

Læring som sprogspiloverskridelse

Bettina Dahl

Matematik har fællestræk med sprog, men jeg benytter begrebet 'sprogspil' for at afspejle, at et sprog er en del af en livsform og en social proces. Læring sker ved en forhandling, hvori vigtige variable er individernes Formål med dialogen, deres Referenceramme, Ordforråd, Metafysik og holdning til den Ydre ramme de befinder sig i (FROMY-variable). Læring af matematik er at kunne bevæge sig til dette matematiksprogspil, udspændt af en mængde FROMY-variable, fra sit naturlige sprogspil, udspændt af en anden mængde FROMY-variable. Dvs. individene har udviklet deres FROMY-variable, og de kan nu deltage i begge sprogspil.

Indledning

I konstruktivismen betragtes det enkelte individ som en aktiv "konstruktør" eller "rekonstruktør" af viden gennem en forhandlingsproces. I et traditionelt undervisningsmiljø foregår denne proces mellem en elev og dennes subjektive viden og en lærer, der repræsenterer den "objektive" autoriserede kulturelt akkumulerede viden. Mellin-Olsen taler i denne tradition om, at "language is the basic thinking-tool" (1987, p.77). Sproget medierer altså tænkningen. Også Lemke er af den holdning, når han siger, at "Language is a system of resources for making meaning." (1990, s.ix). Et individ lærer altså gennem et sprog og ved at være virksomt. At have lært matematik ser jeg derfor som at kunne tænke og handle gennem matematiksproget, som om det var ens modersmål.

Tesen: Læringsvanskeligheder i skolen er bl.a. et spørgsmål om u-oversættelighed mellem hjemme-matematiksproget eller dagligsproget og skolematematiksproget. Fra en anden synsvinkel er det et spørgsmål om, hvor nemt eleven kan "skride" fra sit hjemme-matematikprog eller dagligsprog til skole-matematiksproget.

Denne tese vil gradvist blive udviklet gennem artiklen.

Bettina Dahl er lærer ved Nordjysk Handelskollegium, Aalborg, Danmark. Hun har hovedfagseksamen i matematik med speciale indenfor matematikkens videnskabsteori og didaktik. Artiklen er et udtræk af specialet, der blev udført under vejledning af Ole Skovsmose (Dahl, 1995).

1 Sprogspilssyn på læring

At lære matematik er en aktiv handling i et sprog, og med et sprog. Et ords betydning er ikke kun det ordet står for, men ordenes betydning er deres brug i sproget. "Nur in der praxis einer Sprache kann ein Wort Bedeutung haben." (Wittgenstein, 1991, p.344). Wittgenstein opfandt begrebet "sprogspil", hvorom han siger: "Jeg vil kalde helheden, sproget og de aktiviteter, hvormed det er sammenvævet, for 'sprogspillet' ... Ordet 'sprogspil' skal her fremhæve, at det at tale et sprog er en del af en aktivitet eller livsform." (1994, §7 & §23). At lære et sprog er mere end blot at kunne nogle ord. Et sprog læres ved at deltage i det, og meningene befinder sig i det sociale mønster af brug og anvendelse. At lære matematik er at kunne deltage i det specielle matematiksprogspil og derved at kunne dets regler. "Spillet skal da være bestemt ved reglerne!" (Wittgenstein, 1994, §567). Regler har at gøre med social enighed omkring at følge disse regler. Denne enighed kan være u-udtalt og ubevidst: "Det at følge en regel, give en meddelelse, udstede en befaling, spille et parti skak, er skik og brug (sædvaner, institutioner)." (Wittgenstein, 1994, §199). Denne regelbrug er konstrueret, og bliver rekonstrueret, under forhandling. For Wittgenstein opfindes matematik, det opdages ikke. Matematikerens arbejde er skabende aktivitet: "Der Mathematiker ist ein Erfinder, kein Entdecker." (1991, s.99).

Tesen nu: Menneskelige handlinger knyttes til ords mening. Derved bliver læring af et ord til et spørgsmål om at kende anvendelsen af ordet, og hvordan ordet (be)handles. Matematik er konstrueret af mennesker. Læring er knyttet til handling, og matematik er en aktivitet, der udvikles og læres gennem et sprog. Derfor er læring en sprogsplsoverskridende proces mellem forskellige sprogspil, hvorigennem eleverne bliver i stand til at konstruere den matematik, de skal lære – hvorved de har lært den.

Wittgenstein ser sprog som en del af en handling eller en livsform. Der kan ikke gives en præcis definition på sprogspil, og der er ikke noget fælles for alle sprogspil, men på kryds og tværs er der familieligheder. Det karakteristiske for alle sprogspil er, at sprogspillene, fx. parvis, har ligheder. *Kan der intet generelt siges om sprogspil? Nej!* Men idet der er familieligheder indenfor grupper af sprogspil, vil disse kunne fremdrages som de generelle egenskaber for den pågældende gruppes sprogspil. Familielighederne mellem en gruppe matematiksprogspil er mellem denne sprogsplsoverskridende matema-

tikker. Disse familieligheder kan findes ved at betragte en undervisningssituation i matematik, hvor mange matematikspil er repræsenteret på samme tid, og nogle (fx. elevernes) udvikles. Dette vil jeg vende tilbage til senere.

Ords og sprogs betydning afhænger af konteksten. Ordene får deres betydning ud fra udsagnets mening. Et sprog er et organ for erkendelse, men et sprog erkender ikke for os. To sprogspil, der ikke optræder i samme kontekst, er ikke ens. Det er ikke konteksten, som skaber et sprogspil, men når menneskene i en kontekst handler, spiller eller leger med ord/ et sprog i overensstemmelse med de regler, de er enige i at følge, skabes der et sprogspil.

