

Formativ Evaluering i Matematikundervisningen - Ændringer i Praksis

KRISTINE JESS

I forlængelse af de reformer, der har fundet sted inden for matematikundervisningen internationalt såvel som i Danmark, er det nødvendigt at udvikle nye evalueringsformer. I en forstadskommune til København blev der i perioden 1997-99 gennemført et udviklingsprojekt med henblik på at indføre formativ evaluering i matematikundervisningen. I denne sammenhæng sættes fokus på, om brugen af et evalueringsmateriale, der i løbet af projektet blev udviklet til formålet, giver lærerne mulighed for at få uddybet deres indsigt i elevernes kompetencer, og om denne særlige evalueringsstrategi giver anledning til refleksioner hos lærerne, der fører til ændringer i praksis. Det fremgår af konklusionen, at implementeringen af evalueringsstrategien har haft en begrænset formativ effekt, men har forøget lærernes opmærksomhed på undervisnings- og læreprocesser og især på sprogets betydning for disse, og via refleksioner herover har ført til ændringer i praksis.

Baggrund

Udviklingen inden for matematikkens didaktik gennem de sidste ca. 20 år har ført til meget store ændringer både i opfattelsen af, hvad matematik er, og i synet på undervisning i og læring af matematik. Samtidig har udviklingen af elektroniske hjælpemidler haft indflydelse på, hvad der nu betragtes som væsentligt i matematikundervisningen; den traditionelle interesse for beherskelse af standardalgoritmer og andre proceduremæssige færdigheder er blevet erstattet af eller suppleret med en vægtning af faglig begrebsdannelse og faglige processer. Dertil kommer, at "Technology in technonature has become a double-edged sword. It is a main source for solving problems, but also a cause of

Kristine Jess

Københavns Dag- og Aftenseminarium

problems” (D’Ambrosio, 1994, i Borba & Skovsmose, 1997, s. 17). Opmærksomhed på denne dobbelthed har også fået indflydelse på, hvilket indhold der har betydning i matematikundervisningen, eleverne skal gennem undervisningen opnå en baggrund for at kunne forholde sig kritisk til matematikkens anvendelse.

De nævnte forhold har ført til reformer i matematikundervisningen, der i mange lande afspejles i nye nationale læseplaner for faget. På folkeskoleniveau i Danmark kommer disse reformer til udtryk i Faghæftet for matematik fra 1995, som repræsenterer et brud på den traditionelle opfattelse af matematikundervisning.

I den traditionelle undervisning har der ofte været lagt vægt på mål for undervisningen, der er enkle at beskrive og evaluere. Et eksempel herpå ses i vejledningen til undervisningsministeriets læseplan for matematik fra 1976, hvor der står, at det skal tilstræbes, at eleverne ved udgangen af 7. klasse behersker de fire regningsarter inden for de rationale tal. Når målene for undervisningen er snævre og beskrives konkret, forenkles evalueringsprocessen til en kontrol af, om et rigtigt resultat er opnået, og på denne måde er der historisk set skabt en opfattelse af, at netop i faget matematik er det let at evaluere samtidig med, at det gennemgående summative træk ved tidligere evalueringsformer har konsolideret den opfattelse, at evaluering er noget, der skal foretages efter et undervisningsforløb (Clarke, 1996, s. 328).

Heraf dukker en interessant problemstilling op, idet reformerne i matematikundervisningen har ført til nye opmærksomhedsfelter inden for evaluering samtidig med, at der er en tendens til, at ændringer i evalueringsformer så at sige halter bagefter udviklingen i matematikundervisningen. De Lange udtrykker det som, at nok ses der en afsmitning af de nye læringsteorier i forskellige landes læseplaner, men samtidig findes rester af den positivistiske tankegang i måden at teste/evaluere på (de Lange, 1993, s. 198). Neuman påpeger, at det er en hæmmende faktor for det reformarbejde i matematikundervisningen, som foregår overalt i verden, at de traditionelle vurderingsformer stadigvæk er de mest anvendte (Neuman, 1997). Disse synspunkter deles af Sfard, der skriver, at meget bliver ødelagt af tests, der stadig synes at tilstræbe måling af den type kompetencer, som ikke længere bliver anset for væsentlige (Sfard, 1998).

Nye ideer om evaluering

Curriculum and Evaluation Standards (NCTM, 1989) indeholder forslag om en matematikundervisning, hvor der bliver lagt vægt på f.eks. problemløsning og kommunikation frem for på tidligere tiders samling af

fakta, færdigheder og begreber, idet "NCTM's standards" er konstrueret som en kombination af erfaringer og muligheder for at lære. I USA som i andre lande krævede denne nytænkning i forbindelse med læseplaner en ny vision om evaluering. Denne kom med publikationen af *Assessment Standards for School Mathematics* (NCTM, 1995). Her stilles krav om, at evaluering må reflektere den matematik, som alle elever behøver at vide og er i stand til at bruge, fremme læringsprocessen, medvirke til lighed, være en åben proces, give grundlag for holdbare konklusioner og være en sammenhængende proces.

De nævnte "standards" repræsenterer ifølge Clarke (1996, s. 366-367) et koncist resumé af de principper, der er ledende for reformerne i internationale læseplaner og evalueringsformer. Dette er i overensstemmelse med de tiltag, der er sket i Holland og Sverige. Som en naturlig konsekvens af de grundlæggende ideer i "Realistic Mathematics Education", har Heuvel-Panhuizen udviklet en skriftlig evalueringsprocedure, hvor der ses en påvirkning af Vygotskys idé om "the Zone of Proximal Development" (ZPD)¹, idet hensigten med evalueringen er at identificere potentielle læringsmuligheder (Heuvel-Panhuizen, 1996). Herfra er der hentet inspiration til den landsdækkende evaluering på udvalgte klassetrin, der blev indført i Sverige i halvfemserne, hvortil der er udviklet et diagnostisk materiale i matematik (PRIM-gruppen, 1996).

På en konference (Nordisk konference om prøver i matematik, den 5. – 7. november 1997 på Magleås Kursuscenter) understregede Mogens Niss fra RUC den udfordring, det er dels at evaluere de væsentlige træk ved matematisk virksomhed uden at ødelægge noget i denne og dels at få evalueringen til at være i harmoni med undervisningen. På konferencen blev der påpeget forskellige barrierer mod nye evalueringsformer bl.a. tradition, politiske/økonomiske forhold, uvidenhed om forskellige evalueringsformer og konsekvenserne heraf, og der blev udtrykt håb om et angreb på disse barrierer i form af forskning, debat, eksperimenter og mod til at prøve noget nyt.

Projekt og evalueringsmateriale

I Brøndby, en forstadskommune til København, tog skoleforvaltningen i 1997 initiativ til test/evaluering af matematikundervisningen i kommunen. På trods af de ovennævnte barrierer blev det vedtaget at gennemføre et udviklingsprojekt med den hensigt at indføre formativ evaluering i matematikundervisningen, og samtidig blev det planlagt, at der skulle udvikles et materiale med henblik på den formative evaluering. Projektet skulle gennemføres i samarbejde med konsulenter fra Danmarks Lærerhøjskole, hvor jeg fra oktober 1998 deltog som den ene samtidig med, at jeg

som matematikkonsulent i kommunen skulle være ansvarlig for projektets gennemførelse; derfor kunne jeg følge hele forløbet på tæt hold.

I 1997/98 blev der gennemført et pilotprojekt, heri deltog en 2. klasse fra hver af kommunens syv skoler og deres matematiklærere. Året efter blev alle kommunens 1. – 5. klasser og deres matematiklærere involveret i projektet, i alt ca. 2000 elever og 100 lærere. Lærerne deltog i et efteruddannelsesprogram, hvor det var hensigten at belyse nye evalueringsformer, afprøve det evalueringsmateriale (Andersen & Jess, 2000), der var blevet udviklet i perioden, og diskutere dets udformning og muligheder. Materialet er inspireret af Heuvel-Panhuizen (1996) og af PRIM-gruppen (1996).

Evalueringsmaterialet, som er udarbejdet for 1. – 5. klasse, er skriftligt og består af enkle regneopgaver, åbne opgaver og problemløsningsopgaver. De opgaver, der ikke er enkle regneopgaver, er forsøgt sat ind i en sammenhæng, der tænkes at forekomme børn på de pågældende alderstrin vedkommende. På hvert ark er der afsat plads til, at eleverne ved hjælp af tegninger, ord og/eller matematiske symboler skal redegøre for deres løsningsmetoder (bilag 1 og 2). På denne måde tilstræbes det, at lærerne opnår indsigt i, hvordan den enkelte elev tænker, når denne arbejder med en matematisk problemstilling, og lærerne får en mulighed for at afdække potentielle læringsmuligheder, at opdage uhensigtsmæssige løsningsstrategier og få indsigt i, hvilke kompetencer eleven har tilegnet sig.

Der er udarbejdet mange forskellige opgaver, og det er hensigten, at læreren skal vælge opgaver ud, der passer til den undervisning, der er foregået i klassen. Det er læreren, der bestemmer, hvornår og i hvilket omfang evalueringen skal finde sted. Materialet er ikke normgivende for undervisningen. De tolkningsresultater, læreren kommer til, skal kun bruges til at kvalificere den efterfølgende undervisning og bidrage til at gøre forældreinformation mere fyldestgørende. Men det er subjektive tolkninger, som ikke er egnet til at danne grundlag for sammenligninger. Udformningen af materialet er baseret på en vurdering af, hvad der er praktisk muligt og overkommeligt for de involverede lærere. Der kan gives evalueringsopgaver – ikke nødvendigvis ens eller med samme sværhedsgrad, da opgaverne ligger på en CD-rom, så lærerne selv kan ændre efter behov – til alle elever i klassen i samme tidsrum.

