Det hänger på decimalen! Om hur vi formar och bygger meningsmönster i vår omvärld

Eva Riesbeck

Denna studie är ett exempel på hur vi bygger meningsmönster i vår omvärld. Vårt lärande och vår kunskap om omvärlden börjar i den värld som vi kan kalla vår livsvärld. Dissonansen mellan miljön i och utanför skolan visar sig tydligt inom skolmatematiken. Elevers tolkningar av vardagsuppgifter i matematik kan vara ett hinder för deras lärande. Fokus för studien är hur språket i den kommunikativa situationen eller aktiviteten kan förstås som en hjälp för elevers meningsbyggande. Kontextens och kommunikationens betydelse för matematikundervisningen visas med hjälp av en textuppgift, som behandlar decimaler. Genom delaktighet och interaktion i dialogen finns det möjlighet för elever att utveckla nya meningshorisonter i matematiken.

Några teoretiska överväganden

Utgångspunkten för följande studie är ett intresse av att förstå frågor kring hur vi som människor formar och bygger – konstituerar – meningsmönster i vår omvärld. Detta kan tänkas ske på olika sätt. Att skapa och ge mening och innebörd i det människan ser, hör och gör är en grundläggande förmåga som gör henne särskilt läraktig. Vårt lärande och vår kunskap om omvärlden börjar i den värld vi dagligen lever i, erfar, upplever, talar om och tar för given. Varje människa tolkar och förstår något nytt och obekant, främmande eller annorlunda mot bakgrund av det hon redan kan, känner till eller är bekant med (Ödman, 2004). Människor handlar inte utifrån någon slags objektiv verklighet utan från sin förståelse av en situations eller en företeelses innebörd. Det betyder att en problemställning, ett fenomen eller vad det nu kan vara kan ges mening på flera olika sätt. Det finns – uttryckt på ett annat sätt – ett tolkningsspelrum

Eva Riesbeck
Linköpings Universitet

Riesbeck, E. (2006). Det hänger på decimalen! Om hur vi formar och bygger meningsmönster i vår omvärld. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 11 (1), 33-50.

med olika meningshorisonter. Vi har en vardagskunskap, ett bakgrundsvetande eller en förförståelse som hjälper oss att förstå. Husserl (1989) kallar denna levda vardagsvärld träffande för livsvärlden. Den kan förstås som någons förgivettagna upplevelsevärld. Livsvärlden och vardagsverkligheten tillåter att en viss begränsad typ av vetande och kunnande skapas. Denna kunskap kan dock fördjupas och vidareutvecklas eller i grunden förändras, genom att individen *blir delaktig i skilda situa-tioner* (Schutz, 1967; Merleau-Ponty, 1962; Heidegger, 1993; Bengtsson, 1999). Ny kunskap kan utvecklas genom att i dialogen måla upp nya utmanande bakgrunder, skapa överraskande perspektiv och variera tolkningsförutsättningarna, (Dysthe, 2003). Vårt tänkande kan i skolan ges möjlighet att öppna sig mot nya horisonter, då vi avlägsnar oss från den invanda livsvärlden. Distanseringen innebär ett teoretiserande och abstraherande i olika grader eller på olika nivåer. Sättet att tala om olika saker kommer därmed att skilja sig från det vardagliga. Blir avståndet mellan en elevs livsvärld och skolans egen kulturella värld stort, kan svårigheter av olika slag förväntas uppkomma. Avståndet skulle kunna mätas i termer av delaktighet. Hamnar inte det som eleven möter i skolan innanför elevens förståelsehorisont, så kommer det att te sig meningslöst. Eleven känner inte delaktighet i en värld som presenterar begrepp skilda från ursprung och sammanhang.

> According to Bakhtin any participant always values the utterances of the discourse against a broader background of implicit, tacit, ideological knowledge, (Van Oers, 2002, p.70).

Olika sammanhang tycks utlösa olika slag av kognitiva aktiviteter och aktualisera skilda föreställningar hos vuxna och hos våra elever. Barn är från början involverade i en gemenskap, där de får ta del av en viss form av kulturell verksamhet och då de befinner sig i skolan och dess matematiska kultur måste de bli delaktiga i nya regler, språk och redskap (Bishop, 2002; Van Oers, 2002; Saxe, 1988). Elever tar sig an en matematikuppgift på olika sätt beroende på hur de tolkar problemlösningssituationen (Marton & Tsui, 2003). Genom antropologiska studier visas att den matematik som man kan iaktta i kulturer utanför skolan och i andra länder än den västerländska skiljer sig åt. Gatubarn klarar avancerade matematiska beräkningar vid försäljning av frukt, men är ”nollställda” då de ska göra motsvarande beräkningar formellt (Nunes, Schliemann & Carraher, 1993). Med ovanstående forskning som bakgrund ter det sig intressant att få syn på elevers olika tolkningar, då en matematikuppgift presenteras på skilda sätt.

