

Bokanmälan

Læringsvanskeligheder i matematik – hvordan kan de forstås og afhjælpes?

BARBRO GREVHOLM

Niss, M. & Jankvist, U. T. (red.) (2017). *Læringsvanskeligheder i matematik – hvordan kan de forstås og afhjælpes?* Fredriksberg: Frydenlund. (160 s)

Den här boken är en efterföljare till boken *Fra snublesten til byggesten. Matematikdidaktiske muligheder*, som anmäldes i NOMAD 2016. Här får läsaren en kompletterande bild av vilka möjligheter som öppnar sig då gymnasielärare i matematik genomgår en forskningsbaserad utbildning, i syfte att bättre kunna hjälpa elever med inlärningsproblem. Redaktörerna skriver att syftet med boken i hög grad är att inspirera lärares och handledares praktik genom att presentera vad utbildade *matematikveiledere* och matematiklärare gjort och tänkt baserat på forskningsmässiga grunder. Boken består av en inledning, där redaktörerna beskriver bokens bakgrund och ger korta sammandrag av de sex kapitel, skrivna av kursdeltagarna, som därefter följer.

Utbildningen för matematikveiledere, ges vid Roskilde universitet av de två redaktörerna för boken och i denna bok får vi ta del av erfarenheter från den femte gången kursen ges. Det rör sig här om en forskningsbaserad kurs som är mycket nära skolans praktik och kursen går på deltid över tre terminer. Kursen motsvarar 30 ECTS-poäng. Liknande kurser i matematikdidaktik har brukat ges vid svenska universitet men funktionen att vara matematikveiledere vid ett gymnasium är inte så väl etablerad i Sverige, Norge och Finland som den tycks vara i Danmark. I riktigt gamla tider fanns det i Sverige lektorer vid gymnasierna som hade som uppgift att verka för forskningsanknytning av gymnasiestudierna och stödjade sina kollegor med sådan anknytning. Numera verkar det vara varierande lokala lösningar som används för att tillvarata möjligheten, om det görs alls. Det danska initiativet med matematikveiledere är klart intressant att se närmare på, liksom den utbildning de erbjuds.

Barbro Grevholm

Universitetet i Agder

Grevholm, B. (2017). Bokanmälan. Læringsvanskeligheder i matematik – hvordan kan de forstås og afhjælpes? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 22(4), 165–169.

Kursen som sådan beskrivs i en artikel av Niss och Jankvist i *Educational Studies in Mathematics* (2015). Var och en av de tre terminerna har sitt eget tema, som beskrevs i den föregående bokanmälan. De båda kursledarna har också producerat en del material som stöd för deltagarna, till exempel detektionstest och diagnoser som lärarna använder i det inledande skedet då de försöker kartlägga sina elevers svårigheter. De skriftliga instrumenten kompletteras med individuella intervjuer av eleverna vid problemlösning, där läraren kan gräva ytterligare djupare i elevernas förståelse. Många lärare har säkert en ganska god bild av sina elevers svårigheter med matematiken, men här lyfter man fram problemen i ljuset och sätter ord på vad som observeras, något som säkert bidrar till läraryrkets professionalisering.

En viktig grund för kursen är den beskrivning av kompetenser i matematik som Niss och Højgaard-Jensen publicerat (2002). Med hjälp av den kompetensbeskrivningen kan lärarna kartlägga området för elevernas problem och dess omfång och djup. För lärare som önskar förnya eller fördjupa sin undervisning i matematik kan kompetensbeskrivningen vara en källa till inspiration och idéer om vad slags förmågor och färdigheter eleverna kan förväntas bygga upp i matematik. Som bakgrund för diagnosticerande samtal så som beskrivs i boken fungerar kompetensbeskrivningarna väl. Lärarnas arbete i matematikveiledningen kan delas in i tre faser – kartläggning eller detektion, diagnosticering och intervention. Vi ska nu se närmre på vad respektive lärargrupper genomfört under utbildningen.