Imidlertid har den skriftlige form en begrænsning, og derfor må en evalueringsopgave i nogle tilfælde uddybes gennem en samtale. Opgaven med at bestemme antal myrer (bilag 1) er et eksempel herpå. Det samme gælder opgaven (bilag 2), hvor eleven har sat $2/7 = 14$ og $3/7 = 21$, den pågældende elev forklarede, at han ikke kunne dividere 21 med 14, men hvis han forestillede sig, at 21 var tre 7-taller, og 14 var to 7-taller, så

kunne han godt regne det. Og så havde katten spist en og en halv mus om dagen, hvilket er rigtigt beregnet, men han havde skrevet en 1/2 mus om dagen.

Evalueringsstrategien er i overensstemmelse med Faghæftet fra 1995, hvor der lægges op til et brud på traditionen:

Desuden vil bestemmelserne i loven om, at der i et samarbejde mellem læreren og den enkelte elev løbende skal fastsættes mål for undervisningen – og som følge heraf også foretages en løbende evaluering – lægge op til nye og mere nuancerede vurderingsformer over for elevens faglige produkter og arbejdsformer. Den traditionelle 'facitorienterede' bedømmelse vil ikke længere være tilstrækkelig.
(Undervisningsministeriet, 1995, s. 20)

Her er en klar tilkendegivelse af, at det er nødvendigt at udvikle nye evalueringsformer, men det overlades til matematiklæreren at afgøre, hvordan denne evaluering skal finde sted, idet der ud over forslag til samtale ikke gives ideer til, hvordan løbende evaluering kan foregå. I citatet begrundes behovet for nye vurderingsformer kun med, at der løbende skal fastsættes mål for undervisningen. Baggrunden for, at det er nødvendigt med ændrede vurderingsformer findes i afsnittet om Centrale Kundskabs- og Færdighedsområder for matematik (CKF), hvor der er en beskrivelse af færdigheder og faglige redskaber samt af problemløsning og arbejdsmetoder, og hvor det pointeres, at der i undervisningen skal tages udgangspunkt i den enkelte elev. Her afspejles fundamentale ændringer i forhold til tidligere læseplaner, og således er der repræsenteret et meget mere rummeligt syn på, hvad matematikundervisning skal indeholde end set i tidligere ministerielle læseplaner for faget.

Men før jeg går over til at se på effekten af denne evalueringsstrategi, vil jeg kort redegøre for en kompetencebaseret indholdsbeskrivelse i matematikundervisningen, fordi denne har indflydelse på valg af evalueringsformer, og dels præcisere evalueringens begreb.

Kompetencer som udgangspunkt for evaluering

Selve ordet "kompetence" bliver ikke anvendt i CKF, men nogle af de elementer, der er nævnt her, er indeholdt i de kompetencer, som indgår i Niss' kompetencebaserede beskrivelse af matematikfaget:

En karakterisering af et undervisningsfags opgave gennem udpegning af de kompetencer, faget sigter ... mod at forsyne modtagerne med, og udbyttet af undervisningen gennem en kortlægning af det omfang, hvori disse kompetencer faktisk erhverves, er selvsagt

nært forbundet med de grundlæggende hensigter, mål og formål med undervisningen. Med andre ord afspejler enhver udpegning af tilsigtede kompetencer sådanne hensigter, mål og formål, eksplicit eller implicit. Således forholder det sig også, når det gælder matematik. (Niss, 1999, s. 27)

Niss tillægger "kompetence" betydningen "ekspertise", en betydning som er i overensstemmelse med det engelske "competence" (Niss, 1999, s. 26-29). Han opdeler kompetencer i hhv. første og anden orden. Som kompetencer af første orden nævner Niss det at være i stand til på grundlag af indsigt at kunne: Udøve matematisk tankegang, ræsonnere matematisk, bygge og analysere matematiske modeller, formulere og løse matematiske problemer, håndtere forskellige repræsentationer af matematiske anliggender, håndtere matematisk symbolsprog og formalismer, kommunikere i, med og om matematik og betjene sig af og forholde sig til hjælpemidler. Kompetencer af anden orden handler om at besidde indsigt i og forståelse af matematikkens anvendelse, historiske udvikling og særlige karakter som disciplin. Niss beskriver således både den indsigt og de handlemuligheder, som opnåede kompetencer giver eleven, og som er implicit i Andersens definition: "Kompetencer udgør et subjektivt handlingsrum for matematiske aktiviteter" (Charlotte Krogh Andersen, DCN, personlig samtale).

Den betydning, der her tillægges kompetence, bidrager til en forståelse af, at indholdet i matematikundervisningen rækker ud over tilegnelse af viden og færdigheder, og udgør et langt mere komplekst forhold end antaget i den traditionelle opfattelse. Dette kommer eksplicit til udtryk i CKF, hvor det f.eks. fremgår, at eleverne ud fra data og informationer skal kunne formulere og løse problemer, benytte ræsonnementer og give faglige begrundelser, vurdere og tage stilling, opnå handleredskab over for problemer, der ikke er af rutinemæssig karakter, være fortrolig med eksperimenterende arbejdsformer samt at benytte sproglige beskrivelser. Denne udvikling i opfattelsen af, hvilket indhold der er væsentligt i matematikundervisningen, medfører et behov for nye evalueringsmetoder, både når det drejer sig om evaluering af proces og produkt, da mere traditionelle former ikke giver eleven mulighed for at vise sin tilegnelse af ovennævnte kompetencer.

Evaluering

"Evaluering" anvendes i dag i flere sammenhænge, og derfor præciseres, at den betydning jeg her tillægger det, svarer til den betydning, som "assessment" bliver tillagt af Niss:

Assessment in mathematics education is taken to concern the judging of the mathematical capability, performance, and achievement – all three notions to be taken in their broadest sense – of **students** ... Assessment thus addresses the outcome of mathematics teaching at the student level. (Niss, 1993, s. 3)

Denne forståelse af evaluering dækker både den summative og den formative. I den summative evaluering fokuseres ofte på det målbare; den bliver anvendt til at teste resultatet af et afsluttet undervisningsforløb og giver således et billede af elevens matematiske formåen på det givne tidspunkt. Hvis den summative evaluering anvendes i den traditionelle udformning, er der en risiko for, at evalueringen vil få en negativ effekt på den undervisning, der går forud, idet der er en tendens til, at de komponenter, der ikke er repræsenteret i en evalueringsform, tenderer til at blive opfattet som mindre vigtige af de involverede parter i undervisningen, hvilket kan føre til, at disse komponenter udviskes (Niss, 1993, s. 20). Den summative evaluering anvendes ikke med henblik på at opnå handleanvisninger til kvalificering af den efterfølgende undervisning.

Den formative evaluering anvendes med henblik på at forme eller danne i fremtiden, idet læreren gennem denne evalueringstrategi får mulighed for at finde det bedste afsæt for den fremtidige læreproces. I den formative evaluering er der en intention om at afdække elevens læringspotentialer. Men hvordan afdækkes disse? Er det ved at rette opmærksomheden på elevens løsningsprocesser i matematik, eller er det ved at vurdere resultater/produkter? Processerne er afgørende, fordi resultater/produkter, der står alene, kan være blevet rigtige/acceptable uden, at der foreligger en begrebsmæssig indsigt. Men hensigtsmæssige processer fører ikke altid til rigtige resultater eller acceptable produkter, så både proces og resultat/produkt må evalueres, når elevens læringspotentialer skal afdækkes. Holdningen til fejl er implicit givet, idet den formative evaluering har til hensigt at støtte elevens læreproces, hvilket indebærer, at fejl både i procedurer og resultater kan blive en kilde til læring (Lindenskov, 2000).

Den formative evaluering giver både mulighed for at afdække læringspotentialer og for at afgøre, om en elev har opnået en tilsigtet kompetence på et bestemt fagligt område, således at eleven kan gå videre med nye udfordringer; og det er væsentligt at understrege, at målet i begge tilfælde er at opnå et grundlag for at foretage hensigtsmæssige forandringer i læreprocessen især i forhold til enkelte elever i overensstemmelse med ZPD. Men da der i matematikundervisningen også skal tilgodeses en fælles diskurs i klassen, er det et interessant spørgsmål, om den formative evalueringstrategi kan afdække et fælles afsæt for undervisningen i en hel klasse.