Idealten: I det ideelle tilfælde, som kun vil opstå i teorien, gælder det, at hvis to mennesker deltager i et sprogspil, og der om disse to mennesker gælder, at de er "ens" på alle "vigtige punkter" mht. sprogspil, vil de kunne forstå hinanden fuldt ud.

Man kan derfor ikke tale om, om to mennesker, der taler sammen, deltager i samme sprogspil. Fordi de taler sammen, deltager de i samme sprogspil! Spørgsmålet er i stedet, om de i virkeligheden taler forbi hinanden. Idealten er en teoretisk tese og kan ikke verificeres, da der ikke findes to mennesker, hvis tankegang, viden, oplevelser, interesser og omgangskredse er ens. Er tesen så ikke værdiløs? Nej. Kan der afdækkes nogle af de vigtigste faktorer for at to sprogspil er "ens nok" til, at de individer, der deltager i dem, uden væsentlige problemer kan kommunikere, og at en informationsoverførsel kan finde sted, vil man dermed kunne tilnærme sig det ideelle tilfælde. Fremover vil to sprogspil, der således er "ens nok" blive benævnt som *ensartede*. Dette forudsætter igen, at man ved, hvad der karakteriserer et sprogspil. Dertil er empiri nødvendig. Ved at betragte virkelige eksempler kan disse faktorer – eventuelt – udledes. Jeg vil lede efter disse ved at se på eksempler, hvor dialogen er brudt sammen og dernæst finde frem til, hvilke faktorer var årsag til sammenbrudet. Disse faktorer må derfor være vigtige i en dialog. Hvis nogle af disse faktorer er forskellige i to sprogspil, vil disse to sprogspil være forskellige. Et billede på dette er barduner, der udspænder et oversejl. Et oversejl, der udspændes af fem barduner vil se anderledes ud, hvis en af bardunerne flyttes. På samme måde kan de faktorer, der understøtter et sprogspil, siges at *udspænde sprogspil*.

Læring er afhængig af, at der kan opbygges et sprogspil hvor risikoen for misforståelser er minimal. Dertil, vil jeg undersøge, er det nødvendig, at de interagerende individer har klarhed over hinandens

formål med samtalen, referencerammer, ordforråd, ”metafysik” og klarhed over, hvorvidt de er placeret i samme ydre ramme eller ej, og hvad denne ydre ramme indebærer. Uklarhed eller forskel på blot en af variablene, betyder ikke, at de ikke kan tale sammen, men der vil fremkomme misforståelser. Omfanget af misforståelser og antallet af dem afhænger af, hvor mange uklare faktorer der er til stede, og hvor stor uklarhed der er omkring dem. Sidstnævnte vil jeg ikke gå i dybden med, men i stedet fokusere på, *at* der forekommer misforståelser, når der er uklarhed og uoverensstemmelse på ovenstående faktorer mellem en dialogs individer. Jeg vil også slå fast, at jeg ikke taler om, at der ikke må være forskel i indholdet af faktorerne, hvilket heller ikke kan forekomme, men de *må* heller ikke være ens, idet der så ikke vil foregå en forhandling og en læring. Jeg skelner her imellem at lære og det at forstå. Fuld forståelse (jvf. idealtesen) kræver ens faktorer mens læring kræver, at de forhandlende parter har nogle forskellige faktorer.

I det følgende vil jeg ved hjælp af empiri undersøge og illustrere denne tese. Jeg vil gruppere hver enkelt faktor velvidende, at dermed er alt ikke med. For eksempel kunne man forestille sig, at den enkeltes personlige ressourcer, sociale velbefindende osv. har betydning for læringen. Når der laves ”firkantede” inddelinger, vil der være overlap og gentagelser og fare for over-simplificering. Et sprogperspektiv med disse fem faktorer er højst en delforklaring af læring – et perspektiv på læringssituationen. I Lakatos’ ånd er det et gæt på, hvordan læring skal forstås. Jeg vil nu efterfølge den ovennævnte idé, om at disse faktorer kan udtrækkes af en undervisningssituation. Jeg benytter empiri fra et undervisningsforløb i en dansk 3.-klasse hos Alrø & Skovmose (1993) og empiri fra et undervisningsforløb i sandsynlighedsregning i en tysk 6.-klasse hos Steinbring (1991). Enkelte andre kilder vil blive inddraget. Artiklerne er hovedsageligt valgt pga., at der i de to artikler er lange ubrudte sekvenser, der gjorde det muligt, forholdsvist uafhængigt af forfatterens tolkninger, at danne sig et indtryk af undervisningsforløbet. Jeg bruger også forfatterens egne konklusioner, men giver nogle steder en nyfortolkning af materialet.

1.1 *Formålets betydning*

Et individ har ikke blot eet formål med at deltage i en dialog. En lærer kan både have til hensigt at tjene penge og følge et lærerkald. Eleverne har også en mangfoldighed af grundlæggende mål, når de er i skole. Måske at gøre læreren glad eller at lære noget. Det er dog

ikke den slags formål, jeg vil beskæftige mig med. Jeg vil betragte *nære* formål som fx., hvor læreren vil hen i en undervisningstime, og hvilket formål en lærer har med et spørgsmål – hvad han “fisker” efter. Elevernes *nære* formål kan være, om de den pågældende time har lyst til at høre efter, eller om de blot ønsker at kunne gætte svarene til lærerens spørgsmål.

Fremover vil “F” hentyde til en persons formål, hensigt, mål, plan, taktik eller det, personen ser som sin opgave bag en interaktion. Person 1’s formål kaldes F1.

