre fagdiscipliners udvikling og forskningsmetoder (Olesen, 2008; Olesen, 2009; Olesen, 2010; Olesen, 2011b).

At give matematikundervisningen et filosofisk, tværfagligt og historisk perspektiv, vurderer vi, burde virke inspirerende for økonomistuderende, eftersom de matematiske emner og sætninger herved står tydeligere som interessante og banebrydende svar på vigtige problemstillinger i stedet for at være regler, som måske blot læres udenad.

Målet for undervisningsudviklingen handlede i høj grad om at arbejde for at fremelske klassiske akademiske dyder hos de studerende. Den klassiske inspiration kom dels fra Friedrich Schleiermachers abstrakte tilgang til hermeneutikken: "Forståelse af en tekst er en gengivelse af dens skabelsesproces" – idet matematisk indsigt bygger på forståelse for en udviklingsproces i form af logisk analyse og bevisførelse, dels fra den Kant-Humboldtske dannelsesteori, hvor der er en betydelig sammenhæng mellem dannelse og oplysning, uden at disse to begreber dog er identiske (Bruford, 1975; Bohlin, 2008; Sørensen, 2007; Franz, 2010; Klausen, 2008).

### Dannelsesbegrebets betydning for matematik

Den klassiske dannelsesbegreb symboliseres ved den såkaldte dannelses trekant. Med H. C. Ørsteds velkendte ord handler den om "det Sande, det Gode og det Skønne" og lægger sig tæt op ad de bærende principper i Kants tre kendte "kritiker" om den rene fornuft, den praktiske fornuft og dømmekraften (Olesen, 2010; Olesen, 2011b). Sagt mere præcist, så symboliserer dannelses trekanten, der altid tegnes som en ligesidet trekant, de tre ligeberettigede dannelses aspekter: Viden, tanke og kommunikationsevne. Viden er faktisk, encyklopædisk viden, som kan være matematiske sætninger, fysiske love, økonomiske modeller. Tanken er et begreb for, at studerende interagerer og reflekterer over stoffet og lader sig påvirke af det – og gerne kritiserer det. Det indebærer, at personligheden dannes eller formes, jf. de engelske ord for dannelse: Self-formation, self-perfection og self-cultivation. Har man fx lært den specielle relativitetsteori, så man vel at mærke kan gengive og udlede de relativistiske formler, er man blevet et andet menneske præget af ny og større indsigt og dybere erkendelse. Og på denne måde erhverver man nogle specielle kompetencer, som man kan bruge i en faglig dialog med andre mennesker eller i forbindelse med sit arbejde. Humboldt har selv udtrykt dette ved at sige, at dannelse også handler om forbindelsen mellem selvet og hele verden, så man opnår den mest generelle, den mest engagerede og den helt ubegrænsede vekselvirkning (Bruford, 1975; Bohlin, 2008).

I universitetspædagogiske termer har målene for omlægningen og udvidelsen af undervisningen været at forsøge at stimulere til mere dybdestrategisk læring inspireret af bl.a. Marton & Säljö (1984) og Ramsden (2003) – eller i det mindste forsøge at undgå, at de studerende, der på forhånd foretrækker at arbejde dybdestrategisk, skulle få den oplevelse, at kun overfladestrategi ville give dem et godt resultat. Dybdelærings intention om at lede efter underliggende principper, logiske regler og kritisk overvejelse over sammenhænge mellem eksempler og teori er afgørende for at blive dygtig til matematik – og er dermed også afgørende for at blive en dygtig økonom.