Effekten af en ny evalueringsstrategi

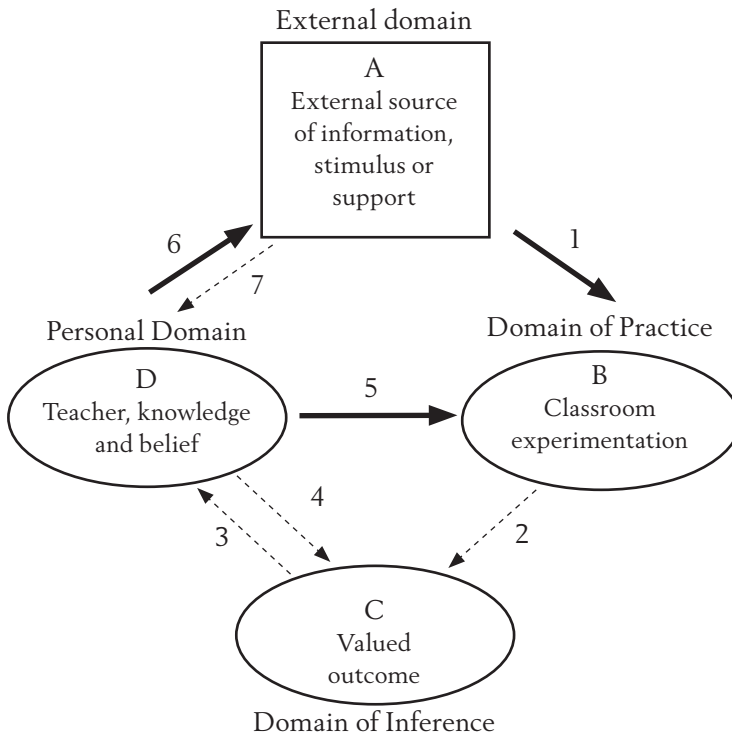
Matematiklærerens rolle ændres i takt med, at reformerne vinder indpas i skolen. Det er i langt højere grad end tidligere op til den enkelte lærer at planlægge indhold i og udformning af undervisningen i skolen; det stiller store krav til læreren, og samtidig spores hos nogle matematiklærere usikkerhed med hensyn til, om "eleverne nu lærer, det de skal". Læreren skal være i stand til at evaluere en undervisning, der er relateret til Faghæftet fra 1995, og han eller hun skal over for forældre kunne dokumentere i hvilken grad, eleverne har tilegnet sig de kompetencer, der er hensigten ifølge Faghæftet. Derfor har det interesse, om brugen af det foreliggende evalueringsmateriale kan bidrage til at give læreren brugbare oplysninger om den enkelte elevs læringspotentialer, afdække uhensigtsmæssige løsningsstrategier og bidrage til at opdage generelle problemer vedrørende et fagligt begreb el.lign. i klassen.

I Brøndby var alle matematiklærerne fra 1. – 5. klasse blevet pålagt at deltage i projektet, og det var derfor givet, at evalueringsmaterialet blev inddraget i undervisningen. Det vil sige, evalueringensstrategien kom til at indgå som en del af det system, der udgør matematikundervisningen, og følgelig må det forventes, at den får indflydelse på de øvrige processer, som er en del af undervisningen. Det indebærer, at flere aspekter ville være interessante at undersøge, men her er valgt at fokusere på, hvilken betydning inddragelsen af evalueringsmaterialet i undervisningen får i lærerens praksis og dermed på følgende tre spørgsmål:

1. Opnår lærerne gennem brugen af evalueringsmaterialet indsigt i elevernes matematiske kompetencer, og bliver lærernes opfattelse af eleverne påvirket?
2. Giver denne evalueringsstrategi anledning til refleksioner over egen praksis hos lærerne?
3. Viser der sig en effekt heraf i praksis?

Nedenstående model (figur 1) af Clarke and Peter (1993) inddrages med henblik på at illustrere de processer, som forventes at blive igangsat gennem inddragelsen af evalueringsmaterialet. Forfatterne til modellen opfatter den proces, der fører til, at lærerne ændrer deres syn på egen rolle og på faget, og som fører til ændringer i praksis, som en læreproces. De henleder opmærksomheden på de fire domæner og de medierende processer imellem disse, hvor optrukne pile illustrerer handling, og stiplede pile illustrerer refleksioner eller intentioner om handling – altså afspejler de faktorer, der forudsætter, at ændringer overføres fra et domæne til et andet. Det vil sige, pilene er bærere af bevægelse eller aktivitet.

Modellen indgår i analysen af de indsamlede data. Det forudsættes, at evalueringsmateriale og efteruddannelse svarer til A i modellen, implementering af materialet illustreres af pil 1, og arbejdet med evalueringsmaterialet finder sted i klassen, hvilket svarer til B. De informationer, der fås fra opgaverne, giver via pil 2 mulighed for tolkning



Figur 1. Model af Clarke og Peter, 1993

af opgaverne i C. Det er i relation hertil, at jeg forsøger at besvare det første spørgsmål, om lærerne opnår indsigt i elevernes matematiske kompetencer, og om lærernes opfattelse af eleverne bliver påvirket. Pil 3 illustrerer de refleksioner, som den hidtidige proces har ført til; indsigt heri giver mulighed for at finde svar på det andet spørgsmål, der er stillet. Herefter ses på, om der via D udspringer intentioner om handlinger eller handlinger, som via pil 5 fører til ændringer i praksis, B, eller via pil 6 fører tilbage til A. Hermed bliver det tredje spørgsmål belyst².

Metode til vurdering af effekten

Ved afslutningen af udviklingsprojektet i maj 1999 fik lærerne et spørgeskema til besvarelse. Efter sædvanlig praksis skal der som afslutning på et efteruddannelsesforløb evalueres på et fortrykt slutevalueringskema, men for at få en mulighed for at undersøge effekten af evalueringsstrategien fik lærerne i dette tilfælde et spørgeskema (bilag 3). Heri indgik spørgsmål, som var åbne for kvalitative besvarelser, og hvor det væsentligste indhold i relation til denne undersøgelse var, a) om de gennem brug af materialet havde opdaget styrkesider/svage sider hos eleverne, som ikke tidligere var set, b) om brugen af evalueringsmaterialet havde givet anledning til refleksioner, c) om de havde opnået erfaringer, der havde fået eller ville få indflydelse på undervisningen.

Der deltog ca. 100 lærere i efteruddannelsesforløbet og 44 besvarede spørgeskemaet. Det forholdsvise lille antal besvarelser kan skyldes, at den sidste gang for hvert hold i efteruddannelsesforløbet, hvor lærerne besvarede spørgeskemaerne, lå i en travl periode med afgangsprøver, fagfordeling og lejrskoler, og derfor var der mange fraværende. Men der kan også have været andre årsager til fraværet. Alligevel bliver besvarelserne inddraget, da indholdet udgør et væsentligt bidrag til en afklaring af spørgsmålene i undersøgelsen.

For bedre at forstå, hvordan denne form for evaluering dels påvirker lærernes opfattelse af elevernes kompetencer og dels medfører intentioner om ændringer i praksis, blev der i marts i 2000, ca. 10 måneder efter projektets afslutning, foretaget et semistruktureret gruppeinterview med fem lærere fra samme skole, to blev valgt pga. særlig interesse for matematikundervisning og evaluering, og de tre øvrige blev valgt tilfældigt. I interviewet blev spørgsmål svarende til de ovennævnte a, b og c anvendt til inspiration, og når samtalen bevægede sig for langt væk fra emnet, blev de i nogen grad anvendt styrende. Interviewet, der varede ca. 1 1/2 time, blev optaget på bånd og skrevet ud.

Besvarelser fra spørgeskemaerne og fra interviewet er blevet kategoriseret i relation til de temaer, der vil blive behandlet. Der angives, hvor mange svar i spørgeskemaerne, der omhandlede temaet, og herefter er der udvalgt citater fra spørgeskemaerne og interviewet, som anses for repræsentative. Citaterne fra spørgeskemaerne betegnes "S." efterfulgt af et tal, der angiver nummeret på spørgeskemaet, og med "f. I.", når citatet er hentet fra interviewet.

Herfra rettes opmærksomheden på effekten af evalueringsstrategien.

Opnår lærerne gennem brugen af evalueringsmaterialet indsigt i elevernes matematiske kompetencer, og bliver lærernes opfattelse af eleverne påvirket?

Udfordring af lærerens opfattelse

I spørgeskemaerne skrev 31 lærere, at de havde opnået ny indsigt i elevernes kompetencer. 11 lærere var blevet overrasket positivt og 18 negativt. De fem deltagere i interviewet havde lignende erfaringer.

Nogle svage elever bliver pludselig gode. Nogle stærke elever bliver nogle gange dårligere. (S. 2)

Jeg har ikke brugt det så meget, men det jeg har set er helt klart, at der har været nogle elever, der har overrasket mig gevaldigt meget endda med pludselig at kunne forklare en hel masse, som de dygtige elever faktisk ikke formår, de kan godt regne opgaverne og finde en løsning, men forklare, nej, det kan de [dygtige] ikke rigtig klare, men det er de andre, der arbejder sig igennem [en forklaring] ... Og det var virkelig overraskende, meget endda. (f. I.)

Nogle af de elever, som lærerne havde anset for at være dygtige, viste sig at have svært ved at redegøre for deres løsningsstrategier. Dette kan dels skyldes, at eleverne har været uvante med at redegøre for deres strategier eller har fundet det overflødig, og dels at disse elever er gode procedure-regnere, men mangler forståelse af, hvorfor de gør, som de gør.

Når elever overraskede positivt, blev det beskrevet med udtalelser som:

Elever, jeg troede var svage, viste sig alligevel at have forståelse. (S. 4)

Disse elever, der efter lærerens opfattelse havde svært ved matematik, kunne uventet løse opgaver og redegøre for deres løsningsstrategier. Det er en mulig forklaring, at nogle elever får en ny chance for at demonstrere matematisk kompetence, fordi kravet om at redegøre for deres løsningsstrategi – for små elevers vedkommende oftest i form af tegning – giver dem et redskab, som støtter løsningsprocessen. Det er min erfaring, at nogle børn forsøger at skjule, at det er nødvendigt at bruge hjælpemidler, som de tror afslører, at de ikke er så gode til matematik, f.eks. ved at tælle på fingre skjult under bordet, så læreren ikke ser det. Men nu er det blevet legalt f.eks. at tegne, hvor eleverne ellers kan have haft den opfattelse, at der var en bestemt procedure udtrykt i matematiske symboler, som læreren forventede, de beherskede og anvendte. Eleven har pludselig fået et værktøj, som kan udnyttes i løsningsprocessen, og som ydermere bliver værdsat af læreren i den pågældende sammenhæng. Kort sagt:

Sprog er ikke blot et beskrivelsesværktøj. Gennem sproget handler man. (Alrø & Skovsmose, 1999, s. 14)

Der er også en mulighed for, at læreren ser med nye briller på elevens besvarelse, da evalueringsmaterialet lægger op til at tolke på alt det, som eleverne har skrevet/tegnet og ikke blot vurdere et resultat. Derfor får tegninger, ord og tal tilsyneladende skrevet tilfældigt på papiret tillagt en ny værdi, fordi det giver læreren en øget mulighed for indsigt. Dette synspunkt underbygges af en lærer, som skriver under intentioner for sin fremtidige undervisning, at han eller hun vil:

Lytte grundigt til [elevernes] besvarelser. Deres måde at tænke på kan virke ulogisk, men give mening for dem selv. (S. 34)

Støtte til lærerens opfattelse

Tre af lærerne giver i spørgeskemaerne udtryk for, at de er blevet bekræftet i deres opfattelse af elevernes kompetencer:

...det har underbygget indtrykket af eleverne. (S. 11)

I de tilfælde hvor læreres opfattelse af eleverne er blevet bekræftet, kan denne bekræftelse måske støtte læreren.