Decimalstudien

Jag vill utifrån begreppet tolkningshorisont belysa hur elever på grundskolan nalkas en matematisk uppgift, där decimaler ingår. Genom att systematiskt variera förutsättningarna för uppgiften kan jag tydliggöra hur elever tillskriver uppgiften mening genom olika tolkningar. Jag är intresserad av tolkningen både som process och som produkt eller resultat. Meningen kan avläsas i elevernas sätt att dels ange villkor för att uppgiften är korrekt löst, dels använda tillämpliga ord och uttryck. Fokus för studien är just hur språket i den kommunikativa situationen eller aktiviteten kan förstås som *medel för ett meningsbyggande*. Jag har låtit elever använda sig av följande uppgift:

> Eleverna i klass 5 har sprungit 60 m. Några elever har skrivit sina tider. Skriv resultaten i ordning. Börja med den som vann. Robert 10,2 s; Johanna 9,7 s; Andreas 9,85 s; Veronica 10,12 s.

Uppgiften är hämtad från Nationellt prov för år 5 år 2000 och behandlar tal i decimalform. Uppgiften är intressant eftersom den handlar om heltal och decimaler, vilket är ett av de ”brott” i matematikundervisningen, där elevers svårigheter att förstå rationella tal uppenbarar sig. Det visar sig också i lösningsfrekvensen, då riksgenomsnittet var 40% rätt lösning. Läraren som rättar provet har enbart möjlighet att bedöma elevens svar som rätt eller fel. Uppgiften tillhör de problemlösningsuppgifter som vi kallar ”benämnda uppgifter”. Kontextens betydelse i uppgifter spelar stor roll när elever ska lösa dessa enligt flera forskare (Wyndhamn, 1993; Verschaffel, 1994; Freudenthal, 1991). Eleverna skall känna igen sig i den uppmålade situationen, dvs. kontexten (en idrottstävling) förutsätts välbekant. *Wor(l)d problems* tolkas ofta som förklädda typiska skoluppgifter och det finns ett stort glapp mellan den artificiella världen vad gäller aritmetiska skolproblem och den verkliga världen utanför skolan (Verschaffel, et.al. 1994; Verschaffel, Greer & De Corte, 2002).

I en ursprunglig, ”äkta” kontext där elever tävlar mot varandra kan man utan tidmätning genom direkt observation avgöra vem som vinner och göra upp en resultatlista. Man kan exempelvis tala i termer om att J kom först och knappt före A, medan V var aningen före R som kom sist. När situationen görs om till en benämnd uppgift införs tidsangivelser (mätvärden). Mätetalen med åtföljande enhet(s) ”konserverar” situationen och ”medierar” den till personer i andra sammanhang. Genom en tolkningsprocedur som bygger på kunskap om tal i decimalform kan en resultatlista göras upp. Problemet flyttas in i en matematisk kontext.

Den matematiska kontexten är nu emellertid inte helt bekymmersfri ur tolkningssynpunkt. Skall de angivna talen uppfattas som uppmätta värden eller som dimensionslösa och abstrakta tal? Två olika meningshorisonter öppnar sig.

1. *Mätvärden*

Ett mätvärde är alltid behäftat med ett fel. En mätning är mer eller mindre noggrann. Anges inget annat sägs i rådande diskurs (dvs. i matematisk jargong) att "felet är högst en halv enhet i sist angivna siffra". Man kan genast konstatera att mätvärdena i uppgiften uppvisar olika noggrannhet och att de i princip inte är jämförbara. Det är egentligen inte meningsfullt att göra några jämförelser. Roberts tid ligger i intervallet 10,15 – 10,25, Johannas i 9,65 – 9,75, Andreas i 9,845 – 9,855 och Veronicas 10,115 – 10,125. Eftersom intervallen i detta fall inte överlappar varandra kan dock en entydig resultatlista göras upp. Om däremot exempelvis 9,7 skulle jämföras med 9,66 blir utfallet mera problematiskt. Intervallet 9,65 – 9,75 täcker intervallet 9,655 – 9,665. För att undvika onödiga tvetydigheter strävar man efter att ange mätvärden i en viss situation med samma noggrannhet. Skulle situationen i fallet ovan vara helt glasklar borde värdena 10,20; 9,70; 9,85 respektive 10,12 uppges och därmed peka på en likartad noggrannhet.

