

Farlige små tal

- almindannelse i et risikosamfund

Helle Alrø, Morten Blomhøj, Henning Bødtkjer,

Ole Skovsmose og Mikael Skånstrøm

“Når jeg går ombord i et fly, stiger risikoen så for at det falder ned, hvis jeg rejser sammen med nogle, der flyver meget tit?”, spørger Mia. Underforstået at rejser man meget, er der større risiko for at falde ned. Og så må det vel dreje sig om at undgå at flyve sammen med sådanne “ulykkesfugle”.

Risikosamfundet bruges af nogle sociologer til at karakterisere samfundsudviklingen i vores højteknologiske samfund. Tesen er, at højteknologisk produktion og samfundsorganisering uundgåeligt skaber risikofænomener, som bl.a. udgør en risiko for demokratiet.

Med dette udgangspunkt stiller vi i denne artikel spørgsmålet: Hvordan kan matematikundervisning bidrage til almindannelse i risikosamfundet? Spørgsmålet har vi undersøgt i et samarbejde mellem to matematiklærere og tre forskere inden for matematikkens didaktik. Den anvendte metode kan karakteriseres som samspil mellem forskning og udvikling af praksis. Med iscenesættelse som didaktisk redskab har vi udviklet forløb, hvor eleverne kan arbejde med risikofænomener og med begreber som risikovurdering, troværdighed og ansvarlighed. Forløbene er gennemført, observeret og analyseret med henblik på at give mening til relationen mellem matematikundervisning og almindannelse i et risikosamfund.

I denne artikel refererer vi til en 9. klasse, der arbejder med meget små sandsynligheder, udtager stikprøver og beregner og vurderer risikoen for salmonella i æg.

Mellem praksis og teori

“Almindannelse” er et af de gyngende pædagogiske begreber. Det er yderst vanskeligt at definere. Det eneste der kan siges med sikkerhed er, at en bestemt definition af almindannelse kan konfronteres med en anden definition, der tilsyneladende modsiger den første. Man kunne naturligvis erklære begrebet almindannelse for uhåndterligt. Men det

Helle Alrø, lektor i sprog og kommunikation, Institut for Kommunikation, Aalborg Universitet.

Morten Blomhøj, lektor i matematikkens didaktik, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.

Henning Bødtkjer, lærer på Klarup Skole i Nordjyllands Amt.

Ole Skovsmose, professor i matematikkens didaktik, Dansk Center for Naturvidenskabsdidaktik, Aalborg Universitet.

Mikael Skånstrøm, lærer på Statens pædagogiske Forsøgscenter i Rødovre.

er alligevel relevant, for mange pædagogiske visioner og fantasier udtrykkes netop gennem en diskussion af almindelse.

Diskussionen kan spændes ud mellem forskellige teoretiske positioner. Man kan lade sig inspirere af den pædagogiske tradition, der har rod i den tyske åndsvidenskabelige pædagogik, og se på hvorledes begreberne "Bildung" og "Allgemeinbildung" har haft vokseværk. Man kan søge lykken hos den engelske (noget forfladigede vil mange hævde) rekapitulation af diskussionen gennem termer som "general education" eller "liberal education". Man kan lade sig inspirere af den radikaliserende af diskussionen, der har fundet sted i den kritiske pædagogik, og se på tilgrænsende begreber som "empowerment", "Mündigkeit", "kritisk refleksion" og "critical citizenship". Diskussionen om almindelse kan naturligvis også relateres til nyere sociologiske begreber som "risikosamfund", "informationssamfund", "postmodernitet", m.v. Endelig kan diskussionen af almindelse tage udgangspunkt i overordnede kategorier hentet fra den pædagogiske filosofi, eller den kan lade sig inspirere af bestemte undervisningsforløb.

Vi vælger at tage udgangspunkt i en præsentation af undervisningsforløbet "Farlige små tal". Vi vil imidlertid ikke præsentere en detaljeret empirisk dokumentation af forløbet, men bruge beskrivelsen som grundlag for en fortolkning, der gerne skulle hjælpe med at give yderligere mening til begrebet "almindelse". Planlægningen af "Farlige små tal" skete naturligvis ikke i et forudsætningsløst tomrum. Vi havde en klar forestilling om, at et begreb som risikosamfund kunne være af interesse for matematikundervisningen.

En klassisk forestilling om forskning og også om megen pædagogisk forskning er, at man må undersøge det, der foreligger. Dette forekommer selvindlysende. Men ikke for os. Vi finder tværtimod, at det er væsentligt for pædagogisk forskning at undersøge det, der *ikke* findes. Dermed kommer forskningen til at handle om pædagogiske muligheder.¹

Ud fra et praksisperspektiv kan sådanne muligheder fremvises gennem pædagogiske udviklingsarbejder. Ud fra et teoretisk perspektiv kan disse muligheder dokumenteres som tilbygninger til en pædagogisk teori. Vi er imidlertid ikke særligt optaget af at fastholde forskellen mellem pædagogisk forskning og pædagogisk udviklingsarbejde. I stedet er vi interesseret i pædagogisk udforskning forstået som et forsøg på at finde frem til nye pædagogiske muligheder. Gennemførelsen af projektet

¹ Se Skovsmose og Borba (2000) og Vithal (2000).

“Farlig små tal” er et led i denne søgen, og i denne artiklen prøver vi at identificere nogle af disse muligheder ved at se på, om vi kan føje ny mening til begrebet almindelse.

Projektet “Farlige små tal” er udført i regi af Center for Forskning i Matematiklæring.² En overordnet ide har været at undersøge mulighederne for at gennemføre forløb, der kan bidrage til, at eleverne oplever vigtige sider af matematikkens samfundsmæssige funktion, og til at de udvikler en faglig kompetence til selv at anvende matematik og til at kritisere andres brug af matematik i forbindelse med samfundsmæssige problemstillinger. Vores fælles syn på matematik og læring kan sammenfattes i følgende fire teser:

- Matematik spiller - i form af brugen af matematiske modeller - en vigtig rolle i det moderne samfund. Matematik er ikke bare et neutralt redskab, der kan bruges over for samfundsmæssige problemer. Matematik er samtidig med til at forme den samfundsmæssige udvikling. Derfor er matematik en væsentlig forudsætning for at kunne forstå vigtige sider af udviklingen og for den enkeltes muligheder for aktiv medleven i det moderne samfund.³ Almen matematikundervisning har derfor også en rolle at spille i bestræbelserne på at fastholde og udvikle demokratiet.⁴
- Matematik er karakteriseret ved abstrakte begreber og metoder, der ikke så let lader sig knytte til konkrete erfaringer. Matematikundervisning kan derfor nemt blive isoleret fra elevernes erfaringsverden og fra undervisningen i de øvrige fag i skolen. Hvis matematik skal være en integreret del af en almen uddannelse, er det nødvendigt, at undervisningens form og indhold begrundes med henvisning til fælles pædagogiske mål.
- Eleverne har erfaringer med brug af matematik i mange forskellige sammenhænge, men de oplever typisk ikke disse erfaringer som eksempler på anvendelse af matematik i samfundet. Matematikundervisning må derfor tilrettelægges bevidst med henblik på at etablere forbindelse mellem elevernes erfaringer og det faglige indhold.

² Center for Forskning i Matematiklæring er et fireårigt forskningsinitiativ, der løber frem til 2002. Det er finansieret af Statens Humanistiske Forskningsråd. (Center for Forskning i Matematiklæring, 1998)

³ I Blomhøj (1999) kan man læse om matematikkens samfundsmæssige anvendelse som begrundelse for almen matematikundervisning.

⁴ Relationen mellem matematik(undervisning) og demokrati er behandlet i flere artikler, se f.eks. Skovsmose (1998) og Skovsmose & Valero (1999).

- Iscenesættelse kan være et vigtigt pædagogisk redskab i en matematikundervisning, der sigter på at skabe samspil mellem elevernes erfaringer, indholdet i undervisningen og brugen af matematik i samfundet.⁵ Gennem etablering af en kontekst/scene for aktiviteterne i et undervisningsforløb kan der skabes et læringsrum, hvor eleverne for en tid kan overtage styringen af aktiviteter, der er umiddelbart meningsfulde for eleverne og samtidig relevante for deres tilegnelse af matematik. Herved kan der opstå nye betingelser for dialogiske læreprocesser, hvor læreren kan støtte og udfordre eleverne med udgangspunkt i deres aktuelle virksomhed.⁶

Disse teser har været et samlingspunkt for planlægning af undervisningsforløbet, men det er naturligvis kun muligt at bestemme et undervisningsforløb gennem en pædagogisk fantasi. De fire teser har dannet en ramme om denne fantasi, men har naturligvis ikke kunnet give fantasien et veldefineret pædagogisk indhold.⁷

Forløb om farlige små tal

Vi valgt at fokusere på risikofænomener i samfundet og sandsynlighedsregning. Der er flere argumenter for dette valg.