Jeg oplever meget, at elever, som jeg synes har haft svært ved matematik og har haft svært ved at få fat i nogle ting, så overrasker gennem en periode ... [de] har ikke nogen problemer ... [de] forstår det hele, og så evaluerer man med det her, hvor de skal forklare, så er det bare helt hen i skoven, og så tænker man o.k. følg din intuition, den var faktisk god nok, de har faktisk meget svært ved det her. Selv om de så har fået hjælp af en storebror eller en far eller en mor igennem en periode, så de kunne sidde og fortælle det hele korrekt. (f. I.)

I citatet fra interviewet fremgår det, at evalueringsprocessen har afdækket problemer hos elever, som har ført til, at læreren er blevet bekræftet i sin intuitive opfattelse.

Forklaringsproblemer

I spørgeskemaerne var der i alt 36 forskellige kommentarer vedrørende brug af sprog i matematiktimerne, og det blev pointeret, at eleverne havde svært ved at begrunde/forklare deres tankeprocesser. Lærerne pegede på sproglige problemer og på vanskeligheder ved at forklare sig skriftligt:

Jeg vidste ikke, de havde så mange sproglige problemer, at det var vanskeligere for dem at skrive om opgaver end at løse dem. (S. 23)

Deres manglende evne til at forklare hvordan og hvorfor de gør, som de gør. (S. 30)

Når lærerne udtrykker deres bekymring over, at eleverne ikke magter at forklare deres løsningsstrategier, kan jeg ud fra samtaler under efteruddannelsesforløbet fastslå, at der her dels tænkes på elevernes formåen i forbindelse med samtaler i klassen og dels på den proces, det er at nedskrive en løsningsstrategi på papiret.

Forbehold over for evalueringsstrategien

Ud fra spørgeskemaerne mente seks af lærerne ikke, at brugen af evalueringsmaterialet havde givet væsentlig anledning til forøget indsigt i elevernes kompetencer.

Jeg har foreløbig opdaget det mere i min egen undervisning. (S. 14)

Måske, men andre opgavetyper ville måske virke på samme måde. (S. 32)

Det forekommer naturligt, at ikke alle matematiklærere ville finde denne evalueringsstrategi egnet. I begyndelsen af projektet var der nogle lærere, som fandt det unødvendigt at evaluere på denne omstændelige og tidskrævende måde, når de, som de sagde, "godt vidste, hvor deres elever var". Her afspejles det meget problematiske spørgsmål om, hvor grænsen går for "eksperter" indblanding udefra – i dette tilfælde pålagt af skolemyndighederne ud fra en hensigt om at sikre en udvikling i faget – og en respekt for og tillid til, at den enkelte lærer er professionel og selv kender sit behov for udvikling og i overensstemmelse hermed vælger at søge denne. Jeg ønsker at understrege, at det er vigtigt, at der kommer til at stå respekt om læreres professionalisme.

Forbeholdet kan også skyldes, at de pågældende lærere ikke så nogen værdi i at evaluere på den måde, der blev lagt op til, og i øvrigt havde lærerne på det tidspunkt ikke haft nogen mulighed for at udvikle et ejerskab til materialet. Denne væsentlige faktor bliver understreget af Lambdin (1993) og udtrykkes præcist af Clarke i dette citat:

Both teachers and students must be given sufficient control and understanding of assessment processes for their effective participation in new assessment practices. (Clarke, 1996, s. 368)

Endnu en grund til forbehold kan skyldes et brud på den sædvanlige praksis, hvilket blev bemærket ved afslutningen af forløbet:

Materialet lægger i høj grad op til at man skal reflektere over matematikken, både illustrativt, mundtligt og matematisk, hvilket er en stærk side. Den svage side er, at vi traditionelt ikke er vant til at arbejde med at mundtliggøre matematikken på denne måde (både børn og voksne). Da hele materialet er opbygget på denne måde, vil der opstå startvanskeligheder og frustrationer. (S. 25)

Det vurderes, at efteruddannelsesforløbet har medvirket til at overvinde nogle af de nævnte forhold. En enkelt lærer skriver, at der gennem hans/hendes undervisning er sket en ændring i elevernes opfattelse af proces kontra resultat:

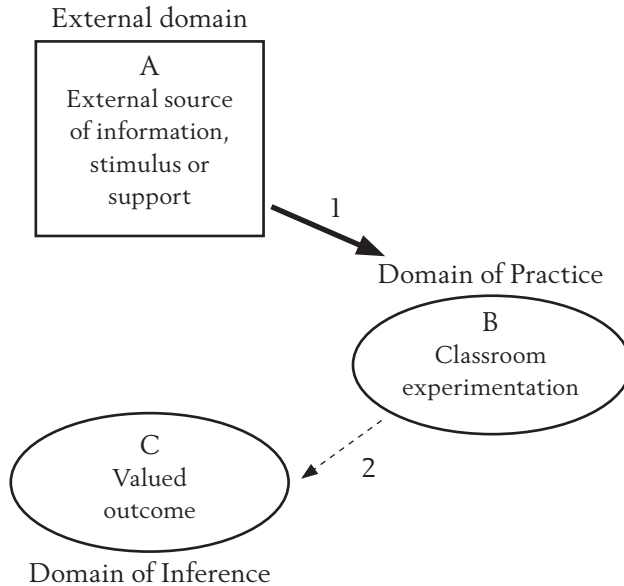
Min undervisningstilrettelæggelse har helt afgjort betydet en ændring af elevernes opfattelse (hvorfor ikke bare et resultat). Vi diskuterer jævnligt dette i 2. klasse. (S. 9)

Men hvad ligger der i udtrykket "godt vidste, hvor deres elever var"? Er det, om eleven er en sikker procedureregner, eller om eleven er god til at løse ukendte problemstillinger? Eller om eleven "forstår", og hvad vil det sige at forstå i denne sammenhæng? Her mangler en præcisering:

Since assessment tasks are essentially an opportunity for students to demonstrate that they know 'how', any conclusions the teacher might draw regarding a deeper understanding of the mathematics are a matter of inference ... What variety of tasks should a student be required to complete in order for the teacher to conclude that the student understands the concept of average? (Clarke, 1996, s. 348)

Clarke skriver videre, at vi også behøver nogle retningslinjer for at kunne afgøre, hvornår et undervisningsforløb kan stoppes. De samme overvejelser fremsatte jeg under afsnittet om evaluering. For i praksis skal der vælges, hvornår det er hensigtsmæssigt at forlade et specifikt matematisk emne.

Jeg vender nu tilbage til modellen (figur 2) for via denne at opsummere mit svar på spørgsmål 1. Evalueringsmaterialet udgør et udefra kommende element i undervisningen, svarende til "A". Det var fra kommunal side besluttet, at alle matematiklærere i 1. – 5. klasse skulle evaluere i matematikundervisningen, derfor blev materialet indført i praksis, "B". I diskussionen om, hvilken indsigt lærerne har opnået i elevernes kompetencer, har det vist sig, at langt de fleste lærere har fået uddybet deres indsigt både i positiv og negativ retning, det vil sige, at der via pil 2 kommer en effekt i C, som kan føre til en revurdering af de hidtidige opfattelser af eleverne.



Figur 2. Model af Clarke og Peter, 1993

Det interessante er nu, om der begynder at ske noget. Får den opnåede indsigt i elevens kompetencer nogle konsekvenser? Fører den til refleksioner hos lærerne? Fører den til ændringer i praksis? I det følgende koncentrerer opmærksomheden om det andet spørgsmål.

Giver denne evalueringsstrategi anledning til refleksioner over egen praksis hos lærerne?

Forskel mellem undervisning og læring

Lærerne i interviewet udtrykker overraskelse over, hvor lidt eleverne har lært i forhold til, hvor meget tid, der er blevet brugt på undervisning i det pågældende emne i klassen.

...Det var altså ret irriterende, det var også lidt slående for mig at finde ud af, at de tiervenner var altså ikke gået ind ... der var én eneste, [der brugte tiervennerne i klassen] resten talte bare ... Og jeg var dybt chokeret, det irriterede mig grænseløst, så meget tid vi havde brugt på det ... (f. I.)

