

Matematikundervisning på universitetet – whiteboards, tilfældige grupper og problemløsningsopgaver

Dorte Moeskær Larsen¹, Institut for Matematik og Datalogi, Syddansk Universitet
Henrik Skov Midtiby, Mærsk Mc-Kinney Møller Institut, Syddansk Universitet

Abstract

Universitetets matematikundervisning er typisk struktureret omkring forelæsninger med envejskommunikation, efterfulgt af instruktortimer, hvor studerende engagerer sig i opgaveløsning. Dette studie præsenterer en undersøgelse, hvor en underviser på to forskellige matematikhold inden for ingeniøruddannelsen har lavet undersøgelser med ny undervisningspraksis beskrevet som "Det tænkende klasserum" udviklet af Peter Liljedahl. Denne praksis involverer bl.a. indledning af undervisningen med åbne problemløsningsopgaver, anvendelse af tilfældigt sammensatte trepersonersgrupper i undervisningen og brugen af lodrette, ikke-permanente tavleflader under gruppearbejdet.

Gennem semesteret er der systematisk indsamlet data i form af undervisningsobservationer, evalueringssurveys og instruktørinterviews. Artiklens resultater belyser forskellige potentielle fordele ved denne tilgang, men identificerer også enkelte udfordringer. Dette bidrager til en dybere forståelse af dynamikken, der opstår ved implementeringen af disse nye undervisningsmetoder og deres indvirkning på både undervisningsprocessen og de studerendes sociale tilhørsforhold samt læring af matematik på universitetet.

Introduktion

Peter Liljedahl udgav i 2020 bogen "Building Thinking Classrooms", som handler om at gøre de matematiske klasserum mere aktive og lade de studerendes tænkning være omdrejningspunkt i undervisningen. Liljedahls forskning indikerer, at matematikundervisningen i dag sjældent opfordrer studerende til aktiv tænkning i matematiktimerne, men mere handler om det, han kalder 'mimicking', hvor studerende efterligner eller kopierer nogen eller noget. Det kan fx være, at en studerende reproducerer eller genskaber det, læreren har vist tidligere eller det, de har læst i en bog. I alt har Peter Liljedahl identificeret 14 praksisser, der støtter udviklingen og opretholdelsen af aktive tænkende klasser i matematikundervisningen (Liljedahl, 2020).

Peter Liljedahls tilgang til matematikundervisning er specifikt rettet mod grundskolen og gymnasiet (Liljedahl, 2020), og han beskriver derfor de lærende som "elever", selvom han skriver "studerende" på engelsk, og det er efterhånden blevet ret udbredt på disse uddannelsesniveauer. Spørgsmålet er, om denne tilgang til undervisning også kan have potentialer i matematikundervisningen på universitetet, hvor der ikke er elever, men hvor det drejer sig om voksne studerende. Matematikundervisningen på det tertiære universitetsniveau er ofte bygget lidt anderledes op end på ungdomsuddannelser og grundskoler, med forelæsninger med mange studerende

¹ dmla@imada.sdu.dk

og instruktortimer på mindre hold. At de lærende på universitetet er voksne studerende, gør måske også den forskel, at de studerende her forventes at tage et større ansvar for deres egen læring, hvor elever i grundskolen har større behov for facilitering og guidning. Denne forskel er værd at overveje i forhold til at kunne anvende Peter Liljedahls tilgang på universitetet.

Der er mange traditioner for, hvordan undervisningen foregår på universitet, og der er samtidig en forventning om, at det er de studerende, der skal tilpasse sig undervisningen uden nødvendigvis at være eksplicit omkring dette. På universitetet kæmpes samtidig med et ret stort frafald af studerende. I perioden 2016 til 2022 er det samlede frafald for alle ingeniøruddannelserne på Syddansk Universitet mellem 18 % og 25 % på det første studieår. Matematik har samtidig ofte haft en rolle som sorteringsfag på universitetet og været en udvælgelsesmekanisme i forskellige fagområder (Andreassen, 1999), idet matematik ofte anses som det fag, der sorterer "fårene fra bukkene", hvor de studerende, der viser stærke matematiske færdigheder og kompetencer, identificeres som potentielt dygtige, og dem, der ikke kan bestå matematik, slet ikke hører til på dette studie (Leyva et al. 2020). Der er flere studier, der netop ser på udfordringer med, at vejen til STEM-uddannelserne alle går igennem matematikkurser, og der har været forsøg med fx på ingeniørstudiet at forberede de studerende til matematikkurser ved at lægge vægt på "ingeniørmæssig motivation for matematik" (Burdmand et al. 2021).

I denne undersøgelse har vi systematisk udforsket de potentielle anvendelsesmuligheder, som tre af de praksisser, introduceret af Peter Liljedahl, besidder inden for universitetsundervisningen i matematik. Dette blev operationelt udført gennem implementeringen af de tre praksisser på to separate hold inden for matematikundervisningen på ingeniøruddannelserne ved Syddansk Universitet. Der blev lavet observationer i undervisningssituationen, og der blev gennemført omfattende drøftelser med både instruktører og hovedunderviser (anden forfatteren til artiklen). Desuden blev der foretaget midtvejsevalueringer og afsluttende evalueringer med både spørgeskemaer og efterfølgende samtale med de involverede studerende for at indhente data. Læs mere i metodeafsnit om dette.

I denne artikel vil vi først præsentere de tre praksisser beskrevet af Liljedahl (2020). Derefter introducerer vi vores forskningsspørgsmål og præsenterer metodologien, sammen med en nøjere redegørelse for den kontekst, hvori disse praksisser er blevet afprøvet. Herefter forelægger vi de indsamlede data og udfører efterfølgende en diskussion af de potentielle fordele og udfordringer ved de nævnte praksisser på universitetsniveau. Afslutningsvist afrundes artiklen med en refleksion over, i hvilket omfang denne tilgang muligvis kan afbøde nogle af underviserens bekymringerne relateret til studerende, der ikke er engagerede i undervisning, de studerendes evne til at forklare deres beregninger og et højt frafald blandt de studerende.

Det tænkende klasserum

Peter Liljedahls "Det Tænkende Klasserum" er en pædagogisk tilgang, der sigter mod at transformere undervisningsmiljøet i matematiklokaler og fremme dybere matematisk forståelse samt styrke de studerendes aktive deltagelse og samarbejde. Dette teorigang starter med at give en kort beskrivelse af nøgleelementerne i denne tilgang.

Centralt i Liljedahls beskrivelser er skiftet fra en underviserdrevet tilgang til en mere studentercentreret tilgang til læring. Beskrivelserne af "det tænkende klasserum" opfordrer studerende til at tage ansvar for deres egen læring, hvilket betyder, at de aktivt skal deltage i problemløsning og opbygger deres forståelse i stedet for at være passive modtagere af information. Samtidig bygger Liljedahls tilgang på forskning i at skabe matematisk rige læringsmiljøer. Dette indebærer at skabe en atmosfære, hvor matematik er levende, meningsfuld og udforskende. Der opfordres i teorien til at bringe matematik til live gennem interaktion og praktisk arbejde

snarere end blot at præsentere matematik som en samling af formler og regler (Liljedahl, 2020). Det tænkende klasserum indeholder 14 forskellige praksisser, der kan anvendes i matematikundervisningen (se tabel 1), med en anbefaling om at implementere dem i en rækkefølge ud fra fire værktøjskasser startende med den første og så efterhånden bygge flere værktøjskasser på.

Værktøjskasse 1 (fokus på adfærd og vaner)	Værktøjskasse 2 (fokus på lærerens undervisningspraksis)	Værktøjskasse 3 (fokus på elevernes faglige flow)	Værktøjskasse 4 (fokus på evaluering)
1. Anvend åbne problemorienterede opgaver	4. Præsenter opgaverne mundtligt	9. Giv hints og udfordringer til undersøgelser og problemløsning	12. Anvend formativ evaluering
2. Lav tilfældige grupper af tre	5. Tilpas indretningen af klasseværelset	10. Gennemfør klassesamtaler undervejs	13. Anvend summativ evaluering
3. Anvende ikke-permanente horisontale tavler	6. Overvej hvordan/hvornår man svarer på spørgsmålene	11. Tilbyd supplerende opgaver, der kan støtte forståelsen	14. Giv konstruktive tilbagemeldinger
	7. Lav meningsfulde noter		
	8. Giv handling, frihed og selvstændig i gruppearbejdet		

Tabel 1: 14 undervisningspraksisser beskrevet i Liljedahl (2020) opdelt i 4 værktøjskasser

Alle 14 praksisser har fokus på at fremme samarbejde. Studerende skal arbejde sammen for at løse matematiske opgaver og diskutere deres løsningsmetoder. Dette skal styrke deres matematiske kompetencer, men også deres evne til at kommunikere og samarbejde. Det mest bemærkelsesværdige aspekt af tilgangen er brugen af vertikale, ikke-permanente overflader som whiteboards (praksis 3 i værktøjskasse 1). Disse overflader fungerer som det sted, hvor studerende kan nedskrive og dele deres tanker, idéer og løsninger. Idéen er, at dette skaber et dynamisk og visuelt miljø, der fremmer diskussion og deling af matematiske tanker.