I det första kapitlet skriver Marianne Bie och Hans Bolvinkel om "Begrebsafklaring og struktur som metode". De slår fast att deras undersökning pekar på att en inledande utredning och förklaring av begreppen, en allmän precision i språket och en stadigt strukturerad metod är avgörande i matematikundervisningen. Deras kapitel i boken bygger på tidigare skrivna projektrapporter med titlarna *Sprog og ligninger, Argumentationssystematik i bevisførelse* samt *Struktur og modellering*. Om någon är intresserad av dessa rapporter kan de säkert rekvireras från Roskilde universitetscenter. Det gäller även rapporter rörande de övriga kapitlen. När det gäller begreppsförståelse bygger arbetet på forskarna David Tall och Shlomo Vinnens resonemang om skillnaderna mellan begrepsbild och begreppsdefinition. De använde även Stephen Toulmins argumentationsmodell med faserna påstående, belägg och bevis. De sammanfattar sina erfarenheter med att säga att begreppsförståelse och en struktur följt av ett precist språkbruk visade sig vara en oundgänglig del av interventionen. Elevernas ökade självsäkerhet liksom tro på egen förmåga inom matematiken styrktes. Eleverna uttryckte stor begeistring över sina framgångar trots den relativt korta tid som användes för

interventionen. Lärarna påpekar dock att man bör fortsätta arbetet med de eleverna kontinuerligt för att effekterna säkert ska bli hållbara på längre sikt.

Brøker! – hvordan forstår man dem? är titeln på kapitlet av Christian Christiansen och John Sorth-Olsen. De inleder med ett försök att definiera vad som menas med att ha matematiksvårigheter: En elev har matematiksvårigheter om skillnaden mellan det eleven innehar av de åtta matematiska kompetenserna och undervisningsnivåns förväntade kompetensinnehav är så stor att eleven inte med rimlig grad av framgång kan ingå i de matematiska aktiviteter som förväntas i elevens läroplan i matematik. (Min fria översättning från danskan). De konstaterar att eleverna förväntas behärska bråk som förberedelse till en rad områden i senare matematikundervisning. Inledningvis beskriver de sju sätt att förstå bråk enligt forskarna Behr, Lesh, Post och Silver: bråkdelen eller del av en helhet, förhållande, operator, kvot, mått på tallinje, decimalbråk och ändringskvot. Diagnostiseringen visade att eleverna hade problem att placera bråk på tallinjen samt att storleksordna bråk. Testen visade att eleverna väl förstod bråk som division, del av helhet, förhållande och som operator men hade stora svårigheter med att förstå bråk som mått på tallinjen och decimalbråk. Interventionen tog därför sikte på att skapa koppling mellan olika bråkrepresentationer och därmed utöka elevens bråkbegrepp. När eleven, som skulle utvecklas, fick frågan om hon upplevde arbetet med problemlösningssuppgifterna som meningsfullt svarade hon att "ja, men man skal lige vænne sig till att tænke sådan". Så är det med mycket i matematiken och kanske ett problem är att vissa elever inte får den tid de behöver till att vänja sig vid de nya begreppen och hur man tänker med hjälp av dem. Det visar vikten av att lärarna ger sig tid att försöka förstå elevernas matematiska tänkande, till exempel så som det sker i de processer som skildras i boken.

Ett annat kapitel i boken belyser *Modellering, matematisering och symbol- och formalismkompetens* och ytterligare ett tar upp *Matematisering i modelleringssammanhang*, alltså en av delarna i modelleringscykeln. Dessa båda kapitel är synnerligen fylliga och ger omfattande konkret inspiration till arbete med modelleringsuppgifter. De kan rekommenderas som inspiration med många tydliga förebilder. Se även Modelleringsspelet som nämns nedan.

I kapitel 5 behandlas *Kompetensskala som redskap* och författarna är Kristin Meulengracht och Hanne Vejlgård Nielsen. Lärarna menar att de har behov av ett redskap som berättar var eleven är utvecklingsmässigt i förhållande till kompetensen i fråga och vad eleven ska arbeta med för att komma vidare. Deras skala omfattar fyra nivåer: omedvetet inkompetent, medvetet inkompetent, medvetet kompetent och omedvetet