Før vi iværksatte dette dannelsesprægede initiativ, så vi, at mange studerende arbejdede overfladestrategisk. Det så vi blandt andet i besvarelsene på opgaver med ombyttede bogstaver og ved, at de studerende krævede, at holdunderviserne blot regnede opgaverne på tavlen, så de kunne skrive løsningerne af. Denne studieadfærd kalder Herskin publikumssyndrom (Herskin, 2004). Både Marton & Säljö og Ramsden skriver, at årsagen til, at de studerende ikke fanger overordnede pointer, i vores tilfælde de matematiske principper bag opgaveregningen, er, at de ikke leder efter dem. Undervisningsudviklingens formål var at revidere de signaler, som undervisningsforløbet sender til studerende om de krav, de står overfor til eksamen (Biggs & Tang, 2007). Det er ikke nok at lære udenad, der skal også tænkes og ledes.

Helt basalt ville vi også gerne forøge de studerendes aktivitetsniveau og kræve, at de studerende regnede mere i og uden for undervisningen. Ifølge Prince (2004) vil en aktiv og selvstændig bearbejdning af det faglige stof øge de studerendes læring.

Det er for os interessant, at man i Brasilien med stor succes har gennemført lignende nye tiltag i matematikundervisningen på gymnasie- og universitetsniveau (Gouvêa, 2011), og at der blandt svenske forskere er stor interesse for universitetsundervisning, der er baseret på dannelsesmæssige aspekter (Avery og Wilborg, 2013).

Matematikundervisningen på Økonomisk Institut blev i flere skridt reorganiseret og opbygget fra september 2011. Vi ser i det følgende på forelæsningerne og holdøvelserne hver for sig (Olesen, 2011b).

### Forelæsningerne

Som hidtil er det forelæsningernes opgave at formidle den matematiske arbejds metode med beviser og uddybende eksempler som basis for den selvstændige læsning og regning. Samtidig bliver der brugt megen tid på videnskabsteoretiske og historiske detaljer for også at vise, at matematik er et alment kulturelt fag. De faglige paralleller til andre videnskaber, herunder naturligvis økonomi, bliver ligeledes fremhævet ved hver forelæsning ud fra den holdning, at forelæsningerne gerne skal indeholde stof, de studerende ikke havde forestillet sig.

Det historiske aspekt tager udgangspunkt i 'The South Sea Bubble', der var en voldsom finansskandale i Storbritannien i 1720, fortsætter med Daniel Bernoullis løsning af 'Sankt Petersborg-paradokset' og introduktionen af økonomiske nyttefunktioner i 1738 og videre med Condorcets matematiske resultater på baggrund af Turgots fysiokratiske teorier. Dette gøres som en naturligt integreret del af progressionen i matematikundervisningen, og derfor bliver det også i forbindelse med grundlæggende topologiske emner naturligt at omtale Eulers berømte løsning fra 1736 på problemet vedrørende passagen af broerne i Königsberg, hvormed den algebraiske topologi og grafteorien, der i dag har særdeles stor betydning i økonomi, blev grundlagt (Hopkins, 2007; Sandifer, 2007). Forelæsningerne behandler således mange væsentlige historiske begivenheder i samspillet mellem ren matematik og anvendelserne i økonomisk teori helt frem til nutiden.

### Holdtimerne

Holdtimerne træner og udbygger de studerendes faglige færdigheder og er blevet revideret med henblik på at aktivere de studerende. I de første tre undervisningsuger arbejder de studerende i forskellige grupper, som de selv vælger frit, hvorefter de skal danne faste grupper på 3-4 studerende, der uden for undervisningstiden mødes og arbejder med lærebogsteksten og de stillede opgaver. Hvis grupperne var større, vurderer vi, vil der være risiko for, at aktivitetsniveauet bliver for lavt – i hvert fald

for nogle studerende, mens andre danner subgrupper. Faste grupper bruger vi for at sikre, at alle studerende har en studiegruppe, og for at vise de studerende, at opgaveløsning i grupper på studiet anses som en vigtig vej til at blive dygtig, og for, at holdlærerne har mulighed for at udfordre og blande de studerende anderledes i holdtimerne.