I et tænkende klasserum har gode opgaver følgende kvaliteter: opgaverne er udfordrende, åbne for flere løsningsstrategier og fremmer dybdegående forståelse af matematiske koncepter. Studerende opfordres til at tænke kreativt og eksperimentere med forskellige tilgange til opgaverne. Ved at fremme samarbejde og fælles diskussioner om problemløsningsopgaver på vertikale flader beskriver Liljedahl (2020), at dette kan bidrage til at opbygge et stærkt klassefællesskab, hvor alle studerende har mulighed for at dele deres tanker og løsningsmetoder. Dette kan dermed hjælpe med at skabe et inkluderende og støttende læringsmiljø.

Flere af disse elementer er ikke nye tiltag og bygger på tidligere forskning inden for matematikdidaktik. Dette bliver yderligere beskrevet i næste afsnit. Eksempelvis er det ikke nyt, at der skal fokuseres på problemløsning i matematik. I det følgende vil de tre første praksisser fra første værktøjskasse blive beskrevet lidt nærmere. Det er samtidig de tre praksisser, som er blevet afprøvet i praksis, og som vi senere vil se nærmere på.

Åbne problemstillinger – praksis 1

Problemløsning i matematik er meget anerkendt og bliver beskrevet af eksempelvis Schoenfeld (2016), hvor han argumenterer for, at det er gennem arbejdet med komplekse opgaver og matematiske problemer, at studerende kan opnå dybere forståelse og mere alsidige kompetencer i matematik. Gennem succesfuld problemløsning opbygger de studerende en følelse af selvtilid og tro på egne evner (self-efficacy) i forhold til deres matematiske evner, hvilket kan have positive konsekvenser for deres engagement og holdninger til faget, men samtidig fører det til en dybere og mere meningsfuld forståelse af matematik (Schoenfeld, 2016). Skemp (1976) beskrev, hvordan problemløsning netop kan udvikle de studerendes relationelle matematikkompetencer i forhold til deres instrumentelle forståelser. Den relationelle forståelse indebærer at kunne se forbindelser mellem forskellige matematiske idéer og forstå, hvordan de relaterer sig til virkelige situationer, mens den instrumentelle forståelse indebærer at kende og kunne anvende matematiske regler og formler uden nødvendigvis at forstå dybere sammenhænge eller begrundelser for dem. I forhold til meningsdannelse beskriver Hiebert et al. (1997), at det er vigtigt at studerende tager ejerskab over problemløsningsprocessen i stedet for blot at efterligne underviserens foretrukne løsningsstrategi. Studerende udvikler altså kompetencer til at tænke og ræsonnere, når de giver mening til problemet (Stein & Lane, 1996). Aktiv problemløsning og facilitering af indsigtfulde oplevelser kan derfor give studerende mulighed for at forbedre deres matematiske forståelse og samtidig positivt påvirke det affektive domæne (Schindler & Bakker, 2020). Yackel & Rasmussen, (2002) beskriver, at i matematikundervisning med en mere traditionel tilgang, hvor underviserne forklarer løsninger på opgaver i detaljer skridt for skridt, udvikler studerende ofte afhængighed af undervisernes tænke-måde eller lærebogens forklaringer, hvilket kan gøre det svært for dem at engagere sig i meningsfuld problemløsning på egen hånd. Liljedahl (2016) lægger op til, at de åbne problemstillinger skal ligge i starten af timen og være så åbne, at de har det, der ofte beskrives som en lav indstigning og højt til loftet. Dette begreb blev oprindeligt beskrevet af Seymour Papert (1980), som Low threshold high ceiling. Det vil sige, at alle studerende trods forskellige faglige niveauer kan komme i gang med opgaverne (alle kan komme over en lav indstigning), men at de samtidig rummer udfordringer til de fagligt dygtige studerende (højt til loftet).

Tilfældige grupper af tre – praksis 2

Samarbejde i grupper i undervisningssammenhænge er heller ikke en ny praksis og har været implementeret gennem mange år (Duch, 2023; Kutnick & Blatchford, 2014), herunder har der også været opmærksomhed på begrænsningerne ved gruppearbejde (Lauridsen & Dohn, 2017). Eksempelvis har dannelsen af grupper været genstand for tidligere diskussioner. Grupper kan enten dannes autonomt af de studerende selv, hvilket hyppigt forekommer på gymnasialt og universitetsniveau, hvor grupper ofte formes ud fra eksisterende venskaber. Alternativt kan læreren tage initiativ til dannelsen af grupper ved hjælp af forskellige metoder. Dette kan eksempelvis baseres på hensigten om diversitet, enten i form af køn eller kompetencer, eller det kan være baseret på social integration eller eksisterende venskaber. Liljedahl (2020) påpeger imidlertid udfordringen ved, at studerende ofte oplever, at grupper dannet på baggrund af sociale aspekter ofte viderefører allerede etablerede roller, samt at grupper dannet ud fra venskaber ofte ikke er ensbetydende med, at venner arbejder godt sammen.

Naturligvis eksisterer der variation i forhold til, hvad formålet er med de forskellige designede grupper. Der kan identificeres forskellige begrundelser, afhængig af hvorvidt det drejer sig om længerevarende studiegrupper, der fx skal udarbejde større projekter eller arbejdsgrupper, der dannes i undervisningssammenhænge med det formål at håndtere mindre opgaver eller øvelser relateret til lektionens indhold. I undervisningssammenhænge argumenterer Pruner & Liljedahl (2021) for, at tilfældigt sammensatte grupper af tre studerende kan fremme en mere mangfoldig, åben og ligeværdig læringsoplevelse. Ved at tilstræbe, at der hele tiden er ny diversitet i gruppesammensætningen, kan man skabe et læringsmiljø, hvor forskellige perspektiver og kompetencer bringes i spil. Samtidig kan tilfældig sammensætning af grupper bidrage til at mindske hierarkier og magtforhold mellem studerende, da alle deltagerne har lige vilkår og muligheder for at bidrage. Denne tilgang understøtter også fællesskabsopbygning og reducerer risikoen for konflikter, hvilket kan skabe et mere positivt og samarbejdende arbejdsmiljø i undervisningen. Endelig nævner Liljedahl (2020) også her mobiliteten af viden, idet de studerende hele tiden møder nye holdkammerater, der kan have en anden viden eller ny synsvinkel, der kan bidrage til nye perspektiver i gruppen (Liljedahl, 2014).

Vertikale ikke-permanente overflader – praksis 3

Det tænkende klasserum fokuserer også på at orkestrere samarbejde blandt studerende, så der opstår produktive diskussioner ved hjælp af lodrette ikke-permanente overflader som whiteboards (Liljedahl, 2019). Arbejdet på vertikale flader i grupper beskrives her at øge de studerendes fokus på deres arbejde og samtidig forbedrer det deres udholdenhed, deltagelse og entusiasme (Liljedahl, 2019).

I Liljedahls forskning lavede han blandt andet målinger af, hvor lang tid der gik mellem opgaven blev overdraget til de studerende, og til den første matematiske diskussion omkring opgaven i gruppen startede, samt tiden til at de studerende lavede den første notation på arbejdsfladen. Liljedahl (2019) målte også på, hvor længe der var gruppediskussion, samt hvor der blev drøftet mest matematik. Endelig blev der også målt på udholdenhed og ikke-linearitet i arbejdet samt vidensmobilitet. Ved at sammenligne de forskellige målinger med andre måder at arbejde i grupper på, fx samtale rundt om et horisontalt papir eller ved en computer, viste det sig, at de ikke-permanente vertikale flader havde store potentialer (Liljedahl, 2019).

At de studerende skal stå oppe ved whiteboardet, opfordrer ifølge Liljedahl (2019) de studerende til at eksperimentere, tage risici i deres læring og give mulighed for hurtigt at kunne ændre deres skriftlige svar, og det giver samtidig muligheder for, at studerende kan dele deres løsningsstrategier med hinanden og andre grupper, således at der opstår en større mobilitet af viden i klasserummet. Dette giver samtidig alle en stemme i klasses Diskussioner og opbygger en stærkere følelse af klassefællesskab (Liljedahl, 2019).