I dette citat har læreren set på, om eleverne har anvendt deres kendskab til "tiervenner", eller om de har talt antallet af felter (antallet af felter i opgaven bestemmes let, da der er fire "tiervenner" repræsenteret i form af antal felter, der kan parres (se bilag 1)) og konkluderer, at "tiervennerne" ikke er lært og er irriteret over det. Men der kan være flere årsager til, at eleverne ikke anvender deres kendskab til "tiervenner". Måske har de blot fundet det lettest at tælle, eller det er et udtryk for, at de ikke kan overføre deres viden på nye sammenhænge, men om de let kan addere to naturlige tal, hvor summen bliver ti, mener jeg ikke, man kan sige noget om. Løsning af opgaven kan vise, om eleverne "får ideen" og anvender og behersker addition af "tiervenner", eller om de anvender andre løsningsstrategier. Læreren konkluderer, at "de tiervenner var altså ikke gået ind", men giver ikke udtryk for, hvordan han eller hun vil anvende denne indsigt eller for overvejelser over, om det er et mål i sig selv at beherske tiervenner. Dette illustrerer, at tolkning af evalueringsopgaver "is not a simple issue" (Watson & Morgan, 2000, s. 404).

Det bliver nævnt, at eleverne ikke forstår på trods af mange gentagelser:

Man finder også ud af det der med, at jeg troede simpelthen, at den og den bare forstod det, altså det var da helt utroligt, jeg har stået og snakket om det her 500 gange, og vi har arbejdet med det, og så har de ikke forstået det. (f. I.)

Flere af lærerne har samme erfaringer, og her ses en tendens til at anvende materialet summativt for at afgøre i hvilken udstrækning, de opstillede mål er nået.

Citaterne indeholder vendinger: "de tiervenner er ikke gået ind" og "jeg har stået og snakket om det her 500 gange", der er udtryk for en opfattelse af læring, der indebærer, at viden kan overføres fra lærer til elev, og hvor det efterfølgende er muligt at måle i hvilken grad, denne overførsel har været vellykket. I denne tradition er det ikke nærliggende at stille spørgsmål til egen undervisning, men der findes snarere en opfattelse af, at hvis eleven ikke lærer det tilsigtede, skyldes det elevens manglende evner. Lindenskov skriver herom:

Forestillingerne indebærer et negativt syn på skolens muligheder for at afhjælpe læringsproblemer, og blokerer for at læreren kan forstå elevens forståelsesproblemer. (Lindenskov, 1994, s. 32)

Opmærksomhed på forsømte områder

I de 36 kommentarer fra spørgeskemaerne går det igen, at kommunikationen skal vægtes, der er mange bemærkninger i tråd med denne.

Jeg har i hvert fald erfaret ting, som jeg vil have med i mine overvejelser fremover. Bl.a. m.h.t. at få eleverne til at tænke mere over løsninger og give dem træning i at formulere tankemåder. (S. 4)

Ud over opmærksomheden på sproget har tre lærere gennem evalueringen opdaget andre områder, som ikke er blevet tilstrækkeligt tilgodeset i undervisningen.

Der har været områder, jeg har forsømt, som jeg har opdaget gennem evalueringsmaterialet. (S. 29)

Jeg kan se nogle indsatsområder, som man må tage op igen. (S. 13)

Det vil sige, at lærerne opdager områder, som de vil forbedre i deres undervisning. Dertil kommer, at vendingen: "Man får sin undervisning lige i hovedet" er gået igen under hele forløbet, og lærernes uddybning gik på, at de strategier, eleverne anvendte i deres besvarelser, med al tydelighed afspejlede undervisningen og blev af nogle lærere betragtet som en vejviser til, hvordan tingene kunne gøres bedre. I sammenligning med ovennævnte, der tenderer en traditionel opfattelse, stiller disse lærere sig reflekterende til egen praksis, og som følge heraf vil det være naturligt at forvente ændringer i denne.

Læringspotentialer afdækkes

De næste citater er enkeltstående.

Jeg har oplevet elever, som f.eks. har haft styrkesider inden for geometrien, som har kunnet udnyttes. (S. 7)

Jeg vil gå ind og se, hvad hver enkelt elevs stærke og svage sider er og arbejde videre derfra. (S. 16)

Jeg vil helt sikkert bruge materialet som indledning og afslutning på forskellige forløb. (S. 24)

Citaterne viser en forestilling om, at det er muligt at identificere et fælles udgangspunkt for en gruppe af elever eller en hel klasse, jf. mit spørgsmål om det mulige i at afdække fælles læringspotentialer for en hel klasse under afsnittet om evaluering. Citatet viser en tendens til at tage udgangspunkt i eleverne og set i forhold til den ret dominerende indflydelse, som lærebøgerne har haft, er det et fremskridt, at det er erfaringer fra evalueringen, der lægges til grund for arbejdet i klassen – og ikke lærebøgerne.

Igen vender jeg tilbage til modellen (figur 3) for at illustrere, hvor min besvarelse af spørgsmål 2 fører hen. I kommentarer til modellen har Clarke og Peter fremhævet, at refleksion er en forudsætning for, at ændringer i et domæne bliver omsat til ændringer i et andet. I spørgeskemaerne var der 40 lærere, der havde reflekteret over forskellige aspekter vedrørende undervisning og læring, tre havde ikke svaret, og én var forbeholden. I interviewet havde alle deltagerne reflekteret over forskellige aspekter af deres undervisning i relation til evalueringsmaterialet, det vil sige, pil 3 kan indtegnes.

Når der fokuseres på, om brugen af evalueringsmaterialet fører til refleksioner, som et nøglespørgsmål, er det ud fra en forestilling om, at der i refleksionen rummes en bevidstgørelse om de faktiske forhold (Christiansen et al., 1997). I denne sammenhæng er der tale om lærerens praksis, hvor læreren gennem det at se med nye øjne på egen praksis, "når man får sin undervisning lige i hovedet", næsten uundgåeligt må stille spørgsmål til sin egen undervisning og forsøge at finde svar på disse – altså at reflektere over mulige forandringer.

Brugen af materialet og indførelsen af den formative evalueringstrategi har ført til refleksioner over egen praksis, og det mest gennemgående tema for refleksion er som tidligere nævnt sprogets betydning for matematiklæring.

På det tidspunkt, hvor lærerne besvarede spørgeskemaerne foregik den formative evaluering ikke i den udstrækning, som det var tilsigtet med udviklingsprojektet, og ved interviewet ti måneder senere viste det sig, at brugen af materialet i nogle tilfælde havde haft et summativt aspekt.

Men vil lærernes refleksioner fører til ændringer i deres opfattelse af læring og undervisning og dermed til ændringer – eller til intentioner om ændringer – i praksis?

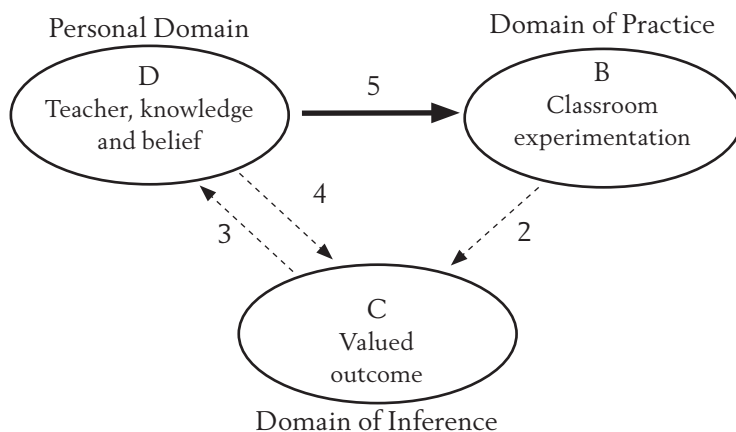
Viser der sig en effekt heraf i praksis?

Intentioner om ændringer i praksis

I spørgeskemaerne er der 28 lærere, der har intentioner om ændringer i praksis, hvoraf de 15 er om brug af sprog i undervisningen.

I undervisningen skal der snakkes, levendegøres på et helt andet plan end tidligere. (S. 18)

Matematik bør/skal i højere grad sprogliggøres og kreativeres, hvilket materialet i høj grad lægger op til. Matematik er et sprog ikke bare et redskab, der kan anvendes til forskellige opgaver og problemstillinger. Eleverne skal lære dette sprog, først da bliver de i stand til at reflektere og ræsonnere matematisk. (S. 25)



Figur 3. Model af Clarke og Peter, 1993

Her ses intentioner om ændringer i forhold til den mere traditionelt orienterede praksis, der har været udbredt. Den næste udfordring bliver så at anvende sproget på en måde, så det styrker elevernes læreprocesser. En af lærerne (omtalt i Lauritsen, 2000), der også havde deltaget i pilotprojektet, begyndte allerede i denne fase af projektet sporadisk at benytte evalueringsopgaverne på en måde, så hun parvis fik eleverne til at diskutere, hvordan opgaven kunne løses og strategien beskrives, hvilket er i overensstemmelse med Mason's forslag: "The technique of talking in pairs is an excellent way to start ..." (Mason, i Sfard et al., 1998 s. 50)

I citatet S. 25 bliver det nævnt, at sproget er en forudsætning for at reflektere og ræsonnere matematisk, og at børnene skal lære dette sprog. Heri ligger en intention for den fremtidige undervisning, som er i overensstemmelse med følgende:

Med Vygotsky kan man altså sige, at den interpersonelle kommunikation (samtale), der finder sted i barnets nærmeste udviklingszone, styrker barnets refleksion og integration af nye kundskaber det vil sige læring (Se Vygotsky, 1978 s. 90). Sproget er således et vigtigt refleksionsredskab i barnets læringsvirksomhed – både når refleksionen foregår interpersonelt, og når den foregår intrapersonelt. (Alrø & Skovsmose, 1999, s. 14-15)

Under efteruddannelsesforløbet blev der etableret en større opmærksomhed på, hvad der var indeholdt i elevernes arbejdsprocesser. Dette kommer også til udtryk i:

Jeg overvejer mere, om eleverne forstår, hvad de laver, eller om det er 'mekanisk' opgaveløsning. (S. 24)

Det kan tilskrives evalueringsstrategien, som netop er baseret på, at eleverne skal forsøge at forklare deres løsningsprocesser. Med citatet udtrykkes, at der i højere grad sættes fokus på forståelse frem for automatiserede processer, hvilket formodentlig får konsekvenser i praksis. En lærer vil:

... tvinge visse elever til at påtage sig et større ansvar og være mere aktive i matematiktimerne – specielt med henblik på gruppearbejde og samarbejde. (S. 22)

Her er det usikkert, hvor meget der kan tilskrives evalueringsprojektet, men fra et andet projekt i kommunen (Christensen & Jensen, 1999) har jeg erfaret, at lærere, der også havde deltaget i evalueringsprojektet, ønskede at arbejde med deres egen rolle som undervisere, fordi de vurderede, at deres egen meget ihærdige indsats ikke gav rum for elevernes aktive deltagelse i undervisningen. Hvis disse erfaringer sættes i relation til citatet, ligger der måske bagved dette nogle tanker om en ændret lærerrolle, der virker befordrende på elevernes aktive medvirken i undervisningssituationen, som så vil få en gunstig indvirkning på læreprocesserne.

