

Social konstruktivism som grund för matematikundervisning

Ole Björkqvist

Mot bakgrund av huvudidéerna hos olika konstruktivistiska riktningar väljes den sociala konstruktivismen som utgångspunkt för en härledning av didaktiska principer för undervisning i matematik. Matematiken ses som en social konstruktion, en särpräglad del av den kollektiva kunskap som människan konstruerat för att överleva som art och som fortlever och utvecklas bunden till en viss kultur. Växelverkan mellan denna kollektiva kunskap och individens konstruktion av kunskap är central för de didaktiska konsekvenserna. Denna artikel baserar sig på ett bidrag till ett symposium i matematisk och naturvetenskaplig didaktik arrangerat vid Institutionen för lärarutbildning, Åbo Akademi, Vasa, 26 - 27.9. 1991, och har i en något avvikande form publicerats i symposiets proceedings.

Konstruktivism

Konstruktivism i undervisningssammanhang berör den centrala frågan hur en individ erhåller kunskap. Dess rötter ligger dels i filosofin och dels i den kognitiva psykologin, inom vilken den utgör en skola med i dag förhållandevis stor uppslutning. Inom matematikens och naturvetenskapernas didaktik har konstruktivistiska synsätt erhållit stor uppmärksamhet och påverkat läroplansarbetet i olika länder. Så inflytelserika är de konstruktivistiska idéerna i dag, att det kan vara svårt att finna matematikdidaktiker som inte i någon utsträckning omfattar dem. Det oaktat tolkas de inte av alla på samma sätt, och debatten olika "konstruktivister" emellan kan ibland vara intensiv.

Konstruktivismens grundhypoteser är följande (Wheatley, 1991):

1. Kunskap konstrueras aktivt av subjektet - den erhålles inte passivt ur omgivningen.
2. Uppnåendet av kunskap är en adaptiv process som organiserar en persons erfarenhetsvärld. Denna process innebär inte upptäckt av en oberoende, på förhand existerande värld utanför subjektet.

Omfattande av också den senare principen brukar benämnas radikal konstruktivism, i motsats till svag eller enkel konstruktivism som endast betonar den förra. Egentligen utgörs grundhypotes 2 av två delar, varav den förra, med traditioner bl a hos Piaget, inte är lika

Ole Björkqvist (Ed.D.) är biträdande professor i de matematiska ämnenas didaktik vid Institutionen för lärarutbildning, Åbo Akademi, Vasa, Finland.

kontroversiell som den senare. Att i enlighet med den radikala konstruktivismen frikoppla begreppet kunskap från egenskaperna hos en reell värld upplevs som så svårt för många att de föredrar att avvisa den radikala varianten av konstruktivismen.

Skiljelinjerna mellan en icke-konstruktivistisk syn (t ex en i dag sällsynt behavioristisk ståndpunkt) och mellan de två varianterna av konstruktivism bestäms alltså av kunskapssynen. Medan en ”svag” konstruktivist anser att kunskap antingen kan vara objektiv (i betydelsen oberoende av vem som innehar den) eller av ett personligt slag, ser en icke-konstruktivist endast den objektiva kunskapen och en radikal konstruktivist endast den personliga kunskapen som kunskap.

Det är förhållandevis lätt att i undervisningssammanhang identifiera uttryckssätt som reflekterar dessa olika kunskapssyner. Idén att kunskap kan överföras från lärare till elev, uttryckt genom att ”vi lär in begreppet kvadratrot” kan kontrasteras mot formuleringen ”eleven utvecklar sin egen uppfattning om kvadratrötter”. En icke-konstruktivist kan ha för avsikt att ”avlägsna feluppfattningar” där en svag konstruktivist skulle ”försöka påverka elevernas personliga föreställningar i riktning mot verkligheten”. Båda kunde de tänka sig att ”låta eleven upptäcka primtalen”. En svag eller en radikal konstruktivist kan eftersträva att ”eleven skapar sig ett begrepp om primtal”, osv.

Konstruktivismens syn på begreppet undervisning måste med nödvändighet bli en annan än för en icke-konstruktivist. Eftersom varje individ bygger upp sin egen kunskap kan man ställa sig frågan om det går att undervisa en annan person. Är läraren något annat än en miljöfaktor medan eleven konstruerar sin världsbild?

Olika slag av svar har getts på detta. En utgångspunkt är att undervisning är ett speciellt slag av kommunikation, vars effekt inte kan förutsägas i detalj, men vari på erfarenhet utvalda budskap skapar en hög sannolikhet för konstruktion av ett visst slag av kunskap.