Endelig beskrives også den mundtlige dimension i arbejdet ved whiteboards, idet der i diskussionerne netop trænes det matematiske sprog, fordi de studerende skal formidle deres matematiske tanker og løsninger, hvilket kræver en klar og præcis matematisk kommunikation. Generelt er der stor konsensus blandt mange matematikdidaktikere (fx Sfard, 2008) om, at sproget er en integreret del af matematikundervisningen, og at den spiller en afgørende rolle i udviklingen af studerendes matematiske tænkning og færdigheder. Sfard (2008) anvender blandt andet begrebet 'commognition' i forhold til at lære matematik. Ordet er en sammentrækning af 'communication' og 'cognition', og pointen er, at de to er forskellige manifestationer af en og samme sag: Tænkning er individualiseret kommunikation og at lære fx matematik er det samme som at blive bedre til at begå sig i en kommunikativ praksis.

Det tertiære plan – undervisning i det tænkende klasserum

På Syddansk Universitet er der et specifikt fokus på, at undervisningen skal være engagerende og aktiv (Syddansk Universitet, 2023). Forskning antyder dog, at forelæsninger fortsat udgør den fremherskende

undervisningsmetode i matematik på universitetsniveau (Laursen et al., 2019). På trods af omfattende evidens til fordel for aktiv læring anvender mange undervisere inden for naturvidenskab, teknik, og matematik stadig traditionelle forelæsningsbaserede metoder (Stains et al., 2018).

Peter Liljedahls forskning (2016; 2019; 2020) omkring det tænkende klasserum er alle baseret på undersøgelser i enten grundskolen eller gymnasieskolen. Der findes derfor ikke mange forskningsstudier, der har undersøgt betydningen af de beskrevne praksisser for undervisningen i matematik på universitetsniveau.

LeSage et al. (2021) har dog undersøgt effekten af Det tænkende klasserum, på studerendes holdninger og læringspræstationer i en førsteårsuniversitetsuddannelse (business-matematik). Der blev mere specifikt fokuseret på samarbejdsorienteret problemløsning på lodrette ikke-permanente overflader. Efterfølgende skulle de studerende vurdere deres samlede oplevelse. Generelt vurderede de den samarbejdsorienterede klasseoplevelse som meget positiv. Samtidig opnåede de studerende også en signifikant højere gennemsnitlig karakter end studerende i kontrolgruppen. Undersøgelsen havde specifikt fokus på de svagt præsterende studerende, og resultaterne viste en stor forskel mellem interventionsklasser og kontrolklasser. I kontrolklassen fik 46 % af de studerende de lave karakterer D og F; mens der i interventionsklassen kun var 14 %. I interventionsklassen var der desuden flere studerende, der fik de høje A- og B-karakterer. Generelt opnåede de studerende i interventionsklassen en markant højere gennemsnitlig karakter end studerende i kontrolgruppen.

Vi identificerer imidlertid en overordnet mangel på undersøgelser, der systematisk belyser, hvilken værdi denne tilgang kan tilføre universitetsundervisningen i Danmark. Yderligere er der behov for at forstå underviseren og de studerendes oplevelse af denne undervisningsmetode på et universitetsniveau.

Forskningsspørgsmål

Vi har derfor udviklet et aktionsforskningsforløb, hvor de tre første praksisser fra Liljedahl (2020) er anvendt på to forskellige matematikhold på universitetet. I forløbet opstiller vi følgende spørgsmål: Hvilke potentialer og udfordringer oplever førsteårsstuderende og undervisere på ingeniørstudiet på Syddansk Universitet ved implementeringen af de første tre praksisser, der er beskrevet i Peter Liljedahls (2020) Det tænkende klasserum i matematikundervisningen?

Metode

Denne undersøgelse inkorporerer en integreret tilgang, der kombinerer principperne for både aktionslæring (Bayer & Plaugborg, 2007) og aktionsforskning (Ivankova, 2015). Formålet med denne metodiske tilgang er at opnå en dybdegående forståelse af undervisningspraksis og samtidig implementere konkrete forbedringer. Den kombinerede tilgang muliggør både en forbedring af undervisningen i realtid og en systematisk refleksion, hvilket understøtter udviklingen af ny viden (Ivankova, 2015).

Aktionslæringselementet fokuserer primært på praksisorienterede forbedringer i undervisningen. Underviserne deltager aktivt i processen med at identificere områder af undervisningen, der kan forbedres, og implementerer derfor hurtige justeringer baseret på løbende observationer og feedback. Dette skaber en dynamisk og adaptiv læringsproces, hvor forbedringer implementeres i realtid for at optimere læringsoplevelsen for de involverede.

Aktionsforskningselementet udgør den mere teoretiske og systematiske dimension af denne undersøgelse. Det indebærer en dybdegående undersøgelse af både undervisningsmetoder og processer, ved at der er blevet indsamlet og analyseret data på en mere formel måde. Forskningsmetoder som klasserumsobservationer, interviews og surveys anvendes til at indsamle kvantitative og kvalitative data. Disse data bruges ikke kun til

øjeblikkelig praksisforbedring, men også til at udvikle bredere konceptuel forståelse og informere om langsigtede pædagogiske strategier.

Den gensidige kobling mellem aktionslæring og aktionsforskning er afgørende for undersøgelsens holistiske tilgang. Forbedringer, der identificeres og implementeres gennem aktionslæring, tjener som input til aktionsforskningen ved at generere data og indsigter, der informerer om teoretisk forståelse og videnskabelige konklusioner. Omvendt bruges resultaterne af aktionsforskningen til at guide og styrke beslutningstagningen inden for aktionslæring, hvilket skaber en iterativ og synergistisk proces, hvor praksis og teori kontinuerligt informerer hinanden for at fremme en holistisk forståelse og forbedring af undervisningspraksis.

Forskningen i undersøgelsen er organiseret som et mixed methods-studie (Ivankova, 2015), hvor både kvantitative og kvalitative dataindsamlingsmetoder er blevet benyttet samtidigt. Dette metodologiske valg er begrundet i ønsket om at opnå en dybdegående og nuanceret forståelse af de fænomener, der adresseres i forskningsspørgsmålet. Ved at kombinere kvantitative og kvalitative datastrategier har undersøgelsen til hensigt at opnå et mere omfattende indblik, idet de to tilgange supplerer hinanden og bidrager til en mere fuldstændig besvarelse af forskningsspørgsmålet.

Som en del af aktionsforskningsdesignet blev der fulgt en systematisk og reflektiv tilgang til at forbedre praksis gennem forskning og handling. Projektet blev opbygget ud fra seks aktionsforskningsfaser beskrevet af Ivankova (2015):

I fase 1 (diagnosticering) startede problemidentifikation, hvor underviser nedskrev forskellige udfordringer i undervisningspraksis, som han ønskede at arbejde med igennem dette projekt. Det handlede om følgende ting:

1. En del af klassen melder sig ofte ud af undervisningen og bliver ikke-deltagende.
2. Mange er udfordret i at forklare, hvad de gør (processen), når de løser en (skriftlig) matematikopgave.
3. Der er mange faglige huller i de studerendes matematiske baggrundsviden.
4. Nogle studerende insisterer på at tage noter på computeren uden at være i stand til at gøre det særligt effektivt, hvilket betyder, at de ofte går hjem med ikke brugbare noter.
5. En del studerende falder fra holdet.
6. Der er en stor faglig svag gruppe på holdet, som har brug for ekstra støtte.

I fase 2 (rekognoscering) blev disse udfordringer analyseret og drøftet i et møde mellem forsker og underviser, herunder også hvordan Peter Liljedahls praksisser måske vil kunne hjælpe på disse udfordringer.

I fase 3 (planlægning) blev der udviklet en konkret plan for både de konkrete tiltag og handlinger, samt hvordan empiri skulle indsamles. Aktionerne skulle gennemføres på to forskellige matematik hold, navngivet "Robtek" og "Elektro".

I fase 4 (handling) blev de tre første praksisser gennemført i undervisningen på de to hold i et semester. Der blev samtidig indsamlet data af både underviser og forsker.

I fase 5 (evaluering) blev der lavet en vurdering af virkningen af de implementerede handlinger både fra studerende, instruktører og underviser. Denne evaluering er del af dataindsamlingen (se afsnittet Dataindsamling).