2. *Räknetekniskt*

Rent "räknetekniskt" kan det se ut som om man "bara" tillfogat en nolla i de första mätvärdena. Men att lägga till en nolla i en talsymbol låter sig enbart göras om talet är exakt. Är talet 10,2 ett exakt, "rent" tal innehåller beteckningen 10,20 inte någon ny information. I grund och botten är detta ett annat sätt att utföra en förlängning av bråk något som döljs i vårt decimala positionssystem:

$$0{,}2 = [\text{bråket}]\ 2/10 = [\text{förlängning med } 10]\ (2 \cdot 10)/(10 \cdot 10) =$$

$$= 20/100 = 0{,}20$$

Nu kanske man frestas att förenkla diskussionen och säga att man alltid ska ha lika många decimaler när man uppger eller arbetar med tal. Men svårigheterna med att tolka tal med decimaler kvarstår eller har till och med ökat med användningen av miniräknare. En vanlig enkel miniräknare svarar på exempelvis några divisionsuppgifter så här:

$$1/5 = 0{,}2$$

$$45/8 = 5{,}625$$

$$12/7 = 1{,}71428547$$

Här dyker inte några "påfyllnadsnollor" upp i sifferfönstret. Man säger inte gärna att den ena kvoten är mer exakt än en annan utan att ha utrett de ingående talens karaktär (mätvärde eller exakt tal).

Den bästa tillgängliga bakgrund mot vilken siffersymbolerna kan tolkas torde vara den strikt matematiska, nämligen den som bygger på god kännedom om positionssystemets ideer.

Metod

I studien låter jag elever i grundskolan möta kontextuella variationer på den ovan visade matematiska uppgiften och observerar hur elever behandlar dessa olika inramningar. Olika tolkningsförutsättningar skapas. Studie A visar enskilda elevers tolkning av en textuppgift, i studie B sker samtal i interaktion utifrån en bild, en formell uppgift med miniräknare och med hjälp av en tallinje. Under C beskrivs hur elever svarar på frågan *varför.* Samtalen i studie B och C spelas in på band och försöksledaren är närvarande i de olika grupperna och i de samtal som äger rum. Efter studiernas genomförande transkriberas alla samtal och analyseras ur ett sociokulturellt perspektiv.

A. Enskild uppgift

Två studier genomförs med elever enskilt. Den första genomförs med 30 elever i år 5 där de får lösa uppgiften och ge en skriftlig förklaring. Den andra genomförs i tre klasser med 30 elever i varje. Här ges uppgiften med lika antal decimaler.

B. Tre uppgifter genomförs med elever i interaktion

För att få syn på elevers delaktighet och förhållandet mellan matematisk förståelse och en personlig tolkning genomförs samtal i interaktion med elever, där redskapen är en vardaglig bild, miniräknare och tallinjen.

1. Redskapet bilden

I den första studien utnyttjas fem skolor inom olika områden i en stor kommun och 31 grupper med elever i år 5 intervjuas. Varje grupp består av tre elever. För att samla gruppen och ge fokus åt uppgiften används en bild på elever, som deltar i en löpartävling. Samtalet börjar kring denna bild och fortlöper med frågor och svar. Efter ett samtal på tio minuter i grupp löser varje elev enskilt den diagnostiska uppgiften med papper och penna. Därefter ställs frågan ”Kan ni nu diskutera varför ni anser att svaret är rätt” och ett nytt samtal följer.

2. Redskapet miniräknaren
En ny variant utarbetas utifrån uppgiften från nationella provet. Elever i år 5 och 6 får beräkna tre divisioner, 333/37, 138/15 och 228/25, med hjälp av miniräknare. Därefter får de i uppgift att rangordna de tal som de har räknat ut från det lägsta till det högsta värdet. När de har rangordnat talen får de frågan varför de anser att svaret är rätt. Här deltar 31 elevgrupper.

3. Redskapet tallinjen
Nästa studie i samtalsform genomförs med sex grupper av elever i år 5. Varje grupp består av tre elever. I samtalet mellan försöksledaren och gruppen används redskapet tallinjen för att få elever att förstå decimaltal. Tallinjen är utformad som en rak sträcka på ett papper och de enda tal som finns är 0 och 10 i vardera delen av sträckan. Elever får i uppgift att dela in sträckan i lika delar. Sen bryts delen 0 – 1 ut och förstoras upp och eleverna får fortsätta att konstruera en ny tallinje. På liknande sätt bryts nästa streck 0,0 och 0,1 ut. Hela tiden samtalar lärare och elever. Efter samtalet diskuterar eleverna den ursprungliga diagnosuppgiften, löser den och svarar på frågan varför de anser att svaret är rätt.

C. Varför tror du att svaret är rätt?

Efter varje gruppsamtal med hjälp av bilden, miniräknaren och tallinjen och efter det att varje elev enskilt har genomfört den ursprungliga diagnostiska uppgiften, uppmanas eleverna att diskutera varför de tror att svaret är rätt. Analysen av dessa audio-inspelade samtal sker ur ett socio-kulturellt perspektiv, där språket och interaktionen är i centrum.

Resultat

Resultaten visar på elevers olika tolkningar av en benämnd uppgift och dialogens betydelse för att utveckla nya perspektiv.

