

# Matematiken i den finska grundskolan.

## Attityder och kunskaper

Pekka Kupari

*En omfattande utvärdering av den finska grundskolan, den s k "Evaluering 90", företogs år 1990 och 1991. I matematik undersöktes grundskoleelevernas kunskaper i och attityder till matematik i årskurserna 4, 6 och 9. Ett jämförelsematerial från en motsvarande studie 1979 användes för undersökning av i vilken mån kunskaperna och attityderna hade förändrats fram till den senare utvärderingen. På lågstadiet (åk 1-6 i Finland) var elevernas matematikattityder mycket positiva. Matematik var ett av de mest omtyckta ämnena i skolan. Emellertid sjönk ämnets popularitet upp genom årskurserna och matematiken upplevdes också som ett allt svårare ämne. Både på låg- och högstadiet tyckte eleverna att matematiken och studierna i ämnet var viktiga med tanke på de framtida möjligheterna till framgång i arbetslivet. Med avseende på kunskaperna visade undersökningsresultaten att nivån i matematik delvis hade förbättrats, delvis var oförändrad i jämförelse med situationen 1979. Totalt sett var nivån i årskurs 4 betydligt högre 1990, men i de övriga årskurserna var nivån densamma som tidigare. Den fruktade nivåsänkningen på de mål- och innehållsområden inom högstadiet som var gemensamma för de båda utvärderingarna hade inte inträffat, trots att nivågrupperingssystemet hade slopats och timantalet i matematik hade minskats med en veckotimme före den andra utvärderingen. Mycket positivt var det också att eleverna i årskurs 9 förbättrade sina prestationer just på det område som man satsat på under 80-talet, nämligen på området för tillämpning och praktiskt nyttiggörande av matematiken.*

### **Evaluering 90 i grundskolan och motiven för utvärderingen i matematik**

År 1989 startade Pedagogiska forskningsinstitutet i samarbete med utbildningsstyrelsen ett forskningsprojekt kallat Evaluering 90 i grundskolan för utvärdering av grundskolans verksamhet och resultat i Finland. Avsikten med projektet var att mäta inlärningsresultaten i skolan, flexibiliteten i skolans arbete och undervisning, lärarnas och elevernas studieerfarenheter och attityder samt elevernas självuppfattning.

Utvärderingen begränsades till några få årskurser och till ett antal centrala ämnen eller färdigheter: läskunnighet, matematik, naturvetenskap, det andra inhemska språket (svenska i finska skolor, finska i

---

*Pekka Kupari är forskare i matematikens didaktik vid Pedagogiska forskningsinstitutet, Jyväskylä universitet, Finland.*

svenska skolor) och engelska. Många viktiga ämnen och målområden kom alltså inte med i utvärderingen, inte för att intresse saknades, utan för att ekonomiska resurserna denna gång inte räckte till.

Utvärderingen i matematik var en lägesbestämning av grundskolans matematikundervisning i Finland 1990. Lägesbestämningen uppfattades som viktig av många olika skäl. En dominerande orsak var, att undervisningen i matematik hade fått en ny inriktning på nationell nivå i början av 1980-talet, vilket troddes utvidga och förbättra en av medborgarfärdigheterna – räkneförmågan. Tack vare en liknande undersökning tidigare, den så kallade Lägeskartläggning 1 i grundskolan 1979 (se Kupari, 1983), var det nu möjligt att undersöka olika effekter av 80-talets förnyelseprocess.

Särskilt intressant var situationen för dem som hade varit engagerade i arbetet på att utveckla läroplanerna och för forskarna. Den nya lärokurserna i matematik i grundskolan utarbetades i början av 80-talet och fastställdes 1985. Förnyelsen tog sikte på att flytta tyngdpunkten i undervisningen från en drillbetonad färdighetsträning till problemlösning samt tillämpning och nyttiggörande av matematiken. Forskningen väntades lämna besked om hur funktionsduglig denna inriktning var och vilka eventuella effekter den haft.

80-talets förnyelse betydde stora förändringar också för lärarna i matematik. Från 1985, då alternativkurserna avskaffades, försiggick undervisningen i matematik i heterogena elevgrupper, som dock var mindre än i det gamla nivåbaserade systemet. Trots fortbildningen på området vållade det nivålösa systemet lärarna nya problem och utmaningar. Därför förväntades också lärarna visa intresse för de förändringar som inträffat på olika håll och för elevernas resultat under de nya omständigheterna.

Också utbildningspolitikerna antogs vilja veta effekterna på skolprestationerna och studiemotivationen av att det så kallade nivågruppssystemet hade slopats. Större frågor, exempelvis om jämlikhet inom utbildningen, troddes också intressera de skolpolitiska beslutsfattarna.

## Utvärderingsobjekt och problem

Undersökningarna i matematik skulle alltså lägesbestämma läroplanerna, undervisningen och inläringen i grundskolan 1990 genom jämförelse med undersökningsdata från 1979. Svar söktes på frågor av bland annat följande slag: Hur förhåller sig eleverna i olika årskurser till skolmatematiken? Vilka processer föredrar de när de löser uppgifter i matematik? Vilka prestationer visar de upp på olika områden? Vilka uppfattningar och erfarenheter har lärarna om matematiken som objekt

för undervisning och inläring? - Undersökningen är omfattande och mångdimensionell. Därför redovisas resultaten på många olika sätt och i skilda sammanhang.

Denna artikel tar upp grundskolelevernas attityder till matematik och de kognitiva inlärningsresultaten med särskilt avseende på inträffade förändringar. Utvecklingen under de drygt 10 år som förflutit mellan de båda ovannämnda lägeskartläggningarna bestäms. Följande frågor belyses mer ingående i denna artikel:

1. Vilken inställning har eleverna i grundskolan till matematik?
2. Vilka kunskaper och färdigheter har eleverna i matematik?

## **Utgångspunkter för utvärderingen**

### **Några teoretiska aspekter**

Den använda forskningsansatsen kan beskrivas som en beslutsfattarorienterad ansats, där utvärderingen riktar sig mot bakgrunds-, resurs-, process- och resultatfaktorer (Stufflebeam, 1974). Avsikten med denna ansats är att effektivisera nyttan av utvärderingsresultaten. Själva utvärderingen går vanligen ut på att bedöma hur framgångsrik en verksamhet är. Metodiskt bygger ansatsen på den metodologi som används inom survey-undersökningar. Utvärderaren granskar den naturliga variansen på det undersökta området i stället för att nyttja den begränsade variansen som en experimentell design ger (Kangasniemi, 1989). För matematikens del gällde de inledande analyserna och den första rapporteringen frågor som var av allmänt intresse, det vill säga undervisningens resultat och sambanden mellan resultaten och några bakgrundsvariabler. Totalt sett omfattade det insamlade materialet i matematik långt fler variabler på de ovannämnda områdena än vad rapporterna hittills redogjort för. Det material som ännu inte har utnyttjats avrapporteras i separata redogörelser senare.

Det matematiska kunnandet kan beskrivas både som attityder och som kognitiva resultat. Attityderna brukar vanligen sorteras in under ett affektivt och ett kognitivt område. Det affektiva området är ett uttryck för hur mycket eleverna till exempel gillar matematik som läroämne. Det kognitiva området samlar uppfattningar om hur svårt, nyttigt och viktigt ämnet är. Det allmännaste sättet att mäta elevattityder enkelt och ekonomiskt har varit att använda attitydenkäter, i vanliga fall med utnyttjande av en Likertskala.

De kognitiva prestationerna i matematik har ofta beskrivits genom kombinationer av innehåll och kognitiv nivå. De kognitiva nivåerna har samlats till taxonomier, av vilka till exempel Blooms taxonomi för kog-

nitiva beteenden är en av de mest kända. Blooms taxonomi har visat sig fungera väl och vara till nytta i synnerhet vid beskrivning och bedömning av beteenden på de så kallade lägre nivåerna (räkneförmåga, förståelse och tillämpning). Taxonomin har använts bland annat i båda de internationella IEA-undersökningarna i matematik.

## Utvärderingar i andra länder

Skolmatematiken har sedan länge varit föremål för både internationella och nationella utvärderingar (Romberg & Wilson, 1969; Travers & Westbury, 1989; Mullis et al, 1990; Foxman et al, 1991). Bland de nationella utvärderingarna är NAEP-programmet i USA (The National Assessment of Educational Progress) samt APU-projektet i Storbritannien (Assessment of Performance Unit) de mest kända. Båda utvärderingarna har allt sedan 1970-talet omfattat också matematik. I det följande ges en kort översikt av dessa utvärderingsprojekt och av den nationella utvärderingen i matematik i Sverige.

### USA

Inom ramen för NAEP-projektet i USA har elevernas färdigheter i matematik utvärderats åren 1973, 1978, 1986 och 1988 (se t ex Dossey et al, 1988; Mullis et al, 1990). Var och en av de fem utvärderingarna har företagits med nationellt representativa stickprov bestående av 9, 13 och 17 år gamla elever. Stickproven har omfattat ca 150 000 elever per utvärdering. År 1986 undersöktes dessutom 34 000 elever i årskurserna 3, 7 och 11.

Utvärderingarna genomfördes med såväl öppna uppgifter som flervalsfrågor, vilka täckte en stor del av det undersökta området. Prestationerna utvärderades på fem nivåer: enkla aritmetiska fakta, elementära färdigheter och förståelse, grundläggande operationer och elementär problemlösning, något komplexare procedurer och bevisföring samt flerstegs problemlösning och algebra. Resultaten analyserades med hjälp av Item Response Theory (se t ex Humbleton & Swaminathan, 1985). Härigenom kunde resultaten från de olika utvärderingarna samt för de olika åldersgrupperna och subgrupperna jämföras med varandra. Elevernas bakgrund undersöktes med hänsyn till omständigheter i skolan och hemmen samt med avseende på elevernas attityder.