En annan syn är att undervisning innebär konfrontation av världsbilder. Elevens relativt outvecklade världsbild kommer i kontakt med lärarens kvalitativt sett förmodat nyansrikare världsbild. Den kognitiva konflikt som uppstår innebär en utmaning för eleven. Den leder till att elevens världsbild förändras. Detta förutsätter en relativt långt gående begreppsanpassning, dvs den kognitiva konflikten bör ligga på ett optimum som är förskjutet mot en hög grad av likriktning i det som de använda termerna står för, för att en effektiv kommunikation skall kunna försiggå. Konfrontationens asymmetri förutsätter att läraren har en tillfredsställande modell av elevens tankevärld.

En för läraren mycket viktig praktisk aspekt i sammanhanget är: Har man tid och möjlighet att konfrontera världsbilder? I hur hög grad

är teorin byggd på en inlärningsvision som förutsätter en i praktiken realiserbar närhet mellan lärare och elev?

En etisk aspekt är om man egentligen får undervisa en annan person. Tvingar man på eleven sin egen världsbild?

Utvärdering som ett element av konstruktivistisk undervisning innebär alldeles särskilda svårigheter. Traditionell utvärdering, särskilt i matematik, inriktar sig på elevers prestationer och kan sägas i stor utsträckning vara grundad på behaviorism. I och med att kognitiva psykologiska teorier kommit att dominera har tyngdpunkten skjutits över mot utvärdering av inläring snarare än prestationer i matematik. Med en konstruktivistisk syn innebär detta utvärdering, ofta på kvalitativa grunder, av den kunskap som eleverna själva konstruerat. Samhällets ställer ”objektivitetskrav” i fråga om utvärderingen, och dessa är problematiska att koppla till konstruktionsprocessen.

Kriterier för föreställningars kvalitet kan vara graden av

- *korrespondens med verkligheten*, dvs man jämför föreställningarna med egenskaper hos den reella världen,
- *konvergens mot verkligheten*, dvs man ser föreställningarna som led i en utveckling mot allt bättre modeller för hur den reella världen är beskaffad,
- *koherens*, dvs avsaknad av motsägelser i den världsbild man skapat.

Kopplingen mellan dessa kriterier och kunskapssynen är tydlig. En ”svag” konstruktivist kan tänkas utgå från samtliga kriterier, medan en ”radikal” konstruktivist kan acceptera endast det sista.

Social konstruktivism

Man kan begränsa konstruktivism till att gälla hur en enskild individ bygger upp kunskap. Normalt är dock att de som bekänner sig som anhängare av konstruktivism i samband med matematikundervisning betonar de sociala sammanhang som inläring sker i. En individ bygger upp sin egen kunskap i växelverkan med andra individer. Elever påverkas av lärare, kamrater, föräldrar och syskon och lär sig genom sin totala erfarenhet.

För att ytterligare framhäva dessa samhälleliga relationers betydelse för hur en individ kommer till kunskap kan man kalla sitt synsätt *social konstruktivism*.

Termen har lanserats inom matematikens och naturvetenskapernas didaktik på något olika sätt av olika författare. Ernest (1991) spårar begreppet till framför allt Lakatos (1978) och Poppers (1979) syn på vetenskaplig utveckling i samhället och anger (1990) sin syn på

matematiken i samhället som särskilt inspirerad av Bloor (1976) och Restivo (1988). Björkqvists (1990) version i samband med naturvetenskaplig didaktik är på liknande sätt inspirerad av Solomon (1987). Nämnas bör ytterligare åtminstone Weinberg & Gavelek (1987) samt Lerman (1989).

Kännetecknande för social konstruktivism är att man studerar kollektiv kunskap och dess relation till personlig kunskap och till egenskaper hos den reella världen. Ernest (1991) kallar kollektiv kunskap objektiv kunskap, och tillämpar då en radikalt konstruktivistisk kunskapssyn. Enligt denna är de exakta egenskaperna hos den verkliga världen – det som Popper (1979) kallar värld 1 – oåtkomliga för människan, och hon har tillgång till dem endast i form av representationer. Subjektiva representationer lokaliseras till Poppers värld 2 och objektiva representationer till Poppers värld 3. Objektivitet är därmed en egenskap som bestäms av det sociala sammanhanget. Då denna användning av termen tills vidare är rätt ovanlig, används i det följande termen kollektiv kunskap för kunskap som byggs upp av människor i grupp. Den kan tolkas i Ernests mening, men också i enlighet med en annan kunskapssyn. Kollektiv kunskap kan utgöras av t ex en uppsättning sanningar om och modeller för den reella världen, sådana som de omfattas av en grupp människor vid en viss tidpunkt.

Mathematics and science are both social constructs, and like all human knowledge they are connected by a shared function, the explanation of human experience in the context of a physical (and a social) world (Ernest, 1991).

Det ur konstruktivistisk synvinkel väsentligaste med den kollektiva kunskapen är dess genes, som är relaterad till den kollektiva kunskapens dubbla funktion som påverkare av en enskild individs personliga kunskap och som syntes av många individers personliga kunskap.