A .Enskild uppgift

I analysen av elevernas resultat i studien, där de enskilt behandlat den matematiska uppgiften, kan jag utläsa, att de använder sig av orden ”den som vann hade bäst, minst, kortast, snabbast och lägst tid”. En elev sa ”Johanna har väl bäst kondition, är snabbast och har längst ben”. Texten i den ”benämnda” uppgiften leder således eleven till en vardaglig förklaring. 37% av eleverna löser den första uppgiften rätt. I uppgiften med lika antal decimaler blir alla elevers svar helt rätt. Det blir synligt för eleverna att talen har lika många siffror och därmed blir det lätt att rangordna dem. Här framkommer att uppgiftens utformning påverkar elevers tolkningshorisont av densamma. För att kunna se om elevers tolkningar av en ”benämnd” uppgift går att förändra genom kommunikation och med hjälp av olika redskap genomförs andra studier.

B. Uppgift med olika redskap

Här visas elevers tolkningar av uppgiften i interaktion med olika redskap.

1. Bilden.

Målet med denna studie är att utifrån en vardaglig bild ge eleverna en tolkning till den ”benämnda” uppgift, som de sen ska lösa. När samtalet är avslutat får varje elev göra den diagnostiska uppgiften enskilt. Det visar sig att 28 % av eleverna svarar rätt på uppgiften. I många samtal visar elever att de har en god förförståelse av idrott och att springa sextio meter. De kan samtala om sina egna resultat och om vem som springer fortare än den andre. I samtalet visar en del elever god inblick i idrottens värld och även förståelse för tiondelar och hundradelar. Här följer ett exempel från studien.

Vardaglig säker diskurs.

I: Vad gör de på bilden?
R: Löper.
J: Springer.
I: Hur långt springer de?
H: 00m
R: 00m
J: 60 m
H: Det står inte?
I: Nej. Jag hade ändå en fundering på om ni vet hur långt man kan springa? När ni nu säger 100 m som ni gör killar, i vilka tävlingar tävlar man i 100m? Stora tävlingar.
R: Löpning.
I: Ja, löpning 100m.Vad heter de här stora friidrottstävlingarna?
R: SM, VM och OS.
I: Fint, nu har vi snart ett annat VM framför oss.
R+H: Fotbolls VM.
I: Där mäter man inte tid på samma sätt som när man springer. Hur fort är världsrekordet i OS på 100m?

R: 9,86 eller nåt sånt.
R: 9,80
H: 9,72
I: Tror du att det är det?
R: 9,86 har jag sett i en bok.
I: Bra

Utifrån sin egen tolkningshorisont samtalar eleverna om olika begrepp från idrottens värld. Eleverna använder sin förförståelse av idrott i samtalet. De är delaktiga i den värld som bilden vill visa på och de frågor som försöksledaren ställer. De blir delaktiga i ett vardagligt meningsbyggande genom språket och de utvecklar i samtalet en interaktion som leder framåt i en vardaglig diskurs.

I ett annat exempel från studien finns elever som har invandrarbakgrund och är på en skola som sällan har idrottstävlingar och där undervisningen i matematik bedrivs som enskilt tyst räknande. I samtalet svarar de på försöksledarens frågor men de förstärker inte varandra i samtalet.

Vardaglig osäker diskurs

I: Den här bilden vad ser ni?
M: Några som springer
I: Varför gör de det?
Alla: För att det är tävling.
I: Hur långt springer de?
Re: 60m
I: Ja, vad finns det mer för sådana lopp?
Tystnad
I: Vad heter den stora tävling som vi har haft nyligen?
R: OS
I: Olympiska spel, dessa har vi både sommar och vinter. Så finns det olympiska spel för friidrott. Det finns VM där man springer och EM. 60m som du sa, det springer man ofta i skolan. Har ni sprungit 60m?
Alla: Ja
I: Hur fort springer ni då?
Alla: Kommer inte ihåg.
I: Ingen aning. Kan ni gissa?
Tystnad

I detta samtal är inte elevernas förförståelse och livsvärld bekant med de frågor som försöksledaren ställer. Deras bild av idrott och att springa sextio meter är osäker. I det fortsatta samtalet med dessa elever framkommer att de aldrig sprungit sextio meter på tid i skolan. De kan inte stödja varandra i en utvecklande interaktion till en ny meningshorisont i samtalet. Eleverna blir kvar i sitt eget tolkningsspelrum.

I analysen av samtliga grupper i studien med bilden, visar det sig att elever som inte är delaktiga i det vardagliga samtalet om idrott har svårt att tolka uppgiftens tider rätt. De elever som har erfarenhet från skolan eller fritiden av att springa sextio meter eller har en klar uppfattning om tid och en god allmänbildning kring idrott och olika rekord, utvecklar med kunskap från sin vardag och sina matematikkunskaper nya meningshorisonter i dialogen.

2. Miniräknare
Ytterliggare en studie med ändrade förhållanden genomförs. Det är en uppgift med enbart tre formella divisionsuppgifter att räkna ut, utan text.