Enligt en sammanfattande rapport (Mullis et al, 1990) var elevernas resultat klart sämre än vad de borde ha varit. Resultaten från år 1986 och 1988 visade att endast 21 % av 9-åringarna och 73 % av 13-åringarna behärskade de fyra grundläggande räknesätten och enkel problemlösning, trots den ökade satsningen på matematikens grunder i själva undervisningen. Endast 16 % av 13-åringarna behärskade uppgifter med

decimaltal, bråk och procenträkning. Ännu färre, bara 6 % av sjuttonåringarna i gymnasiet, nådde upp till den högsta nivån, där eleverna skulle kunna lösa mer invecklade problem (multi-step problem solving) och behärska grundläggande algebra.

Utvecklingstrenden under tjugo år visar, att inlämningsresultaten inte förändrats i någon nämnvärd grad fram till 1990-talet, trots att några av de värsta bristerna under 1970-talet hade korrigerats under 1980-talet. I matematik och naturvetenskapliga ämnen var skillnaderna till pojkarnas fördel nästan oförändrade, i synnerhet i de äldsta åldersklasserna. Inte heller undervisningssätten förändrades i någon avgörande grad under de tjugo åren. Förändringar föreslogs utifrån de verkställda undersökningarna, men i praktiken hade läroböckerna, förmedlingspedagogiken och arbetsböcker med korta svar fortfarande en dominerande plats i undervisningen också i undersökningsperiodens slutskede.

### ***Storbritannien***

På uppdrag av det nationella utvärderingsverket APU verkställde National Foundation of Educational Research (NFER) en longitudinell undersökning i matematik i England, Wales och Nordirland (Foxman, 1993). Projektet startade 1977 och avslutades i slutet av 1988. Under denna period verkställdes allt som allt sex utvärderande studier.

Studierna hade en utvärderingsram med tre dimensioner: innehåll, kontext och inlämningsresultat. Innehållsdimensionen upptog fem områden: tal, mätning, geometri, algebra samt sannolikheter och statistik. De utvärderande uppgifterna lät sig inplaceras i tre kontexter, vardagslivet, andra skolämnen och matematik i sig. Resultatdimensionen omfattade tre slags inlämningsresultat, nämligen begreppsförståelse och rutiner, strategier vid problemlösning och attityder till matematik.

Under åren 1978-1982 lades den största vikten vid skriftliga test på områdena för begrepp och färdigheter och vid praktiska test. Uppgifterna i begrepps- och färdighetstesten baserade sig på matrissampling. De gav därför en bred helhetsuppfattning om elevernas kunskande på området. I de personliga praktiska testen skulle läraren eller någon annan bedömare utvärdera elevernas arbete med materialet. Medelst en attitydenkät kartlades elevernas uppfattningar om hur tilltalande, användbar och nyttig matematiken är. År 1981 utnyttjades ytterligare test för utvärdering av elevernas problemlösningstrategier. Utvärderingarna omfattade 8-10 testhäften, vart och ett innehållande fem eller sex problem. År 1987 lades tyngdpunkten i allt högre grad på problemlösning, nu i smågrupper. I denna mer öppna utvärdering observerade bedömare hur tre elever i grupp löste matematiska problem. År 1987 företogs en andra delstudie, där eleverna löste problem med hjälp av datorer.

Totalt deltog ca 150 000 11- och 15-åringar i de olika utvärderingarna. Stickproven utgjorde ca 2 % av respektive åldersgrupp i England och 6 % av populationerna i Wales och Nordirland. Samtliga elever i stickproven deltog i begrepps- och färdighetstesten. Utvärderingarna i övrigt företogs med mindre delstickprov.

Projektet gav en mängd resultat av olika slag. Ett resultat var att prestationerna i geometri och mätning och delvis i sannolikhetsberäkning och statistik förbättrats avsevärt under den tid projektet pågick. Däremot försämrades prestationerna i aritmetikuppgifterna och i algebra. Begrepps- och färdighetstesten gav nyttig information om vilken effekt som t ex frågetypen har på prestationerna. I de skriftliga testen i problemlösning klarade sig flickorna allmänt taget bättre än pojkarna, i synnerhet bland 15-åringarna. I begrepps- och färdighetstesten var resultatet det omvända: pojkarnas prestationer var bättre än flickornas.

### *Sverige*

Skolöverstyrelsen och PRIM-gruppen vid högskolan för lärarutbildning i Stockholm företog år 1989 en nationell utvärdering i grundskolan i årskurserna 2 och 5 (Ljung & Pettersson, 1990). Utvärderingen omfattade 90 skolor och ca 3 300 elever i årskurs 2 samt 87 skolor och 3 400 elever i årskurs 5.

Utvärderingen företogs både i formativt och summativt syfte och i avsikt att bl a. förbättra inlämningsbetingelserna i de aktuella årskurserna. Den kunskapssyn, elevsyn och ämnessyn som präglar ett diagnostisk synsätt syftade till att tillgodose varje enskild elev utifrån dennes unika förutsättningar. Också med hänsyn till de frågor som hade ställts om utbildningens nivå bedömdes det som angeläget att reda ut vilka kunskaper och färdigheter eleverna hade vid denna tidpunkt.

Utvärderingen begränsades inte till miniminivån utan var avsedd att ge alla elever möjlighet att visa vad de verkligen kunde. Uppgifterna konstruerades i nära samarbete med olika lärargrupper. Kravet på uppgifterna var att de skulle vara mångsidiga och representativa. Svårighetsgraden skulle också variera och vara anpassad till elevernas olika utvecklings- och färdighetsnivåer. Uppgifterna testades året innan den egentliga utvärderingen genomfördes. Elevhäftet för exempelvis årskurs 5 innehöll följande åtta delar: Problemlösning 1, Upp till hundra, Taluppfattning, Numerisk räkning och Vilket tal fattas? Problemlösning 2, Klockan, Enkät: Vad barnen tycker om matematik i årskurs 5, samt Vi löser problem tillsammans (frivillig uppgift).

Den bild resultaten förmedlade var a) att den interindividuelle resultatvariansen och skillnaderna mellan klasserna var verkligt stora, b) att eleverna i allmänhet kunde lösa uppgifterna mycket bra och c) att bara en del elever och klasser hade svårigheter.

På grund av att utvärderingen också var formativ till sin natur, tillställdes varje deltagande skola individuella klassrapporter med klassprofiler. Rapporterna upptog klassens resultat samt resultatet för alla skolor och elever. Vidare beskrevs elevernas arbetssätt och deras uppfattningar om matematikämnet (Ljung, 1990). Rapporterna gav de enskilda skolorna och klasserna möjlighet att begrunda resultatets betydelse på lokal nivå och behovet av åtgärder. De nationella resultaten har också fungerat som referenspunkter både vid kvantitativa och kvalitativa bedömningar av utfallet i olika klasser och skolor. I Sverige har en motsvarande undersökning genomförts i årskurs 9 år 1992.

### **Evaluering 90 – Studiens natur**

Evaluering 90 innebär att olika elevgruppers kunnande utvärderades på många olika områden i avsikt att tillgodose olika intressegruppers behov av information på utbildningens område. Många internationella och nationella utvärderingar har haft samma karaktär (NAEP, 1981; Foxman & Mitchell, 1983; Travers & Westbury, 1989). De kognitiva inlärningsresultaten har utvärderats med hjälp av en tvådimensionell matris, där innehållsdimensionen står för det matematiska innehållet, beteendedimensionen för de kognitiva processerna eller färdigheterna. Evaluering 90 omfattade sju innehållsområden på lågstadiet: talbegreppet, addition och subtraktion, multiplikation, division, uttryck och ekvationer, geometri och tillämpad matematik. På högstadiet var innehållsområdena sex till antalet: talbegrepp & räkneoperationer, algebraiska uttryck, funktioner, ekvationer, geometri och tillämpad matematik. Beteendedimensionen upptog tre kategorier efter Wilson (1971): räkning (computation), förståelse (comprehension) och tillämpning (application).

Utvärdering av det ovan beskrivna slaget har särskilt under de senaste åren utsatts för allt kraftigare kritik och betecknats som ”den gamla världsbilden” på matematikens område (se text Ormell, 1974; De Landsheere, 1977; Kulm, 1991; Romberg et al, 1991; Romberg, 1991; Bodin, 1993). Trots att innehållsvaliditeten i matristänkandet har uppfattats som tillfredsställande, har modellens struktur och funktionsduglighet ändå kritiserats. En uppfattning har varit att man genom att dela in matematikens innehåll i kategorier bryter ned beroendeförhållandena mellan olika aspekter av matematikämnet. Det är därvid inte möjligt att påvisa den betydelse som matematiskt kunnande på en lägre nivå har för problemlösning och slutledning. Å andra sidan tar beteendehierarkierna inte hänsyn till det senaste vetandet om matematikinlärningens konstruktiva natur (Kulm, 1991).

Med kännedom om de problem och brister som är förbundna med den utvärderingssyn som låg till grund för Evaluering 90 i grundskolan skall följande utmärkande drag i denna utvärdering särskilt understrykas:

- \* Evaluering 90 var en uppföljande studie, som skulle ge en allmän uppfattning om den utveckling på matematikinläringens och -undervisningens område som skett under 1980-talet. Därför var det nödvändigt att använda samma utvärderingsram och form.
- \* Evaluering 90 var en profilevaluering (både kognitiv och affektiv) av vissa åldersklassers och subgruppers inlärningsresultat. I det finska skolsystemet används inte standardiserade test som utvärderingsinstrument.
- \* Innehålls-beteendematrisen användes för beskrivning av läroplanens ”topografi” (se Travers & Westbury, 1989). Matrisen utgjorde i första hand en grund för konstruktionen av mätinstrument.
- \* Medelst lärarbedömningar och läroboksanalyser säkerställdes att utvärderingen avsåg endast sådant stoff som alla elever fått undervisning i (opportunity to learn).