For et første er det et dominerende træk ved det moderne højteknologiske samfund, at der i kraft af den industrielle produktion og den teknologiske udvikling til stadighed skabes samfundsmæssige risici. Tænk f.eks. på drivhuseffekten, udtyndingen af ozonlaget, faren ved atomkraft, forureningen af grundvandet, den faldende sædkvalitet, nedbrudene i computersystemer og netværk, trafikproblemerne i byerne, risikoen ved forskellige former for produktion og transport, de bakterieforurenede fødevarer, faren ved gensplejsede organismer i biologisk produktion m.v.⁸ I alle disse sammenhænge indgår matematik – i samspil med andre fagområder – som redskab til at kvantificere, forstå, forudsige og regulere forskellige former for risici. Og samtidig udgør matematikken en integreret del af selve den teknologiske udvikling, der er med til at producere disse risici. Den matematik, der

⁵ Se f.eks. Skovsmose (1994, p. 91-94), hvor begrebet "scene setting" diskuteres.

⁶ Alrø & Skovsmose (1999) beskriver denne form for dialog som Inquiry Co-operation.

⁷ De fire teser kan læses ud af mere teoretiske fremstillinger om matematik og matematikundervisning, se f.eks. Skovsmose (1994), Skovsmose og Nielsen (1996).

⁸ I bogen *Risikosamfundet* fremhæver sociologen Ulrich Beck (1997) netop produktionen og den tekniske og politiske håndtering af samfundsmæssige risici som et karakteristisk træk ved det moderne samfund.

anvendes i disse sammenhænge, er af meget forskellig karakter, og der er derfor ikke med dette valg foretaget nogen afgrænsning af det faglige indhold i undervisningen.

For det andet forholder man sig som menneske i det moderne samfund på det personlige plan ofte til forskellige former for risici. Selv om det sker uden brug af matematik og ofte helt ubevidst, er der et væsentligt motivations- og læringspotentiale forbundet med at skabe forbindelse mellem sådanne erfaringer og matematik i skolen.

Med afsæt i disse overvejelser blev der som del af samarbejdet i Center for Forskning i Matematiklæring i skoleåret 1999–2000 planlagt og gennemført flere undervisningsforløb om forskellige risikofænomener. Det forløb, vi beskriver her, blev gennemført af Mikael Skånstrøm, matematiklærer ved Statens Pædagogiske Forsøgscenter, i forskellige former og sammenhænge på både 8. og 9. klassetrin. Hvert forløb var på 4–5 moduler á 90 minutter.

Handlingerne, elevcitaterne og samtalerne i beskrivelsen er autentiske, men har ikke alle fundet sted i det samme forløb. De er taget frem her, fordi de er karakteristiske og repræsenterer den måde, der er tænkt og arbejdet på. Direkte citater fra undervisningen er gengivet i kursiv. Fremstillingen indeholder også mange af de overvejelser, der ligger til grund for tilrettelæggelsen – specielt vedrørende den valgte iscenesættelse.

I alle forløb indgik arbejde med små sandsynligheder, udtagning og vurdering af stikprøver, handel med æg, risiko for salmonella i forskellige opskrifter samt en afsluttende evaluering. I denne artikel behandles spørgsmålene om små sandsynligheder, stikprøvers troværdighed og elevens ansvarlighed.

10 lektioner blev optaget på video og lydbånd og sammen med de skriftlige resultater af elevernes overvejelser har disse optagelser dannet grundlag for vores fælles refleksioner over forløbet.

Er det farligt at cykle til skole?

Et elevspørgsmål indleder iscenesættelsen af den første fase af forløbet.

”Hvorfor skal det være sådan noget ubehageligt noget?”

spørger Marc og peger på den væltede cykel, der ligger midt i klassen – oven på det røde kryds.

Under en nyligt afsluttet trafik kampagne i Danmark blev der malet røde kryds på vejen på de steder, hvor en cyklist var blevet kørt ned inden for de seneste fem år. Det er typisk der, hvor cykelsti og vej bliver til ét, fordi der er en sidevej eller et vejkryds. Læreren har taget et rødt papkryds og en cykel med ind i klassen for at tage udgangspunkt i elevernes erindringer om de røde kryds og trafik kampagnen. I det videre forløb inddrages elevernes erfaringer gennem lærerens dialog med klassen.

Selv om vi ved, at der er en risiko ved at cykle, er det langt fra noget, vi tænker over hver dag. Og strejfer tanken os alligevel, slår vi det nok hen – der sker alligevel ikke noget, risikoen er i hvert fald lille. Så lille at vi er parat til at løbe (eller cykle) fra den. Men udsætter vi os for den samme risiko dag efter dag efter dag, så stiger sandsynligheden for, at det går galt på et eller andet tidspunkt. Selv om vi antager, at sandsynligheden for at blive kørt ned er den samme hver dag, og at det altså ikke bliver farligere for hver dag der går – pga. øget trafik eller sådan noget - så vil sandsynligheden for at blive involveret i en ulykke i løbet af en vis periode vokse med periodens længde. Hvis vi antager, at sandsynligheden for at blive kørt ned på en bestemt dag er uafhængig af, hvad der tidligere er sket – hvilket kan fortolkes som, at man hverken bliver dårligere eller bedre til at cykle – kan man beskrive situationen som, at man hver dag trækker lod (med tilbagelægning) om, hvorvidt man bliver kørt ned.

Men for at kunne regne på risikoen for uheld over forskellige perioder, er vi nødt til at have et tal for risikoen for at køre galt på cykel på den enkelte tur til skole. Det tal har eleverne helt klart en mening om – eller rettere mange forskellige meninger. Alt fra 10% til 1/1.000.000 bliver foreslået.

Når vi snakker om sandsynlighed udtrykkes det tit på forskellig måde - både i medierne og i klassen. 50% udtrykkes for eksempel både som 0,5; $\frac{1}{2}$ og "fifty-fifty". Det er vigtigt, at skabe en fortrolighed med alle repræsentationsformerne og deres sammenhænge, når de sådan bruges i flæng. 50% er et udtryk, som alle eleverne i de store klasser er fortrolige med. Derefter er der store variationer i forhold til både forståelse og anvendelse. Og meget svært bliver det, når man som i dette eksempel kommer under 1%. 1 ud af 10.000 gange kan man se for sig, så 1/10.000 accepteres, men hvorfor er det nu, det er 0,01 %?

Tilbage til samtalen i klassen: 1/10.000 bliver foreslået af eleverne som et første bud på sandsynligheden for at køre galt på cykel på en

enkelt tur til skole? Det svarer til 0,1 promille eller 0,0001. Et af de såkaldt farlige små tal.

Chancen for at det går godt er så $1 - 0,0001 = 0,9999$, som er det samme som 99,99 %. Så det er altså ikke særlig farligt at køre på cykel til skole (en dag).