333/37 = 9 138/15 = 9, 2 228/25 = 9,12

Med hjälp av miniräknare får eleverna i uppgift att avgöra vilket svar som är störst respektive minst. Eleverna ombeds lösa uppgiften *tillsammans* i gruppen, men samtliga elever utför beräkningen *enskilt,* rangordnar talen tyst för sig själva och för in sina svar på gruppens papper. Här blir lösningsfrekvensen 37% rätt svar på uppgiften.

I analysen av samtalen, som svarar på frågan *varför* svaret blir rätt, visar eleverna att de uppfattar uträkningen på miniräknaren som rätt. Problemet uppstår då miniräknaren visar 9,2 och inte 9,20. Elevernas tolkning av svaren blir rent räknetekniskt, alltså de räknar ut ett tal och skriver svaret. De ser till storleken på talen och tolkar dem som heltal. Redskapet miniräknaren bidrar inte till ett utvecklande samtal eller till en förståelse för decimaler. Samtalen efteråt visar på att elever tolkar miniräknarens svar som en färdig produkt och inte som process. Det vill säga, de kunde med en annan tolkning ha reflekterat och diskuterat rangordningen av talen.

3. Tallinjen
I den tredje studien med grupper av elever används en tallinje. I denna studie för eleverna och försöksledaren en dialog om hur man bygger en tallinje. I analysen av samtalen framkommer att eleverna blir delaktiga i målet för uppgiften och att de blir delaktiga i det matematiska språket. I interaktionen mellan försöksledaren, eleverna och redskapet tallinjen utvecklar eleverna nya meningshorisonter mot ett gemensamt mål. Här följer ett exempel från en grupp.

I: Här ser ni en tallinje. Det går från talet noll till talet tio. Om vi då börjar tala om heltal som 1, 2, 3, 4? Ni kan jättestora heltal som 1080. Vad vill ni skriva för tal här så att det blir en tallinje? Det här är en tallinje från 0 – 10 men nu vill jag ha fler tal på denna tallinje.
J: Typ 2, 4, 6, 8, 10.
I: Ja, hur kan man göra?
S: Man kan sätta femman i mitten.
I: Ja, då börjar vi med det. Hur gör man sen då?
E: Man kan skriva en tvåa här.
I: Ja
(Elever diskuterar hur de ska göra med talen och sätter ut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.)
I: Den här tallinjen består av heltal
Alla: Ja

Eleverna fortsätter att tillsammans med läraren bygga nästa tallinje bestående av tiondelar. Man går vidare till hundradelar.

I: Då fortsätter vi. Här är en tallinje från 0 – 0,1.
J: Hundradelar
I: Hur blir det nu?
J: 0,05 blir det.
I: Bra. 0,05 i mitten.
(Eleverna gör tallinjen).
I: Om vi skulle uttrycka det här i bråkform.
Alla: Hundradelar.
I: Hur många hundradelar är 0,01?
S: En hundradel.
I: Och 0,02.
J: Två hundradelar

Samtalet mellan försöksledaren och eleverna leder gruppen framåt med hjälp av tallinjen och detta får till följd att elever använder sig av matematiska begrepp. Eleverna arbetar i en matematisk modell som de själva är delaktiga i att konstruera och därmed blir de delaktiga i det matematiska språket. De får en förståelse för hur talen är konstruerade.

C. *Kommunikation i grupp*

Efter uppgiften med bilden, miniräknaren och tallinjen grupperna besvara frågan, varför de anser att svaret är rätt. I uppgiften med bilden är det många elever som samtalar i en vardaglig kontext och använder sig av begrepp som längst tid, springer snabbast, kortast tid. Men här finns även elever som förklarar med orden lägg till en nolla, två är mindre än tolv osv. I de grupper som använder en miniräknare ger man förklaringar till svaren genom att säga att man lägger till en nolla eller att man räknar ut det. När eleverna använder sig av redskapet tallinjen blir förklaringen ofta med matematiska ord som tiondelar och hundradelar. När grupper av elever ska tala om varför de anser att svaret på uppgiften är rätt redogör de utifrån olika förförståelse. Här följer några utdrag från elevernas diskussioner.

I: Vem var snabbast?
E: Jag skrev Veronica för att hon hade högst siffror.
I: Då menar du att hon sprang fortast och att hon vann.
L: Jag tog Johanna för hon har kortast tid.
I: Vad menar du med kortast tid? Menar du att hon springer snabbast?
P: Jag tog Johanna för att hon hade kortast tid och sprang snabbast.
I: Vilket är rätt?
E: Det är Pontus och Linda för jag hade inte tänkt. Johanna vann för hon hade kortast. Veronica hade ju högst tid. Man ska ha så låg tid som möjligt.
I: Vem kommer tvåa?
L: Andreas kom tvåa på 9,85s.
E: Robert fast det är Andreas. Jag skrev de som hade högst tid: Veronica har högre tid än Robert.
P: Tvåa kommer Andreas för han har 9,85 och det är lite mer än Johanna.