Alrø & Skovsmose

Alrø og Skovsmose refererer til projektet: “Aviser, hvad fylder de?”, hvor dette spørgsmål er en indledning til bl. a. at tale om areal. ‘Fylde’ er et flertydigt ord, der bruges i forskellige sprogspil. Fx. kan ‘fylde’ bruges i sammenhæng med, hvor meget en bunke aviser ‘fylder’, eller hvor meget en udbredt avis ‘fylder’ på et bord. Denne flertydighed ønsker læreren i timens begyndelse at spille på. Læreren forvirrer eleverne, idet han ikke kun spiller på ‘fylde’s flertydighed, men specielt leger med synonymer, der giver associationer til rumfang, når han ønsker, de skal lære om areal. Fx. taler han om, hvor tykke aviser er. Eleverne står ikke af, da “de sandsynligvis ved, at hvis de følger læreren, skal det nok gå godt. ... Der er altså tale om en tillidserklæring til læreren.” (s.15). Elevernes mål med undervisningstimen bliver derfor at finde ud af, hvor læreren vil hen. Eleverne konkluderer, at når de ikke kan få det at vide ved at spørge, må de gætte sig frem. Eleverne har altså en intention om at være med i undervisningen, men denne intention kan, pga. lærerens oplæg, kun føres ud i livet ved en gættekonkurrence. “Dialogen viser, at læreren har en idé eller en intention, som han forfølger, mens eleverne må gætte sig frem. Dette resulterer i to forskellige måder at kommunikere på.” (s.17). I det sprogspil, de får opbygget, går de skævt af hinanden.

Når elevernes F er at gætte lærerens F, og lærerens F er, at eleverne netop ikke skal gætte, men skal lære om areal på en bestemt (konstruktivistisk) måde, er der tale om en forskel i F. Når lærerens F er skjult for eleverne tror de, at formålet er en gættekonkurrence. Læreren ser elevernes F som “at eleverne skal udvikle matematik gennem en arbejdsproces, snarere end de skal informeres om begreberne” (s.11). Der er derfor stor uklarhed om F. Der kan således ikke opbygges et sprogspil, hvor kommunikationen lykkes direkte uden hindringer, når individerne ikke har samme F og specielt heller ikke har klarhed over hinandens F.

1.2 Referencerammens betydning

Dette er en del af etnomatematikens "program", idet denne slår på, at mennesker fra forskellige kontekster ud fra deres respektive *referencerammer* og baggrundsviden har udviklet matematik. Fx. skriver D' Ambrosio om etnomatematik, at det er "the mathematics which is practised among identifiable cultural groups, such as national-tribal societies, labour groups, children of a certain age." (1985, p.45).

En persons viden, hjemmekultur, erfaringer og behov farver personens opfattelse af ting. En forskel i referenceramme mellem to individer, og mangel på opmærksomhed omkring, at et andet individs referenceramme er forskellig fra ens egen, vil gøre, at det, der sker, opleves forskelligt, hvorved dialogen kan afspores. Der må være et fælles tilløb til dialogen, og baggrunden for samtalen må være kendt. Fremover vil "R" hentyde til en persons referenceramme, baggrundsviden, erfaringer eller horisont bag en interaktion. Person 1's referenceramme kaldes R1.

Steinbring

Der er forskel i lærerens og elevernes baggrundsviden, hvilket Steinbring viser især giver problemer, når læreren introducerer et nyt matematisk begreb, som kræver en forandring i elevernes baggrundsforståelse af matematiske begrebers natur. Læreren behersker allerede den viden, som eleverne skal til at tilegne sig. Læreren får her eleverne til at tale om udfaldet af terningkastet: "1 øje eller derunder" (linie 48). Læreren forsøger at knytte det nye stof an til elevernes referenceramme, idet han ved, at eleverne ved, at et terningskast ikke kan vise et antal øjne, der er mindre end 1. Eleverne står helt af, netop fordi der ikke kan tales om dette udfald. Læreren tænker abstrakt, hvilket er naturligt for ham pga. hans lange uddannelse, mens eleverne tænker på udfaldet som noget, der kan ske. Derved er der forskel i den viden, de hver for sig refererer til. Dette er endnu mere interessant, fordi læreren tror, at elevernes svar afspejler en viden hos eleverne, der svarer til hans egen viden på dette område, nemlig at en mængde kan være tom. I virkeligheden afspejler elevernes udtalelse en anden referenceramme, nemlig den, at et terningskast kun giver et udfald på mellem et og seks øjne. Denne forvirring omkring R fører til, at dialogen mislykkes.

En forskel i referenceramme for en dialogs deltager vil føre til problemer for dialogen, fordi deltagerne vurderer deres handlinger i forhold til, hvad de mener, er de andres baggrundsviden. Er der ikke overensstemmelse mellem, hvad deltagerne *mener*, er de andres bag-

grundsviden, og det der rent faktisk *er* deres baggrundsviden, vil de i dialogen på et tidspunkt gå skævt af hinanden.

1.3 Ordforrådets betydning

For at sikre en succesfuld dialog må deltagerne gå ind i dialogen "med det samme sprog". De må benytte cirka de samme *ord* i cirka de samme betydninger. Her taler jeg ikke om sprogpil. Et sprogpil er ikke noget man *har*, men noget man *gør*; men reglerne for måden man anvender ordene på, og hvilken mening en bestemt sammensætning af ord giver, er fæstnet i et individs hjemmesprog. De interagerende parter må være bekendt med, hvilket hjemmesprog de andre i dialogen har. Fremover vil "O" hentyde til en persons ordforråd, og disses betydninger og meninger. Person 1's ordforråd kaldes O1.