Men hvis vi skal gentage turen til skole (lodtrækningen) mange gange, bliver sandsynligheden for, at det går galt på et eller andet tidspunkt hurtigt større end risikoen for, at det går galt på den enkelte dag. Og væsentligt større end vores intuition umiddelbart siger os. Det meget lille tal udvikler sig til noget farligt (se Figur 1):

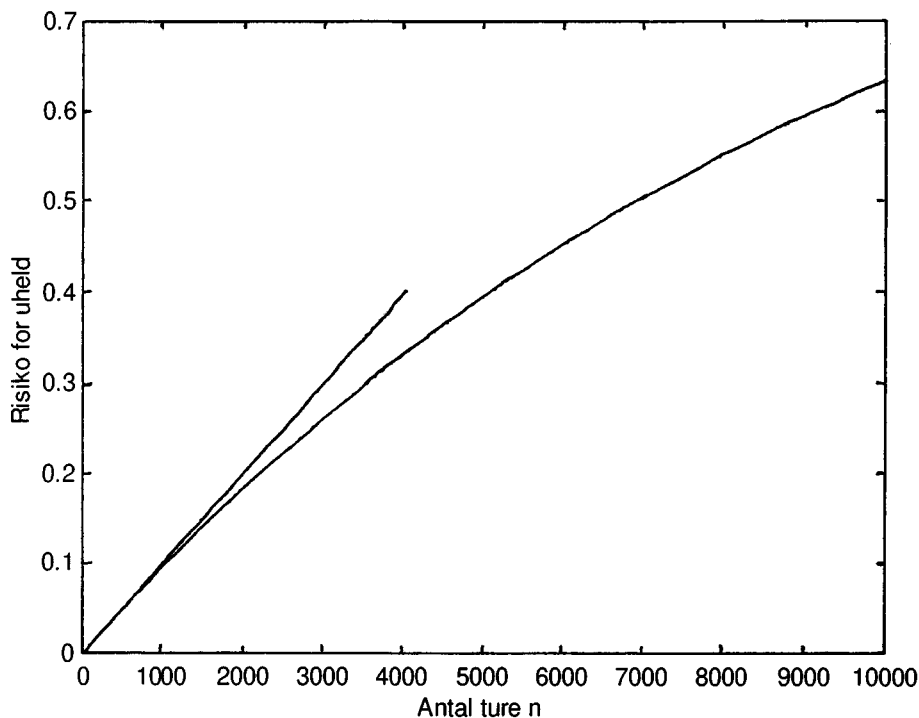
	Det går godt	Det går galt
1 dag:	$0,9999 = 99,99\%$	$0,0001 = 0,01\%$
2 dage:	$(0,9999)^2 = 99,98\%$	$0,0002 = 0,02\%$
5 dage:	$(0,9999)^5 = 99,95\%$	$0,0005 = 0,05\%$
20 dage:	$(0,9999)^{20} = 99,80\%$	$0,0020 = 0,2\%$
200 dage:	$(0,9999)^{200} = 98,02\%$	$0,0198 = 1,98\%$

Figur 1: Det går godt – det går galt.

Det, der startede som en lillebitte risiko, udviklede sig altså til en risiko på næsten 2 % for at køre galt på vej til skole i løbet af et skoleår. Og den er jo bestemt ikke ligegyldig. Men hvad værre er, man skal også hjem fra skole hver dag, og det er jo heller ikke helt ufarligt. Hvis det er ligeså farligt at køre hjem fra skole som til skole – en antagelse der i øvrigt giver anledning til diskussion om trafikken om eftermiddagen i forhold til om morgen - så bliver sandsynligheden for mindst et uheld i løbet af et skoleår altså: $1 - 0,9999^{400} = 3,92\%$. Og over et helt skoleforløb bliver risikoen ... (Så som en elev bemærker: *Lad os håbe, at 1/10.000 er en overvurdering af faren ved at cykle til skole.*)

Sammenhængen mellem antal ture og risikoen for uheld kan repræsenteres i et koordinatsystem, evt. ved hjælp af et regneark som eleverne selv kan lave. Herved kan de se, at risikoen for mindst et uheld, p , vokser tilnærmelsesvis lineært med antallet af ture, n – i hvert fald så længe n er mindre end 1.000, se Figur 2. Nogle kan endda få mening ud af følgende tilnærmelse:

$$p = 1 - (1 - 1/10.000)^n \approx 1/10.000 \cdot n, \text{ når } n \ll 10.000$$



Figur 2: Graf over sandsynligheden for mindst et uheld som funktion af antallet af ture. Den rette linie er grafen for $n/10.000$.

Selv om eleverne selv kan beregne, hvordan sandsynligheden for uheld vokser med antallet af ture, og evt. selv kan afbilde dette forhold grafisk, vil mange elever dog ikke umiddelbart acceptere, at resultaterne har noget med virkeligheden at gøre.

Der ligger unægtelig også diskutabile antagelser til grund for en sådan vurdering af risikoen for at køre på cykel til skole hver dag i et skoleår. Vi antager jo blandt andet, at sandsynligheden for uheld er den samme for alle, og at den også er konstant over tid. Hertil kommer, at fastsættelsen af sandsynligheden for uheld på den enkelte tur til $1/10.000$ jo var temmelig vilkårlig.

Men elevernes første indvendinger angår ikke de grundlæggende antagelser eller størrelsen af den anslåede sandsynlighed. Derimod har eleverne svært ved at acceptere det principielle i sagen. De stiller spørgsmål som:

Kan jeg ikke bare starte forfra hver dag?

Eller hvad med denne her:

Så skal jeg ikke være oppe at flyve sammen med nogen, der har prøvet det hundredevis af gange!

Sådanne spørgsmål og kommentarer viser, at det er kognitivt vanskeligt at forstå, at den position, hvorfra man anskuer situationen, har afgørende indflydelse på vurderingen af risikoen. For den elev, der står foran at skulle cykle hjem den sidste skoledag inden sommerferien, er sandsynligheden for at klare året uden uheld præcis den samme som sandsynligheden for, at det går godt på en enkelt tur, altså 99,99 % (forudsat at eleven ikke allerede har været involveret i uheld på skolevejen, ellers er sandsynligheden jo nul). Den, der står foran et helt nyt skoleår, kan derimod vurdere sandsynligheden for at klare året uden uheld til 96,08 %.

Analyserne af forløbene viser, at det kræver en gennemtænkt undervisningstilrettelæggelse og en overbevisende lærerindsats for at få eleverne med på denne tankegang. At når man udsætter sig for den samme risiko gang efter gang, så vokser sandsynligheden for, at det før eller siden går galt. Modellering af risikofænomener ved hjælp af stokastiske eksperimenter, som eleverne selv kan udføre, er et oplagt pædagogisk virkemiddel i den sammenhæng.

Refleksioner over sandsynligheder

Den sandsynlighed, som klassen fastsatte for uheld på den enkelte tur, var noget vilkårlig, men dog så stor, at det gav mening at regne med den lige fra første skoledag. Det førte til, at sandsynligheden for at blive involveret i mindst ét uheld på vej til og fra skole i løbet af et skoleår kunne beregnes til knap 4%. Omkring 4 ud af hver 100 elever - der cykler til og fra skole hver dag - skulle altså være involveret i et uheld i løbet af et skoleår. Passer det med virkeligheden?

Her udviklede sig en snak i klassen om, at man jo ikke kunne sige præcis, hvad sandsynligheden for uheld på den enkelte tur var, og at den var forskellig fra person til person. Og at den var afhængig af afstanden til skole, af den rute man kørte, af cyklistens alder, af om man overholder færdselsloven osv. Det var også indlysende for eleverne, at sandsynligheden for uheld varierede fra dag til dag. Nogle dage (om mandagen, f.eks.) er man træt og uopmærksom om morgenen. Andre dage skal man skynde sig hjem og har derfor travlt til at se sig ordentligt for. Gennem sådanne overvejelser kan der etableres et grundlag for en dialog om de grundlæggende antagelser for beregningen af sandsynligheden for uheld i løbet af et skoleår.

Man kunne også undersøge, hvor mange elever der rent faktisk havde været involveret i et uheld i løbet af det sidste år. Man kunne lave en spørgeskemaundersøgelse blandt skolens elever. Hermed kunne man få grundlag for at estimere sandsynligheden for uheld på den enkelte tur ud fra antallet af kørte ture og antallet af uheld.

Det kan selvfølgelig diskuteres – og det blev det – om sandsynligheden for uheld på den enkelte tur overhovedet giver mening, og om den er relevant. Hvis den estimeres ud fra statistik over antallet af uheld på en given skole i løbet af et skoleår, kan den i bedste fald fortolkes som en slags gennemsnitlig sandsynlighed for uheld på den enkelte tur. Om og for hvem en sådan gennemsnitlig vurdering af risikoen er relevant, er straks en helt anden sag.

Når den enkelte elev skal træffe valget, om der skal cykles til skole eller ej, vil den gennemsnitlige risiko for uheld ikke være specielt relevant. Der vil være en række specielle forhold, der gør sig gældende for netop denne elev. Det afgørende er nok om cyklen er praktisk i forhold til alternative transportformer. Det kan dog have en betydning om cykelturen opleves som farlig/ubehagelig eller ej, og her kan viden om frekvensen af uheld på den pågældende skole spille en rolle.