## Datainsamlingen

Evaluering 90 i grundskolan skulle ge jämförelsemöjligheter med den föregående stora utvärderingen 1979. Därför var innehållet i huvudsak detsamma och årskurserna exakt desamma i de båda utvärderingarna. Också datainsamlingen skedde på ett mycket likartat sätt. En nyhet ingick i Evaluering 90, nämligen ett material som var avsett att åskådliggöra procedurerna i de matematiska prestationerna. De tidigare använda mätinstrumenten och mätmetoderna förbättrades också i görligaste mån.

Datainsamlingen i skolorna skedde medelst matematikprov och enkäter. Eleverna förelades ett prov i matematik, en elevenkät och ett formulär om olika procedurer som kan användas vid lösning av uppgifter i matematik. Lärarna besvarade en lärarenkät och bedömde sina elever i relation till ämnesmålen. Tabell 1 redogör för innehållet i och egenskaperna hos dessa mätinstrument i relation till mätinstrumenten från 1979.

## Attitydmätningen

Elevernas attityder till matematik som läroämne mättes på två sätt. För det första innehöll elevenkäten en avdelning för mätning av elevattityderna till ämnet i relation till andra ämnen. För det andra besvarade eleverna ett attitydformulär omfattande 30 påståenden, av vilka 21 också ingick i kartläggningen 1979.



Attitydernas affektiva del eller frågan om hur mycket eleverna gillade matematik mättes på något olika sätt på låg- respektive högstadiet. Eleverna i årskurserna 4 och 6 bedömde dels hur mycket de tyckte om de enskilda skolämnena, dels tog de ställning till ett antal åsiktsyttringar på området (t ex "Matematik är ett ämne som jag tycker väldigt mycket om"). Eleverna i årskurs 9 skulle bara ta ställning till åsiktsyttringarna.

Attitydernas kognitiva komponent mättes något annorlunda på lågstadiet än på högstadiet. Eleverna i årskurs 9 bedömde matematikämnets vikt i relation till andra ämnen. Dessutom tog de ställning till en grupp påståenden om hur svårt matematik är som läroämne (t ex "Jag tycker att matematik är ett svårt ämne") och om ämnets betydelse för individen och i samhället (t ex "Inom en nära framtid krävs goda kunskaper i matematik i de flesta yrken"). Eleverna i årskurserna 4 och 6 besvarade endast påståendepappgifterna.

Attitydenkäten innehöll ytterligare en sektion (7 påståenden) för mätning av elevernas inställning till undervisningen i matematik. Påståendena tog fasta på detaljer i lärarens undervisningspraktik av typen "Vår lärare i matematik visar oss olika sätt att lösa ett och samma problem" eller "Vår lärare i matematik berömmar elever som svarar rätt". Den "positiva" polen i denna attityddimension uppfattades som uttryck för en interaktiv, skapande och elevhandledande undervisning. Den "nega-

TABELL 1. Mätinstrument i undersökningarna 1990 och 1979.

Mätinstrument	årskurs 4		årskurs 6		årskurs 9	
	-90	-79	-90	-79	-90	-79
<b>Prov i matematik</b>						
- totalt antal uppgifter	84	150	94	180	99	180
- antal provhäften	5	8	5	9	5	9
- nya uppgifter	26	-	9	-	45	-
- gemensamma uppgifter	58	58	85	85	54	54
<b>Elevenkät</b>						
- attitydfrågor	30	28	30	28	30	28
- ämnespreferenser	13	14	13	14	17	17
- andra frågor	41	53	41	54	49	54
<b>Lärarenkät</b>						
- uppfattningar om matematik	27	-	27	-	29	-
- frågor om ämnets natur	18	11	18	11	19	12
- andra frågor	17	30	17	30	17	27
<b>Formulär för bedömning av elevernas prestationsnivå</b>	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
<b>Formulär om lösningsprocedur</b>	Nej	Nej	Ja	Nej	Ja	Nej
<b>Föräldraenkät</b>	Nej	Ja	Nej	Ja	Nej	Ja

tiva” polen kan associeras med en auktoritär, läroboksstyrd och kunskapsförmedlande undervisning.

### **Mätning av de kognitiva inlärningsresultaten**

Utvärderingen av de kognitiva prestationerna i matematik tog sin utgångspunkt i läroplanens centrala mål. Dessa mål stod för en matematik som samtliga elever förväntades tillgodogöra sig så väl som möjligt. Till stor del kunde dessa mål hållas oförändrade från 1979 till 1990. Men samtidigt gällde det att se till att de utvärderade målen och innehållen var tidsenliga och att de motsvarade undervisningen och läromedlen så exakt som möjligt. Så hade exempelvis den tillämpade matematiken klart större vikt i läroplanen 1990 än 1979.

Proven i matematik konstruerades så att de täckte läroplanens centrala mål för de olika årskurserna och mätte dem så väl som möjligt. En tongivande tanke var att elevernas provresultat i varje enskilt fall skulle ge upplysningar om de läroplansmål som nås eller inte nås och om den enskilda elevens kunnande i relation till andra elever. Andra möjliga måttstockar på kunnandet 1990 var lärares bedömning av eleverna i relation till målnivån samt den motsvarande resultatnivån 1979.

Med stöd av lärarbedömningarna kunde många uppgifter från 1979 tas med i de nya proven. Antalet varierade från 54 i årskurs 9 till 85 i årskurs 6. De många gemensamma uppgifterna gav goda möjligheter till resultatjämförelser mellan de båda utvärderingarna. Andelen tillämpningsuppgifter och lätta uppgifter i problemlösning utökades så att denna andel var 42 % av alla provuppgifter i exempelvis årskurs 9.

De valda uppgifterna fördelades på fem provhäften per årskurs. Varje häfte innehöll 25-28 uppgifter, av vilka 10 var ankaruppgifter, som var gemensamma för samtliga provversioner för en årskurs. Vid själva provtillfället fördelades provhäftena slumpvis på eleverna, så att varje elev fick bara ett provhäfte att arbeta med.

Proven var mycket tillförlitliga i mättekniskt avseende. I årskurs 4 varierade reliabiliteten (Cronbachs alfa-koefficient) mellan 0.78 och 0.83, i årskurs 6 mellan 0.80 och 0.88 och i årskurs 9 mellan 0.87 och 0.90.

### **Populationer och stickprov**

Undersökningen berörde tre elevpopulationer, nämligen årskurserna 4, 6 och 9 i den finskspråkiga grundskolan. Populationerna var desamma som 1979, med undantag av att årskurs 9 i Helsingforsområdets skolor 1979 inte ingick i grundskolesystemet och därför inte räknades in i den dåvarande populationen.

Stickprovsdragningen skedde för samtliga populationers del medelst stratifierad klustersampling i ett steg. Klassen var samplingsenhet. Stickproven drogs slumpmässigt på basen av skollistorna i 1989 års grundskolregister. Där fanns både lågstadierna och högstadieskolorna sorterade i strata. Länsindelningen (11 län) och indelningen efter kommuntyp (stad/landsbygd) gav 22 strata, ur vilka stickprovsskolorna drogs.

Endast en undervisningsgrupp per skola togs med i respektive stickprov. För varje sampelskola valdes också en reservskola i händelse av att någon skola inte ville delta i undersökningen. Tabell 2 beskriver de slutliga stickproven årskursvis. För jämförelsens skull ingår också motsvarande uppgifter för 1979 års studie.

I Evaluering 90 var det åtta skolor i årskurs 4-samplet och nio skolor i årskurs 6-samplet som inte returnerade något undersökningsmaterial eller som avsåde sig deltagande så sent att reservskolorna inte kunde engageras. De skolor som inte deltog var dels från södra Finland, dels från Uleåborgs och Lapplands län. Bortfallet av skolor reducerade antalet elever i stickproven med cirka 15 % i årskurserna 4 och 6. Det finns skäl att anta att detta bortfall var slumpmässigt och att det inte har någon systematisk effekt på resultaten. I årskurs 9 var det bara två skolor i det planerade stickprovet som sist och slutligen drog sig ur undersökningen. Samplingsdesignens - här klustersampling - effekt på resultaten kan beaktas med av till exempel "multi level" modeller i resultatanalyserna (Malin & Salmela, 1993).

Lärarna för de undervisningsgrupper som ingick i stickproven engagerades automatiskt i undersökningen. Elevsamplingen 1979 skiljde sig från det ovan beskrivna förfaringssättet på två vis. 1979 användes skolans storlek (stor/liten) som stratifieringsprincip i stället för indelningen efter län. Den andra olikheten begränsade sig till årskurs 9. 1979 var nivågrupperingssystemet ännu i kraft på grundskolans högstadium. Därför uttogs den gången en undervisningsgrupp per nivåkurs, vilket förde med sig att antalet elever i stickprovet var relativt stort. Vid båda tillfällena kan stickproven anses representativa på nationell nivå.

TABELL 2. Antal skolor, elever och lärare i utvärderingarna 1990 och 1979.

Undersökning	Årskurs	Skolor	Elever	Lärare
Evaluering 90 i grundskolan	4	58	1030	56
	6	55	1071	52
	9	67	1164	65
Lägeskartläggning 1 i grundskolan	4	95	1017	95
	6	91	1007	91
	9	39	2250	116

## Utvärderingens resultat

Genom de senaste årens läroplansrevideringar har de affektiva målen fått en allt större betydelse. Skolans undervisning och fostrande arbete väntas nu leda till att eleverna också förhåller sig positiva både till läroämnena och till inläringen i största allmänhet. Många undersökningar har också visat att det finns ett tydligt samband mellan attityderna och de kognitiva resultaten (bl a Dungan & Thurlov, 1989). Av denna anledning börjar den följande resultatredovisningen, tvärtemot vad som har varit brukligt, med resultat från attitydmätningarna.