Endelig blev der i fase 6 (revidering) reflekteret over processen og resultaterne af aktionsforskningen i flere fælles møder mellem underviser og forsker, hvor der også blev overvejet implikationer, og der blev foretaget enkelte mere praksisrettede ændringer. Til disse møder blev der nedskrevet fælles noter.

Dataindsamling

Empirien indeholder både deltagende observationer udført af underviseren selv på begge hold med tilhørende refleksionsnoter/logbog samt tre observationsgange udført af en ikke-deltagende forsker på holdet "Robtek". Forskeren konstruerede undervejs feltnoter med fokus på de tre praksisser for at kunne dokumentere de studerendes arbejde. De tilstedeværende instruktører blev også interviewet skriftligt for at indhente deres perspektiver på implementeringen af de tre praksisser både undervejs og som en slutevaluering. Der var flere mere ustrukturerede drøftelser undervejs mellem forsker og underviser. Disse blev foretaget mest for at støtte udviklingen af undervisningen og for at strukturere dataindsamlingen. Der blev her også nedskrevet noter undervejs, ligesom der blev gjort i afslutningssamtalen.

For også at få feedback fra de studerende blev der gennemført både en midtvejsevaluering og en afslutningsevaluering ved hjælp af et survey og en afsluttende mundtlig evaluering. Midtvejsevalueringen resulterede i 101 besvarelser (30 fra Elektro + 71 fra Robotek). Den afsluttende evaluering indeholdt 67 besvarelser (24 fra Elektro og 43 fra Robotek). I den mundtlige evaluering tog forskeren noter undervejs.

Det metodiske design sigter mod at skabe et nuanceret billede af, hvordan både de ingeniørstuderende og underviserne oplever og håndterer de implementerede praksisser samt at identificere både potentialer og udfordringer i forbindelse med anvendelsen af Liljedahls praksisser på ingeniøruddannelsesniveau.

Kodningen af data blev lavet i fællesskab mellem underviser og forsker. I kodningen af data blev der fokuseret på potentialer og udfordringer ved de tre praksisser. I surveyet blev de åbne spørgsmål kodet, hvor de studerende delte deres refleksioner og vurderede de tre praksisser. Først blev en eksplorativ kodning udført for at identificere brede temaer og mønstre indenfor de tre praksisser. Herefter blev en mere præcis kodning anvendt for systematisk at kategorisere disse temaer, såsom "sammenhold i klassen", "mobilitet af viden", og "fysisk bevægelse". Disse koder blev analyseret for at vurdere, om de studerende mente det positivt, eller om der var behov for forbedring (se figur 4 for flere koder og antal). Feltnoter og skriftlige interviews blev efterfølgende også gennemgået med samme koder, for at supplere surveyets data.

Rammerne for undervisningen – konteksten

Robtek-holdet er et matematikkursus inden for robotteknologi for studerende på både diplomingeniøruddannelsen og civilingeniøruddannelsen, og det startede med cirka 80 studerende. Elektro-holdet er et matematikkursus (Matematik og Indledende Programmering) inden for diplomingeniøruddannelsen, men tilhører elektronikingeniøruddannelsen og havde ved starten 40 studerende.

Robtek-holdets matematikundervisning blev varetaget af to undervisere, hvor den ene præsenterede stof i 12 forelæsninger og 12 regnetimer à 2 timer, mens den anden underviser, som afprøvede de tre praksisser fra Liljedahl, havde 12 blokke á 4 timer. På Elektro-holdet bestod matematikundervisningen i alt af 12 blokke á 4 timer, ledet af en enkelt underviser, som fulgte Liljedahls tre første praksisser. Robtek-holdet havde to instruktører til stede i alle blokke, mens Elektro-holdet kun havde én instruktør. Instruktørrollen gik fortrinsvis ud på at hjælpe underviseren undervejs i gruppearbejdet, hvis der var grupper, der havde brug for hjælp samtidigt.

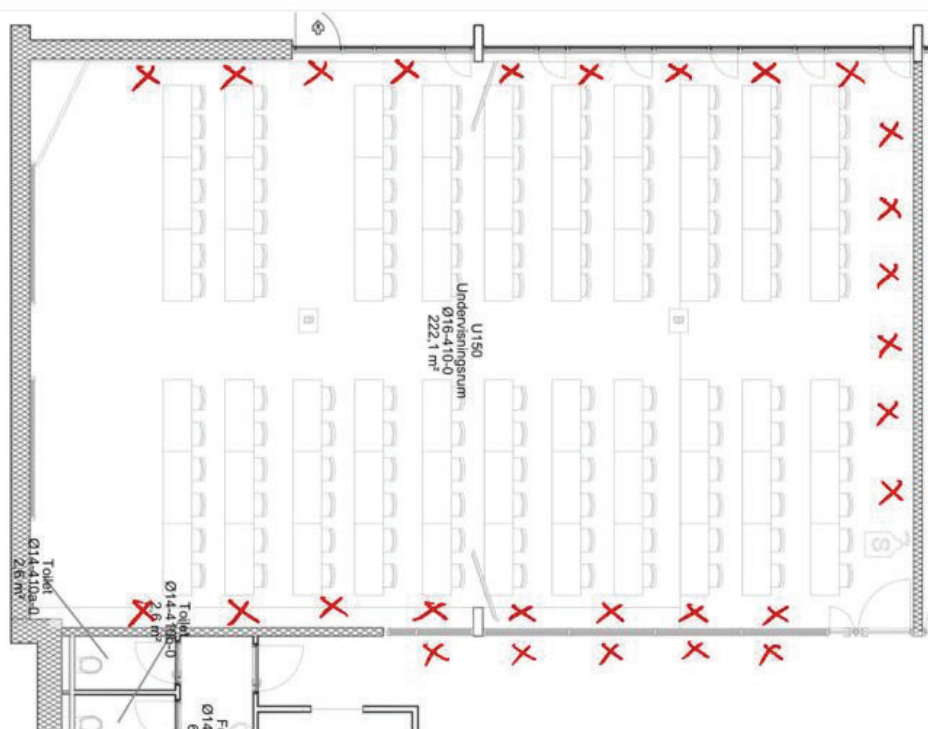
Undervisningens opbygning på Robtek og Elektro

Undervisningen på begge hold fulgte en lignende struktur fra gang til gang. Dette afsnit vil dække både forberedelserne og selve undervisningen, herunder opgaverne for både underviser, instruktører og studerende.

En uge før et undervisningsmodul fik studerende adgang til en lektionsnote (en en-sides pdf) med overordnet information om emnet og forventet forberedelse, inklusive links til videoer, online opgaver og kapitler i lærebogen. Studerende skulle før hver undervisning se videoer, hvor underviseren forklarer det daglige matematiske indhold. Videoerne indeholder indlejrede spørgsmål/opgaver, hvilket repræsenterer en form for flipped classroom (Bergmann & Sams, 2012). Underviseren udarbejdede altid en drejebog inden hver undervisning, der indeholdt planen for lektionen, fælles beskeder til holdet, opgaver til holdene, prioriterede punkter for opfølgning på opgaver og forventet tidsforbrug på hvert undervisningselement. Drejebogen blev altid delt med instruktorerne på kurset.

For at give grupperne adgang til de vertikale flader under undervisningen blev der opsat midlertidige whiteboards ved at bruge Magic Chart-folie, som blev placeret på vinduer og vægge i undervisningslokalet. Se figur 1 for et eksempel på placeringen af tavlerne både inde i og udenfor lokalet for at imødekomme behovet for plads.

Figur 1: En tegning af, hvordan whiteboards er placeret i undervisningslokalet. Et rødt kryds indikerer en whiteboardtavle. Denne blev udarbejdet, inden undervisningen startede.



Herefter skulle de studerende inddeles i synligt tilfældige grupper af tre. Inden gruppedannelsen blev antallet af studerende talt (fx 62), og ud fra dette antal bestemmes antallet af grupper. Her giver det $62 / 3 = 21$ grupper. Derefter findes der 21 forskellige kort frem (fx spar es til spar konge og hjerter es til hjerter 8) fra tre forskellige spil kort, og dette udgør puljen af kort, som de studerende kan trække fra. De studerende trækker nu et tilfældigt kort fra puljen og går ud til det whiteboard, der er markeret med den samme værdi, som det trukne kort. Det tog typisk 1-2 minutter for de studerende at finde deres gruppe.

Figur 2: Problemstilling benyttet til første undervisningsgang.