I ovanstående samtal visar sig elevers sätt att uttala sig vardagligt med begrepp som minst, störst, snabbast och att de inte kan urskilja vad talen betyder. Högsta värdet är snabbast. De förblir i den vardagliga världen och använder sig enbart av vardagsspråket. De följer varandra och förändrar inte sina tolkningar för att få syn på andra perspektiv och kunna förstå utifrån en annan meningshorisont. En annan grupp ger andra förklaringar.

I: Varför är ni helt säkra på att det här är rätt?
D: Det är en hel nia och sen två till och sen nio och tolv till. Det blir högre och högre automatiskt.
F: Jag tycker typ likadant. Först är det en nia med en nolla där sen 9,2 och sen 9,12. De är högre
I: Handlar det om att tolv är högre än två. Eller att det är tre siffror i talet.

F: Neej.
D: Det kan det också vara.
I: Vad säger du?
A: Jag tittar mest på att tolvan är högre än tvåan. Nian är ingenting.
I: Om jag nu påstår att det här inte är rätt, vad säger ni då?
F: Tvärtom: att det går neråt i stället.
I: Sätta nian därnere?
F: Jag vet inte riktigt.

I det här samtalet kan vi följa elevers diskussion om att räkna med heltal. De tolkar svaren utifrån en heltalsmodell, alltså att se talen enbart som heltal och ställer dem under varandra för att se vilket som är ”högre”.

S: Jag lägger på två nollor. För 9,12 det är två tal till liksom. Så nio det är bara nio, 9,12 då är det en etta och en tvåa, och på 9,2 lägger jag till en tjugo, en nolla så det blir 9,20. Och då ser jag att tjugo är mer än tolvan.
I: Och du tror att det är rätt. Vad säger Elin då?
E: Jag har tagit nian här för om man tar kommatecken här då blir det 9,0. Då är det minst. Och sen lägger jag till en nolla vid 9,12 så blir det 9,120 och då blir det 9,200 och då ser man att det är störst.

Eleverna visar i samtalet ovan att de vet att om man lägger till en nolla kan man se vad som kommer först och sist. Genom att tänka dels i en heltals- och dels i en storleksmodell ger de en strukturerad förklaring. Här följer ytterliggare en tolkning från en grupp elever.

I: Nu ska ni få förklara för mig varför ni tycker att det här är rätt.
H: För att nio är ett heltal, det är så ett mindre, enbart ett heltal. 9,12 är nio hela och en tiondel och två hundradelar tror jag och 9,2 då är det nio hela och två tiondelar.
E: Nio är en sån här hel. 9,12 där är en tiondel mindre än två tiondelar så då blir 9,2 större än 9,12.
N: Nian är ett heltal tvåan är 9,12 och hundradel och 9,2 där är det en tiondel.

Elever ger förklaringar med matematiska ord, där de visar sig behärska de matematiska begreppen tiondel, hundradel och positionssystemets uppbyggnad.

Tre olika perspektiv framkommer i analysen av samtalen med elever i grupp. Elevernas olika förklaringar visar på tre tolkningshorisonter nämligen *vardagligt*, *algoritmiskt* och *matematiskt perspektiv*.

En sammanfattning av resultaten i studien visar att en ”benämnd” vardagsuppgift inte hjälper eleven att förstå det matematiska i uppgiften och att läraren i det skrivna svaret endast får reda på rätt eller fel svar, att olika redskap som en vardaglig bild, miniräknare och tallinje utvecklar olika språkliga diskurser och olika tolkningar visar sig i samtalen.
I analysen av kommunikationen i grupperna, blir det i vissa grupper inte bättre att befinna sig i den vardagliga världen. Eleverna vet inte hur de ska svara då de blir kvar i en vardaglig tolkning. Man använder helt enkelt *vardagsspråket* och *uttrycker sig i ett vardagligt perspektiv*. I det algoritmiska perspektivet räknar och tänker elever i *heltalsmodellen*, i en *proportionalitetsförklaring* eller att *lägga till en nolla*. Här sker en transformering till ett procedurförfarande, som visar sig ge ett svar men inte nödvändigtvis någon förståelse. Det matematiska perspektivet infinner sig hos eleverna när de blir delaktiga i språket och tolkningen av symboler och att de kan uttrycka sig på ett *matematiskt språk* med tiondelar och hundradelar. Detta visar på en insiktsorienterad matematisk process, som leder till förståelse. Uppgiften med bilden för således tankarna till en vardaglig förståelse, medan studien med miniräknaren inte förutsätter förståelse utan ersätter förståelse. I studien med tallinjen inbjuds eleven till delaktighet genom interaktion och till tolkningsmöjligheter som kan gestalta matematisk förståelse.

Diskussion

Jag vill med denna studie visa hur språket i den kommunikativa situationen eller aktiviteten kan bli medel för elevers meningsbyggande. Den ”benämnda” uppgiften kan tolkas utifrån det vardagliga perspektivet, uppmätta värden, dimensionslösa och abstrakta tal eller genom positionssystemets ide. Jag vill genom att använda olika redskap visa på elevers olika tolkningar och därmed olika meningsbyggande i matematiken.