I forbindelse med politiske beslutningsprocesser om trafikforanstaltninger på skoleveje kan vurderinger af den gennemsnitlige risiko for uheld på enkelte ruter imidlertid være af oplagt relevans.

Efter sådanne samtaler i klasserne var der trods alt ingen elever, der ville lade være med at cykle, men Tanja bekendtgjorde, at i fremtiden ville hun dreje udenom de røde krydser! Hun blev stærkt opfordret til at køre højre om og ikke ud på kørebanen.

Er det farligt at spise æg?

Alle eleverne har hørt om problemerne med salmonellainficerede æg. Flere kender nogen, der har været syge af en salmonellainfektion, og man har hørt Forbrugerrådets advarsler om ikke at spise rå æg. Risikoen for at pådrage sig en salmonellainfektion er derfor vedkendt for eleverne. Der har samtidig været en debat i medierne om de økonomiske konsekvenser af problemerne med salmonella både i forbindelse med ægproduktion og slagtekyllinger.

Det indledende spørgsmål, “Er det farligt at spise æg?” følges op af læreren med andre spørgsmål, der kan være med til at sætte scenen for

elevernes arbejde med begreber som stikprøver, troværdighed, ansvarlighed og risikovurdering i forbindelse med salmonellaproblemet.

Tror I de æg, vi kan købe nede i Brugsen, er kontrolleret for salmonella?

Hvordan mon man kontrollerer et æg for salmonella?

Her lægger iscenesættelsen op til at inddrage faktisk biologisk viden om salmonella og den gældende politik på området⁹. Men man kan også nøjes med at konstatere, at man i hvert fald er nødt til at tage en prøve ud af ægget og dyrke den i et laboratorium, hvis man skal være sikker på, om den indeholder salmonellabakterier. Og at et er sikkert en langsommelig og bekostelig affære.

I Bilka kan man købe elpærer i mange forskellige udgaver. Forskellige former, store og små gevind, fra 25 watt og opefter. Vi kan vel ikke forestille os, at hver eneste af alle de tusindvis af pærer er testet? Og der kan vel stadig være nogle, der ikke har overlevet pakning, transport og oplægning på supermarkedets hylder. Eller hvad med Legoklodser – har nogen oplevet at få en, der ikke passede? Det havde Lars i hvert fald aldrig, og i øvrigt var det muligt at teste elpærerne på en anordning i forretningen, så man var sikker på, at den virkede.

Er det så også muligt at teste dem her, smiler læreren (triumferende) og holder en pakke kondomer op?

Eleverne reagerer med fnisen, og ingen foreslår, hvordan det skulle kunne lade sig gøre.

Men vi er jo nødt til at tro på, at de varer vi køber er i orden, at pærerne og kondomerne virker som de skal, at vinen og chokoladeskildpadderne smager godt, selv om ikke hver eneste af dem er testet. Men hvorfor skal vi tro på det?

Trine kan det magiske ord:

Stikprøver! Man tager stikprøver, og hvis de er i orden, regner man med, at det er resten så også. Man kan jo ikke andet!?

⁹ I virkelighedens verden tester man – ifølge salmonellahandlingsplanen – stikprøver af æg og fæces fra æglæggende høsebestande ni gange i løbet af produktionsperioden, der i gennemsnit er på 340 dage. Der testes 60 æg og 60 fæcesprøver hver gang. Hvis der findes salmonella i stikprøven regner man med, at alle høns er eller vil blive inficeret. Æg fra salmonellainficerede bestande sendes til varmebehandling, hvorefter de kan anvendes i levnedsmiddelindustrien, mens bestanden slås ned for at undgå spredning af smitten. (Sådan har proceduren været på et tidspunkt i Danmark.) For slagtekyllinger har man indført en grænse på 5% for, hvor mange kyllinger der må være inficeret med salmonella, før hele partiet kasseres. Og dette undersøges ligeledes ved stikprøvekontrol. Se f.eks. <http://www.foedevaredirektoratet>.

Troværdighed

På dette tidspunkt kommer æggene på bordet. En indkøbsvogn fyldt med 500 sorte fotohylstre – dem man køber film i – bliver kørt ind i klassen.¹⁰ I hvert hylster er der anbragt en centicube. I langt de fleste tilfælde er centicuben gul, men der fandtes også nogle fotohylstre med en blå. Fotohylstrene omdøbes til at være æg og de farvede centicubes til blommer. De gule er sunde blommer, de blå illustrerer salmonella. Og selv om vi godt ved, at salmonella både kan findes på skallen og i blommen, accepterer alle elever omstændighederne, og fra nu af kaldes den særegne konstruktion blot for 'æg'.

Da vi planlagde, at det var salmonella, der skulle være et af omdrejningspunkterne i vores projekt om farlige små tal og almindelse, var det fordi vi mente, at det problem kendte alle eksistensen af. Vi tænkte, at nogle af eleverne måske endog havde personlige oplevelser eller erfaringer med problemet. Men vi tænkte ikke på, at ulykkelige omstændigheder skulle aktualisere problemstillingen. En famøs kiksekage kostede mellem jul og nytår 1999 to mennesker livet, fordi der var salmonella i de anvendte æg.

Men nu står indkøbsvognen altså dér, fyldt med 450 æg med gule blommer og 50 med salmonellabefængte blå blommer. I denne portion æg er der altså 10%, der er inficeret, og det er kendt af eleverne.

Hver gruppe, som består af fire elever, skal så tage en stikprøve på 10 æg – en æggebakke – og undersøge dem for salmonella. Resultatet skal noteres, æggene lægges tilbage, og en ny stikprøve foretages. Det blive gjort i alt fem gange af hver gruppe, og resultaterne bliver noteret på tavlen i form af antallet af salmonella-æg i hver af stikprøverne, se Figur 3.

	1.	2.	3.	4.	5.	I alt	%
Gr. I	0	3	1	1	1	6	12
Gr. II	0	2	2	1	1	6	12
Gr. III	1	1	1	1	3	7	14
Gr. IV	0	0	1	0	4	5	10
Gr. V	3	2	2	3	2	12	24

Figur 3: Resultater af stikprøverne

¹⁰ Fotohylstrene var skaffet ved henvendelser til fotohandlere, fotolaboratorier og Kodak.

Der er tydelig forskel på de forskellige stikprøver. Gruppe IV mener, de har klaret sig bedst, fordi de ramte de forventede 10%. Gruppe V synes det er flot af dem, at finde så mange salmonellaæg. Det sidste ved læreren nu ikke rigtig, og han tror stadig, at de snød (!)

Men forsøget viser, at det at tage en stikprøve for det første giver forskellige udfald, og for det andet ikke opfører sig som forventet – gennemsnittet skulle vel ligge omkring de 10%. Det hjælper heller ikke, når klassen, som en elev foreslår, blander æggene grundigere, og gør det hele endnu en gang.

Det finder et par elever temmelig frustrerende – det, at vi her beskæftiger os med noget matematik uden et umiddelbart rigtigt facit. Og det er paradoksalt, at metoden er korrekt, men resultatet upålideligt, som de sagde.

Lærer ... *hvor mange stikprøver tror I, er nok?*

Anita 50

Lærer ... *50 ... hvordan kan det være, du siger det?*

Anita *Fordi det var ... det var 50 ... vi tog 50.*

Lærer *Ok, kan vi så ... kan vi så altid regne med, at 50 stikprøver er nok, hvis ... når vi vil sige noget om salmonella i æggene?*

Kim *Man kan jo ... jo ikke være helt sikker.*

Lærer *Nååå..*

Kim ... *for lige meget hvor mange, man tager, så ved man jo aldrig, om der er noget i de andre.*

Anita *Jamen ... mmm ... skal man så ikke bare teste dem alle ... altså æggene?*

Men hvor stor er sandsynligheden for at få mindst et æg med salmonella i en bakke med 10 æg? og hvor mange stikprøver skal der egentlig til?, kom merde uundgåelige og kloge elevspørgsmål.

Det første spørgsmål er forholdsvis nemme at give i hvert fald et muligt svar på. Med reference til cykeluheld og terningekast (som elever tidligere har arbejdet med) kan risikoen for at få mindst et æg med salmonella i en 10-stikprøve udregnes til $1 - 0,9^{10} = 65\%$.

Betyder det at over en tredjedel af prøverne er salmonellafri, selvom der er 10% af æggene, der er inficeret?