Opgaven er at dele tallet 25 i en række dele, således at summen af delene er 25, og at produktet af delene bliver så stort som muligt.

$$25 = 10 + 15$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$10 \times 15 = 150$$

$$25 = 10 + 10 + 5$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$10 \times 10 \times 5 = 500$$

↑
maksimer

I undervisningen startede lektionerne med en hurtig introduktion til en problemstilling, præsenteret mundtligt og ofte skriftligt på tavlen (se et eksempel på figur 2). Underviseren og instruktorerne cirkulerede herefter og diskuterede med de studerende. Flere problemløsningsopgaver blev introduceret med en lav indstigning og gradvis stigende kompleksitet. Studerende blev opfordret til at samarbejde med andre grupper ved udfordringer. Underviseren opsamlede til sidst ved at diskutere forskellige tilgange baseret på fotos af whiteboards. Der kunne godt være flere runder af opstillede problemer, men det var forskelligt fra undervisningsgang til undervisningsgang. De sluttede ofte af med individuel opgaveregning knyttet til dagens fokus.

Figur 3: Her ses et eksempel på en begyndende løsning til opgaven split 25.

$$25 = [1, 24] + [24, 1]$$

$$25 = 12 \cdot 2 + 1$$

$$2^{12} \cdot 1 = 4096$$

$$3^8 \cdot 1 = \underline{6561}$$

$$3^7 \cdot 4 = \underline{\underline{8748}}$$

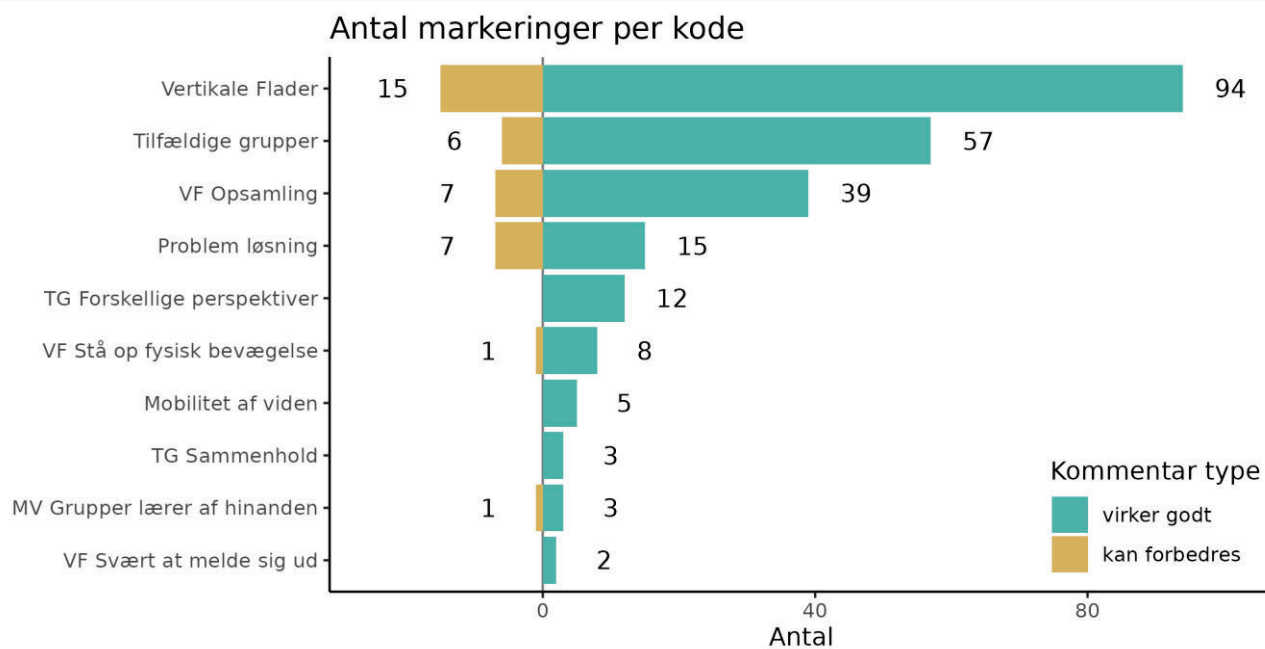
De første to undervisningsblokke på begge hold blev hovedsageligt anvendt til pusle/tænkeopgaver som split 25 (se figur 2 og 3). Efterfølgende skiftede fokus til sekvensbaserede opgaver, der præsenteres i stigende sværhedsgrad. Opgaverne i sekvensen krævede ofte anvendelse af tidligere indlært viden for at løse de efterfølgende opgaver.

Data

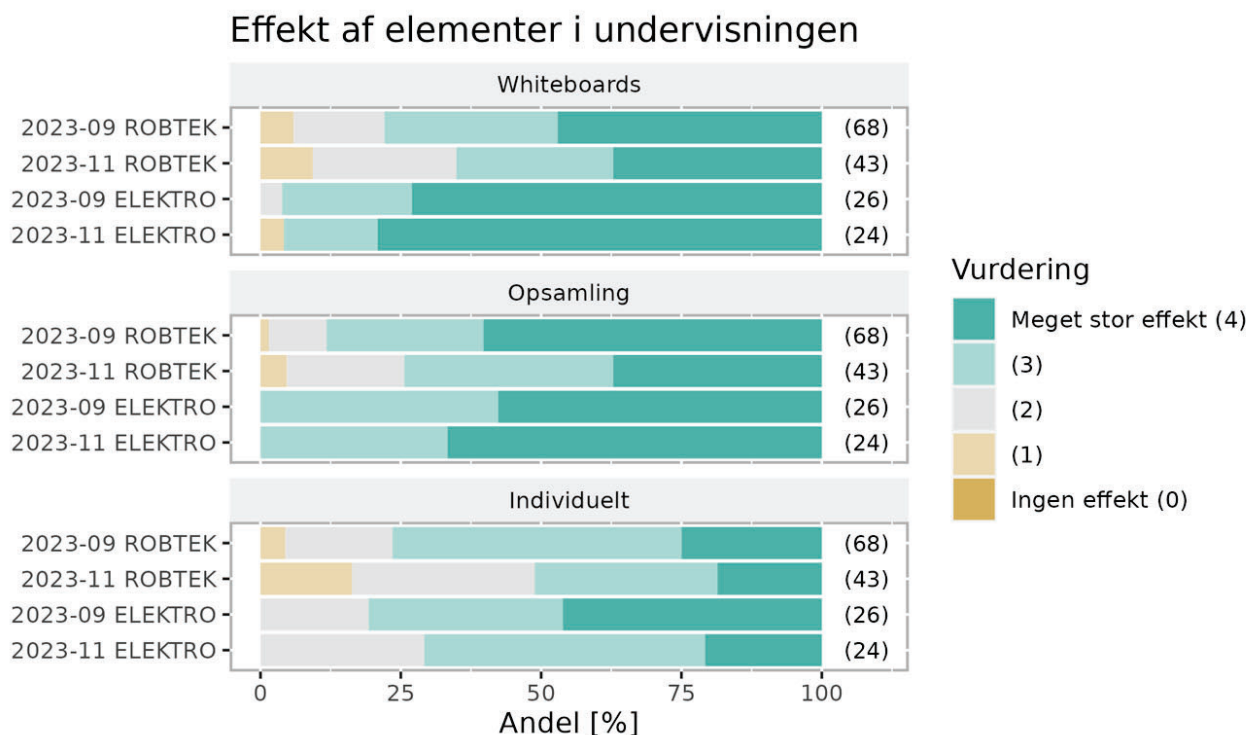
Undersøgelsen omfatter blandt andet kvantitative data fra både midtvejsevalueringen og slutevalueringen. I midtvejsevalueringen deltog studerende i et survey, hvor de blev bedt om at nævne tre positive og tre forbedringspunkter ved undervisningen. Der kom i alt 101 besvarelser. Grafen på figur 4 viser besvarelser fra midtvejsevalueringen. Her ses det, at mange studerende mener, at både de tilfældige grupper ($n=57$) og brugen af vertikale flader ($n=94$) fungerer godt. Hvad angår tilfældige grupper, fremhæver flere, at de bidrager med forskellige perspektiver og idéer ($n=12$) samt styrker samhørigheden på holdet ($n=3$). Der er også positiv feedback ($n=39$) vedrørende opsamlingerne i undervisningen.

I spørgeskemaet blev studerende også spurgt til, hvad de mente havde stor effekt i undervisningen. I figur 5 fremgår det, at studerende især mener, at opsamling og arbejdet ved whiteboards har den største effekt.