Elevens tolkningsspelrum

Det är genom individens personliga verklighet som den tillägnar sig begreppen och ger dem mening (Eriksen, 1993). Eleven har utanför institutionen blivit delaktig i olika tolkningar genom den kultur man kommer ifrån, vilket perspektiv man har i sin livsvärld och hur vardagen gestaltar sig. Detta visar sig i studien i samtal med elever som har en annan kulturell bakgrund. Den vardagsvärld som uppgiften visar på är inte bekant för dem. För att förstå den ”benämnda” uppgiften måste elever samtala utifrån sin tolkning och genom delaktighet i samtalet ta sig till förståelsen av matematiken. På så sätt får eleven en ny tolkningshorisont, som sen används på nytt med olika redskap. Många gånger hjälper det alltså inte att göra en "benämnd" uppgift realistisk för att få elever att förstå.

> Även om vi gör en matematikuppgift realistisk och formulerar den som något som skulle hända i verkligheten, finns ändå avgörande skillnader mellan att "öva" i en värld av övningsuppgifter och att agera i den sociala praktik som uppgiften hämtats från (Säljö, 2000 p.149).

Utifrån elevers olika tolkningshorisonter kan man förstå att, i ett klassrum där varje elev räknar tyst för sig själv i sin egen takt förblir elevens tolkning vid det gamla. I studien där elever utför uppgiften enskilt har läraren enbart möjlighet att utläsa svaret som produkt och får inte syn på elevens tänkande och förförståelse.

Nya meningshorisonter genom interaktion

De samtal i studien som svarar mot frågan *varför* och som har analyserats bland olika elevgrupper visar att elever har olika tolkningar i sin syn på en matematikuppgift, då den ges olika bakgrund. Det är inte enbart en fråga om vad jag räknar och hur jag räknar utan också varför. Eleverna i studien visar sig ha fokus på begreppen vad och hur, men med hjälp och stöd från försöksledaren kan de se till frågan varför. Det är först när eleven svarar på frågan "Varför vet du att svaret är rätt?" som elevers olika sätt att tolka matematiken görs synlig. Det måste därför vara av stor vikt att elever och lärare görs uppmärksamma på elevers olika tolkningar av en matematikuppgift.

Interaktionen läraren, objektet och eleven blir en viktig agent i klassrumsaktiviteten, där nya lösningar, möjligheter och frågor kan utvecklas. (Van Oers, 2002; Sfard, 2000). Det står helt klart att verktyg är viktiga hjälpmedel i matematikundervisningen men att det är läraren som har möjligheten att mediera mellan dem. (Van Dijk et al. 1999, Cobb, 1999; Van Oers, 2002). Genom att lärare och elever samtalar kring matematiska begrepp kan de bli delaktiga i samma kontext. Redskapen formar i högsta grad den deltagandes handlingar mot de matematiska reglerna.

I en av undersökningarna i denna studie lät jag elever bli delaktiga i uppgiften genom att tillsammans konstruera ett redskap, tallinjen, och samtala om det.

> Constructing meaning and negotiating meaning by constructing and evaluating new predicates is a way of talking about the processes that take place in a mathematical discourse. The diagram is one possible tool of structuring the discourse and integrating the different (real or virtual) voices that take part in the discourse (Van Oers, 2002 p.77).

Det som är viktigt att poängtera är att de matematiska redskapen och reglerna inte är tillräckliga för att utveckla full delaktighet i en matematisk diskurs. Det måste utvecklas en språklig delaktighet. På så vis uppstår en förståelse hos eleverna och de kan senare använda sig av den kunskap som vi har skapat tillsammans. De blir delaktiga i ett matematiskt språk med dess begrepp. När man är delaktig i en matematisk diskurs och i en vardaglig så kan man med språkets hjälp pendla mellan dessa. Vi måste både utveckla den vardagliga referensen och den matematiska för att våra elever ska förstå den abstrakta matematiken.

> Models are introduced in such a way that students can always fall back to so-called earlier stages In their development and connect symbols with concrete situations. So modelling is not a one-way street. Mathematical symbolized reality is always rooted in and tied to informal reality not separated from it (Selter, 2002, p.225).

Dialogen

Det som slutligen kan sägas om den ”benämnda” uppgift, som används i studien är att elever visar sig ha olika tolkningar från sin livsvärld när de ska lösa uppgiften och att de visar olika meningshorisonter beroende på hur deras förståelse av positionssystemets ide är transformerad. Med hjälp av språklig kommunikation och rätt redskap för rätt tillfälle kan lärare få elever att skapa nya meningshorisonter och därmed ny förståelse. Målet måste vara att lärare blir medvetna om olika elevers behov utifrån deras tolkningshorisont. I den här uppgiften blir det lärarens uppgift att utifrån elevens förförståelse förklara positionssystemet idé och därmed kunskapen om decimaler.