Denne beregning forudsætter imidlertid, at frekvensen af inficerede æg ikke ændrer sig under stikprøveudtagningen, altså at der er tale om stikprøve med tilbagelægning. Men grupperne tager, hver 10 æg ad gangen, altså 50 æg i alt, så denne forudsætning er ikke opfyldt. Kan dette forhold mon forklare, at ingen af grupperne får mindre end de 10% i deres fem stikprøver?

Her kunne der arbejdes med beregning af sandsynligheder for stikprøver uden tilbagelægning. Det er straks lidt mere kompliceret matematisk set. I planlægningen af forløbet havde vi derfor valgt at lægge op til, at eleverne kunne undersøge, hvad der sker, hvis man faktisk lægger ægget tilbage hver gang. Eleverne undersøgte et æg ad gangen, noterede resultatet, lagde ægget tilbage og blandede godt rundt i æggene hver gang. Sådan blev de ved, indtil 100 æg var undersøgt, og her nærmede frekvensen sig pænt de 10%.

Men i virkeligheden bliver de undersøgte æg da ikke lagt tilbage, er der nogen der indvender.

Hermed bliver der grundlag for at tale med klassen om betydningen af størrelsen af en stikprøve. Hvis den stikprøve, man udtager, er meget lille i forhold til den mængde æg, man undersøger, påvirker stikprøveudtagningen ikke frekvensen af inficerede æg, og man kan derfor tillade sig at regne, som om det er med tilbagelægning.

Vi nærmer os samtidig et muligt svar på spørgsmålet om, hvor stor en stikprøve der skal til for at få en rimelig vurdering af frekvensen af inficerede æg. Men det er jo en lidt omstændelig metode, og det var måske smartere at simulere stikprøveudtagningen på en computer. Det kan f.eks. gøres ved hjælp af et regneark som vist i Figur 4.

Salmonella

		Skriv sandsynligheden for salmonella i eet æg i celle b3															
risiko	0,1	Tast F9 for ny udtagning af 10 stikprøver															
nulstil	1	Skriv 0 i celle b4 for at nulstille										0	1	2	3		
		Skriv 1 i celle b4 for simulering										blå æg i	blå æg i	blå æg i	blå æg i		
æg nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	sum	10-bak.	10-bak.	10-bak.	10-bak.	
1. stikprøve		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
2. stikprøve		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	
3. stikprøve		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
4. stikprøve		1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	
5. stikprøve		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	
6. stikprøve		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
7. stikprøve		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
8. stikprøve		1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	
9. stikprøve		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
10. stikprøve		0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2	0	0	1	0	
												8	5	2	3	0	
Antal prøver	100	blå æg i serien										105	Sum	29	41	26	4
		frekvens i serien										10,5	Frekvens	29	41	26	4

Figur 4: Regnearket er her gengivet i en situation, hvor der er udtaget 100 stikprøver bestående af hver 10 æg. Resultaterne af de sidste 10 stikprøver er angivet i den venstre del af arket. Til højre hvor mange 10 stk. bakker, der har indeholdt henholdsvis 0, 1, 2 og 3 salmonellaæg. I bunden af arket ses frekvenserne i procent.

Regnearket er opbygget ved hjælp af en funktion, der giver tilfældige tal mellem 0 og 1. Når risikoen sættes til 10% vil tal mellem 0 og 0,1

give salmonella og resten altså ingen salmonella. Ved tryk på tasten F9 udtages 10 stikprøver indeholdende hver 10 æg. Der udtages altså i alt 100 æg, hver gang der trykkes på F9.

I eksemplet er der udtaget 100 stikprøver. Resultatet af de sidste 10 kan se i søjlen "sum", og nederst kan man se, at der er fundet i alt 105 inficerede æg i stikprøverne. Det giver en frekvens på 10,5 %. Tilsvarende kan fordelingen af de sidste 10 "æggebakker" med henholdsvis 0, 1, 2 og 3 salmonellaæg ses i højre side af arket. I alt har 29% af stikprøverne vist sig salmonellafri, der har været salmonella i et enkelt æg i 41% af bakkerne, i 26% af bakkerne har der været 2 inficerede æg, mens 4% har indeholdt 3 æg med salmonella.

Ved at køre programmet mange gange erfarer eleverne, at 'det rigtige' tal på omkring 35% for frekvensen for salmonellafrie bakker kommer ved forskellige antal stikprøver fra gang til gang. Men de erfarer også, at bliver man ved længe nok på F9-tasten, stabiliserer tallene sig.

Efter at have kørt flere simulationer med 10%-risikoen igennem og noteret, hvad der sker, bliver den ændret til først 20%, og bagefter 5%. Eleverne gætter på, hvad der så sker og kontrollerer ved hjælp af regnearket. Simulering af stikprøveudtagning ved hjælp af regnearket kan også bruges som afsæt for beregning af frekvensen af bakker med henholdsvis 1, 2 eller 3 salmonellaæg.

Konklusionen på forsøget med æg fra indkøbsvogn og simulation på computer måtte derfor blive, at stikprøven fortæller noget om en helhed, men ikke nødvendigvis hele sandheden. For at man kan vurdere troværdigheden af en stikprøvekontrol er det i hvert fald nødvendigt at kende de nærmere omstændigheder ved stikprøveudtagningen: Hvor mange prøver er der taget, og hvordan er det foregået?

Og det er altså stadigvæk irriterende, at man ikke kan sige noget bestemt ud fra en stikprøve, *siger Stig*. De er faktisk ikke troværdige!

Ansvarlighed

Overskriften i forløbets næste del er ansvarlighed og målet er, at eleverne skal forholde sig kritisk over for oplysninger på baggrund af en indsigt i, hvilke interesser der ligger bag.

Eleverne skal forestille sig at være forhandlere af æg. Der er nu lavet to nye portioner æg i fotohylstre, for der er to slags æg - spanske og

græske. Det er ukendt for eleverne, at de spanske æg indeholder 5% salmonella, mens de græske indeholder 10%. Købs- og salgpris er den samme for begge partier - det samme er prisen for at få testet et æg for salmonella.

De kan undersøge æggene ved hjælp af stikprøvekontrol, men det koster altså noget for hvert æg, der undersøges. Det gælder derfor om at undersøge så få æg, som det overhovedet er forsvarligt.

Denne situation er straks mere realistisk. Eleverne kender ikke den rigtige frekvens af inficerede æg, og de har samtidig en klar erfaring for, at enkelte stikprøver ikke nødvendigvis giver et billede af hvor mange inficerede æg, der er i hele partiet.

Grupperne udtager på skift en stikprøve på mellem 1 og 10 æg efter deres eget valg. De må selv vurdere, hvor mange stikprøver, de vil undersøge, før de mener sig i stand til at skrive en deklARATION, som de kan stå inde for – ellers risikerer de naturligvis et sagsanlæg for vildledning af forbrugerne. Grupperne griber sagen meget forskelligt an. En båndudskrift afslører for eksempel denne samtale:

Niels ... jeg synes ikke vi skal tage nogen stikprøver.
Søren Nej ... vi skal hellere spare pengene.
Pia Vil I ..vil I så bare sælge æggene?
Niels ... Ja ... vi kan alligevel ikke være sikre. Så skal vi bare sælge en hel masse billige æg.
Søren ... og blive rigtig rige.
Pia ..Hvor er du bare led ...helt ærligt, tænk hvis der er nogen der får salmonella!
Ulla Man kan da godt være ... lidt sikker...
Søren Ok, så ta'r vi to stikprøver ... det bli'r ... tyve.
Niels Nej ...æggene koster jo osse 50 øre.
Pia Vil I så skrive, de er testede?
Ulla Så skal JEG i hvert fald ikke købe nogen ..
Søren Ja.. så skri ... så skriver vi bare, de er salmonellatestede.
Pia Gud ja ... gad vide om der er nogen, der gør det.
Niels Tror I ikke, det er ulovligt?

En anden gruppe, der har udtaget en stikprøve med 10 æg og ikke fundet nogen med salmonella, skriver kort og godt: *Fri for salmonella.*

Det får en elev til at skrive i sin logbog: *Ægproducenter kan da bare snyde, ligesom vi gjorde, med kun at tage få stikprøver og derefter sige, at deres æg er salmonellafri.*

En tredje gruppe, der har testet 3 gange 10 æg og fundet henholdsvis 0, 1 og 1 inficeret æg i de 3 prøver, skriver simpelthen: *Testet for salmonella.*

En fjerde gruppe har fundet i alt 2 salmonellaæg i 5 stikprøver á 10 æg. De skriver: *Mindre end 5% af æggene er inficeret med salmonella.*

Og så var der gruppen, der totalt nægtede at deltage i legen, fordi nogen kunne blive syge af deres dispositioner.