Figur 4: Optælling af positive og negative kommentarer fra midtvejsevalueringen relateret til de identificerede kodeord. Forkortelserne dækker over følgende. VF: Vertikale Flader. TG: Tilfældige Grupper. VM: Mobilitet af viden..



Figur 5: Data fra spørgeskemaet. Øverst ses, i hvor høj grad de studerende (i procent) mener, at whiteboards har haft en effekt, derefter opsamlingen og nederst det individuelle arbejde. Der indgår både resultater fra midtvejsevalueringen i september og afslutningsevalueringen i november på begge hold.



Observationerne

Fra observationerne af undervisningen var der data både fra forskeren, underviseren og de to instruktører. I det følgende vil denne data blive gennemgået med fokus på potentiale og udfordringer i forhold til de tre praksisser fra Liljedahl (2020).

Åbne problemstillinger – praksis 1

At arbejde med åbne problemstillinger blev som beskrevet gennemført som den første del af hvert modul.

Underviseren har igennem modulerne afprøvet forskellige typer af opgaver. Underviseren har noteret undervejs, at nogle opgaver var bedre end andre, da nogle opgaver gik for stærkt, mens andre var sværere. Det var en tydelig balancegang at få tilpasset opgavernes sværhedsgrad.

I midtvejsevalueringerne beskriver de studerende i de åbne spørgsmål, at denne tilgang til problemløsning har forskellige potentialer fordi:

"At man bliver tvunget til at tænke ud af boksen"

"Opgaver gives ofte før forklaring i hvordan de kan løses. Dette er dog på nogle måder godt, da dette gives efter og man tvinges til at samarbejde og ikke bare bruge en given formel."

"At man kommer ud og får hjernen i gang, og starter vores kritiske og logiske tænkning"

I midtvejsevalueringen var der dog flere der noterede, at de nogle gange havde svært ved at se sammenhængen mellem de åbne opgaver og dagens faglige indhold, men til slutevalueringen var der flere der skrev, at dette var blevet meget tydeligere:

"opgaverne der laves ved whiteboards er blevet mere sammenhængende med emnet vi lærer om, siden sidste evaluering. Godt."

En af instruktorerne beskriver det som interessant, at de studerende især med de åbne opgaver formår at arbejde mere kreativt:

"Det har været spændende at se de mange måder der er for at løse en opgave. Når jeg har siddet derhjemme og forberedt mig, er jeg blevet overrasket over at se de mange andre måder der er for at løse den samme opgave."

Generelt fremgår det tydeligt, at inddragelse af åbne problemstillinger i undervisningen skaber bedre muligheder for studerende til kreativt matematisk arbejde, hvilket også fremmer en dybere og meningsfuld forståelse af faget, som beskrevet af Liljedahl (2019). Desuden viser studerende evnen til at tænke innovativt og løse opgaver på nye måder, hvilket ifølge instruktoren kan føre til en mere meningsfuld tilgang for dem.

Tilfældige grupper – praksis 2

Observationerne afslørede en hurtig dannelse af tilfældige grupper af tre studerende, der straks begyndte at arbejde ved deres tavler på løsningen af problemer. Rollefordelingen i grupperne blev nøje observeret, og der var variationer i, hvordan grupper håndterede opgaveløsningen. Nogle grupper arbejdede tæt sammen, skiftedes til at skrive og diskutere, mens andre grupper havde en mere defineret rollefordeling, hvor en studerende primært skrev, mens de andre lyttede. I en gruppe med en styrende studerende blev det på et tidspunkt nødvendigt at opfordre de andre til også at deltage i skriveprocessen. Dette resulterede i, at den styrende studerende begyndte at skrive med papir og blyant, selvom han foretrak at skrive på tavlen. Han kommenterede, "jeg kan ikke klare, at jeg ikke kan skrive - så forstår jeg det ikke", men forblev engageret i diskussionen og lyttede til de andre gruppemedlemmer, der nu skiftedes til at skrive på tavlen.

I midtvejsevalueringen og slutevalueringen blev arbejdet i grupper bemærket af flere studerende. Positivt blev det fremhævet, at grupperne var tilfældigt sammensat, da det bidrog til forskellige perspektiver på problemstillingerne.

"Det virker meget godt, at vi kommer ud i forskellige grupper af 3-4 personer. Grupperne er små nok til at alle kan gavne [bidrage] til resultaterne, samtidig med at være store nok til, at der er en god strøm af ideer."

"Man kan hjælpe hinanden på en helt anden måde, fordi vi deles ud i tilfældige grupper. Skulle man selv finde i grupper, tror jeg man naturligt ville finde sammen med dem som man normalt arbejder sammen med, som typisk også har samme kompetencer som en selv (hvilket ikke altid er en god ting, da man lettere kan køre fast i et problem)"

"Det fungerer godt, der bliver givet plads til at man kan diskutere noget af det som man ikke lige har fanget inden man mødte ind til modulet. Det gør det derfor også muligt at få forklaret tingene på forskellige måder og selv forklare, hvilket er der hvor jeg personligt lære mest"

Generelt oplever de studerende, at de tilfældige grupper bringer nye perspektiver ind i løsningsprocessen, da der kan komme en strøm af idéer, hvilket skaber en form for mobilitet af viden (Liljedahl, 2020), således at de tre studerende kan bidrage med forskellige kompetencer og dermed lærer hinanden indholdet. Samtidig fremmer denne tilgang også en stærkere social forbindelse på holdet:

"En anden god ting ved whiteboards er at det gør på samme tid, at man bliver tvunget til at sige hej til andre studerende, nogle af dem havde man nok aldrig sagt hej til ellers. Så det skaber et sammenhold."

"Man kommer til at se opgaverne fra forskellige synsvinkler, samtidigt med at man møder og kommer til at snakke med nogle nye mennesker hver gang."

Og de vil også opleve at have forskellige roller og dermed oplever forskellige hierarkier på holdet, alt afhængig af hvilken gruppe de er med i:

"I nogle grupper er jeg den der fører ordet, i andre grupper er der andre der fører ordet. Det virker utrolig godt da nogle selvfølgelig er klogere/hurtigere/bedre end jeg selv til nogle ting. Og afhængig af opgaven, så kan man få folk til at dele disse metoder."

Der er også enkelte studerende, der oplever at have udfordringer med gruppearbejdet blandt andet:

"Kommer meget an på grupperne når stort set alle kan klare matematikken [i gruppen] kan man godt komme gennem opgaverne sammen, problemet bliver dog at ikke alle er lige gode til samarbejde, det ender med nogle ikke forklare men bare skriver og man er nødt til at presse meget på for at vide fremgangsmåden."

En af instruktorerne beskriver allerede efter tredje undervisningsgang, at denne tilgang er positiv:

"Udviklingen hos de studerende oplever jeg som at de hurtigt bliver mere åbne med hinanden ... Der er stadig nogle som kæmper med at blive en del af grupperne, men som oftest skal de andre i gruppen bare have det at vide og så får de den sidste med..."

Generelt er de studerende enige med Liljedahls beskrivelse af intentionerne bag at danne tilfældige grupper. De erkender, at disse grupper: 1) faciliterer integrationen af nye perspektiver, 2) fremmer vidensdeling, 3) skaber kontinuerlige sociale relationer, 4) nedbryder hierarkier på holdet og 5) styrker sammenholdet på holdet.

Vertikale flader – praksis 3

Under arbejdet ved de ikke-permanente vertikale flader blev der observeret både potentialer og udfordringer, som også blev reflekteret i spørgeskemaerne. Observatørernes feltnoter indikerer, at studerende aktivt kommunikerer og diskuterer, når de står i grupper foran tavlerne. Der er samtidig både en passiv vidensdeling, hvor grupper blot ser på hinandens tavler uden nødvendigvis at udfordre hinandens løsninger, og en aktiv vidensdeling, hvor grupper stiller spørgsmål som "hvordan er I kommet frem til det?" eller "I skriver minus der, er I sikre på, at det er korrekt?"

Liljedahl (2020) fremhæver vigtigheden af at stå op under gruppearbejdet, hvilket flere studerende også værdsætter ifølge midtvejsevalueringen. Alligevel viser observationerne, at nogle studerende under arbejdet henter stole og sætter sig ned, når de ikke er dem, der skriver på tavlen.