Alrø & Skovsmose

I undervisningsepisoden bruges det generelle målebegreb 'fylde' i betydningen "areal" og i betydningen "rumfang". 'Fylde' er således et flertydigt ord, som i enkelte sammenhænge bruges entydigt. I begyndelsen er det flertydigt, idet læreren hos eleverne fisker efter alle de mulige betydninger af ordet 'fylde', de kan komme i tanker om. Senere prøver læreren at få eleverne til at konstruere *den* betydning af 'fylde', han vil have frem. "Hvad vil det nemlig sige at fylde?" (s.16), spørger han ledende, som om der kun var een betydning af 'fylde'. Derpå gætter en elev ud fra lærerens tidligere vink, der blandt andet gav associationer til rumfang, at: "Den kan fylde et rum." (s.16). Dette er et rigtigt gæt ud fra lærerens tidligere vink, men eleven "står til syneladende helt af, da læreren spørger, om en avis kan fylde på andre måder. Det har han jo ret beset lige foreslået og fået afvist." (s.16). Problemet med 'fyldes' flertydighed ses, når læreren foretrækker een bestemt betydning af 'fylde' i den "gættekontekst", han har opbygget med eleverne, hvor alle betydninger for eleverne før var ligeværdige. Læreren vil have eleverne ind i skolematematikens kontekst, hvor 'fylde' hovedsageligt er eentydigt. Elevernes problemer skyldes ikke, at fylde har en flertydig natur, men problemet er 'fyldes' eentydige natur.

Saussure taler om arbitrære tegn¹, hvor der ikke nødvendigvis er en forbindelse mellem signifier og signified. Forbindelsen er bestemt

1 Et tegn består af et symbol/ et ydre billede ("a signifier") og en mening/ betydning ("a signified"). Fremover bøjes 'signifier' og 'signified' som på dansk (fra Barthes (1990)).

af konventioner, regler og enighed blandt brugerne. Betragtes 'fylde' som et arbitrært tegn, kan 'fylde' og 'fylde' ses som to forskellige tegn – to forskellige ord – hvor signifierne er ens, men signifierne forskellige. Læreren kender begge tegn. Både 'fylde', når det er fler-tydigt, og når det er entydigt. Eleverne kender kun det flertydige tegn. 'Fylde' er et tegn af arbitrær karakter, idet den eneste forbindelse mellem 'fylde', som en signifier bestående af fem bogstaver, og hvad dvs. at fylde, signified, er en konvention og en social accept fra brugerne. 'Fylde' som entydigt ord eksisterer reelt ikke i klasseværelset, når kun læreren kender denne betydning. Derved er der ikke en social enighed og accept af, at de fem bogstaver 'fylde' – som udgør signifieren – kan forbindes med den entydige betydning af 'fylde'. Læreren prøver altså at operere med to forskellige tegn, hvoraf kun det ene reelt er til stede i kommunikationsprocessen, idet det entydige 'fylde' ikke er en del af elevernes O.

Steinbring

Undervisning i sandsynlighedsregning er her et spørgsmål om at navngive forskellige begreber, og det essentielle er notationen. Læreren beder eleverne nævne alle de mulige udfald af et terningkast, hvorefter han evaluerer deres svar som korrekt, og han præsenterer dem for et nyt ord, som skal dække betydningen af deres ord: "Right! And this set, we are going to call this the fundamental set." (linie 8). Der er her tale om, at to forskellige formuleringer betyder præcis det samme, deres betydninger fremstilles i alt fald som lige-stillede, idet læreren kun fremstiller det, der sker som en navngivning ("going to call this"). Reelt set er det en *abstrahering*. Læreren beder derpå eleverne skrive alle delmængder af grundmængden ned, hvorefter han navngiver disse som "udfald". På baggrund af lærerens store fokusering på, hvad ting kaldes og på, at det skrives på en helt bestemt – entydig – måde, er det naturligt, at eleverne i linie 47 direkte siger, at det vigtigste er notationen, det "rette" ordforråd og den "rette" brug af dette. Hvis eleverne ikke forstår at skride fra det ene ordvalg til det andet – og ikke selv indehaver det ordvalg, som læreren præsenterer dem for, vil dialogen bryde sammen, hvilket den også gør her.

Opsamling

Forskel mellem formuleringer eller uklarhed om to formuleringer betyder det samme, eller den ene er mere rigtig end den anden, vil forstyrre dialogen. Derved vil dialogen ikke føre til, at når en part udtaler noget, vil modparten direkte kunne forstå det.

1.4 *Metafysikkens betydning*

Deltagernes *metafysik*, menneskesyn og opfattelser, af hvad der er rigtigt, funktionelt, autoritet eller ikke er det, samt hinandens forventninger til hinanden, har betydning for dialogen. Uenighed om dette, eller forskel i dette, kan give forskellig vurdering af, hvad der er sket i en undervisningstime, og det har at gøre med den indstilling, man går ind til undervisningen med. Det afspejles i, hvad der siges mellem linierne. Hvis to taler sammen, og begge er enige i, at den enes ord har større vægt end den andens, vil det påvirke deres sprogspil i forhold til, hvis begges ord var ligeværdige, eller hvis der var uenighed om, hvis ord havde størst vægt. Der må blandt deltagerne være enighed og klarhed omkring disse ting. Det usagte må kunne omgås, som var det blevet ud-sagt. Fremover vil "M" hentyde til en persons metafysik, menneskesyn, "filosofi", ideologi, hvad han har "fidus", den ubevidste måde at "se" og fortolke, og det han tror står mellem linierne og det usagte bag en interaktion. Person 1's metafysik kaldes M1.

M adskiller sig fra R, idet selvom man tænker og erkender gennem et sprog, hvilket har med R at gøre, er en persons metafysik ikke nødvendigvis en størrelse, der afhænger af et sprog. En metafysik er en erkendelse, der kan være foregået, eventuelt ubevidst, udenom et sprog. Desuden bliver det, der siges mellem linierne i en dialog, ofte ubevidst erkendt udenom et sprog, fx. gennem mimik og ostensive definitioner. En anden forskel er måden, hvorpå de ændres. En R kan (be)gribes og sættes til debat, hvilket en M ikke kan. En M kan være ubegribelig som begreb, men *viser sig* og kan fremvises. Den er foranderlig, men har et irrationelt islæt over sig, der gør, at M – modsat R – oftest ikke ændres gennem den bevidste rationelle tænkning gennem et sprog. To personer kan have samme R, uden at have samme M, og omvendt. Fx. kan to matematiklærere have samme kendskab til forskellige undervisningsteorier, men pga. forskel i menneskesyn vil de ikke vælge at praktisere den samme teori. Omvendt kan to lærere have samme syn på det at lære, men den ene har en viden om dette ud fra en teori, han har læst, og den anden har på baggrund af erfaringer deduceret sig frem til, hvad læring er. Et sprogspil er underlagt en metafysik, der indebærer kriterier og standarder for bedømmelse for "hvad man kan", "hvad man bør" i de sammenhænge, de udspiller sig i.