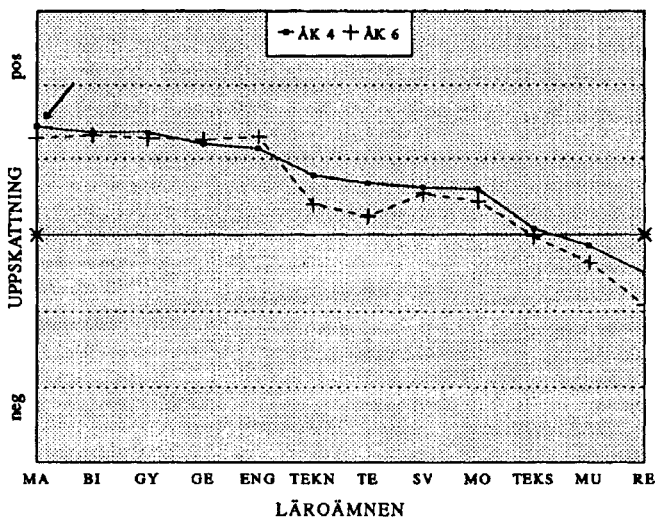
### Grundskolelevernas inställning till matematik

#### *Hur omtyckt är ämnet?*

Enligt elevernas bedömningar i årskurserna 4 och 6 finns matematiken med bland de fem mest omtyckta ämnena (Figur 1). I årskurs 4 var matematik till och med det ämne som man gillade allra mest. Andra populära ämnen var biologi, engelska, gymnastik och geografi. I jämförelse med situationen 1979 hade skolmatematikens popularitet ökat.

Attitydenkäten för lågstadiet gav likartade resultat. I årskurs 4 skrev 40 % av eleverna under på att "matematik är ett ämne som jag gillar väldigt mycket". 27 % var av motsatt åsikt. Vidare tyckte 47 % av eleverna i årskurs 4 att matematiken var intressant och 41 % att "det är roligt att räkna på klassens krittavla". Endast var tionde elev upplevde matematiken som ett otrevligt ämne.

I årskurs 6 tyckte nästan en tredjedel av eleverna mycket om matematik, men ungefär hälften hade en rakt motsatt mening. Bara en fjärdedel tyckte om att räkna på klasstavlan. Den andel som tyckte att matematik



FIGUR 1.  
Elevernas uppskattning av olika läroämnena i årskurserna 4 och 6 år 1990. (Läroämnena bedömdes med hjälp av en fyrgradig Likertskala: 1=bland de minst omtyckta, 2=jag har inte gillat, 3=jag har gillat, 4=ett av mina favoritämnen)

var otrevligt fördubblades (22 %) i jämförelse med årskurs 4. Ändå var det mer än hälften som tyckte att ämnet inte var otrevligt.

Resultaten i årskurs 9 var till många delar likartade de i årskurs 6. En tredjedel av eleverna uppgav att de gillade matematik mycket och ungefär lika många tyckte om att räkna på klasstavlan. 45 % ansåg att matematik var ett intressant ämne. Vid grundskolans slut var det något fler än i årskurs 6 som uppfattade matematiken som ett otrevligt ämne. Andelen var 25 % i årskurs 9.

### *Hur svårt?*

Resultaten tyder på att en stor del av eleverna inte hade några svårigheter i matematik, även om det blev allt fler upp genom skolåren som ansåg att ämnet var svårt (tabell 3). Situationen var mycket likartad 1979.

Eleverna i årskurs 4 tyckte alltså inte att matematik var svårt, eftersom bara 10 % av eleverna var av den åsikten. Inemot en tredjedel av eleverna hade ingen bestämd uppfattning och en klar majoritet instämde inte i påståendena. Ännu i årskurs 6 var det bara en femtedel (21 %) av eleverna som tyckte att matematik var svårt. I årskurs 9 var denna andel en tredjedel. De som inte uppfattade matematik som ett svårt ämne var nu i minoritet.

Kravnivån och undervisningens progression tycks vara de omständigheter som eleverna utgick ifrån i sin bedömning av matematikämnets svårighetsgrad. Men man kan anta att bedömningen också påverkades av elevernas egna förväntningar om hur bra de skulle komma att klara sig. 1990 ansåg drygt hälften av eleverna i respektive undersökt årskurs att de hade förutsättningar att klara sig "riktigt bra" i matematik. Men samtidigt blev det med tiden en allt större andel elever som inte trodde så gott om sig själva. I årskurs 4 var denna andel bara 13 %. I årskurs 9 hade den ökat till 35 %.

TABELL 3. Elevattityder 1990 angående matematikens svårighetsgrad.

Påstående	Instämmer fullt+instämmer (%)		
	åk 4	åk 6	åk 9
<i>Det är svårt för mig att förstå matematik.</i>	10	21	32
<i>Jag tycker att matematik är ett svårt ämne.</i>	10	21	34
<i>Kraven i matematik är för höga.</i>	12	21	29
<i>Jag tycker att vi går för snabbt fram i matematik.</i>	14	21	36

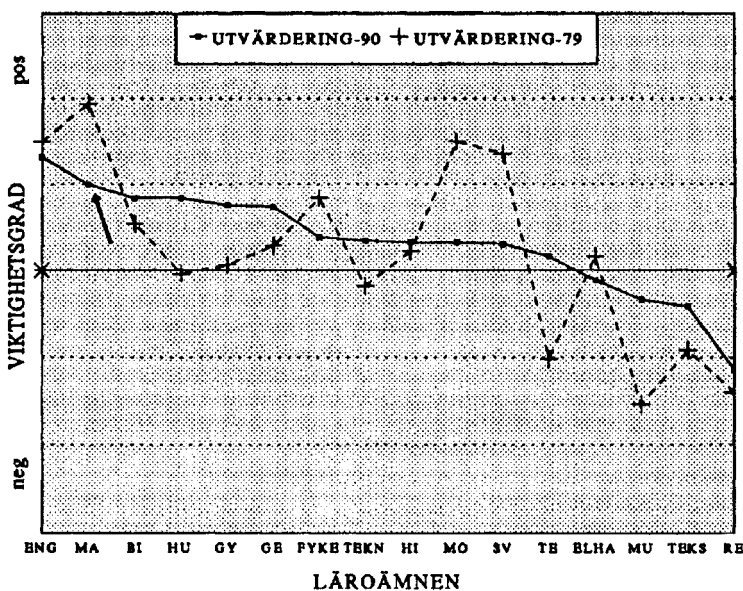
Det fanns också elever som tyckte sig vara duktiga i matematik, men deras andel var lägre än väntat med tanke på den mängd elever som trodde gott om sina egna möjligheter i matematik. Bara var fjärde elev i årskurs 4 och inemot var tredje elev i årskurserna 6 och 9 uppgav att de var "duktiga på att lösa uppgifter i matematik".

### Hur viktigt?

Eleverna ansåg att matematik var ett viktigt ämne och att det var viktigt att läsa matematik. Två tredjedelar av alla elever i årskurserna 4 och 6 och 58 % i årskurs 9 antecknade sig för åsikten att "man måste kunna matematik för att få ett bra arbete". Cirka fyra elever av fem i respektive årskurs ansåg dessutom att "kvinnor behöver lika mycket matematik som män". Vidare skrev en majoritet (55-70 %) av eleverna under på att "i en nära framtid behövs det goda kunskaper i matematik i flertalet yrken". Jämförelserna mellan de båda utvärderingarna avslöjade ändå att eleverna gav mera vikt åt matematiken år 1979 än år 1990.

Figur 2 ger uttryck åt en liknande försvagning av matematiken under de drygt 10 år som förflöt mellan de båda utvärderingarna. 1979 var matematik det klart viktigaste ämnet, såsom eleverna i årskurs 9 uppfattade det. Fram till 1990 sjönk ämnet i viktighetsgrad och låg då på andra plats i rangordning (efter engelska). Figur 2 visar att liknande fluktuationer hade inträffat också i flera andra ämnen.

Trots att matematiken upplevdes som ett viktigt ämne, så var bara en femtedel av eleverna inriktade på att i fortsättningen "välja en bana där det behövs mycket matematik". Denna andel hade likväl ökat med inemot 10 procent-enheter från 1979 till 1990.



FIGUR 2.  
Olika läroämnenes vikt enligt elevbedömningar i årskurs 9 1990 och 1979. (Läroämnen bedömdes med hjälp av en fyrgradig Likertskala: 1=bland de minst viktiga, 2= mindre viktigt, 3=ganska viktigt, 4=bland de viktigaste)

### *Elevernas inställning till undervisningen i matematik*

I allmänhet förhöll sig eleverna mycket positiva till undervisningen i matematik i samtliga årskurser. En uppsummering av elevernas åsiktsyttringar visar att det bara var spridningen som ökade från årskurs 4 över årskurs 6 till årskurs 9.

Eleverna tyckte att både klasslärarna och ämneslärarna i vanliga fall "framställde sin sak tydligt", "var villiga att ge eleverna individuell hjälp" och "berömde eleverna" för rätta svar. De högpresterande eleverna (de båda översta kvartilerna) förhöll sig positivare till undervisningen i matematik än lågpresterande elever (den understa kvartilen) eller omvänt: elever med en positiv inställning var bättre i matematik. Skillnaderna var statistiskt signifikanta.

### **Kunskaper och färdigheter i matematik våren 1990**

De kognitiva resultaten i matematik analyseras på tre sätt. Först redovisas uppgifternas lösningsfrekvenser, varvid resultaten i matematik på olika innehållsområden är av intresse. Med lösningsfrekvens menar vi här den procentuella andelen elever som löst uppgiften rätt. Det centrala i denna analys är att resultaten jämförs med prestationerna i den tidigare utvärderingen. Därför har endast de uppgifter tagits med som var gemensamma för båda undersökningarna.

För det andra beskrivs resultaten med hjälp av prestationspoäng i matematik. Elevernas prestationspoäng ( $\theta$ ) har estimerats med hjälp av Raschs modell (Wright et al, 1990), eftersom samtliga elever inte fick samma provuppgifter. Användningen av prestationspoäng möjliggör jämförelser mellan olika gruppers prestationer.