I evalueringer var der blandt andet følgende positive kommentarer tilføjet:

"Det giver god mulighed for at alle i gruppen kan være aktive, samt se arbejdet og være en del af processen. Yderligere giver det også en form for motion, så vi ikke bare sidder i 4 timer og høre oplæg og laver opgaver. Jeg er meget glad for det. Derudover føler jeg også, at de opgaver vi får, giver en bedre forståelse for hvordan arbejdsmetoderne virker. Personligt lærer jeg bedst ved at arbejde sammen om opgaver, der gradvist introducerer elementer og bliver sværere. Så jeg er glad for denne måde at gøre det på."

"Vi får ofte hints af dem der arbejder rundt om os. Ofte så "smelter" grupperne gerne lidt sammen, når man står og diskuterer forskellige tilgange til opgaven."

Underviseren har bemærket nogle mindre udfordringer, herunder rummets indretning og problemer med fastgørelsen af magic-chart-tavlerne, som undertiden skulle udskiftes undervejs. En særlig udfordring hos de studerende opstod i forhold til manglende mulighed for at bevare noter, når arbejdet foregik på whiteboards.

"det kan være meget svært at tage noter til hvordan man regner opgaverne når man skriver på whiteboard. Selv hvis man tager billeder af det man skriver på whiteboardsne så bliver et par billeder altså sjældent til gode noter"

Eller udfordringer med, at de ikke altid kan være den, der styrer processen:

"det er lidt ærgerligt, det kun er en der kan skrive. Dog rigtig godt til at reflektere sammen over sværere tænkeopgaver. Giver dog ikke så meget træning når man ikke lige selv står med tuschen"

Men samtidig giver det også de studerende en følelse af empowerment – i forhold til, at de ikke er de eneste, der oplever, at denne matematik er svær:

"at man finder ud af man ikke er alene når man står ved tavler, hvis der er noget man ikke helt har forstået, men når man arbejder sammen, så bliver det nemmere at forstå det."

Intentionen om mobilitet af viden i grupperne står dog over for udfordringer i forhold til rummets indretning. Dette skyldes både de varierende niveauer i lokalet, hvor nogle studerende må stå på høje kanter for at nå tavlen, og placeringen bag søjler eller på gangen.

Potentialer og udfordringer af de tre praksisser

Implementeringen af Liljedahls (2020) tre praksisser på universitetsniveau indebærer både potentialer og udfordringer, som tidligere beskrevet.

Brugen af vertikale, ikke-permanente flader øger studerendes engagement, da de bliver mere involverede og aktive i fælles problemløsning og kommunikation. Ved at de studerende skal stå op og er i grupper, tvinger det de studerende til at være mere deltagende. Den øgede skriftlige og mundtlige interaktion i hvert modul styrker matematisk argumentation og kommunikation, hvilket støtter Liljedahls betoning af vigtigheden ved dialog fremfor blot skriftligt arbejde. Mange studerende værdsætter også fordelene ved at stå op, hvilket ifølge Liljedahl giver plads til mere inddragelse af gestik og kropssprog. Surveyresultater viser, at 94 ud af 101 studerende finder dette tiltag positivt. Mobilitet af viden ved de vertikale flader fremstår som en afgørende fordel. Undervisere og instruktører kan nemt evaluere gruppernes fremskridt og tilpasse deres støtte. Studerende henvender sig også hyppigere til hinanden og diskuterer løsninger, hvilket adskiller sig fra computerbaseret arbejde. Udfordringer opstår primært på det praktiske niveau, hvor lokalet og whiteboard-materiale ikke altid er ideelle. Yderligere er der en udfordring med, at studerende har sværere ved at skrive egne noter under gruppearbejdet. Dette opsummeres i tabel 2.

Potentialer ved vertikale flader	Udfordringer ved vertikale flader
Der er meget kommunikation om og i matematik	Rummets opbygning
Passiv og aktiv vidensdeling	Man skriver ikke altid selv noter
At stå op – aktiv og mulighed for kropssprog og gestik	

Tabel 2: Potentialer og udfordringer ved vertikale flader

Anvendelsen af tilfældige grupper af tre studerende rummer primært positive aspekter med nogle få udfordringer. Mange studerende er enige med Liljedahls (2020) intention om, at gruppearbejde i tilfældige grupper nedbryder sociale barrierer, hvilket også bekræftes af underviserens observationer. Dette kan være særligt gavnligt på førsteårsniveau, hvor studerende har behov for at etablere sociale forbindelser, og det vil forhåbentligt reducere frafald. Mobilitet af viden understreges også af studerende, der ser værdien af at få forskellige perspektiver i løsningen af fælles problemer.

Der er få udfordringer nævnt i data vedrørende denne praksis, primært relateret til situationer, hvor grupper ikke fungerer optimalt. Det er samtidig vigtigt at huske, at studerende ofte kun er i den samme gruppe i kort tid (30-60 min.), før nye grupper dannes. Dette er opsummeret i tabel 3.

Potentialer ved tilfældige grupper af 3	Udfordringer ved tilfældige grupper af 3
Deling af idéer og perspektiver	Når gruppen ikke fungerer
Møder nye mennesker	
Skaber sammenhold	

Tabel 3: Potentialer og udfordringer ved tilfældige grupper af 3

Når det kommer til brugen af åbne problemstillinger i undervisningen, præsenteres der både potentialer og udfordringer. For det første giver denne tilgang studerende mulighed for at undgå ren mimicking og kopiering af underviseren. I stedet bliver de udfordret til at arbejde kreativt og finde egne løsninger, hvilket ofte resulterer i mere meningsfulde og relevante indsigter for de studerende. En udfordring ligger dog i at konstruere de åbne problemstillinger, således at de både er meningsfulde og samtidig fører de studerende gennem det stof og indhold, der er målet for kurset. Dette er opsummeret i tabel 4.

Potentialer ved at anvende åbne problemer	Udfordringer ved at anvende åbne problemer
Man kan tænke ud af boksen – tænke kreativt	De studerende kan have svært (i starten) med at se sammenhængen mellem pensum og opgaverne
Man kan lære pensum bedre ved at arbejde problemløsende	Det kræver forberedelse at finde gode sekvenser af opgaver
Mulighed for at have problemer på forskellige niveauer (lav indstigning og højt til loftet)	

Tabel 4: Potentialer og udfordringer ved problemløsnings tilgang

Generelt oplever vi flere fordele end udfordringer ved at implementere disse praksisser, men der kan måske være begrænsninger, især i forhold til antallet af studerende, der kan deltage. I dette forsøg var der maksimalt 80 studerende i lokalet, og vi kan forestille os, at hvis antallet stiger væsentligt, vil der opstå andre udfordringer, især vedrørende indretningen af læringsrummet. Ikke desto mindre ser vi ikke dette som umuligt.

Diskussion og konklusion

Generelt ser vi mange lovende potentialer ved implementeringen af de tre praksisser på universitetsniveau. Spørgsmålet er også, om disse praksisser samtidig formåede at adressere de udfordringer og bekymringer, som underviseren oprindeligt identificerede og ønskede at tackle.

Når det kommer til de studerende, som underviseren beskrev meldte sig ud af undervisningen og ikke var aktive, blev der tydeligt observeret både af underviser og instruktorerne en forskel i det nye undervisningsmiljø. I gruppearbejde var det udfordrende at forblive passiv over for holdkammeraterne, og de studerende beskriver den problemløsende tilgang som mere motiverende sammenlignet med en mere traditionel forelæsning. Dette bliver også tydeligt, hvis en studerende vælger ikke at deltage i gruppearbejdet, men i stedet bliver siddende på deres plads.

Når studerende arbejder ved vertikale flader, hvor de skal formulere løsningsstrategier og samtidig overbevise deres medstuderende om validiteten af disse strategier, udvikler de deres kommunikation inden for matematik, som tidligere var beskrevet som en udfordring på disse hold. Denne praksis fremmer også færdigheder i at skrive matematisk korrekt, da holdkammerater deltager i at korrigere det, der skrives på tavlerne. Dette understreger betydningen af mobilitet af viden, da forskellige grupper kan bidrage med varierende faglige kompetencer, hvilket støtter både skriftlige og mundtlige beskrivelser af processen. Sammenhængen med de beskrevne faglige huller i de studerendes baggrundsviden er tydelig, da gruppediskussioner fremmer gensidig støtte og deling af tilgange. Manglende baggrundsviden kan håndteres effektivt i gruppen, hvor medstuderende kan bistå hinanden. Den tidligere opfattelse af en fagligt svag studerende i gruppen, der kræver ekstra støtte, mindskes, da samarbejdet i gruppen muliggør mere direkte kommunikation og støtte. Visualiseringen af løsningerne på tavlerne gør det også lettere for underviseren at identificere, hvem der potentielt har behov for yderligere vejledning uden nødvendigvis at skulle spørge direkte.