Alrø & Skovsmose

I begyndelsen er alle gået på 'fyldes' betydning lige gode, men på et tidspunkt skifter læreren taktik og fisker efter een betydning af 'fylde'. Dette skift kommenterer læreren ikke. Har læreren en bestemt vej, han føler er den "rigtige", og denne er skjult for eleverne, vil det blokere for, at læreren og eleverne kan opbygge et sprogspil, hvor igennem de kan kommunikere. De vil ikke nå frem til en fælles forståelse af det, de taler om. Samtalen er kun tilsyneladende åben, for i virkeligheden lytter læreren ikke til elevernes forslag. Dette kan i gentagne tilfælde resultere i en metafysik hos eleverne om, at "Læreren har altid ret, og uanset hvad vi mener, er det læreren der sætter dagsordenen og bestemmer, hvad der er rigtigt og forkert, væsentligt og uvæsentligt. ... I matematik er der altid et og kun et rigtigt svar. Elevernes "matematikfilosofi" kan således være en afspejling af lærerens kommunikationsform." (s.18-19). Eleverne sidder tilbage med en "filosofi" – Me– om, at læreren er en autoritet, der skal følges i blinde, og de vil derfor udvikle et sprogspil, som for dem er underlagt et slags autoritetskriterium. Kun elevernes "fidus" til læreren får dem til ikke at stå helt af. Læreren her er derimod sandsynligvis af den tro – M1 – at eleverne selv skal konstruere de matematiske begreber, hvorfor han søger at opbygge et sprogspil, der er underlagt et slags "konstruktivisme kriterium". Når Me er forskellig fra M1, og der er uklarhed omkring dette, vil det lede til, at i det sprogspil der opbygges, vil parterne gå skævt af hinanden, og der vil ikke ske en direkte informationsoverførsel.

1.5 Den ydre rammes betydning

De *ydre* omgivelser og de samtalendes forhold til disse er bestemmende for et sprogspil. Fx. vil en lærer ofte ikke flytte sin undervisning ned i skolegården i godt vejr, idet denne ydre ramme indbyder til hygge, hvilket divergerer med, hvad en matematikundervisning skal udstråle. Føler nogle sig mere "hjemme" i een ramme end i andre, vil dette også påvirke det fælles sprogspil. Det er ikke altid de ydre rammer, der direkte påvirker individerne, som fx. at varmt vejr får een til at blive sløv og træt. Ofte er det individets forhold til den ydre ramme, eller det der er social accepteret som værende det, der "hører sig til" under en bestemt ydre ramme, der påvirker individerne. Et tilfælde, hvor Y ikke er det samme for individerne i en matematikundervisningssituation, er når en lærer og en elev kommunikerer per telefon. Fremover vil variabelen "Y" hentyde til de ydre fysiske rammer for en dialog. For person 1 kaldes rammen Y1.

Man kan forstå den ydre fysiske ramme på to planer. For det første er der den "helt ydre", som er selve skolen, klasseværelset, de andre elever, vejret, tidspunkt på dagen/ ugen osv. For det andet er læreren og eleverne ofte bundet til en skolebogs fremstilling, hvilket lægger bånd på, hvordan fx. læreren evaluerer elevernes spørgsmål og svar. Med hensyn til at finde undervisningseksempler på den første form for ydre ramme, som jeg her vil koncentrere mig om, er det nødvendigt at gå til andre undersøgelser end dem, der undersøger, hvordan en interaktion i et klasseværelse foregår.

Carraher et al. (1985) undersøgte brasilianske børns uformelle matematik i forhold til deres formelle. Børnene blev først udsat for "uformelle tests", i deres normale arbejdsomgivelser, som var på gadehjørner og derefter for "formelle tests" i en kontekst "similar to the school setting." (p.24). Et vigtigt resultat blev, at når børnene var i vante ydre omgivelser, løste de opgaverne ved egne metoder, men når de blev præsenteret for samme type opgave i en ydre ramme, der lignede en almindelig skolematematik-undervisningsramme, skiftede de løsningsstrategi. Ved indtrædelse i et Y, der ligner en almindelig skolematematik- undervisningsramme, vil "the children try to follow, without succes, school-prescribed routines." (p.27). Når et individ træder ind i en anden ydre ramme, sker der et "skift" i individet og det begynder at opføre sig anderledes end i den tidligere ydre ramme. Individet ser det at skifte ramme som noget, der indebærer andre regler for opførsel. Dette gør, at børnene her ikke længere vælger deres daglige løsningsstrategier, selv overfor opgaver, de ved markedsboden ville løse helt anderledes. At de også normalt løser dem mere korrekt er her uinteressant; det interessante er det "skift", der sker i børnene for, hvilken handlen de tror, de skal i gang med. Også Christiansen er inde på noget sådant, når hun skriver, at "the setting constricts the reading of the context, the relation between context and mathematics, and the mathematical activity." (1994, Chapter 5, p.7).

De regler, der gælder i de rammer, en interaktion finder sted i, spiller en rolle for, hvilken måde et individ handler på. Er der forskel eller uklarhed omkring hvilke regler parterne tillægger Y, kan dette lede til konflikt i den pågældende ramme.