I det tredje slaget av resultatanalys utnyttjas lärares sakkunskap. Varje lärare ombads bedöma varje enskild elev i sin egen undervisningsgrupp med hänsyn till om respektive elev hade nått den gemensamma målnivån i matematik eller ej. Bedömningen skedde i relation till de mål och innehåll som var gemensamma för hela åldersklassen, dvs de basmål som alla elever väntades nå. Avsikten med denna bedömning av den gemensamma målnivån var att bestämma i vilken mån det hade varit möjligt att nå de centrala målen i matematik och hur stor del av åldersklassen som hade gått i land med det.

### *Resultat på olika innehållsområden*

Lösningsfrekvenserna visar att elevernas genomsnittliga inlärningsresultat delvis var bättre, delvis höll samma nivå 1990 som 1979. Resultaten baserar sig på en relativt stor mängd uppgifter per årskurs: 58 i årskurs 4, 85 i årskurs 6 och 54 i årskurs 9. Figur 3 ger en helhetsbild av resultaten.

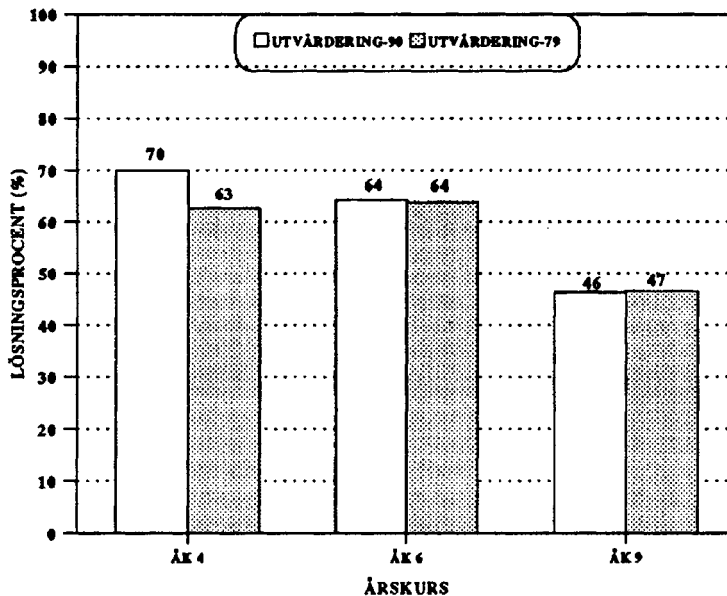
## Uppgift 1.

Först hällde man 5 dl hallonsaft och sedan 4 dl jordgubbsaft i en hink. Slutligen tillsattes 2 l 6 dl vatten. Hur mycket saft kom hinken att innehålla?

## Lösningfrekvens

1990: 68 %

1979: 44 %



FIGUR 3. Genomsnittliga lösningfrekvenser 1990 och 1979 i olika årskurser. Lösningfrekvenserna har beräknats på uppgifter som var gemensamma för de båda utvärderingarna.

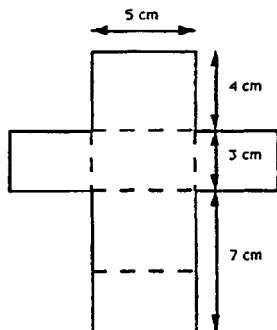
Eleverna i årskurs 4 förbättrade sitt medeltal med cirka 7 procentenheter. Förbättringen skedde i första hand på tre innehållsområden, nämligen i fråga om talbegrepp (11 procentenheter), addition och subtraktion (10 procentenheter) och tillämpad matematik (hela 17 procentenheter). I årskurs 4 handlar den tillämpade matematiken om de viktigaste måttenheterna och deras transformationer samt om tillämpning av tidigare inlärd räkneoperationer och enheter i praktiska sammanhang. Uppgift 1 får tjäna som exempel på de förändringar som inträffat.

På övriga innehållsområden (multiplikation, division, uttryck & ekvationer och geometri) antingen förbättrades resultaten en aning eller höll sin tidigare nivå. En intressant detalj i resultaten var att lösningfrekvenser på bl a de uppgifter som mätte ordningsföljden i räkneoperationerna fortfarande var mycket låga (24 - 39 %), precis som i den tidigare undersökningen.

I årskurs 6 i grundskolan höll resultaten samma nivå i medeltal som 1979. Små resultatförbättringar förekom på områdena för addition och subtraktion, geometri och tillämpad matematik. Tydligast var framstegen i uppgifter kring procentbegreppets grunder och i uppgifter där elever-



<p><b>Uppgift 2.</b>  <i>En familj planerade en semesterresa till Lappland. Hur lång tid skulle en 560 km lång bilresa från Jyväskylä till Rovaniemi ta med en genomsnittsfart på 80 km i timmen? Räkna med tre timmar för vilopauser.</i></p>	<p>Lösningfrekvens            1990: 54 %            1979: 47 %</p>
<p><b>Uppgift 3:</b>  <i>En tennplatta, vars mått framgår av figuren här invid, har böckats efter de streckade linjerna till en ask. Hur många kubikcentimeter rymmer asken?</i></p>	<p>1990: 48 %            1979: 34 %</p>
<p><b>Uppgift 4.</b>  <i>En kontorsanställd hade i februari 5800 mark i månadslön. I början av mars höjdes lönerna med 4 %. Hur stor var den kontorsanställdes löneförhöjning?</i></p>	<p>1990: 35 %            1979: 43 %</p>



na skulle göra bruk av sina tidigare inlärdade kunskaper. Däremot sjönk nivån några procentenheter i division och i fråga om uttryck och ekvationer. Tydligast var försämringen på ekvationernas område. Ovanstående Uppgift 2 får illustrera förändringar i årskurs 6.

Också i årskurs 9 var resultatnivån i medeltal densamma 1990 som 1979. Likväl förekom små förskjutningar på olika innehållsområden. Nivån steg på geometriens, den tillämpade matematikens och de grundläggande räknereglerens område. Ekvationer, funktioner och uppgifter i algebra löstes något sämre 1990.

I 1990 års utvärdering var eleverna duktigare än i den första utvärderingen på att lösa uppgifter som handlade om figurers och föremåls egenskaper (figursortering, sfärer, ytor, rymder). Däremot sjönk nivån märkbart i uppgifter kring lineära funktioner. I vardagsnära procenträkningsuppgifter fluktuerade resultaten åt båda hållen. 1990 kunde eleverna beräkna rabatterade priser betydligt bättre än 1979, men däremot var det svårare att lösa uppgifter kring löneförhöjning. Fluktuationerna åskådliggörs i ett par exempel, Uppgift 3 och 4 ovan.

Lösnings- procent(1990)	Nivågrupper efter prestation			
	I (sämst)	II	III	IV (bäst)
34	11.0	2.4	2.4	1
32	11.0	1	1	1
59	1.9	10.7	3.5	8.2
59	1	3.5	3.5	8.2
47	1	1	1	4.5
35	1	1	1	1
60	1	2.3	1	1

TABELL 4. Relativa index för prestationsfluktuationer i tillämpad matematik i utvärderingen 1990 (sju uppgifter gemensamma med utvärderingen 1979).

På den tillämpade matematikens område förbättrades de genomsnittliga prestationerna i årskurs 9 liksom i de övriga årskurserna. Därför analyseras förändringarna på detta område närmare. Uppgifterna på området var sju till antalet. De handlade om procenträkning, proportioner, grafisk representation och tillämpning av tidsenheter. Prestationerna analyserades med hjälp av en metod där resultaten på de sju uppgifterna 1990 jämfördes med resultaten 1979 i elevgrupper på olika nivåer. Nivågrupperingen baserade sig på elevernas totala kunnande i respektive utvärdering.

I tabell 4 jämförs resultaten från 1990 med motsvarande resultat från 1979 i fyra elevgrupper (I = den undre kvartilen, IV = den övre kvartilen). Indexen i kolumnerna står för hur mycket de fyra elevgruppernas prestationer hade förbättrats (eller försämrats) i medeltal i jämförelse med resultatnivån 1979. En etta innebär att någon förändring inte hade inträffat eller att förändringen inte var statistiskt signifikant.

Resultaten antyder att eleverna i årskurs 9 1990 kunde lösa samtliga gemensamma tillämpade uppgifter i matematik bättre eller ungefär lika bra som jämnåriga elever år 1979. Den intressantaste och en aning förvånande iakttagelsen var att resultaten på de svåraste uppgifterna förbättrades mest för den undre kvartilen (ca 11 gånger så mycket som för den övre kvartilen). För den övre kvartilens och mellangrupprens del var förbättringen störst på de medelsvåra uppgifterna (med en lösningsfrekvens på 50-60 %).

Fluktuationerna sammanhänger åtminstone till en del med övergången till det enhetliga, nivåkurslösa systemet, som förändrade undervisningen mer eller mindre för elever på olika nivåer. Eleverna i den undre kvartilen fick nu sådana uppgifter att lösa som de inte hade träffat på inom

ramen för den tidigare allmänna kursen i matematik. På så vis förbättrades prestationerna till denna del förhållandevis mycket bland de svagare eleverna i jämförelse med nivån 1979. Däremot betydde slopandet av nivåkurserna att eleverna i den övre kvartilen betydligt mer än förut måste ägna sig åt medelsvåra uppgifter, som lämpade sig för alla elever. Även om denna ökade "drill" förbättrade gruppens resultat, skulle de bästa eleverna säkert dra större nytta av och vara mer motiverade att ägna tid åt uppgifter som kräver mer.

### **Prestationsskillnader i grundskolans matematik**

De numeriska betygen används vanligen som mått på elevernas kunskaper i skolan. Betygen har också en sorterande funktion. I Finland är betygs-skalan 4 -10. Betygen 10 och 9 står för berömliga prestationer, 8 och 7 för nöjaktiga samt 6 och 5 för försvarliga prestationer. Betyget 4 innebär underkänd prestation.