Den kollektiva kunskapens primära effekt, oberoende av vilken typ av mänsklig kunskap det är fråga om, är att den hjälper ett samhälle och en kultur (och människan som art) att överleva. Detta utgör ett darwinistiskt synsätt (von Glasersfeld, 1987). Det kunde tautologiskt formuleras så att den kunskap som blir bestående är den som har de bästa förutsättningarna att bli bestående. Eftersom kunskapen går över generationsgränser framstår kommunikerbarhet från generation till generation som ett nödvändigt krav. Kunskap som är knuten till människan och till en viss mänsklig kultur överlever endast om denna kultur överlever. Tex har kunskaper i matematik bidragit till människans nuvarande existens. Omvänt har den matematik överlevt som ingår som en byggsten i mänsklig kultur. Den kollektiva matematiska kunskapens utveckling företer drag som kan förliknas vid djurarters

utveckling av utseendeegenskaper, vilket brukar beskrivas som en anpassning till tillvaron.

Liksom en djurart kan vara bättre eller sämre anpassad för variation i levnadsbetingelserna, kan kunskap vara bättre eller sämre anpassad för variation av de situationer i vilka den kan komma att tillämpas. Matematik i olika samexisterande kulturer av i dag (etnomatematik) har sina egna särdrag, och en viss typ av matematisk kunskap kan vara den enda som behövs i begränsade sammanhang. Följden kan vara en extrem anpassning till en viss kontext. I ett historiskt perspektiv har olika matematiska kulturer, egyptisk, indisk, kinesisk, m fl existerat i det närmaste oberoende av varandra. Etablerad kontakt har inneburit att de olika slagen av matematik prövats i nya sammanhang. Olika metoder har ställts mot varandra och befunnits olika väl anpassade för variationen. De har då antingen kvarlevt eller försvunnit från scenen.

Ett kännetecken hos kollektiv kunskap är alltså att den har visat sig vara livskraftig. Det innebär att den upprepade gånger testats med avseende på vetenskapliga kriterier (som i sig kan vara kulturberoende och föränderliga).

På samma sätt kan personlig kunskap utgöra livskraftig kunskap (viable knowledge). Livskraft innebär att individen testat sina uppfattningar med avseende på personliga kriterier (som kan vara föränderliga och beroende av växelverkan med andra individer). Vilka mekanismer som får en individ att ändra uppfattningar kan dock inte förklaras enbart genom paralleller med vetenskapens utveckling. Individuell inläring är att hänföra till psykologins domäner, i detta fall konstruktivistisk inlärningspsykologi.

Vad som är livskraftig kunskap för en individ kan vara svårt att uppfatta för en annan. Det är sedan länge känt, att elever innehar uppfattningar om matematiska begrepp som avviker från motsvarande begrepp hos lärare och som uppvisar anmärkningsvärd stabilitet trots direkt påverkan från lärarens sida. De är med andra ord livskraftiga. Det ligger nära till hands att associera existensen av livskraftiga uppfattningar med upplevelse av förståelse (Björkqvist, 1990), vilket t ex i modellen för generativ inläring (Osborne & Wittrock, 1983) definieras som innehav av personliga scheman som ter sig fullständiga och koherenta mot bakgrunden av de krav som för tillfället ställs av individen själv. Väljer man att göra denna association, ser man alltså förståelse som någonting utpräglat subjektivt.

Specifikt är relationen mellan personlig kunskap och kollektiv kunskap av intresse för läraren. Om man accepterar livskraftig kollektiv kunskap som ett mål för undervisningen har man ett kriterium för utvärdering av kvaliteten hos elevernas personliga matematiska

kunskap. Man behöver då ingen hänvisning till den reella världens egenskaper och kan, om man så vill, undvika att ta ställning till absoluta sanningars existens. Det väsentliga är, å ena sidan, att de föreställningar som eleven konstruerat skall hjälpa honom att klara sig så väl i samhället som han har förutsättningar för och, å andra sidan, att han i mån av sin kapacitet bidrar till att den kollektiva kunskapen blir livskraftigare. Det är en pragmatisk målsättning som primärt utgår från vilken nytta man har av en viss kunskap. Samtidigt kan det ingå andra aspekter, bla koherens i världsbilden (både för individen och för samhället). Föreställer man sig att det existerar mekanismer som innebär att människan kollektivt konstruerar allt bättre modeller av den reella världen, så kan konvergens mot dessa utgöra ett kriterium på en god utveckling av personliga föreställningar. Sådana mål är dock underställda det centrala darwinistiska målet överlevnad och är aktuella bara tack vare det att människan som djurart har den unika egenskapen att hon långsiktigt kan investera i kunskap - kunskap som i inlärningsskedet kanske ännu är onyttig, men som kan vara avgörande i en framtida kritisk situation.