2 FROMY-modellen

Jeg vil tale om F, R, O, M og Y, som *hovedpunkterne*, når der tales om sprogspil og om at lære matematik i form af at lære at handle i et matematikspil, deres indbyrdes forhold, samt begrunde deres

betydning for, hvilket sprogspil, der fremkommer. Disse hovedpunkter bestemmer matematikprogspilenes generelle egenskaber og benævnes fra nu af "FROMY-variable", hvilket understreger, at de ikke er statiske men udvikles og flyttes gennem et tidsrum. FROMY-variablene kan både betragtes i forhold til individet og i forhold til sprogspil.

Et individ *favner* FROMY-variable. Y er her speciel, idet den så at sige *favner* individet. Jeg vil dog omtale alle FROMY-variablene i forhold til individet som det, at individet *favner* disse. Et sprogspil *spænder over* alle de FROMY-variable, som sprogspillet deltager favner over. Når to FROMY-variable har sammenfaldende indhold, kaldes de *ens*. En forskel i FROMY-variable mellem to sprogspil medfører, at sprogspilene er forskellige. Sprogspil kan ikke defineres, men FROMY-variablene er de steder, der er vigtige, når der tales om sprogspil. De er derfor også vigtige, når der tales om læring som en sprogspiloverskridende proces. Sprogspil kan betragtes fra to synsvinkler. Den ene er en overordnet ydre betragtning, hvor man vurderer forskelle og ensartetheder mellem en mængde sprogspil. Den anden synsvinkel er, hvordan det indefra opfattes at handle i – og udvikle et sprogspil, og hvad der skal være gældende, hvis et sprogspil skal udvikles. Jeg udelader en diskussion om førstnævnte, idet den har at gøre med en vurdering af sprogspilene *efter*, at der er sket en sprogspiloverskridende proces. Jeg vil i stedet diskutere, *hvordan* en sådan proces foregår, hvorfor det er mere interessant at overveje FROMY-variablene i forhold til, hvornår det er muligt at udvikle et sprogspil fx. i retning af et bestemt matematikprogspil.

FROMY-variablenes betydning set fra indersiden

For at matematisk viden kan forhandles skal FROMY-variablene hverken være helt *ens* eller helt *forskellige* for alle interagerende parter. Det er derimod nødvendigt, at de er *kendt og klargjort*. To personer kan opbygge et fælles sprogspil, hvori kommunikationen lykkes og matematisk viden forhandles, når der er klarhed over modpartens FROMY-variable. En form for enshed mellem FROMY-variablene er dog nødvendig – specielt O – ellers kan man jo kun smile til hinanden.

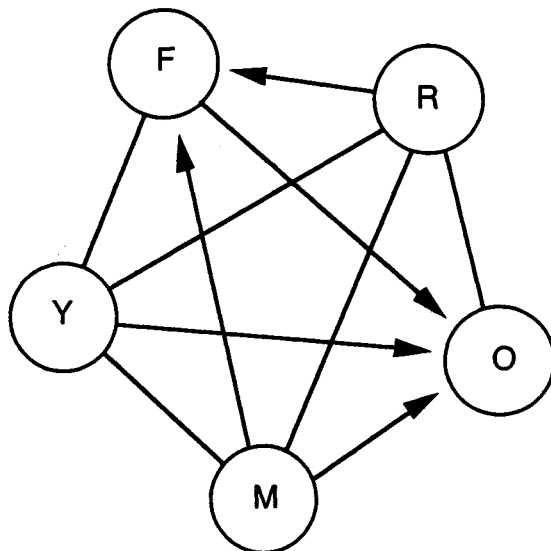
Et sprogspil udvikles efterhånden som de interagerende parter FROMY-variable udvikles og forandres. Forandringen sker når nogle af individerne fx. får større viden indenfor et område, hvorved R ændres. Et sådant sprogspil, hvor matematikviden kan forhandles og FROMY-variablene derved kan ændres, vil jeg kalde *et direkte*

sprogspil. Ensartede sprogspil er derfor direkte sprogspil. Det modsatte vil jeg kalde *et skævt sprogspil*. Er der ikke klarhed, omkring FROMY-variablene kan parterne også opbygge et sprogspil, men dette vil være et skævt sprogspil, hvor parterne vil løbe ind i hyppige misforståelser, og den kommunikation, der *kan* finde sted vil have et begrænset omfang. De kan f.eks. kun tale om vejret. Hvilken indflydelse graden af klarhed omkring den enkelte FROMY-variabel har på opbygning af et direkte sprogspil, vil jeg ikke gå ind i. Jeg vil slå fast, at *er* der klarhed over alle de FROMY-variable individerne favner, vil man opnå det bredest mulige direkte sprogspil. I et direkte sprogspil vil individerne kunne udvikle sig i retning mod at kunne jonglere med den formelle matematiske viden. Efter et stykke tid vil man inde fra kunne sige, at *sprogspillet har ændret sig*. Ud fra en ydre betragtning vil man om samme tilfælde sige, at *individerne har foretaget en sprogspilsoverskridelse*. Her vil det se ud, som om det først-observerede sprogspil er anderledes end det sidst-observerede, hvorved det ude fra ser ud til, at deltagerne har bevæget sig *fra* et sprogspil *til* et andet. Fra deltagerens side er der tale om, at det sprogspil, de begyndte at forhandle i, er ændret.