Ændringer i praksis

For alle de deltagende lærere i interviewet havde evalueringsstrategien ført til ændringer, og i spørgeskemaerne var der 20, der beskrev ændringer i praksis, heraf omhandlede ni besvarelser ændringer vedrørende sproget. Af ændringer, der ikke angik sprogbrug, var der følgende:

Når de har haft problemer med evalueringsopgaverne, bruger jeg tid på at finde opgaver til dem inden for det område. (S. 29)

Her ses et eksempel på, at han eller hun anvender evalueringsmaterialet formativt og formodentlig tager udgangspunkt i den enkelte elev.

I forhold til evaluering siger en lærer:

... efter jeg har brugt det materiale meget, er jeg blevet bedre og bedre til at evaluere løbende altså til, når jeg så underviser almindeligt at gå ned til ungerne og sige, hvad er det egentlig du gør, hvordan er det, du tænker og så ligesom notere mig i hovedet ... for det behøver jo ikke være et specielt materiale, man bruger, det kan godt være til daglig, du gør det ... (f. I.)

Her har evalueringsstrategien ført til, at evaluering i højere grad end tidligere er blevet en integreret del af den daglige undervisning.

For en lærer, der ikke har brugt materialet ret meget, viser følgende citat, at det alligevel har haft en indflydelse på dennes praksis:

Jeg har ikke brugt materialet ret meget på børnene, men det har været med til at ændre min undervisning og vurdering af elevernes svar i undervisningen. (S. 30)

De to næste citater giver et indtryk af, at inddragelse af evalueringsmaterialet har ført til ændringer i brugen af lærebøgerne:

... min holdning, den er nok blevet pudset af ... jeg synes, at jeg er blevet mere og mere sikker på, at det er den måde, jeg skal gøre det på. Det betyder så, at bogen er blevet mere og mere trukket tilbage ... (f. I.)

Der er også en ting, som jeg vil sige i forbindelse med det materiale der, det er ligesom, når man bruger det ... så føder det materiale nye ideer til at stille opgaver på en anden måde, det har i hvert fald betydet for mig, at jeg stort set bruger den matematikbog, som er indkøbt til formålet som frilæsning, det er fordi, der er meget sjovere at udvikle nogle opgavetyper sammen med børnene, og de bliver meget mere relevante efter min mening... (f. I.)

Det vil sige, at lærebogen i disse to tilfælde bliver brugt mere kritisk, fordi der er opnået en større sikkerhed i praksis, og fordi materialet har inspireret til at udvikle opgaver sammen med eleverne, hvilket efter lærerens mening gør dem langt mere vedkommende for disse.

I interviewet blev matematikopgavers indhold og kontekst diskuteret; lærerne var enige om, at inddragelsen af evalueringsmaterialet i undervisningen havde ført til forøget opmærksomhed på indhold i opgaver generelt. De mente, at den kontekst, som opgaverne blev sat ind i, var væsentlig for, om eleverne fandt problemstillingerne relevante og dermed fik en oplevelse af, at matematikken kunne anvendes på noget vedkommende i deres liv og ikke bare var noget, der foregik i skolen. Dette er et eksempel på evalueringsmaterialets indflydelse på aspekter af undervisningen.

Backwash effekt

Der har vist sig en – om ikke uventet – så utilsigtet effekt af brugen af det udarbejdede evalueringsmateriale, idet dette har været styrende for valg af indhold i undervisningen:

Materialet har delvist styret undervisningen (S. 3)

og i interviewet udtales:

...hvis du skal bruge det her materiale, så skal du lige begynde at sætte dig nogle mål først, som passer til materialet, ...man må lige kigge det der igennem først for at se, hvad var det egentlig, man skulle undervise i ... (f. I.)

Begge citater viser tydeligt, hvor stor betydning indholdet i og udformningen af et evalueringsmateriale har for undervisningen, og de er en understregning af, at evaluering generelt er styrende. "What is assessed determines what is taught" (Clarke, 1996, s. 329; Niss, 1993, s. 20).

Sprogets betydning

På grund af den overvældende opmærksomhed på sprogets betydning, vil jeg vægte dette i diskussionen. Tidligt i forløbet var der som nævnt en vis modstand mod selve ideen med at forklare løsningsstrategierne på papiret, og nogle lærere påpegede, at forklaringsprocessen lå langt fra sædvanlig praksis i klassen. Derfor må det overvejes, om det er rimeligt at stille krav om forklaring til eleverne – og til alle elever.

Formålet med denne evalueringsstrategi er at fokusere på elevens læringspotentialer og ikke på, hvad eleven ikke formår. Men hvis eleven ikke magter at forklare sin løsning på papiret, så bidrager evalueringen til et nederlag – altså det modsatte af hensigten. Derfor er det overordentlig vigtigt, når evalueringsstrategien indføres, at læreren er opmærksom på at give opgaver, som eleven let kan magte og herfra opnå erfaring med, hvordan en løsningsprocedure kan beskrives. Ligesom læreren kan lægge op til en diskussion i klassen af nogle elevers forslag til beskrivelse af løsningsstrategier for at hjælpe andre elever i gang med processen. Selv om det for mange elever vil være en udfordring, er det at være i stand til at kommunikere sin løsningsstrategi en væsentlig del af læreprocessen. Det er min opfattelse, at kravet må stilles, men ud fra elevens forudsætninger således, at det bliver rimeligt i forhold til den enkelte.

I de mange kommentarer til brug af sprog har lærerne intentioner om "at lære eleverne at sætte ord på", hvilket er i overensstemmelse med Faghæftet fra 1995, hvor der står i CKF, at eleverne skal kunne "benytte sproglige beskrivelser". I en artikel om det støttende stillads skriver Lindén:

Vygotsky peger på at mestring av språket er avgjørende for den kognitive utvikling. Språk er tankens sosiale uttrykk. Språket brukt i diskusjoner ... er derfor et viktig verktøy i barnets læringsprosess (Lindén, 1996, s. 132)

Begrebsdannelsen styrkes gennem brug af sproglige udtryk, et synspunkt som ifølge Sfard støttes af Vygotsky:

Conceptual thinking is a byproduct of human communication and is only possible within language (Sfard, 1998, s. 22)

Sfard refererer Vygotsky m.fl. for det synspunkt, at social interaktion synes at være en forudsætning for læring. Men Sfard stiller sig kritisk til, om det nu er så enkelt. For det første skriver hun, at det er så stor en udfordring, at arbejde med en matematisk problemstilling, at det kræver koncentration og intellektuel udfoldelse, hvorfor et krav om samtidig at skulle kommunikere kan virke distraherende og gøre arbejdet mindre effektivt. Sfard er ikke mod samtale, men pointerer det væsentlige i indholdet i denne, og som Lindén ser hun en mulighed i ideen om det støttende stillads og understreger, at rollen som den mere vidende person ofte må indtages af læreren. Cobb et al. (1997) bidrager til at klarlægge lærerens opgave ved hjælp af det, de kalder "reflective discourse", som er karakteriseret ved, at det, som læreren og eleverne foretager sig sammen, efterfølgende bliver et eksplicit objekt til diskussion. Det indebærer, at læreren gennem en styring af samtalen kan foretage skift i synsvinkler, der inspirerer eleverne til at se et nyt aspekt af et objekt og diskutere dette i klassen. At deltage i en fælles diskussion af det givne objekt betegnes som "collective reflection".

Ligesom Sfard understreger Cobb – i hver deres bidrag til en artikel – betydningen af indholdet i samtalen med følgende citat:

I therefore suggest that the question is not whether students should engage in conversation, but instead concerns the nature of those conversations that constitute productive situations for mathematical learning. (Cobb, i Sfard et al., 1998)

I forlængelse heraf advarer han mod at gå til det yderpunkt, hvor læring – opfattet som elevernes egen konstruktion – fører til, at læreren ikke fortæller noget, med den hensigt at undgå at forringe elevernes chance for selv at konstruere deres egen matematiske forståelse. Sfard skriver i samme artikel, at det ikke er et spørgsmål om, hvorvidt der skal undervises gennem konversation, men om hvordan.