I undervisningsplanen er de skriftlige opgaver opdelt i 3 forskellige kategorier: Checkopgaver, der er relativt lette, tavleopgaver, der er mere krævende, og supplerende opgaver, som er tiltænkt som en ekstra udfordring for de dygtigste og mest motiverede studerende. Det er et krav, at man i grupperne har regnet alle check- og tavleopgaver, inden holdtimerne afholdes. Checkopgaverne gennemgås hurtigt, mens tavleopgaverne en for en gennemregnes på tavlen af studerende – evt. af holdlæreren, hvis ingen studerende har kunnet løse opgaverne.

I første semester er der ved de fleste øvelsesgange desuden et specifikt matematisk emne, som de studerende skal gennemgå ved tavlen. Hvert emne fremlægges af en på forhånd udpeget gruppe således, at alle grupper når at fremlægge mindst et emne. Efter fremlæggelsen er der en faglig diskussion mellem den pågældende gruppe og de øvrige studerende på holdet, så der genereres en fagligt saglig kritik af fremlæggelsen.

Hvis der er yderligere tid til det, gennemgås en eller flere af de supplerende opgaver på tavlen, enten af en studerende eller af holdlæreren.

Desuden stilles der i løbet af hvert semester 10 obligatoriske skriftlige opgavesæt, hvoraf mindst 8 skal være afleveret rettidigt og accepteret af holdlæreren, som tilfredsstillende besvaret, for at man kan indstilles til eksamen. Kravet om rettidig aflevering af skriftlige opgaver fordelt over 10 uger i hvert semester giver en god kontinuitet og progression i undervisningen og modvirker frafald og studieinaktive perioder.

### Resultater

Vi har brugt studenterevalueringer, eksamensresultater og tilbagemeldinger fra undervisere for at vurdere undervisningsudviklingens effekt. Hvert semester afholder studienævnet to skriftlige evalueringer: En intern midt i semesteret og en ekstern i slutningen af dette. Disse evalueringer består i, at de studerende på nettet kan tilkendegive om undervisningen generelt, forelæsningserne, øvelserne, pensum, deres egen arbejdsindsats etc. er enten særdeles god, god, middel, dårlig eller meget dårlig. Desuden kan de studerende skrive personlige kommentarer.

Disse evalueringer besvares af næsten alle studerende, og det har vist sig, at de gennemførte ændringer er blevet modtaget særdeles positivt, idet ca. 90 % af de studerende mener, at undervisningen i alle evaluerede aspekter er enten middel, god eller

særdeles god. De mener, at matematik er et særdeles relevant fag for deres studium, og de er tilfredse med de videnskabsteoretiske og historiske emner, som løbende omtales ved forelæsningerne. Dette ytrer sig bl.a. ved, at de i pauserne og efter forelæsningerne samt via mail stiller flere faglige og uddybende spørgsmål end tidligere til Mogens. De spørger fx efter forslag til andre beviser, flere aspekter af den historiske udvikling samt om relationer til økonomifag. Ofte finder de nu supplerende oplysninger med faglig relevans, og fra indberetninger fra holdlærerne ved vi, at de er blevet mere aktive og engagerede i øvelsestimerne efter, at ændringerne blev gennemført.

Det er også interessant at konstatere, at der år efter år siden 2008 er kommet en markant ændring i eksamensresultaterne. Dette fremgår af følgende skema, som omhandler de skriftlige eksamener i Matematik B, som er den skriftlige eksamen, der afholdes efter andet semester, hvor førsteårsprøven afsluttes (Olesen, 2010; Olesen, 2011b).

Eksamensopgaverne er formuleret, så de tester såvel abstrakte problemstillinger som konkrete begreber, mens numeriske regninger begrænses mest muligt, idet de studerende ikke må benytte lommeregner eller computerprogrammer under eksamen. Det skal nævnes, at eksamensopgavernes faglige sværhedsgrad er uændret i den undersøgte periode.