2.1 Forholdet mellem de fem variable

FROMY-modellen er en model for et *netværk* af *hoved*påvirkninger, hvor ingen af variablene er uundværelig, men forskellige af natur. O er speciel, idet den er meget påvirkelig under en læreproces, idet O påvirkes af alle andre variable. F påvirker O, idet et individs F med en samtale til en vis grad påvirker dennes ordvalg. En persons R har betydning for personens O, hvilket ses når en lærers akademiske viden får ham til at præsentere eleverne for specielle fagudtryk. M påvirker O, hvilket ses når en lærer har en matematikfilosofi, der hedder, at matematik er et spørgsmål om korrekt notation. Her vil lærerens ordvalg røbe hans matematikfilosofi. Endvidere påvirker Y O, idet O i en matematikundervisning for alle deltagere er præget af korte sætninger og "spørgsmål – svar" dialog. Mht. de andre variable påvirker disse som oftest hinanden begge veje. O påvirker kun R, idet vi erkender gennem et sprog. Et sprog erkender ikke for os, men er et redskab for erkendelse. M påvirkes ikke altid af O, netop fordi ikke al erkendelse sker gennem sproget. En M er ofte en erkendelse, der ligger udenfor et sprog. Et individs O påvirker ikke F. Et individ kan ændre sit F gennem en rationel tænkeproces gennem et sprog, men dertil er O kun et værktøj for R. Det er gennem R og de erfaringer og den viden, der ligger deri, at et individ, efter en tankepro-

ces, afgør sit F. Samme argument kan bruges for Y. Nedenstående figur angiver relationerne mellem variablene. En streg betyder påvirkning begge veje.



Figur 1. Relationer mellem FROMY-variablene.

Læring

Læring er fra en ydre betragtning at bevæge sig fra “(FROMY)1” til “(FROMY)2”, hvortil det er nødvendigt, at elever og lærer sammen deltager i et direkte sprogspil. Tallene 1 og 2 illustrerer, at der er tale om en udvikling fra et matematikspil til et andet. Læringsvanskeligheder kommer af deltagelse i et skævt sprogspil. Læring er en sprogspiloverskridende proces, der involverer *alle* FROMY-variablene. At fokusere på en af variablene vil ikke vise det fulde billede. Læring er en individuel forandring, der sker i og med, at eleven er blevet udviklet i FROMY-variablene. Derfor giver individet her dels andre bidrag til de sprogspil individet deltager i, og dels er det anderledes modtagelig overfor det, der forhandles i de sprogspil, det deltager i – eller forsøger at deltage fuldt i. Processen er en forhandling mellem lærer og elev, hvor et sprogspil bygges op i forhold til, hvordan individerne “spiller” med det indhold, de hver især har i deres FROMY-variable. Men efter at læringen har fundet sted, vil det ude fra se ud som om, eleverne har *skredet over* og blevet inkultiveret i et andet sprogspil med andre FROMY-variable.

3 En sprogspiloverskridelse for O

I dette afsnit udvælges en FROMY-variabel, og sprogspiloverskridelsen beskrives for denne. Jeg vælger O, idet den er mest følsom og derfor en meget afhængig variabel, og således kan karakteriseres som læreprocessens kerne. Jeg vil beskrive, hvilken proces 'fylde' skal gennemgå for eleverne, for at de også har 'fylde' som entydigt begreb. Problemet med elevernes læring af arealbegrebet hos Alrø og Skovsmose er, at læreren binder dette til ordet 'fylde'. Det er ikke forskellige betydninger af ordet 'fylde', der skal læres, men 'fylde' er repræsentant for areal i et forsøg på at skabe et støttesprog. De to 'fylder' knytter sig til forskellige sprogspil. Jeg betragtes den sprogspiloverskridende proces for O som en proces, der i væsentligste grad består af:

- a Regelbrud/ Kriterieskift,**
- b Oversættelse/ Overførsel,**
- c Generalisering/ Abstrahering samt**
- d Eksemplificering/ Præcisering.**

Disse fire vil jeg kalde *overgangshandlinger*, og opfatte som læring set fra fire forskellige synsvinkler. I det følgende vil jeg for 'fylde' redegøre for de fire overgangshandlinger.

a Regelbrud og Kriterieskift: Foretager et individ en sprogspiloverskridelse, vil der være blevet "ændret" i O's indhold, og nye regler vil være blevet tilknyttet O. Derved vil mængden af regler hørende til elevernes sprogspil have ændret sig. Mht. hvilke regler, der forandres og brydes fra konteksten omkring det flertydige 'fylde' til konteksten omkring det entydige 'fylde', er der tale om socialt accepterede regler. En sprogspiloverskridende proces for regelbrud har derfor at gøre med en accept af noget nyt. Elevernes normale kriterium mht. ords betydning er, at ord er flertydige. Et gæt i en undervisningssituation opfindes ud fra elevernes virkelighedsforståelse, som er præget af, at ord er flertydige. Hvis læreren i et direkte sprogspil eventuelt fortalte eleverne noget om flertydige og entydige ord, ville elevernes kriterier, for hvad ord kan være, udvides.

b Oversættelse og overførsel: En del af det at lære er at udvikle ens O, dvs. at lære ord og tegn. 'Fylde' skal oversættes til 'fylde'. Der kan tales om nedenstående to former for oversættelse af 'fylde'. Oversættelsen sker fra venstre mod højre.

	Flertydig (elev):	Entydig (lærer):
Indholdsoversættelse:	signifier1/ signified1	signifier1/ signified2
Illustrationsoversættelse:	“signifier2”/ signified2	

I indholdsoversættelsen eksisterer bogstavkombinationen 'fylde' (signifier1) før oversættelsen i forvejen for eleverne, men meningen af 'fylde', er forskellig fra den betydning læreren repræsenterer (signified2). Den ene måde at betragte overførselsfasen for eleverne på er derfor, at en ny betydning føres over i en "gammelkendt" bogstavkombination. I illustrationsoversættelsen kender eleverne en mening (signified2) eller betydning af et eller andet – f.eks. at noget kan være entydigt, men de har endnu ikke "sat ord på dette". De har ikke valgt en passende bogstavkombination til det, de godt ved (derfor "gåseøjne"), eller også har de en anden bogstavkombination til det (derfor 'signifier2').

c Eksemplificering og Præcisering: Præcisering har at gøre med en overgang fra et dagligsprog til et formelt matematik sprog. Et formelt sprog er et utvetydigt sprog, hvorfor 'fylde' i entydig betydning kan siges at tilhøre et sådant sprog. Omvendt tilhører 'fylde' i flertydig betydning et dagligsprog. Overgangen fra 'fylde' i flertydig betydning til 'fylde' i entydig betydning, kan altså betragtes som en formalisering, i form af en præcisering.

d Generalisering og Abstrahering: Den sprogpilsoverskridende proces for 'fylde' også indeholde en abstrahering, som er en omvendt proces i forhold til ovenstående. Det er en abstraktion, når ordet 'fylde' fjerner sig fra sin dagligdags brug og generaliseres. Dets konkrethed forsvinder for eleverne, og 'fylde' fremstår som et abstrakt begreb. Overgangen fra 'fylde' i flertydig betydning til 'fylde' i entydig betydning, kan altså betragtes som en formalisering, i form af en abstrahering.