Since learning of mathematics may be equated to the process of entering into a certain well defined type of discourse, we should give much thought to the ways students' participation in this special type of conversation might be enhanced. (Sfard, i Sfard et al., 1998)

Hun skriver videre, at det er meget vanskeligt at etablere en produktiv matematisk diskussion eller at få eleverne til at diskutere i grupper

med reelt matematisk udbytte (Sfard et al., 1998). Det er hovedsagelig lærerens indsats, der afgør om en bestemt matematisk konversation, planlagt med henblik på læring vil blive en succes eller en fiasko, hvorfor læreren skal være godt forberedt, men samtidig gør hun opmærksom på, at *hvordan* forberedt endnu er et uudforsket område (Sfard, 1998).

Fagligt forum

Lærerne i interviewet talte om en hel uventet konsekvens i forlængelse af projektet. Det fælles evalueringsmateriale og det, at samtlige matematikere fra 1. – 5. klasse havde deltaget i det samme efteruddannelsesforløb havde skabt et grundlag for fælles refleksioner over matematikundervisning. Det kom til udtryk i form af udtalelser som:

Det, at der nu ligger noget, der er fælles for matematikken ... gør, at man nu har et fælles udgangspunkt at snakke ud fra. (f. I.)

... det materiale, det synes jeg givetvis har gjort, at vi har fået skabt en debat ... (f. I.)

Lærerne udtrykte et behov for at komme til at diskutere indbyrdes:

Der tror jeg virkelig, at det her allerede har sat skub i nogle ting, som vi kommer til at diskutere mellem os ... man er nødsaget til at snakke om [det], fordi det influerer ... på hele vores filosofi om undervisning. (f. I.)

Det var et ønske hos de interviewede lærere, at de med den nye overenskomst i år 2000 fik mulighed for at få etableret et fagligt forum for fælles refleksioner og udvikling så:

... matematikundervisningen kan blive lidt mere tidsvarende overalt. (f. I.)

Ønsket blev bekræftet af bemærkninger som:

Det kan du have ret i, det er positivt (f. I.)

Det glæder jeg mig til. (f. I.)

Modellen

Herefter vil jeg henvise til den fulde model med henblik på at summere bidragene til besvarelse af spørgsmål 3.

Mange lærere udtrykker intentioner om ændringer i praksis, og nogle lærere har allerede ladet sig inspirere til ændrede handlinger i praksis,

hvilket er det, pil 5 i modellen illustrerer. Pil 4 synes også at være i anvendelse, idet nogle lærere er blevet inspireret til at se med nye øjne på elevernes svar i undervisningen, som det fremgår af et tidligere citat S. 30³. Lærerne har tilsyneladende fået et udgangspunkt for at arbejde professionelt med udvikling af deres egen undervisning. Der er sat gang i en proces, som måske giver pil 6 berettigelse alt efter om det lykkes for lærerne at få etableret et fagligt forum og hente "Information, Stimulus or Support" hos hinanden eller i fællesskab søge den fra andre.

Konklusion på undersøgelsen

Målet med projektet var at indføre en formativ evalueringsstrategi med henblik på at afdække den enkelte elevs læringspotentialer. Skønt de udviklede evalueringsmaterialer giver mulighed for dette, bekræfter den empiriske del af undersøgelsen ikke effekten, idet denne ikke er blevet helt klart beskrevet i lærernes svar. På den anden side modbevises effekten heller ikke, da spørgeskemaerne blev besvaret på et tidspunkt, hvor efteruddannelsesforløbet netop var slut. Lærerne havde kun haft dele af materialet til rådighed i ti måneder, en periode hvor opgaverne var blevet diskuteret og ændret, og derfor var de først endeligt færdige til en samlet afprøvning omkring samme tid som spørgeskemaundersøgelsen.

Det er imidlertid interessant at bemærke, hvordan lærerne på anden vis er blevet påvirket af projektet. Her er den dominerende effekt lærernes forøgede opmærksomhed på sprogets betydning for læring af matematik, hvilket formodentlig kan tilskrives udformningen af evalueringsmaterialet, idet eleverne skulle mere end blot skrive et resultat, og denne ekstra indsats stillede krav til deres sproglige formåen.

Endvidere har lærerne i nogle tilfælde opnået et mere nuanceret syn på elevernes matematiske formåen, og der er blevet sat mere fokus på forholdet mellem fagligt indhold og kontekst i opgaverne. Hertil kommer, at lærebogens styrende funktion for nogle læreres vedkommende synes at være blevet mindsket. Det er blevet mere nærliggende at evaluere i dagligdagens undervisning, fordi opmærksomheden på at spørge eleverne angående deres løsningsprocedurer er blevet forøget. Brugen og udviklingen af materialet har i lærergruppen givet et udgangspunkt for fælles refleksioner over matematikundervisningen. Disse mange forskelligartede virkninger var ikke hensigten med projektet, men de kan potentielt styrke matematiklærernes fortsatte professionelle udvikling.

Evalueringstrategien har ført til forøget opmærksomhed på forståelse frem for automatiserede processer, hvilket må betragtes som et frem-skridt i realiseringen af de tidligere omtalte reformer i matematikundervisningen.

Med hensyn til evalueringsmaterialets egnethed til evaluering af matematiske kompetencer åbner det sig klart for, at eleverne kan udtrykke sådanne kompetencer. Men dels bekræfter lærernes svar ikke, at materialet blev udnyttet hertil, og dels er det nærliggende at forestille sig, at der i selve den skriftlige form ligger en begrænsning i, hvor omfattende evalueringen kan blive i forhold til de kompetencer, det er hensigten, at eleverne skal opnå.

Perspektivering

Summativ og formativ evaluering tager navn efter, hvad de bliver brugt til. Den summative form anvendes for at afgøre, i hvilken grad et mål er nået, og anvendes den som afslutning på et skoleforløb, får eleven én karakter, som kan få afgørende betydning på muligheder fremover i livet (Watson & Morgan, 2000). Denne reduktion er betænkelig, for matematisk virksomhed kan ikke beskrives ved et enkelt tal:

Schools and school systems can no longer pretend that a one-dimensional number or grade can adequately or usefully characterize a student's mathematical learning. (Clarke, 1996, s. 359)

Den formative evaluering giver derimod grundlag for at kvalificere den kommende undervisning, og når en sådan evaluering fører til identifikation af fejl (som det illustreres i bilag 1), er det holdningen til elevens fejl – og dermed til eleven – der er afgørende, altså om fejl bliver betragtet som noget, der giver grundlag for at lære mere og bedre. Samtidig er der implicit i denne holdning en respekt for eleven, som får betydning langt ud over matematiklæring.

Men også den summative evaluering har indflydelse på undervisningen gennem en tilbagevirkende effekt.

The well-known general backwash effect of assessment modes on mathematics education as a whole. (Niss, 1993, s. 20)

Derfor er både form og indhold af overordentlig stor betydning i begge evalueringsformer. Hvis der i den summative form medtages elementer, hvori arbejdsprocesser kan blive afspejlet således, at fokus flyttes fra produkt (facit) til proces, er effekten på den foregående undervisning gunstig i forhold til reformtendenserne i skolens matematikundervisning.

Betragtet på denne måde kan den summative form fremme det samme formål som den formative. Men kravet til den formative synes langt større. Den skal ikke blot medvirke til hensigtsmæssige læreprocesser, så skolens slutmål i størst mulig udstrækning nås af den enkelte elev. Den formative

evalueringsform bør ud over at indkredse ZPD også indeholde elementer, der lægger op til, at eleverne reflekterer over egne læringsprocesser.

Ingen enkelt evalueringstype kan give et fuldt og helt billede af den komplekse størrelse en elevs opnåede matematiske kompetencer udgør. For at give et billede af denne er det nødvendigt at tænke i en holistisk evaluering, hvor informationer fra mange forskellige evalueringstyper så som samtaler, portfolios, logbøger, observationer, skriftlige evalueringsformer m. fl. inddrages. Disse brikker bidrager til det puslespil, der samlet giver et fyldestgørende billede af elevens matematiske kompetencer. Vi mangler efter min opfattelse endnu at udvikle en holistisk evaluering, der kan give indblik i den nævnte komplekse størrelse af kompetencer – også de vanskeligst målelige – og som samtidig kan give en gunstig backwash effekt. Summativ og formativ evaluering må ikke modvirke hinanden. Udviklingen af nye formative evalueringer kan hjælpe til at udvikle den summativ evaluering. Således vil en holistisk evalueringsform anvendt summativt også være et mere hensigtsmæssigt grundlag for en kvalitativ beskrivelse af elevens matematiske kompetencer i stedet for blot en karakter i form af et enkelt tal.

I forlængelse heraf må jeg udtrykke min betænkelighed over de tendenser, der i øjeblikket er i bl.a. Danmark, som går i retning af at indføre endimensionale færdighedstests i matematikundervisningen ud fra en opfattelse af, at disse ”vil sikre, at børnene lærer noget”.

Afslutningsvis vil jeg pointere nødvendigheden af at undersøge, på hvilke måder elevernes læreprocesser støttes af evalueringsstrategier som den, der er omtalt i denne artikel, og hvilke andre strategier, der ville være frugtbare at anvende i dette øjemed.

Det indtryk, jeg sidder tilbage med er som en endt tur på en isbelagt sø, hvor jeg har skøjtet af sted, stødt på små huller, som jeg har kigget i og set en lille del af det, der gemte sig under. Samtidig har jeg opnået en fornemmelse af, at der er uanede dybder, som jeg intet har set af.

Litteraturliste

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (1999). *Samtalen som et støttende stillads* (Forskning i matematiklæring, skrift nr. 7). Roskilde: Center for forskning i matematiklæring.
- Andersen, M. & Jess, K. (2000). *Evaluering i matematikundervisning*. København: Alinea.
- Borba, M.C. & Skovsmose, O. (1997). The ideology of certainty in mathematics. *For the learning of mathematics*, 17(3), 17-23.