Table 1: Eksamenerne i Matematik B 2008 - 2011

	2008	2009	2010	2011	2012
Karakter	Antal	Antal	Antal	Antal	Antal
-3	6	1	1	0	1
00	46	15	16	15	22
02	36	17	37	31	45
4	29	18	28	31	30
7	33	38	25	64	47
10	22	20	28	30	37
12	36	17	17	41	29
Eksaminander i alt	208	126	152	212	231
Dumpeprocent	25	12,7	11,2	7,1	9,6
Antal beståede	156	110	135	197	208
Gennemsnitskarakter i alt	5,1	6,1	5,4	6,7	6,5
Gennemsnitskarakter beståede	6,9	7,1	6,3	7,2	7,2

Af tabellen fremgår det, at dumpeprocenten er faldet markant fra 25 i 2008 til et nogenlunde stabilt niveau på ca. 10 siden 2010. En chi-i-anden-test på de rå tal dumpet – bestået med en 2x2 kontingenstabel for 2008 og 2010 med dumpeantal og bestået antal giver følgende tal i tabellen: 52 (dumpet 2008), 17 (dumpet 2010), 156 (bestå 2008), 135 (bestå 2010). Dette giver en chi-i-anden-værdi på 10.82, 1 frihedsgrad og en tilfredsstillende p-værdi på 0.001. Det er desuden bemærkelsesværdigt, at dette stabile niveau gennem de sidste tre år er opnået uanset, om antallet af eksaminander er lavt (152 i 2010) eller højt (231 i 2012). Man må derfor formode, at både det faglige og studiemæssige udbytte, som de studerende har fået i løbet af det første studieår, er nogenlunde ens fordelt siden 2010 uanset antallet af eksaminander.

Ser man på karakterfordelingen, er det mest interessant, at det er lykkedes at løfte mange af de lidt svagere studerende fra dumpekarakteren 00 til at bestå med karakteren 02, hvilket er et stort fremskridt. Desuden bemærker man, at den procentuelle andel af topkaraktererne 10 og 12 tilsammen er stort set konstant gennem alle årene med 27,9 i 2008, 29,3 i 2009, 29,6 i 2010, 33,5 i 2011 og 28,6 i 2012. Ser man på gennemsnitskaraktererne både for alle eksaminander og for de beståede eksaminander, er der gennem de sidste to år opnået et meget stabilt niveau på henholdsvis lidt under og lidt over middelkarakteren 7.

Tilsyneladende har vores forsøg med at udvikle undervisningen været succesfulde med hensyn til beståelsesprocenter og karakterniveau. Resultaterne skal blandt andet ses i lyset af studenteroptaget. Vigtige parametre her er studenteroptagets størrelse, som har udviklet sig markant siden 2008, hvor man optog 7 hold af ca. 35 studerende til i 2012, hvor der blev optaget 10 hold. Det har tilsyneladende ikke haft nogen negativ indflydelse på eksamensresultaterne, at studenteroptaget er steget. Imidlertid er der sket en samfundsudvikling, hvor økonomi har fået langt mere fokus i samfundsdebatten i forbindelse med den økonomiske krise. Vi kan ikke afvise, at økonomistudiet tiltrækker andre typer studerende end tidligere, og det figurerer som en usikkerhedsparameter for vores resultater. Desuden er lærerbesætningen et usikkerhedsmoment, der som regel svækker pædagogiske eksperimenter som dette.

### Konklusion

Omlægningen af undervisningen og introduktionen af dannelsesmæssige aspekter blev gennemført for at vende en meget negativ udvikling, som manifesterede sig tydeligt ved eksamen i 2007, uden at ændre det faglige ambitionsniveau. Det har vist sig, at det var muligt at gennemføre en ganske omfattende undervisningsreform. Og det er opmuntrende, at studenteradfærd og fagligt udbytte af universitetsundervisning kan påvirkes i positiv retning, og det er netop denne overordnede pointe og generelle erfaring, vi gerne vil dele med læseren. Vi mener, at disse dannelsesprincipper må kunne bruges på langt flere studier på både tørre og våde fagområder.