Elevernes deklamationer udgør et godt grundlag for en diskussion om etik i forbindelse med salg af fødevarer og om matematisk begrundet troværdighed. De giver endvidere mange spændende muligheder for fagligt relevante udfordringer. F.eks. kan man med udgangspunkt i deklamationen fra den fjerde gruppe udfordre eleverne til at undersøge troværdigheden af påstanden om, at mindre end 5% er inficeret. Det kunne f.eks. gøres ved at opstille modhypotesen: 10% er inficeret, og så efterfølgende undersøge, hvad sandsynligheden er for at få to eller færre inficerede æg i fem stikprøver på hver 10 æg. En sådan undersøgelse kan eleverne selv gennemføre ved hjælp af det regneark, de tidligere har arbejdet med. Og hvad sker der, hvis modhypotesen er, at 6% af æggene er inficeret?

Erfaringer med sådanne undersøgelser kan give et frugtbart grundlag for en diskussion med eleverne om, hvilke typer af erkendelse man kan opnå ved hjælp af stikprøveudtagning.

“Farlige små tal” og almindannelse

Hvilke pædagogiske potentialer kan vi få øje på gennem beskrivelsen af “Farlige små tal”? Ser vi elementer til en almindannelse?

Begge dele af forløbet indledes med en *iscenesættelse*, der giver eleverne mulighed for at forstå, hvad det er for en problemstilling, de skal arbejde med – også selv om de i udgangspunktet ikke ved, hvordan de rent matematisk skal gribe arbejdet an. I kraft af iscenesættelserne kan der fra starten af forløbene stilles spørgsmål, som umiddelbart giver mening for eleverne ud fra deres egne erfaringer. Spørgsmålene kan opleves som relevante i sig selv og ikke kun som middel til at lære noget matematik. De har samtidig en karakter, der gør det muligt for eleverne at engagere sig følelsesmæssigt i arbejdet. Det er en vigtig pointe, fordi vi mener, at det er befordrende for elevernes motivation

og for deres læring, at de får mulighed for at tale om og bearbejde følelsesmæssige sider af de problemstillinger, der arbejdes med i matematik.

Stieg Mellin-Olsen (1977) har beskrevet fænomenet instrumentalisme. Eleverne indretter deres aktivitet efter "skolelogikken". Det betyder at deres motiv for at lære matematik ikke udspringer af et matematisk indhold, men f.eks. af et ønske om at forbedre deres matematikkarakterer. Begrebet instrumentalisme kan naturligvis generaliseres. En lærers måde at håndtere undervisning på kan også være instrumentalistisk, f.eks. først og fremmest styret af et ønske om at få dagen til at gå så gnidningsløst som muligt. Det er vigtigt at fremhæve, at sådanne former for instrumentalisme ikke skal bebrejdes hverken lærer eller elever. Instrumentalisme er udtryk for at en skolestruktur og en organisation kan gøre en bestemt adfærd funktionel. Men alligevel er det vigtigt at bryde denne funktionelle instrumentalisme, hvis der skal åbnes for nye pædagogiske muligheder.

De iscenesættelser, som er illustreret i forløbet, kan måske virke kunstige. Men hver gang virkelighedens verden skal bringes inden for skolens ramme og indpasses i skolens strukturer, kan en iscenesættelse være af betydning. En sådan kan hjælpe med til at bryde etablerede rutiner, således at elever og lærere kan engagere sig i emner, der ikke umiddelbart er skoletilpassede. Det er i sådanne emner, at vi søger potentialer for en almindelse.

Gennem en iscenesættelse kan der skabes et grundlag for samtalen mellem lærer og elever om de fænomener, der skal arbejdes med. Iscenesættelse bliver italesættelse. Dette giver eleverne mulighed for at skabe forbindelser til viden og erfaringer inden for andre områder. Iscenesættelserne, og de spørgsmål læreren stiller, er naturligvis valgt for at vise, hvordan matematik anvendes i forbindelse med samfundsmæssige risikofænomener. De er også valgt, fordi eleverne forventes at kunne arbejde med dem ud fra deres viden om sandsynlighedsregning og på grundlag af færdigheder, de allerede har på et vist niveau, f.eks. at anvende et regneark.

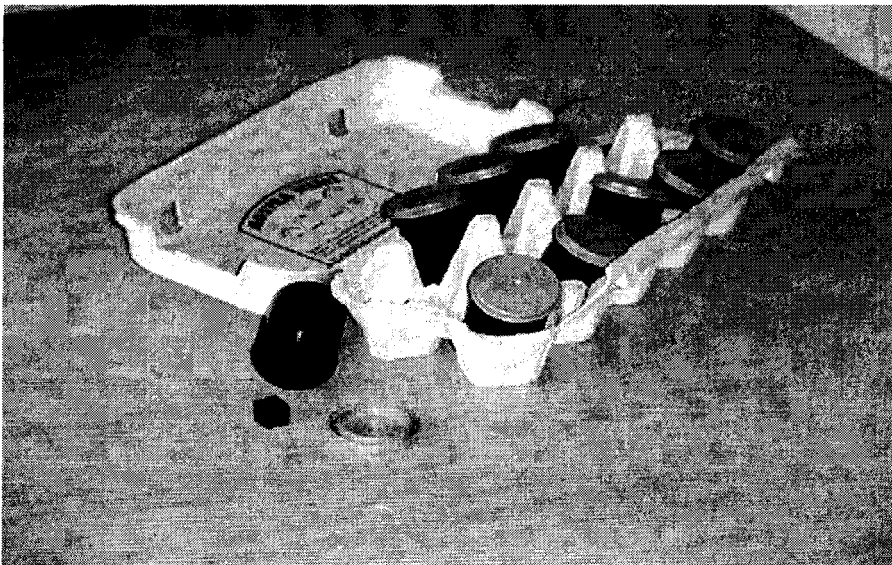
Samtidig er spørgsmålene åbne. Både i den forstand at der ikke på forhånd er givet et rigtigt svar, og fordi det ikke er bestemt, hvilke metoder og tilgange eleverne skal anvende i deres arbejde. Spørgsmålene kan således lægge op til mange forskellige slags undersøgelser, også nogle der ikke har så meget med matematik at gøre. Denne åbenhed bevirker, at eleverne har rig lejlighed til at give udtryk for egne erfaringer

og opfattelser under snakken i klassen. Det gælder også i forhold til de centrale faglige begreber som "risiko" og "sandsynlighed".

De valgte iscenesættelser giver grundlag for, at eleverne kan arbejde meningsfyldt med faglige aktiviteter, der er relevante for deres opbygning af faglig viden, og de rummer mulighed for, at eleverne kan nå frem til resultater, som de selv kan fortolke og forholde sig til på grundlag af egne erfaringer. Aktiviteterne rummer endvidere muligheder for samspil mellem forskellige repræsentationer af sandsynlighedsbegrebet. Statistiske sandsynligheder modelleres ved hjælp af kendte sandsynligheder (a priori sandsynligheder, der kan bestemmes teoretisk) og tilfældige eksperimenter. I denne sammenhæng spiller brugen af konkrete materialer i form af fotohylstre en afgørende rolle.

Modelleringen af æg med fotohylstre og centicubes giver en konkretisering af den tilfældige hændelse: udtag af et salmonellæg. Det er denne konkretisering der gør, at eleverne selv kan gennemføre stikprøveudtagning og "salmonellakontrol". På grundlag af deres egne undersøgelser kan eleverne estimere statistiske sandsynligheder for denne hændelse.

Konstruktionen af et æg som et fotohylster med en centicube er derfor et centralt element i iscenesættelsen af dette forløb. Konstruktionen tillader, at elever og lærer kan trække på en velkendt sprogbrug: "Hvad er risikoen for at få en 10 stk. bakke med mindst et inficeret æg?" På bordet står der en rigtig æggebakke med 10 fotohylstre (se figur 5).