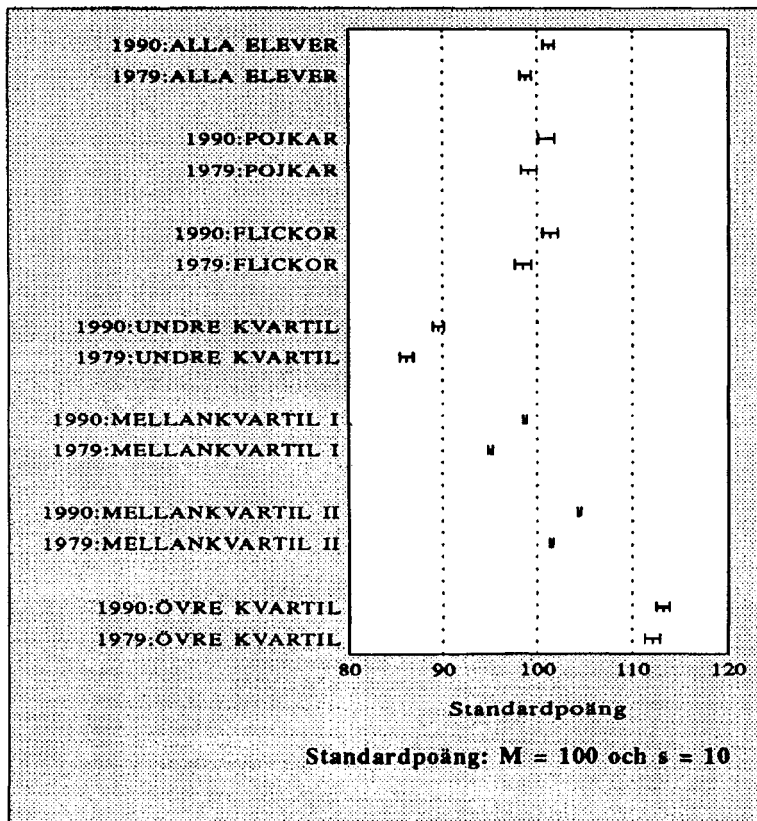
En kontroll av betygen i matematik i de båda utvärderingarna 1990 och 1979 avslöjade att avsevärda förändringar hade inträffat. Andelen "svaga" betyg hade minskat inom varje årskurs till förmån för "goda" betyg. 1990 var andelen femmor och sexor på 9 - 12 procentenheter lägre på lågstadiet än 1979. Andelen åttor och nior hade stigit med nästan 15 procentenheter. På högstadiet var förändringarna något mindre. Minskningen av andelen femmor och sexor var cirka 5 procentenheter och ökningen av åttor och nior cirka 8 procentenheter. Andelen goda och berömliga betyg (8-10) var 60-69 % i årskurserna 4 och 6. I årskurs 9 var samma andel inemot 50 %.

Det finns många orsaker till ändringarna i användningen av betygs-skalan. För det första var det motiverat med beaktande av resultaten i det föregående kapitlet att ge eleverna i årskurs 4 bättre betyg än förut. Också i årskurs 9 fanns det skäl att minska användningen av skalans lägsta del. En annan betydelsefull orsak till förändring var att bedömningsanvisningarna reviderades hösten 1985. Därvid lades det relativa bedömningssystemet ned till förmån för en målrelaterad bedömning. Samtidigt skrotades principen om normalfördelning av betygen. Detta gav lärarna möjlighet att belöna eleverna för deras kunnande också under lektionerna, något som lärarna i matematik vittnade om i slutet av 80-talet (Kupari, 1992). Betygen sattes inte längre enbart med hänsyn till det kognitiva kunnandet. Elevbedömningen hade också andra funktioner att fylla. På högstadiet hade det sin givna betydelse för elevbedömningen att alla elever bedömdes tillsammans, inte nivågruppsvis som under alternativkurssystemets dagar.

Eftersom eleverna fick olika provversioner med endast delvis lika uppgifter, måste resultaten göras jämförbara. I praktiken skedde detta på så sätt att elevernas prestationer såväl i 1990 års som 1979 års utvärdering analyserades tillsammans med hjälp av program som konstruerats för detta specifika syfte (se s 44). Resultaten standardiserades så att medeltalet för samtliga elever i vardera utvärderingen blev 100 och standardavvikelsen 10. I det följande används dessa standardpoäng både för beskrivning av utvecklingen från 1979 till 1990 och för jämförelse av prestationsnivån mellan olika elevgrupper 1990. Resultatredovisningarna innehåller medeltal som anges med 95 % konfidensintervall. Figuren 4-5 upptar resultat som belyser hur stora prestationsskillnaderna var i olika avseenden.

Figur 4 belyser hur mycket elevernas prestationer i årskurs 4 förändrades från 1979 till 1990. Förskjutningarna redovisas dels stickprovvis, dels med uppdelning av stickproven i specifika undergrupper. Som framkommit av det tidigare var förändringen totalt sett cirka 7 procentenheter.

Resultaten i figuren pekar på en tydlig förbättring av elevernas resultatnivå och bekräftar därmed de tidigare redovisade resultaten. Sprid-



FIGUR 4. Medeltal (med 95 % konfidensintervall) i matematik i årskurs 4 1990 och 1979.

ningen var relativt liten, vilket bidrar till att även konfidensintervallen för medelvärdena blev snäva. Skillnaderna var statistiskt signifikanta för de tre första kvartilerna, men inte för den övre kvartilen med de bästa eleverna. I den sistnämnda gruppen uppstod en så kallad takeffekt; uppgifterna var så lätta (med en lösningsfrekvens mellan 90% och 100%) att det inte var möjligt för de bästa eleverna att förbättra sina prestationer. Både pojkarna och flickorna förbättrade signifikant sina prestationer. Motsvarande jämförelser i årskurserna 6 och 9 visade att eleverna nådde ungefär samma genomsnittsnivå 1990 som 1979. Redan lösningsfrekvenser i det föregående tydde på samma sak.

Resultaten betraktades också läns-, köns- och årskursvis. En princip i den finska grundskolundervisningen har varit att den skall vara så enhetlig som möjligt i till exempel olika delar av landet. På så vis har man velat garantera flyttande elever rätt att fortsätta sin skolgång i en nya skola från den punkt de hunnit till i sin gamla skola.

Resultaten visar att matematikundervisningen gav mycket likartade resultat i medeltal i de olika länen 1990. De länsspecifika resultaten för årskurs 4 var praktiskt taget desamma som i årskurs 6. Även om resultaten är något olika i de olika länen, så är skillnaderna inte statistiskt signifikanta i någon årskurs. Pojkarnas och flickornas nivå är likaså nästan densamma i samtliga årskurser.

Gruppstorleken och den tid eleverna lägger ned på hemuppgifterna i matematik har uppfattats som några eventuella förklaringar till att prestationsskillnader uppstår i ämnet. Figur 5 på nästa sida visar hur stora dessa samband var 1990.

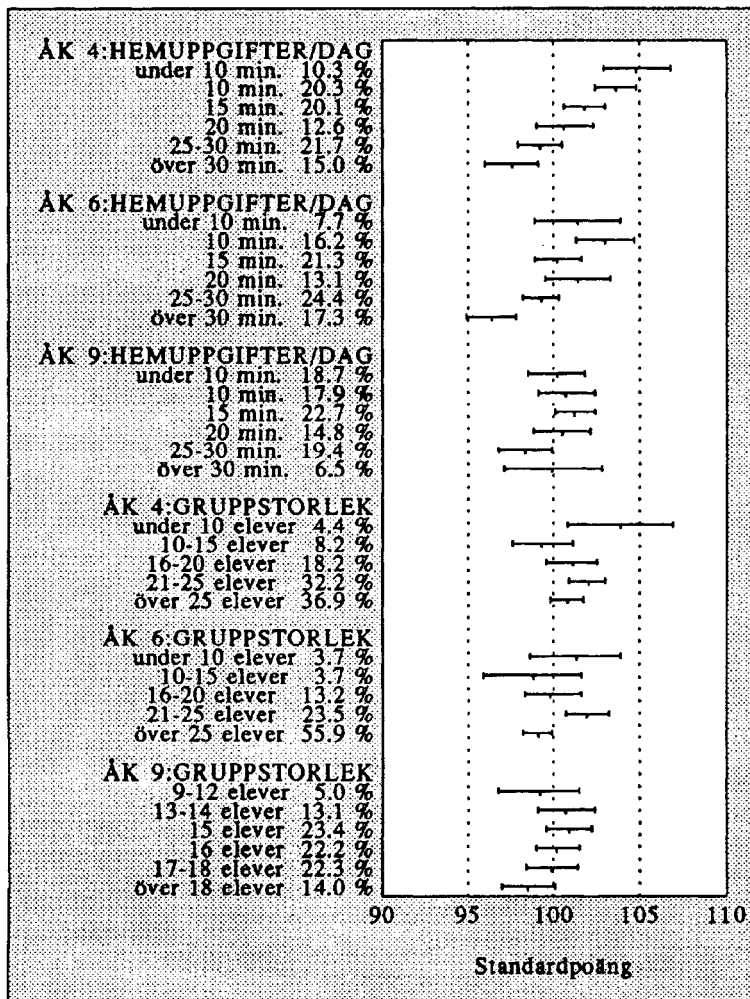
Resultaten är intressanta i många avseenden. För det första avslöjar de att sambandet mellan elevernas matematiska kunnande och den tid de läde ned på hemuppgifterna var linjärt negativt i årskurs 4. Ju bättre resultat en elev hade, desto kortare tid behövde han med andra ord arbeta med hemuppgifterna. Signifikanta skillnader förekom mellan de elever som arbetade cirka 10 minuter med hemuppgifterna och de grupper som läde ned minst 25 minuter på dem. I årskurs 6 var sambandet likartat, men inte lika tydligt som i årskurs 4. De grupper i årskurs 6 som använde 10-20 minuter på hemuppgifterna hade signifikant bättre resultat än de elever som arbetade mer än en halv timme med dem. I årskurs 9 var sambandet mellan mängden hemarbete och resultat inte signifikant.