De studerendes engagement er steget markant gennem de sidste fire år, hvor undervisningens tilrettelæggelse og organisering i stadig højere grad er blevet præget af klassiske akademiske dyder.

*Julie Marie Isager er pædagogisk konsulent i Pædagogisk Center Samfundsvidenskab på Københavns Universitet og arbejder med udvikling af universitetsundervisning fra flere vinkler. I de seneste år har hun særligt samarbejdet med undervisere og instruktører om et øget fokus på studiestart, studieteknik og de studerendes aktiviteter mellem timerne.*

*Mogens Nørgaard Olesen er cand.scient. i Matematik, Fysik og Astronomi og ansat som studielektor i Matematik ved Økonomisk Institut, Københavns Universitet. Han har siden 1993 afholdt forelæsnin-  
gerne i matematik for de økonomistuderende og har ud over et stærkt fagligt engagement inden for  
matematisk analyse og lineær algebra også beskæftiget sig med matematisk didaktik, videnskabsteori og  
klassisk dannelsesfilosofi. Han er forfatter eller medforfatter til adskillige lærebøger og har publice-  
ret fire artikler om, hvordan klassisk dannelsesfilosofi kan anvendes i moderne universitetsundervis-  
ning.*

### Litteratur

- Avery, H. & Wihlborg, M. (2013). Examples from Higher Education in Sweden and Denmark, *Journal of Learning Development in Higher Education*; Issue 5, March, 1-20.
- Biggs, J. & Tang, C. (2007). *Teaching for Quality Learning at University*, third edition, Berkshire: Open University Press
- Bohlin, H. (2008): Bildung and Moral Self-Cultivation in Higher Education: What does it Mean, and How can It be Achieved?, *Forum on Public Policy*.
- Bruford, W. H. (1975). *The German Tradition of Self-Cultivation from Humboldt to Thomas Mann*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Franz, A. (2010). *Immanuel Kant: "Beantwortung der Frage: was ist Aufklärung?"* Norderstedt: GRIN Verlag
- Gouvêa, F. (2011). Language as a Barrier and Opportunity. *Newsmagazine of the Mathematical Association of America*, 31(4). (August/September), 20-21.
- Herskin, B. (2004). *Undervisningsteknik for universitetslærere – formidling og aktivering*, 2.ed. Frederiksberg: Samfundslitteratur.
- Hopkins, B. & Wilson, R. J. (2007). The Truth about Königsberg, I Dunham, W. (ed.) (2007): *The Genius of Euler. Reflections of his life and work*. The MAA Tercentenary Euler celebration, Washington DC: The Mathematical Association of America.
- Klausen, S. H. (2008). Schleiermacher, opslag i *Filosofisk Leksikon*. København: Gyldendal, 420.
- Marton, F. & Säljö, R. (1984). *The Experience of Learning*, Edinburgh: Scottish Academic Press.
- Olesen, M. N. (2008). New Problems and Solutions in Basic University Teaching. *Forum on Public Policy*.

- Olesen, M. N. (2009). Bildung as a Powerful Tool in Modern University Teaching. *Forum on Public Policy*.
- Olesen, M. N. (2010). Bildung – Then and Now in Danish High School and University Teaching and How to Integrate Bildung into Modern University Teaching, *Forum on Public Policy*.
- Olesen, M. N. (2011a). *Eksamensopgaver i matematik med rettevejledninger*. 2. udgave, Frederiksværk: Nautilus Forlag.
- Olesen, M. N. (2011b). Bildung in a New Context in Danish University Teaching with some Remarkable Results. *Forum on Public Policy*.
- Prince, M. (2004). Does Active Learning Work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223-231.
- Ramsden, P. (2003). *Learning to teach in higher education*. London: Routledge Falmer.
- Sandifer, C. E. (2007). *How Euler Did It*, The MAA Tercentenary Euler celebration. Washington DC: The Mathematical Association of America.
- Sørensen, H. (red) (2007). *Ideer om et universitet*. Aarhus: Aarhus Universitets Forlag.