Figur 5: En 10-stk. æggebakke

Samtidig er det oplagt, at denne konstruktion af æg også rummer en fare for, at risikoen for virkelige salmonellainfektioner træder i baggrunden i elevernes bevidsthed. Som opfølgning på elevernes undersøgelser ville det derfor være relevant at inddrage autentiske statistiske data for forekomsten af salmonellainfektioner i Danmark. Iscenesættelsen og den konkrete repræsentation af æg rummer også en fare for, at eleverne indlever sig så meget i historien, at de har svært ved at se forløbet med salmonellaforgiftning som et eksempel på noget mere principielt omkring beregning af risici ved stikprøveudtagning. Eleverne kan blive fanget af konkretiseringen. Den ene gruppes afvisning af at beskæftige sig med handel med æg, når der overhovedet var risiko for salmonellaforgiftning, er et eksempel på konsekvensen af en sådan indlevelse.

Skal vi trække tre fundamentale elementer frem fra “Farlige små tal”, så kan det første vi nævner være *troværdighed*. Specifikt handlede det om, at stikprøver “udtaler” sig om en vis sammenhæng, men at stikprøvers udsagn om helheden ikke altid står til troende. Ikke sådan at forstå at en stikprøve er en notorisk løgner, men et stikprøveresultat kræver en tolkning og en vurdering. Mere generelt: en oplysning der indeholder tal eller som bygger på matematik, må underkastes en vurdering.

Det næste element vi trækker frem er begrebet *ansvarlighed*, hvor der refereres til det forhold at handlinger kan udføres med henvisning til mere eller mindre troværdige taloplysninger. Som vi fremhævede i indledningen, så indgår matematik i teknologisk design af enhver art. Det sker blandt andet i kraft af, at mange beslutninger angående økonomi, management, konstruktion, planlægningen, politik, mv. tages med henvisning til matematisk baserede beregninger og oplysninger. I “Farlige små tal” var eleverne bragt i en situation, hvor det var dem, der skulle drage konsekvenser og agere i forhold til talmæssige oplysninger, som de samtidig selv var med til at konstruere. Dette kan gøres mere eller mindre ansvarligt.

Et tredje element vi vil trække frem er *risikovurdering*. Den handler også om det at sammenknytte empiriske fænomener med elementer fra matematikkens verden. En fare, en risiko, en chance refererer til empiriske fænomener, men sådanne fænomener kan samtidig oversættes til et matematisk sprog. Det kan tænkes, at man ved hjælp af matematikken kan opnå en indsigt i sammenhænge mellem fænomener, det ikke var muligt at opnå uden hjælp af matematik. Men samtidig kan matematikkens begreber også dække over komplicerede problem-

stillinger på en sådan måde, at matematikkens rationalitet kan afspore teknologiske handlinger. Cyklen på det røde kryds har således draget eleverne ind i risikobetragtninger. Hvad er sandsynligheden for, at der sker et uheld? Og hvad er konsekvensen af dette? Beregninger kan have klargjort visse nye sammenhænge for eleverne. Men de kan samtidig have ignoreret andre, for trafiksikkerhed handler bestemt om mere end statistik.

Vi finder, at elementer som troværdighed, ansvarlighed og risikovurdering henviser til aspekter af begrebet almindannelse i et risikosamfund.

Almindannelse mere generelt

Almindannelse er ofte brugt som samlebetegnelse for mange forskellige former for dannelse og som modsætning til studieforberedende begrundelser eller et direkte erhvervsrettet sigte med en uddannelse. Når matematikundervisningens centrale rolle og placering i Folkeskolen skal begrundes, sker det ofte – som det f.eks. er tilfældet i nedenstående citat fra den officielle formålsbeskrivelse - med en generel henvisning til fagets bidrag til almindannelse:

Undervisningen skal medvirke til, at eleverne oplever og erkender matematikkens rolle i kulturel og samfundsmæssig sammenhæng. Med henblik på at kunne tage ansvar og øve indflydelse skal eleverne kunne forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse. (UVM, 1995)

Det fremgår her, at de faglige kompetencer, som eleverne opbygger i matematikundervisningen, skal ses som en integreret del af den viden og kunnen, der skal sætte dem i stand til at tage aktivt del i det moderne samfund.

Der er imidlertid lang vej fra at formulere et sådant generelt alment dannende sigte til valg af indhold og indretning af matematikundervisningen i Folkeskolen. Når det kommer til den konkrete tilrettelæggelse, spiller det alment dannende sigte typisk heller ikke nogen markant rolle. Undervisningens indhold vælges i højere grad ud fra den stærke tradition for faget matematik i Folkeskolen og ud fra hensynet til, at eleverne skal kunne beherske de færdigheder og forståelser, der testes i ved de afsluttende prøver, og som der forventes at kunne bygges på i undervisningen på de efterfølgende niveauer.

Hvis almindannelse skal kunne bruges som pejlemærke ved den konkrete tilrettelæggelse, er der brug for en nybestemmelse af

almendannelse. Vi finder, at bestemmelse af almindelig dannelse ikke først og fremmest er en deduktiv aktivitet, forstået på den måde at den almene pædagogik, støttet af en pædagogisk filosofi, kan udlede kategorier, som fag må efterleve for at bidrage til en almindelig dannelse. Vi finder det afgørende at supplere med en induktiv bestemmelse af overordnede pædagogiske begreber, og at konkrete undervisningsforløb kan bidrage til en begrebspræcisering, også af "almindelig dannelse". Det er derfor afgørende, at der etableres en forbindelse mellem praksis og teori.

For at illustrere hvad vi mener med denne forbindelse, vil vi henvise til R.S. Peters bestemmelse af almindelig dannelse som uddannelse, der er af værdi for et liv levet under almindelige livsbetingelser (Peters, 1980). Hermed bliver begrebet om almindelig dannelse uløseligt knyttet til den samfundsmæssige kontekst, undervisningen foregår i. Det, der er alment dannende til en tid i et samfund, har ikke nødvendigvis en alment dannende værdi i en anden samfundsmæssig kontekst. Analyse af matematikkens rolle og funktion i samfundet bliver dermed en forudsætning for tilrettelæggelse af en alment dannende matematikundervisning.¹¹

Med udgangspunkt i Peters (1980) er det muligt at opstille nogle overordnede principper, som undervisningen i ethvert fag må tilgodese for at kunne bidrage til almindelig dannelse i betydningen udvikling af kompetencer, der er af værdi i et liv levet under almindelige livsbetingelser.¹² I denne betydning er sigtet med en alment dannende uddannelse, at almenheden får indsigt i og forståelse for det almene og derved opbygger kompetencer, der er potentielt brugbare i mange forskellige situationer. På grundlag af Peters (1980), kan der bl.a. opstilles følgende tre principper for almindelig dannelse: (1) Det enkelte fag må bidrage til udvikling af kompetencer, der er relevante og potentielt brugbare over for de udfordringer, et almindeligt liv indebærer. (2) Behandlingen af de enkelte fagområder skal have en karakter og dybde, der muliggør integration på tværs af fagene, og som giver mulighed for at se fagene og deres anvendelser i en samfundsmæssig sammenhæng. (3) Undervisningen bør fremhæve det principielle - de grundlæggende teoridannelser og principielle aspekter ved fagets anvendelser herunder også etiske og moralske aspekter.

¹¹ Niss (1994) giver en sådan analyse på et overordnet niveau. Blomhøj (1999) diskuterer matematikkens rolle i samfundet og dens betydning for almen matematikundervisning.

¹² I Niss (2000) argumenteres for en tilsvarende bestemmelse af almindelig dannelse, der lægger vægt på at understøtte almenheden med indsigt og kompetencer vedrørende det almene.

Umiddelbart kan sådanne principper forekomme overfladiske. Og helt bestemt har de en sådan almen form, at de kan bringes i anvendelse over for en enorm varietet af forskellige undervisningsforløb. Vores pointe er imidlertid, at sådanne principper kan fyldes med mening, hvis man diskuterer deres mulige indhold og fortolkning ud fra et fag som matematik. Og mere end det. Der kan ske en meningsudvikling af den almene pædagogiks termer og begreber, hvis man analyserer et bestemt undervisningsindhold som "Farlige små tal".