De erhållna resultaten är måhända förbryllande, men de stämmer överens med resultat från bl a en internationell studie i matematik (Robitaille & Garden, 1989). Resultaten kan också ges en underbyggd och rimlig tolkning. För närvarande reglerar bland annat läromedlen progressionen i matematikundervisningen på ett sådant sätt, att en majoritet av eleverna i årskurserna 4 och 6 redan under lektionerna hinner lära sig det stoff som behandlas och dessutom hinner de ofta göra en del av

hemuppgifterna. Dessa elever behöver inte ägna mer än 10-20 minuter åt hemuppgifterna, som dessutom i vanliga fall är av samma slag som de uppgifter som behandlas under lektionerna. Om en elev däremot måste lägga ned mycket tid och arbete på hemuppgifterna, så har den eleven sannolikt haft svårigheter av något slag med inlämningen och behöver hjälp.

Det ovan sagda innebär inte att det är betydelselöst hur mycket tid eleverna lägger ned på hemuppgifterna. Men lika viktigt är det av vilken art och hur många hemuppgifterna är.

Resultaten i figur 5 avslöjar för det andra att gruppstorleken i matematik inte hade något direkt samband med resultaten. Också detta resultat överensstämmer med vad den ovannämnda internationella matematikstudien visat. Enligt den hade klasstorleken i flertalet länder inget samband med elevernas prestationer (Robitaille & Garden, 1989). Den



FIGUR 5.  
Elevernas prestationer i matematik länsvis, könsvis och årskursvis 1990 (med 95 % konfidensintervall). (Standardpoäng  $M = 100$ ,  $s = 10$ )

enda signifikanta skillnaden i Evaluering 90 påträffades i årskurs 6, där grupper med 21-25 elever nådde en högre prestationsnivå än grupper på över 25 elever. I årskurs 4 tycktes de bästa resultaten uppstå i grupper med färre än 10 elever. Men gruppskillnaderna var inte statistiskt signifikanta i denna årskurs på grund av gruppernas stora inomvarians. Resultaten i årskurs 9 ger en antydning om att resultaten kan försämrats drastiskt, ifall undervisningsgrupperna blir mycket större än vad de var 1990.

### Nådde eleverna den gemensamma målnivån?

Medelst lärarbedömningar fastställdes den så kallade gemensamma målnivån för respektive årskurs både 1990 och 1979 (se s 44). Resultaten från 1979 visade att lärarna var konsekventa i sin bedömning och att de hade relativt enhetliga uppfattningar om målnivån i matematik för en viss årskurs. När exempelvis pojkarnas målnivå fastställdes för sig och flickornas för sig utgående från lärarnas elevbedömningar, skilde sig nivåerna inte från varandra (Konttinen, 1981).

I tabell 5 redovisas andelarna elever i respektive årskurs som nådde den gemensamma målnivån i de båda utvärderingarna. Det bör påpekas att målnivåerna inte var fullt identiska på grund av de revideringar av läroplanen som gjorts under de elva år som förflutit mellan undersökningarna.

TABELL 5. Andelar elever i olika årskurser som nått den gemensamma målnivån i matematik år 1990 och 1979. (Lärarbedömning)

Undersökningsår	Andel (%) som nått målnivån		
	åk 4	åk 6	åk 9
1990	86	83	78
1979	84	80	76

I vardera utvärderingen nådde en ungefär lika stor andel av eleverna i respektive årskurs målnivån för sin årskurs. I årskurs 4 var det 15 % av eleverna som inte nådde denna gräns, i årskurs 6 cirka 20 % och i årskurs 9 25 %. I 1990 års utvärdering motsvarade den gemensamma målnivån betyget 6+ på lågstadiet och 6- i årskurs 9.

De erhållna resultaten är intressanta i flera avseenden. För det första ser resultaten ut att bekräfta en iakttagelse från 1979, nämligen att lärarna har en mycket enhetlig uppfattning om de kunskaper som hela åldersklassen bör kunna visa upp. För det andra antyder resultaten några brister i det matematiska kunnandet. Redan i årskurs 4 är det 15 % av

eleverna som inte når den gemensamma målnivån. Fram till grundskolans slut växer andelen till cirka 25 %. För det tredje ger resultaten anledning att fråga vilka de kunskaper och färdigheter är som måste behärskas för att målnivån skall nås. Framtida analyser får utvisa vad en sådan elev kan som nått och jämnt har nått målnivån. På så vis konkretiseras nivån för det matematiska kunnandet ytterligare. För det fjärde motiverar resultaten ytterligare en serie mer allmänna läroplansfrågor: Vilka mål bör ställas för en hel åldersklass? Hur nödvändigt är det med sådana mål? Vilka problem är dessa frågor förbundna med?

## Vilka slutsatser kan dras av utvärderingens resultat?

Denna artikel har belyst Evaluering 90 i grundskolan i matematik och redovisat de första resultaten i ämnet. Särskilt har det matematiska kunnandet i grundskolan 1990 beskrivits och ställts i relation till situationen 1979. De redovisade resultaten beskriver elevernas attityder och kunskaper i matematik samt färdighetsskillnaderna i ämnet. Artikeln tillhandahåller stoff för en mer omfattande utvärdering av den finska grundskolan och vill samtidigt väcka debatt om utvecklingslinjerna på matematikundervisningens område.

Resultaten på det så kallade affektiva området gav klart besked om att matematik var ett av de ämnen i skolan som en större andel eleverna i årskurs 4 gillade mer 1990 än elva år tidigare. Däremot sjönk ämnets popularitet i årskurserna 6 och 9. Ett uttryck för detta var att ungefär var fjärde elev i årskurs 9 upplevde matematik som ett otrevligt ämne. Orsaken till ämnets minskade popularitet upp genom skolåren är obestämmd, men kanhända sättet att undervisa inverkar mest på hur eleverna upplever ämnet. Det är också skäl att hålla i minnet att läroämnesbedömningar alltid är relativa. Resultatet kan bli ett annat, ifall bedömningen görs i en ny situation, till exempel i anslutning till ett annat ämne.

Upp genom årskurserna i grundskolan upplevdes matematiken också som ett allt svårare ämne. I årskurs 4 uppfattade 10 % av eleverna ämnet som svårt. I årskurs 9 var en tredjedel av eleverna av samma åsikt. Ändå tyckte man allmänt att matematiken och studierna i ämnet var mycket viktiga med tanke på möjligheterna till ett framgångsrikt arbetsliv, men en försvagning från 1979 hade inträffat också i detta avseende. Eleverna förhöll sig också mycket positiva till själva undervisningen i matematik både på låg- och högstadiet. De tyckte att lärarna sporrade till framgång och att de var beredda att ge individuell handledning. Ett bekant resultat från tidigare attitydundersökningar bekräftades; elever som klarar sig bra i matematik har en mer positiv inställning till undervisningen än de



elever som inte gör så väl ifrån sig. Resultatet kan också tolkas omvänt: elever med en positiv inställning presterar bättre resultat.

När det gäller kunskaperna visade undersökningens resultaten att nivån i matematik delvis hade förbättrats, delvis var förändrad i jämförelse med situationen 1979. Totalt sett var nivån i årskurs 4 betydligt högre år 1990, men i de övriga årskurserna var nivån densamma som tidigare. Räkneförmågan var fortfarande god i samtliga årskurser och tecken på framsteg kunde iakttas. Också i geometri och tillämpad matematik var resultaten bättre än tidigare. Däremot inträffade en tillbakagång på ekvationernas och funktionslärans område. Elevernas begreppsliga kunskaper visade upp brister. Eleverna behärskade inte relationerna mellan olika detaljkunskaper, vilket i sin tur gör kunskaperna lösryckta och situationsbundna. Denna omständighet kan betecknas som alarmerande. Det begreppsliga kunnandet har ju visat sig vara av stor betydelse för utvecklingen av de tillämpande och problemlösande färdigheterna.

Granskningen av prestationsskillnaderna mellan eleverna gav färsk information om många viktiga och intressanta omständigheter. Prestationerna i matematik var mycket likartade i olika delar av landet och obundna av elevernas kön. Detta vittnar om att också undervisningen i matematik i grundskolan inklusive läromedlen och de yttre arrangemangen är enhetliga. Något klart linjärt samband mellan gruppstorleken och resultaten kunde inte påvisas - lika litet som i den andra internationella IEA-studien i matematik. Baserat på resultaten i årskurs 9 kan man likväl anta att elevernas resultat blir sämre, ifall antalet elever per undervisningsgrupp överstiger t ex 25. Ytterligare är det skäl att understryka en hithörande omständighet, nämligen att gruppstorleken ofta inverkar på själva undervisningsprocessen och på gruppens sociala och affektiva beteende (bl a Härmäläinen, 1984) och därigenom kanske också på elevernas inlämningsresultat. Sambandet mellan elevernas tid för hemuppgifterna i matematik och prestationerna visade att de lägst presterande eleverna i grundskolan lägger ned mera tid på hemarbetet än de högst presterande eleverna.

I denna undersökning fastställdes också den målnivå för respektive årskurs som lärarna uppgav som gemensam gräns för hela åldersklassen. Ungefär 15 % av eleverna på lågstadiet och 20 % på högstadiet nådde inte denna nivå. I fortsatta analyser undersöks dessa elevgrupper närmare med avseende på de egenskaper som utmärker dem och de inlämningssvårigheter som de har.

På lågstadiet, särskilt i årskurs 4, visade resultaten att lärarnas och elevernas eget arbete hade burit frukt och lagt en bättre grund för matematikinläring än tidigare. Samtidigt måste man likväl ta ställning till en fråga: Varför blev resultaten i årskurs 4 bättre, men inte i årskurs 6? Är det bara i de lägsta årskurserna som man fått in mera aktivitet av

ett slag som bevarar elevernas intresse och som också kommer till synes i prestationerna? Börjar man redan i årskurserna 5 och 6 förbereda sig för högstadiet, vilket skulle innebära att uppgifterna blir klart svårare och undervisningen mera formell?