kompetent. För var och en av nivåerna ger de en generell beskrivning. Så har till exempel den medvetet kompetente eleven uppnått kompetensen på ett begynnande stadium och måste fortfarande vara mycket medveten om den för att använda den rätt. Det känns inte naturligt att använda den nya kompetensen. Motsvarade beskrivningar ges för de övriga tre nivåerna. Lärarna beskriver även i en överskådlig tabell olika former för resonemang i matematiken så som Lithner och Palm framställt dem. När det gäller arbete med att utveckla ett matematiskt språk lutar de sig mot David Pimms framställning. Med denna samlade grund utvecklar lärarna en kompetensskala för resonemangs- och kommunikationskompetensen och använder den i sin intervention med eleverna. En slutsats som lärarna lyfter fram är att eleverna inte är vana att skapa sammanhang i den matematiska argumentationen. Eleverna frågar snarare hur man ska göra än varför är det riktigt att göra så här. Lärarna framhåller att när man vet att eleverna tidigare arbetat med att imitera resonemang utan att förstå proceduren kan man gott förstå att de först behöver förstå proceduren innan de kan förhålla sig till varför det är rätt att följa den. Det vore viktigt att eleverna arbetar med de här frågorna parallellt så de kan få fokus på de inre egenskaperna hos de matematiska objekten hellre än de ytliga. I detta skede har lärarna inte dragit in eleverna i samtal om kompetensskalan men de anser att detta är en tänkbar utveckling framöver för att ge eleverna ytterligare möjligheter att ta ansvar för sitt eget lärande. Kompetensskalan verkar vara ett redskap som fler lärare kunde vilja använda med sina elever.

Det avslutande sjätte kapitlet är skrivet av Jörgen C. Ebbesen och Signe Kvist Mengel och har rubriken *Matematiken på spel*. De beskriver hur de använt spel i matematikundervisningen och låtit sig inspireras av den franske matematikdidaktikern Guy Brousseau. Det första spelet kallas bokstavsspelet och syftar till att lägga grunden för variabelbegreppet. De går vidare med hjälp av fransk matematikdidaktik och vilar på Raymond Duvals semiotiska register för att konstruera ett spel som ger eleverna möjlighet att gå från en representation till en annan av samma matematiska objekt. Slutligen presenterar de det så kallade Modelleringspelet, som innehåller familjer med fem medlemmar i varje: historien, tillväxten, grafen, formeln och differentialekvationen, där sammanhörande kort i spelet ska samlas till familjerna. Det lyser igenom att lärarna lagt ner tid på skapa spelen men att detta varit roligt arbete för dem. För många elever blev det påfallande svårt att koppla historien till de övriga familjemedlemmarna. Eleverna uppfattar inte drag i problemställningen, som ska modelleras som drag som är typiska för ett bestämt matematiskt objekt, säger lärarna. Spelet synliggör punkter som kan tydliggöras i undervisningen.

De idéer som beskrivs i de sex kapitlen i boken är alla värda att tjäna som förebild för andra lärares försök och arbete. En undran är bara hur lärare normalt får tid att ägna sig åt de här viktiga delarna av sitt arbete med eleverna och lärandet i matematik. I den allmänna debatten hör vi ständigt hur stressade lärarna är numera, inte minst av all administration i arbetet och bedömning och rapporter som ska ske. Kloka rektorer borde dock kunna se till att den kompetensutvecklingstid för lärare som finns kunde användas för utveckling av detta slag.

I den här boken lyser lärarnas ambitioner att på allra bästa sätt stödja sina elevers lärande som en klar stjärna. Det som beskrivs är helt nära en lärares dagliga arbete med matematiken och eleverna. Elevernas lärande av matematik är i centrum och lärarnas vilja att förstå hur eleverna tänker då de arbetar med matematik är i fokus. Samtidigt grundar lärarna sitt arbete i resultat från aktuell forskning i matematikdidaktik och visar hur forskningens resultat kan omsättas till det dagliga arbetet i klassrummet. Detta är ingen enkel uppgift, det kräver en didaktisk transponering av kunskaper från det akademiska fältet till praktiken i klassrummet. Boken ger en ypperlig bild av hur det kan gå till när lärare genomför en sådan överföring av kunskap från vetenskap till det praktiska arbetet med den lärande eleven i klassrummet. Det vore önskvärt att många gymnasielärare fick tid att läsa och begrunda, såväl denna bok som den föregående, och diskutera tankarna med kollegor. Den handledning i arbetet av kunniga forskare som veilederna i kursen haft är dock förmodligen en mycket väsentlig del av framgången i arbetet.

Referenser

- Jankvist, U. T. & Niss, M. (2015). A framework for designing a research-based "maths counsellor" teacher programme. *Educational Studies in Mathematics*, 90(3), 259–284.
- Niss, M. & Højgaard-Jensen, T. (red.) (2002). *Kompetence og matematiklæring. Idéer og inspiration till udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Uddannelsesstyrelsens temahäfte nr 18). Köpenhamn: Undervisningsministeriet.