Detta skulle vi kunna uppnå i en dialog där människors förståelsehorisonter möts och det goda samtalet leder fram till någon slags samförstånd eller samsyn som vi kan kalla för horisontsammansmältning. Likheter och skillnader utvecklas på så sätt mellan den kommunikativa kontexten och det perspektiv som eleven uttrycker. Den egna tolkningshorisonten förändras och det egna kunnandet utvecklas därmed. Genom att få elever att utveckla en drivkraft, att få dem att lyssna till och stötta varandra och genom att samarbeta i interaktion, kan ett berikande samtal öppna upp för andras tolkningar. Först då blir tolkning av en matematisk uppgift en process och inte en produkt.

Referenser

Bengtsson, J. (Red.) (1999). *Med livsvärlden som grund*. Lund: Studentlitteratur.

Bishop, A. (2002). Mathematical acculturation, cultural conflicts and transition In G. De Abreu, A.Bishop & N. Presmeg. (Eds), *Transitions between contexts of mathematical practices* (p. 193-212). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cobb, P. & Bowers, J. (1999). Cognitive and situated learning: perspectives in theory and practice. *Educational Researcher*, 28 (2), 4-15.

Dysthe, O. (2003). Om sambandet mellan dialog, samspel och lärande. I O. Dysthe (Red.), *Dialog, samspel och lärande* (s. 7-27). Lund: Studentlittaratur.

Eriksen, D. B. (1993). *Personlige og sociale sider ved elevernes tilegnelse af faglgi vide nog kunnen i folkeskolens matematikundervisning*. København: Danmarks Lärerhögskole, Afdeling for matematik.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Heidegger, M. (1993). *Varat och tiden* (Del 1-2). Göteborg: Daidalos.

Husserl, E. (1989). *Fenomenologins idé*. Göteborg: Daidalos.

Marton, F. & Tsui, A., (2003). *Classroom discourse and the space of learning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Merleau-Ponty, M. (1962). *Phenomenology of perception*. London: Routledge.

Nunez, T., Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge University Press.

Saxe, G. (1988). Candy selling and math learning. *Educational Researcher*, 17, 14-21.

Schutz, A. (1967). *The phenomenology of the social world*. Evanston: Northwestern University Press.

Selter, C. (2002). Taking into account different views: three brief comments on papers by Gravemeijer & Stephan, Cobb and Thompson. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Van Oers & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modelling and tool use in mathematics education* (p. 221-227). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Sfard, A. (2000). Symbolising mathematical reality into being – or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds), *Communicating and symbolizing in mathematics: Perspectives on discourse, tools and instructional design* (p. 37-98). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.

Van Dijk, I., Van Oers, B. & Terwel, J. (1999, August). *Providing or designing? Constructing models as a strategy for working with contextual problems in primary maths education*. Poster and paper presented at Earli-conference in Göteborg, Sweden.

Van Oers, B. (2002). The mathematization of young children's language. In K Gravemeijer, R. Lehrer, B. Van Oers & L. Verschaffel (Eds), *Symbolizing, modelling and tool use in mathematics education* (p.29-58). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Van Oers, B. (2002). Educational forms of initiation in mathematical culture. In C. Kieran, E. Forman & A. Sfard (Eds), *Learning discourse. Discursive approaches to research in mathematics education* (59-85). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Verschaffel, L. De Corte, E. & Lasure; S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling in the elementary school. *Learning and Instruction*, 4, 273-294.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2002). Everybody knowledge and mathematical modeling of school word problems. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Van Oers & L. Verschaffel (Eds), *Symbolizing, modelling and tool use in mathematics education* (p.257-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Wyndhamn, J. (1993). *Problem-solving revisited – On school mathematics as a situated practice*. Linköping Studies in Arts and Science, 98.

Ödman, P-J. (2004). *Tolkning, förståelse, vetande*. Stockholm: Norstedts förlag.

Eva Riesbeck

Eva Riesbeck works as a lecturer at the University of Linkoping. Her research interests include problemsolving, language and interaction in mathematics education.

Eva Riesbeck
Department of Educational Science
The Key-House
Linkoping University
581 83 Linkoping
Sweden
evari@iuv.liu.se

Summary

This study is about how we build patterns of meaning in the world around us. Our learning and knowledge about the surrounding world begins in what we may call the life world. The dissonance between the environment in and outside school is very distinct in mathematics as a school subject. Students' interpretations of real life problems may become an obstacle for their learning in mathematics. The focus of the study is how the language in the communicative situation or activity could be understood as a means of construction of meaning. The importance of context and communication in the teaching of mathematics is visualized through analyses of 5 and 6 grade students' work with a real life task, which involves decimals. Through participation and interaction, in the dialogue, the students develop new patterns of meaning that may facilitate their learning of mathematics.