Också för högstadiets del är ett positivt omdöme motiverat; trots många problem hade lärarna lyckats mycket väl i sin krävande uppgift. Den fruktade nivåsänkningen på de mål- och innehållsområden som var gemensamma för de båda utvärderingarna hade inte inträffat, trots att alternativkurssystemet hade slopats och timantalet i matematik hade minskats med en veckotimme före den andra utvärderingen. De uppgiftsspecifika resultatanalyserna tydde till och med på att inlärningsmöjligheterna för de svaga eleverna hade förbättrats i de heterogena undervisningsgrupperna och att dessa elever hade fått konfronteras med och lärt sig helt nya saker i jämförelse med den första utvärderingen. Men det fanns också tecken på att de bästa eleverna inte hade fått sina behov av mer krävande uppgifter tillgodosedda. Viktigt är också att eleverna i årskurs 9 förbättrade sina prestationer just på det område som man satsat på under 80-talet, nämligen på området för tillämpning och praktiskt nyttiggörande av matematiken. I denna mening kan läget 1990 uppfattas som mycket positivt.

Ändå är det på sin plats att fråga om undervisningen har varit så funktionsduglig och effektiv som möjligt. Fungerar undervisningen fortfarande i alltför hög grad på räkne- och metodfärdigheternas villkor och på kunskapsförmedlingens och de tysta räkneövningarnas villkor? Fors tillämpning och problemlösning in i undervisningen blott och bart genom uppgiftssamlingar på området och genom problemlösningstunder då och då?

Totalt sett har många förändringar inträffat under 80-talet i matematikundervisningen i den finska grundskolan. Lärarna har tydligare än förut insett vikten av att tillämpa matematik och göra praktiskt bruk av den. Visst har den tillämpade och problemlösande matematiken kommit varsaamt in i undervisningen och långsammare än planerat. Resultaten i matematik tyder på en överraskande liten förändring, men ändå är utvecklingen positiv med tanke på framtidsutsikterna. Med utgångspunkt i det ovarsagda kan man se fram emot en utveckling av matematikstudierna som för med sig att allt mångsidigare ansatser prioriteras, att särskilt elevernas tankeverksamhet aktiveras och att matematikens innehåll ordnas i allt tydligare helheter. Det pågående läroplansarbetet i anslutning till den allmänbildande skolan erbjuder ett lämpligt forum för kritisk granskning och konkretisering av de föreslagna stora utvecklingslinjerna.

## Referenser

- Bodin, A. (1993). What does to assess mean? The case of assessing mathematical knowledge. In M. Niss (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education. An ICMI study* (pp. 113-141). Dordrecht: Kluwer.
- De Landsheere, V. (1977). On defining educational objectives. In B.H. Choppin & T.N. Postlethwaite (Eds.), *Evaluation in education. Vol 1* (pp. 73-189). Oxford: Pergamon Press.
- Dossey, J.A., Mullis, I.V.S., Lindquist, M.M., & Chambers, D.L. (1988). *The mathematics report card. Are we measuring up? Trends and achievement on the 1986 national assessment*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Dungan, J.F., & Thurlow, G.R. (1989). Students' attitudes to mathematics: A review of the literature. *The Australian Mathematics Teacher*, 45(3), 8-11.
- Foxman, D., & Mitchell, P. (1983). Assessing mathematics: 1. APU framework and modes of assessment. *Mathematics in Schools*, 12(4), 1-5.
- Foxman, D., Hutchinson, D., & Bloomfield, B. (1991). *The APU experience 1977-1990*. London: School Examinations and Assessment Council.
- Foxman, D. (1993). The assessment of performance unit's monitoring surveys 1978-1987. In M. Niss (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education. An ICMI study* (pp. 217-228). Dordrecht: Kluwer.
- Humbleton, R.K., & Swaminathan, H. (1985). *Item response theory: Principles and applications*. Boston: Kluwer-Nijhoff.
- Hämäläinen, S. (1983). *Kohti tasokurssitonta peruskoulua*. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 338.
- Kangasniemi, E. (1989). *Opetussuunnitelma ja matematiikan koulusaavutukset*. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 28.
- Kontinen, R. (1981). Opettajat opetussuunnitelman tavoitteiden saavuttamisen arvioitsijoina. Teoksessa S. Seppo (Toim.), *Ihmisen kasvu ja sosiaalistuminen* (pp. 193-203). Joensuu korkeakoulun julkaisuja A:20.
- Kulm, G. (1991). New directions for mathematics assessment. In G. Kulm (Ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics* (pp. 71-78). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- Kupari, P. (1983). *Millaista matematiikkaa peruskoulun päättyessä osataan? Yhdeksäsluokkalaisten oppimistulokset keskeisessä matematiikassa*. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisuja 342.
- Kupari, P. (1992). Matematiikan opetus ja tuntikehysjärjestelmä. Teoksessa H. Jokinen, & J. Mehtäläinen (Toim.), *Tuntikehysjärjestelmä ja pedagoginen joustavuus peruskoulussa*. Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja B. Teoriaa ja käytäntöä 76,
- Ljung, B-O. (1990). *Matematiken i nationell utvärdering. Vad barnen tycker om matematik i årskurs 5*. Högskolan för lärarutbildning i Stockholm: Institutionen för pedagogik.
- Ljung, B-O., & Pettersson, A. (1990). *Matematiken i nationell utvärdering. Kunskaper och färdigheter i årskurserna 2 och 5*. Högskolan för lärarutbildning i Stockholm: Institutionen för pedagogik.
- Malin, A., & Kupari, P. (1991). Log-linear models and the analysis of changes over time in school mathematics achievements. Poster presented in the Fourth European Conference for Research on Learning and Instruction. Turku 27.8. 1991.
- Malin, A., & Salmela, T. (1993). Millaisia saavutuseroja on koulujen välillä. Teoksessa V. Brunell, & P. Kupari (Toim.), *Peruskoulu oppimisympäristönä* (pp. 169-182). Jyväskylän yliopisto: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.
- Mullis, I.V.S., Owen, E.H., & Phillips, G.W. (1990). *Accelerating academic achievement. A summary of findings from 20 years of NAEP*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

- NAEP (1981). *National Assessment of Educational Progress. Mathematics objectives: 1981-82 assessment*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Ornell, C.P. (1974). Bloom's taxonomy and the objectives of education. *Educational Research*, 17, 3-18.
- Robitaille, D.F., & Garden, R.A. (1989). *The IEA study of mathematics: Contexts and outcomes of school mathematics*. Oxford: Pergamon Press.
- Romberg, T.A., & Wilson J.W. (1969). *The development of tests. NLSMA report no.7*. Stanford, CA: School Mathematics Study Group.
- Romberg, T.A., Zarinnia, E.A., & Collis, K.F. (1991). A new world view of assessment in mathematics. In G. Kulm (Ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics* (pp. 21-38). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- Romberg, T.A. (1992). Assessing mathematics competence and achievement. In H. Berlak, F.M. Newmann, E. Adams, D.A. Archbald, T. Burgess, J. Raven, & T.A. Romberg (Eds.), *Toward a new science of educational testing & assessment* (pp. 23-52). Albany: State University of New York Press.
- Stufflebeam, D.L. (1974). Alternative approaches to educational evaluation. A self-study guide for educators. In W.J. Popham (Ed.), *Evaluation in education. Current applications* (pp. 95-143). Berkeley: McCutchan.
- Travers, K.J., & Westbury, I. (1989). *The IEA study of mathematics I: Analysis of mathematics curricula*. Exeter: Pergamon Press.
- Wilson, J.W. (1971). Evaluation of learning in secondary school mathematics. In B.S. Bloom, J.T. Hastings, & G.F. Madaus (Eds.), *Handbook on formative and summative evaluation of student learning* (pp. 643-696). New York: McGraw-Hill.
- Wright, B., Linacre, J., & Schultz, M. (1990). *A User's Guide to BIGSCALE. Rasch-Model Rating Scale Analysis Computer Program Version 1.6*. Chicago: MESA Press.

## Mathematics in the Finnish comprehensive school.

### Attitudes and achievements

#### *Abstract*

An extensive Finnish evaluation study called "Evaluation 90 of the comprehensive school" was implemented during the years 1990-91. The comprehensive school in Finland is a 9-year school divided into a lower stage (grades 1-6) and an upper stage (grades 7-9). In mathematics (grades 4, 6 and 9) pupils' achievements and attitudes and also changes in these areas were examined. The research material for comparison had been collected in a similar study in 1979. Pupils' attitudes towards mathematics in early grades were very positive in 1990. Mathematics was one of the favourite subjects of 4th-graders and just 10 percent of pupils thought it was difficult. After the 4th school year the liking of mathematics declined and an increasing number of pupils felt that learning mathematics was difficult. Thus, every fourth of 9th-graders felt that mathematics was disagreeable and every third thought it was difficult. Students both on the lower stage and upper stage thought that to study mathematics is important to have a job and to succeed in working life. The results concerning mathematics skills and knowledge indicated that achievements had partly improved and partly remained the same as 11 years earlier. As a whole, the 4th-graders improved their achievements considerably but the achievements of the 6th- and 9th-graders remained unchanged. The feared decrease in pupils' achievement level concerning the common cognitive objectives had not taken place on grade 9 although streaming had been abandoned and also the number of mathematics lessons had decreased between the two investigations. It was very positive that the 9th-graders improved slightly their achievements in applications of mathematics which had been the target of conscious development and effort during the 1980s.

#### *Author*

Pekka Kupari is senior researcher of mathematics education at the Institute for Educational Research, University of Jyväskylä, Finland.

#### *Address*

Institute for Educational Research, University of Jyväskylä,  
P.O.Box 35, SF-40351 Jyväskylä, Finland

---