Det første af Peters principper drejer sig om anvendelighed af de kompetencer, som eleverne kan udvikle gennem undervisningen. Umiddelbart er det let at argumentere for, at matematiske beskrivelser og beregninger af forskellige former for risici er et udbredt fænomen i vores samfund, og at risikovurderinger er af betydning i arbejdsliv, samfundsliv og privatliv. Kompetence til at kunne forstå, anvende og kritisere brugen af matematik i sådanne sammenhænge er derfor af almen værdi. Det faglige indhold i forløbet "Farlige små tal" skal naturligvis også ses i sammenhæng med den øvrige undervisning. Forløbet giver anledning til elevaktiviteter, der trækker på og dermed også udvikler en talbehandlingskompetence. Foruden det at kunne regne med sandsynligheder og procenter indbefatter denne kompetence også evnen til at repræsentere tal og til at kunne fortolke tal og regneudtryk i forhold til forskellige risikofænomener i mundtlig og skriftlig form.

I forhold til det andet princip er det en pointe, at det er gennem faglig fordybelse i en problemstilling og tilhørende kontekstvariation, at det er muligt at etablere forbindelser til samfundsmæssige forhold. Faglig fordybelse står altså ikke i modsætning til et alment dannende sigte. Gennem brugen af iscenesættelse som pædagogisk redskab bliver det i forløbet muligt at skabe forbindelse til elevernes erfaringer, samt at opbygge fælles fagligt relevante erfaringer inden for en kontekst, elever kan kommunikere om i deres eget sprog. Herved bliver det også muligt for eleverne at udtrykke deres opfattelser af og følelser vedrørende de fænomener, der arbejdes med i forløbet. Det er af betydning for, om matematiklæringen bliver en integreret del af den enkelte elevs viden og kunnen. Overvejelser over stikprøvers troværdighed eksemplificerer dette.

Det tredje af Peters principper henviser til etiske og moralske aspekter. I forløbet arbejder eleverne med en faglig problemstilling på en sådan måde, at de kunne opleve konkrete forbindelser mellem deres arbejde med matematik og samfundsmæssige problemstillinger. Forbindelserne etableres bl.a. gennem iscenesættelsen, hvor begrebet ansvarlighed spiller

en hovedrolle. Eleverne bliver sat i situationer, hvor de skal træffe beslutninger på grundlag af informationer, der kan vurderes ud fra en matematisk indsigt.

Elevernes erfaringer fra forløbet kan i et videre perspektiv almengøres i en diskussion om matematikkens rolle og funktion i samfundet. Der kan trækkes forbindelser til tesen om, at det moderne samfund kan karakteriseres som et risikosamfund (Beck, 1997). Som en integreret del af den teknologiske udvikling spiller matematik en væsentlig rolle for den samfundsmæssige produktion af risikofænomener. Samtidig er matematik i form af matematiske modeller en forudsætning for at kunne beskrive, forklare og håndtere mange former for samfundsmæssige risici. Vi finder derfor, at forløbet "Farlige små tal" også på det overordnede samfundsmæssige niveau bidrager til almendannelse.

Referencer:

- Alrø, H. og Skovsmose, O. (1999): Samtalen som støttende stillads. I F.T.Hansen, og K.Nielsen, (red.). *Stilladsering - en pædagogisk metafor*. Århus: Klim.
- Alrø, H., Blomhøj, M., Bødtkjer, H., Skovsmose, O. og Skånstrøm, M. (2000): Farlige små tal. *KvaN*, 20(56), 17-27.
- Beck, U. (1997): *Risikosamfundet - på vej mod en ny modernitet*. København: Hans Reitzels forlag. (Første tyske udgave 1986).
- Blomhøj, M. (1999): Matematikkens rolle i samfundet og dens betydning for almen matematikundervisning. I M.Blomhøj og L.Øhlenschläger: *Matematik i samfundet – en begrundelse for matematikundervisning?* Center for Forskning i Matematiklæring, Danmarks Lærerhøjskole, Roskilde Universitetscenter og Aalborg Universitet.
- Center for Forskning i Matematiklæring (1998): *Matematiklæring – et nyt forskningscenter*. Center for Forskning i Matematiklæring, Danmarks Lærerhøjskole, Roskilde Universitetscenter og Aalborg Universitet.
- Melling-Olsen, S. (1977): *Indlæring som social proces*. København: Rhodos.
- Niss, M. (1994): Mathematics in society. I R.Biehler et al. (red.): *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer, 367-378.
- Niss, M. (1999): Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse. *Uddannelse*, 9, 21-29.
- Niss, M. (2000): Gymnasiets opgave, almen dannelse og kompetencer. *Uddannelse*, 2, 23-33.
- Peters, R. S. (1980): Om almendannelsesbegrebets flertydighed og problemet om dets indhold. I Nordenbo, S.E. (red.): *R. S. Peters Uddannelsesfilosofi – udvalgte artikler*. København: Nyt Nordisk Forlag, 154-178.
- Skovsmose, O. (1994): *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Skovsmose, O. (1998): Linking mathematics education and democracy: Citizenship, mathematical archaeology, mathemacy and deliberative interaction. *ZDM* 6, 195-203. Også som skrift nr.2 fra Center for Forskning i Matematiklæring, Danmarks Lærerhøjskole, Roskilde Universitetscenter og Aalborg Universitet.

- Skovsmose, O. og Borba, M. (2000): *Research Methodology and Critical Mathematics Education*, skrift nr.17. Center for Forskning i Matematiklæring, Danmarks Lærerhøjskole, Roskilde Universitetscenter og Aalborg Universitet.
- Skovsmose, O. og Nielsen, L. (1996): Critical Mathematics Education. I A.J.Bishop, K.Clements, C.Keitel, J.Kilpatrick and C.Laborde (eds.): *International Handbook of Mathematics Education I-II*. Dordrecht: Kluwer, 1257-1288.
- Skovsmose, O. og Valero, P. (1999): Breaking political neutrality: The critical engagement of mathematics education with democracy. *ZDM* 6, 195-203. Også som skrift nr.11 fra Center for Forskning i Matematiklæring, Danmarks Lærerhøjskole, Roskilde Universitetscenter og Aalborg Universitet.
- UVM (1995): *Matematik, faghæfte 12*. Undervisningsministeriet, Folkeskoleafdelingen.
- Vithal, R. (2000). *In search of a pedagogy of conflict and dialogue for mathematics education*. Doktorafhandling, Aalborg University, Aalborg.

Abstract.

“When flying is there an increased risk for accidents if some of the passengers are frequent flyers?” Mia asked implying that when travelling frequently the risk of falling down increases and, as a consequence one must avoid the ill-fated frequent flyers as travel companions!

Some sociologists use the term “risk society” to characterise the development of the modern highly technological society. The main thesis is that the highly technological organisation of production and society will create risk phenomena and that the handling of these phenomena is a challenge for our democracy.

Based on this thesis we raise the following question: *How can mathematics teaching contribute to the general education in a risk society?* We have tried to answer this question in a cooperation between two mathematics teachers and three researchers in mathematics education. Our method is characterized by the interaction between research and development of practice. Using the setting as a didactical tool we have developed courses giving the pupils the possibilities of working with risk phenomena and with concepts like risk estimation, credibility and responsibility. The courses are planned, observed and analysed with the aim of providing meaning to the concept of general education in a ”risk society”.

This paper refers to a 9th grade working with very small probabilities, spot tests, calculation and estimating the risk of salmonella poisoning.

Authors:

Helle Alrø, lektor i sprog og kommunikation, Institut for Kommunikation, Aalborg Universitet.

Forsker inden for kommunikation, matematiklæring og dialogiske læreprocesser.

E-mail: Helle@hum.auc.dk

Morten Blomhøj, lektor i matematikkens didaktik, IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.

Forsker inden for IT's betydning for undervisning og læring i matematik samt matematisk modellering.

E-mail: Blomheoj@ruc.dk

Henning Bødtkjer, lærer på Klarup Skole i Nordjyllands Amt.

Arbejder med pædagogiske udvikling omkring børn med særlige indlæringsvanskeligheder og anvendelse af matematik i form af modellering i folkeskolens matematikundervisning.

E-mail: bodtkjer@mail.tele.dk

Ole Skovsmose, professor i matematikkens didaktik, Dansk Center for Naturvidenskabsdidaktik, Aalborg Universitet.

Forsker inden for kommunikation og matematiklæring samt kritisk matematikundervisning.

E-mail: osk@dcn.auc.dk

Mikael Skånstrøm, lærer på Statens pædagogiske Forsøgscenter i Rødovre.

Lærebogsforfatter, arbejder med pædagogiske udvikling omkring modellering på 8.-10 klasse trin.

E-mail: mikael.skaanstroem@inet-spf.dk