- Christensen, B. & Jensen, H. S. (1999). Areal på en anden måde. I K. Jess & P. Valero (red.), *MAPUFUI*. (Forskning i matematiklæring, skrift nr. 6, 37-50). Roskilde: Center for forskning i matematiklæring.
- Christiansen, I. M., Nielsen, L. & Skovsmose, O. (1997). Ny mening til begrebet refleksion i matematikundervisningen. I J. C. Jacobsen (red.), *Refleksive læreprocesser* (sid. 173-190). København: Politisk Revy.
- Clarke, D. (1996). Assessment. I: A. J. Bishop m.fl. (red.), *International Handbook of Mathematics Education* (sid. 327-370). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Clarke, D. J. & Peter, A. (1993). Modeling teacher change. I B. Atweh, C. Kanes, M. Carss, & G. Booker (red.), *Contexts in mathematics education: Proceedings of the sixteenth annual conference of the mathematics education research group of Australia (MERGA), Brisbane, July 9 - 13, 1993* (sid. 167-175). Brisbane: MERGA.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for research in mathematics education*, 28(3), 258-277.
- Illeris, K. (1999). *Læring – aktuel læringsteori i spændingsfeltet mellem Piaget, Freud og Marx*. Roskilde: Roskilde Universitetsforlag.
- Lambdin, D.V. (1993). The NCTM'S 1989 evaluation standards: Recycled ideas whose time had come? I N. L. Webb & A. F. Coxford (red.), *Assessment in the mathematics classroom* (NCTM Yearbook 1993, 7-16). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- de Lange, J. (1993). Assessment in Problem-oriented Curricula. I N. L. Webb & A. F. Coxford (red.), *Assessment in the mathematics classroom* (NCTM Yearbook 1993, 7-16). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lauritsen, H. (2000). Matematikevaluering. *Folkeskolen*, (5), 4-6.
- Lindén, N. (1996). Matematikdidaktiske overveielser for barn fra 1 – 7 år: Retter vi oss mot enkeltbarn eller barnegrupper? I M. Johnsen Høines (red.), *De små teller også* (sid. 125-135). Landås, Norge: Caspar Forlag.
- Lindenskov, L. (1994). Samtalen, der blev væk – om elevens læreplan. I G. Nissen & M. Blomhøj (red.), *Hul i kulturen: En debatbog om matematikkens funktion i kultur og samfund* (sid. 22-40). København: Spektrum.
- Lindenskov, L. (2000). *Kan det være rigtigt at regne forkert og forkert at regne rigtigt*. (Forskning i matematiklæring, skrift nr. 13). Roskilde: Center for forskning i matematiklæring.
- Neumann, D. (1997). Diagnoser i matematik år 2. *NOMAD. Nordisk Matematikdidaktikk*, 5(1), 133-58.
- Niss, M. (1993). *Assessment in mathematics education and its effects: An introduction to investigations into assessment in mathematics education* (sid. 1-30). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Niss, M. (1999). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. *Undervisningsministeriets tidsskrift, Uddannelse* (9), 21-29.
- PRIM-gruppen (1996). *Diagnostisk material i matematik*. Stockholm: Lärarhögskolan.
- Sfard, A. (1998, march). *Balancing the unbalanceable: The NCTM Standards in the light of learning mathematics*. Paper presented at the Conference on the Foundations to NCTM Standards, Atlanta, USA.
- Sfard, A., Nesher, P., Streefland, L., Cobb, P. & Mason, J. (1998). Learning Mathematics through Conversation: Is It as Good as They Say? *For the Learning of Mathematics*, 18(1), 41-51.
- Undervisningsministeriet (1995). *Matematik. Faghæfte 12*. København: Undervisningsministeriet.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: CD-[beta] Press, Center for Science and Mathematics Education.
- Watson, A. & Morgan, C. (2000). Teacher assessment equity. I J. Filipe & M. Santos (red.), *Mathematics Education and Society. Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference (MES2) 29th – 31st March 2000* (sid. 404-414). Lissabon: Centro de Investigação Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Artiklen er skrevet i regi af Center for Forskning i Matematiklæring (jf. nr. 22 i deres skriftserie) som sammen med Danmarks Lærerhøjskole, nu Danmarks Pædagogiske Universitet, har finansieret det foreliggende arbejde.

Tak

Tak for forslag og kommentarer til Iben Maj Christiansen, Jeppe Skott og Paola Valero.

Noter

- 1 Den nærmeste udviklingszone har Vygotsky defineret som "afstanden mellem det aktuelle udviklingsniveau som det kan konstateres ved individuel problemløsning, og niveauet for den potentielle udvikling som det kan konstateres ud fra problemløsning med vejledning fra voksne eller i samarbejde med dygtigere jævnaldrende." (Vygotsky, 1978, s. 86, i Illeris, 1999)
- 2 Pil 7 bliver ikke inddraget i denne sammenhæng.
- 3 Under overskriften: Ændringer i praksis

Hvorlængde vil du besættelses måler af klodser?

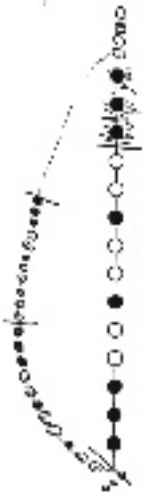
$$\begin{array}{r} 45 \\ + 18 \\ \hline 63 \end{array}$$

Målerne er på vej hjem.
 Der kommer 21 æbler fra egen og 18
 fra skoven.
 Hvor mange æbler er på vej hjem?

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 18 \\ \hline 43 \end{array}$$

3 19 21

3. sløve:




Til ser du en del af en pølsekedde.

Hvilken farve har perle nr. 84?

der er 19 perler i 9 farver og i 84
 farver kommer gylden søn i orden
 der er 19 søn. blue hvid, 19 søn er de's
 3 søn er i 19 søn er de's søn er de's
 søn er de's søn er de's søn er de's

Sverige flyttede ind i en landsby, hvor
 Der boede 11 roser.
 Efter 14 dage var der 12 roser tilbage.
 Hvor mange århundreder blev der i den dag?



indtækte en den fremmed søn.
 søn søn søn søn søn søn søn søn søn søn
 søn søn søn søn søn søn søn søn søn søn

14 3 21 = 7. 18 ved jeg inter er's søn
 søn søn søn søn søn søn søn søn søn søn
 søn søn søn søn søn søn søn søn søn søn

Evaluering af evalueringsprojektet i matematik, maj 1999

Sæt venligst kryds: Kvinde: _____ Mand: _____

Underviser p.t. i matematik i klasse(r):

Været lærer i antal år:

Undervist i matematik i antal år:

Linjefagsuddannelse eller lignende uddannelse i matematik:

Hvordan er det at bruge evalueringsmaterialet?

(Hvad er let/svært - eller besværligt ved at bruge det? Hvis du har problemer med at bruge det, hvilke er det da?)

Hvad mener du, evalueringsmaterialet evaluerer?

(Matematisk kompetencer og kundskaber? Evnen til at kommunikere matematisk? Matematisk forståelse? Matematisk tænkning?)

Hvad mangler efter din opfattelse at blive evalueret?

Har du gennem brug af materialet opdaget styrkesider/svage sider hos dine elever, som du ikke tidligere har set?

Har du erfaret ting om dine elever, som allerede har påvirket din undervisning, eller som vil gøre det fremover?

Hvordan vil du beskrive dine elevers indstilling til matematik ?

(Går den f.eks. i retning af fordybelse eller i retning af et "find hurtigt et facit")

Hvilken indflydelse har inddragelsen af evalueringsmaterialet haft på din planlægning af undervisningen?

(Kan du bruge resultaterne fra evalueringsopgaverne i denne?)

Hvilke tanker har du gjort dig om matematikundervisning i forbindelse med evalueringsmaterialet?

Hvordan har evalueringsmaterialet fungeret i forhold til skole-hjem samtalerne?**Bemærkninger i øvrigt:**

Såfremt du har lyst til det, må du meget gerne skrive dit navn, og hvilken skole du kommer fra:

Kristine Jess

Kristine Jess er lektor ved Københavns Dag- og Aftenseminarium og underviser i matematik. I 1978 begyndte hun som lærer i folkeskolen og blev fra 1996 tilknyttet Danmarks Lærerhøjskole, nu Danmarks Pædagogiske Universitet. Fra 1997 – 2000 var Kristine Jess samtidig ansat som matematikkonsulent i Brøndby, en omegnskommune til København. Hun har deltaget i undervisningsministeriets arbejdsgruppe for Kompetencer og matematiklæring 2000 – 2002 samt i forsknings- og udviklingsarbejder.

Kristine Jess
seminarielektor
Københavns Dag- og Aftenseminarium
Bybjergvej 25
DK-2740 Skovlunde
Danmark
e-mail: kristine.jess@skolekom.dk

Summary

Recent mathematics education reforms in Denmark and in many other countries have made necessary the development of new assessment strategies. During the years 1997–1999, a project was carried out in the outskirts of Copenhagen in order to implement formative assessment in all the 1st to 5th grade classes, with approximately 2000 pupils. In this period a material for formative assessment was developed.

This article focuses on whether the implementation of this particular assessment strategy and the use of the material give teachers possibilities for improving their knowledge about students' mathematical competencies, and whether this form of assessment allows for teachers' reflections which may lead to changes in their practices.

It appears that the implementation of the assessment strategy has had a limited formative effect, but has increased teachers' awareness of teaching and learning processes and especially of the role of language in those processes. Teachers' reflections have led to some changes in practice.