4 Afrunding

FROMY-modellen angiver hovedpunkterne i et netværk, hvor der også kunne peges på andre variable, der har betydning for en læringsproces. FROMY-modellen sætter ord på kompleksiteten omkring en læringsproces. En læringsproces er en sprogpilsoverskridende proces på fem områder, og for virkeligt at kunne beskrive denne proces,

må man se denne kompleksitet, og ikke kun en af dem, som etnomatematikken gør med R.

FROMY-modellen kan bruges til at kritisere, hvilke tiltag og undersøgelser andre foretager. Alrø & Skovsmose (1993) undersøger, hvad der sker med læreprocessen, når formålet – F – er skjult for eleverne. Christiansen (1994) fokuserer på, at “the setting” – Y – har betydning for hvordan eleverne læser fx. deres matematikopgaver. Etnomatematikken tager stort hensyn til forskellige folkeslags baggrund – R – når de taler om, at forskellige kulturer har udviklet forskellige matematikker, samt at dette har betydning for læringen. Læreren hos Steinbring i Afsnit 1.3 har forstået, at matematik bl.a er et sprog – O. Denne fokusering resulterede i, at eleverne intet forstod men sad tilbage med en matematikfilosofi om, at matematik kun drejede sig om notation. Sådan er det ikke. Matematik er blandt andet et sprog. Et sprog er i sig selv dødt. Kun når det tales, kan det siges at eksistere². Derfor må der fokuseres på matematik som et sprogspil, hvorigennem der også ligger en anerkendelse af, at matematik skal ses i sammenhæng med blandt andet de ting som variablene F, R, O, M og Y omhandler.

Om den sprogspilsoverskridende proces for O, kan man for “Regelbrud/ Kriterieskift” sige, at en betragtning blot på O ikke fortæller hele historien. En dybere forståelse af “Regelbrud/ Kriterieskift” fås først ved at se på “Regelbrud/ Kriterieskift” for de fire andre FROMY-variable. Sprogspilsoverskridende processer for de andre variable ligner dog ikke nødvendigvis ellers den sprogspilsoverskridende proces for O.

Tesen, der udvikles gennem artiklen, kan nu endelig formuleres færdig – nu som en *anskuelse*:

Læring af den akademiske matematik er en sprogspilsoverskridende proces, hvori individet er virksomt og sammen med en lærer forhandler i et direkte sprogspil, hvorved eleven udvikler sine FROMY-variable. Derved er eleven i stand til at deltage i det akademisk matematikspil.

Litteratur

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (1993). Det var ikke meningen! – om kommunikation i matematikundervisningen. *Nordisk Matematikk Didaktikk*, 1(2), 6-29.
Barthes, R. (1990). *Elements of Semiology*. New York: Hill and Wang.

² Mht forskere der har koncentreret sig om M, vil jeg her kort henvise til Malmivuori (1994).

- Carraher, T. N., & Carraher, D. W., & Schlieman, A. D. (1985). Mathematics in the Streets and in Schools. *British Journal of Developmental Psychology*, 3, 21-29.
- Christiansen, I. M. (1994). *Classroom Interactions in Applied Mathematics Courses: Case Studies in the Danish Highschool*. Aalborg: Aalborg Universitet. [Afdeling for matematik og datalogi, PhD-afhandling.]
- Dahl, B. (1995). *Sprogspiloverskridende variable i en sprogspiloverskridende proces i matematikundervisningen*. Aalborg: Aalborg Universitet. IR-95-2006.
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- Lemke, J. L. (1990). *Talking Science – Language, learning and values*. New York: Ablex Publishing Corporation.
- Malmivuori, M. (1994). *About Pupils' Mathematical Beliefs System*. Rapport nr. 8, Pædagogiske fakulteten vid Aabo Akademi: Matematik i Norden. Redigeret af O Bjorkqvist & L Finne.
- Mellin-Olsen. (1987). *The Politics of Mathematics Education*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Steinbring, H. (1991). Mathematics in Teaching Processes. The disparity between teacher and student knowledge. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(1), 65-108.
- Wittgenstein, L. (1991). *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Frankfurt am Main: Suhrkamp Taschenbuch Verlag.
- Wittgenstein, L. (1994). *Filosofiske Undersøgelser*. København: Munksgaard.

Learning as language-game transitions

Mathematics is among other things a language, but I use the concept “language-game” to cover the fact that a language is a part of a form of life and a social process. Learning takes place as a negotiation in a dialogue, where important variables for the learning process are the Setting, Intension, Metaphysics, Underlying language and range of Reference (SIMUR-variables). Learning of mathematics is then to be able to move to this language-game, spanned by one set of SIMUR-variables, from one's natural language-game, spanned by another set of SIMUR-variables. That is to say that the individuals have developed their SIMUR-variables so that they can participate in both language-games.

Author

Bettina Dahl is a teacher at Nordjysk Handelskollegium, Aalborg, Denmark. She has a master degree in mathematics focused on theory of science and didactics. The article is based on her thesis. (Dahl, 1995).

Address

Stolpedalsvej 61, værelse 17, 9000 Aalborg, Danmark