For de to førsteårshold er der tydelige tegn i observationerne og surveyresultaterne på, at den anvendte tilgang har styrket sammenholdet. Studerende udtrykker glæde over, at de har lært flere medstuderende at kende.

Selvom det ikke er entydigt at påstå, at dette direkte reducerer frafaldet, er det værd at bemærke, at tilhørsforhold og undgåelse af social isolation er kendte faktorer for studieretention (Reimer & Andersen, 2022). Især praksis 2, med tilfældige grupper af tre, bidrager til at skabe et stærkere fællesskab blandt de studerende og dermed måske mindste frafaldet på holdet.

Studerende foretrækker at tage noter på computeren, men udfordringen er, at de måske ikke har så mange noter efter lektionen, når de arbejder med denne nye tilgang. Selvom de har skrevet og arbejdet med stoffet i undervisningen, er det vigtigt at overveje at tydeliggøre for de studerende, at læringen ikke kun handler om at afskrive, men også om at konstruere noter aktivt. Videoerne, der blev set inden undervisningen, giver mulighed for, at de kan tage noter hjemmefra, men det kan også være gavnligt at fremhæve vigtigheden af at lære at tage noter i undervisningen. Dette skal måske være et fokuspunkt fremadrettet.

Konklusionen af undersøgelsen er, at vi ser mange positive aspekter ved anvendelsen af de tre første praksisser fra Liljedahl (2019) på universitetsniveau. Vi opfordrer andre til at deltage i undersøgelser med disse praksisser, så vi kan udvide vores forståelse af, hvad de kan bidrage med. Samtidig erkender vi, at der stadig er 11 praksisser, som vi ikke har udforsket nærmere, og vi ser frem til yderligere forskning på dette område. I vores cases kan det dog diskuteres, om vi her kun anvendte den første værktøjskasse beskrevet af Liljedahl (2016). Eksempelvis indebærer den 10. praksis, at der skal laves klassesamtaler undervejs. I vores klasse blev der gennemført to klassesamtaler undervejs (midtvejs og i afslutningen), dette især for at evaluere og indsamle data. Derudover blev der også lavet både formativ og summativ evaluering (praksis 12 og 13), men det er vigtigt at præcisere, at disse praksisser ikke var et specifikt fokus for underviseren eller instruktorerne i deres undervisning. Det er samtidig heller ikke disse ting, vi har fokuseret på i dataindsamlingen.

I denne artikel har vi været meget opmærksomme på den centrale rolle, som underviseren (anden forfatter) har spillet i forskningen, hvilket ofte kan skabe en vis kompleksitet, der også her skal italesættes. Underviseren, der samtidig fungerede som forsker, kan påvirke både undervisningen og dataindsamlingen. Imidlertid har denne dobbelte rolle vist sig at være et potentiale inden for netop aktionsforskningen (Ivankova, 2015). Underviseren har i vores situation kunnet justere og tilpasse undervisningsmetoderne i realtid baseret på direkte observationer og erfaringer, hvilket styrker både relevansen og effektiviteten af interventionerne. Derudover mener vi, at underviserens dybe forståelse af, hvad der fungerer og ikke fungerer i universitetsundervisningen, bringer en uvurderlig indsigt, der bidrager til en mere nuanceret og praksisnær forskningsproces.

I det kommende efterårssemester står vi over for en spændende ændring på ingeniøruddannelsen, hvor antallet af studerende på matematikholdet vil stige til omkring 420 studerede. Dette åbner op for nye udfordringer og muligheder for integration af resultaterne fra denne undersøgelse på et større hold. Vi ser frem til at afdække, hvordan disse praksisser kan implementeres praktisk, og om de fortsat kan bidrage meningsfuldt på sådanne store hold. Undersøgelsen har givet os et solidt grundlag, men vi ser frem til at udforske, hvordan disse tilgange kan forme og berige undervisningen i nye kontekster.

Referencer

- Andreassen, H. (1999). *Begrundelser for matematikundervisningen i den lærde skole hhv. gymnasiet* (Doctoral dissertation, Roskilde Universitetscenter, Institut for Studiet af Matematik og Fysik)
- Bayer, M., Plauborg, H., & Andersen, J. (2007). *Aktionslæring: Læring i og af praksis*. Hans Reitzels Forlag.
- Bergmann, J., & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. International society for technology in education.

- Burdman, P., Baker, M., & Henderson, F. (2021). *Charting a new course: Investigating barriers on the calculus pathway to STEM. Just Equations. justequations.org/resource/charting-a-new-course-investigating-barriers-on-the-calculuspathway-to-stem.*
- Duch, H. (Ed.) (2023). *Gruppearbejde på ungdoms- og videregående uddannelser.* Frydenlund.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H., Oliver, A., & Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding.* Portsmouth: Heinemann.
- Ivankova, N. V. (2015). *Mixed methods applications in action research.* Sage
- Kutnick, P., & Blatchford, P. (2014). *Effective group work in primary school classrooms.* Dordrecht: Springer Science & Business Media.
- Lauridsen, E., & Dohn, N. B. (2017). Implicitte forudsætninger i gruppearbejde. *Dansk Pædagogisk Tidsskrift*, (1), 80-89.
- Laursen, S., Andrews, T., Stains, M., Finelli, C. J., Borrego, M., McConnell, D., Johnson, E., Foote, K., Ruedi, B., & Malcom, S. (2019). *Levers for change: An assessment of progress on changing STEM instruction.* Washington, DC: American Association for the Advancement of Science. <https://www.aaas.org/resources/levers-change-assessment-progress-changing-stem-instruction>
- LeSage, A., Friedlan, J., Tepylo, D., & Kay, R. (2021). Supporting at-Risk University Business Mathematics Students: Shifting the Focus to Pedagogy. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(2), em0635. <https://doi.org/10.29333/iejme/10893>
- Leyva, L. A., Quea, R., Weber, K., Battey, D., & López, D. (2020). Detailing Racialized and Gendered Mechanisms of Undergraduate Precalculus and Calculus Classroom Instruction. *Cognition and Instruction*, 39(1), 1-34. <https://doi.org/10.1080/07370008.2020.1849218>
- Liljedahl, P. (2014). The affordances of using visually random groups in a mathematics classroom. In Y. Li, E. Silver, & S. Li (eds.) *Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches and Practices.* New York, NY: Springer.
- Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. In: Felmer, P., Pehkonen, E., Kilpatrick, J. (eds) *Posing and Solving Mathematical Problems. Research in Mathematics Education.* Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21
- Liljedahl, P. (2019). Conditions for Supporting Problem Solving: Vertical Non-permanent Surfaces. In: Liljedahl, P., Santos-Trigo, M. (eds) *Mathematical Problem Solving. ICME-13 Monographs.* Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_13
- Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning.* Corwin press.
- Papert, S. (1980). *Computers for children. Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas,* Basic Books, Inc Publishers.
- Pruner, M., & Liljedahl, P. (2021). Collaborative problem solving in a choice-affluent environment. *ZDM-Mathematics Education*, 53, 753-770.
- Reimer, D., & Andersen, I. G. (2022). *Frafald fra de videregående uddannelser: Forklaringer, mekanismer og løsninger.* Aalborg Universitetsforlag.

- Schindler, M., & Bakker, A. (2020). Affective field during collaborative problem posing and problem solving: A case study. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 303-324.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of education*, 196(2), 1-38.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Stains, M., Harshman, J., Barker, M. K., Chasteen, S. V., Cole, R., DeChenne-Peters, S. E., ... & Young, A. M. (2018). Anatomy of STEM teaching in North American universities. *Science*, 359(6383), 1468-1470.
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.
- Syddansk Universitet (2023). *Bærende principper for undervisning*, https://www.sdu.dk/da/om_sdu/institutter_centre/c_unipaedagogik/baerende_principper
- Yackel, E., & Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. In G.C. Leder, E Pehkonen, & G. Törner, Beliefs (Eds): *A hidden variable in mathematics education?* (pp. 313-330). Dordrecht: Springer Netherlands.

Betingelser for brug af denne artikel

Denne artikel er omfattet af ophavsretsloven, og der må citeres fra den.

Følgende betingelser skal dog være opfyldt:

- Citatet skal være i overensstemmelse med „god skik“
- Der må kun citeres „i det omfang, som betinges af formålet“
- Ophavsmanden til teksten skal krediteres, og kilden skal angives ift. ovenstående bibliografiske oplysninger

© Copyright

DUT og artiklens forfatter

Udgivet af

[Dansk Universitetspædagogisk Netværk](#)