Konstruktivister undviker i allmänhet att använda termen ”upptäckt” i samband med individuell konstruktion av kunskap, eftersom den antyder existens av kunskapskällor utanför individen. I en skolmiljö är ju också majoriteten av elevernas upptäckter egentligen styrda upptäckter (guided discovery), dvs visserligen konstruktion av kunskap, men på basen av en struktur som läraren har lagt fram, och då verkar det ju som avsiktlig överföring av kunskap från en individ till en annan. Detta skulle strida mot en central princip i konstruktivismen. Problemet ligger i att upptäckter relateras till absoluta sanningar i den fysiska världen. Med det synsätt som den sociala konstruktivismen för fram är begreppet upptäckt däremot bekymmerslöst. Att en elev upptäcker något innebär att han på basen av sina erfarenheter i den sociala värld där matematiken är skapad och existerar åstadkommer en utanför hans tidigare scheman liggande ny konstruktion.

Konsekvenser för matematikundervisning

I det följande görs ett försök att utgående från den föregående beskrivningen av den sociala konstruktivismen dra slutsatser om vilka karakteristika en på social konstruktivism baserad matematikundervisning borde ha.

Matematik är en social konstruktion. Varje individ bidrar till dess uppbyggnad i det specifika sammanhang där han verkar.

- Matematiken som individuell konstruktion bör ha ett eget värde för eleven.

Den naturliga motivation som består i att man strävar efter allt större personlig förståelse borde inte hämmas genom att man ifrågasätter elevens möjlighet att själv vara den aktiva parten i en inlärnings-situation.

Eftersom grunden för inläring är individens erfarenheter i gruppen (klassen) och samhället vid en viss tidpunkt och i ett bestämt sammanhang, är social konstruktivism lätt förenlig med ”kontextualism”, dvs en syn som utgår från att inläringen bestäms av det totala upplevda sammanhanget och att undervisningen därför borde utnyttja detta (Keranto, 1990).

- Det är viktigt för en elev att ha konkreta upplevelser av situationer som kan matematiseras. Begreppsbyggnad bygger på strukturella likheter i erfarenheter.
- Variation av de kontexter som utnyttjas i undervisningen befrämjar livskraft i föreställningar som uppstår. Upplevelse av att en viss kunskap är allmängiltig baserar sig mer än något annat på att den testats mot en stor mängd sinnesintryck. Brist på variation kan leda till en förstärkning av speciella tankemönster som kan observeras som ett beroende av speciella rutiner. Matematiken stelnar i sådana fall i sin form vid alltför tidig ålder.

Livskraften (nyttan) hos en viss matematisk kunskap framstår för individen då den kan tillämpas i nya kontexter.

- Matematiska tillämpningar är ett viktigt element vid planering av undervisning i matematik.

Den i ett visst samhälle vid en viss tidpunkt förhärskande synen på matematiken är resultatet av social konstruktion. Människans förmåga att överleva som art är bl.a. knuten till förmåga att snabbt överföra kulturellt kapital av detta slag från generation till generation. ”Kunskapsförmedlingen” innebär att en generation ställer sin kollektiva kunskap till förfogande för nästa generations kunskaps-skapande aktivitet. Detta innebär inte något avsteg från principen att varje individ skapar sin egen kunskap.

- Effektiv representation av kollektiv kunskap är viktig. Matematik bör vara kommunicerbar på alla nivåer.
- Matematikens möjlighet till successiva abstraktioner är ett unikt kännetecken. Abstraktioner har stort värde vid kunskapsförmed-

ling och förmåga att abstrahera utgör ett viktigt mål vid matematikundervisning.

- Läraren är med sin yrkesskicklighet den som har samhällets förtroende att förmedla kulturellt kapital. Det bör inte ses som indoktrinering. Läraren är inte en absolut, men väl en provisorisk auktoritet.

Elevens individuella matematiska erfarenheter är i mycket hög grad knutna till verbal kommunikation.

- Språklig variation ingår som en del av den kontextuella variationen.
- Läraren bör förmedla inte bara matematik utan också sin syn på matematikens plats i samhället och sin egen personliga värdering av matematiken och dess delar. Detta utökar de kontextuella aspekterna och hjälper eleven att se kritiskt på sin egen kunskap.
- Växelverkan med andra elever i matematiska sammanhang hjälper eleven att testa sin kunskap i avseende på livskraft.

Då individen och samhället strävar mot koherens i uppfattningar kan upplevelser av motsägelser och otillräcklig kunskap periodvis vara viktiga för att betona matematikens relativitet och utvecklingsprocess.

- Matematiska problem, paradoxer och tankenötter är viktiga element vid undervisningsplanering. (De är också viktiga med tanke på motivation, men detta är närmast ett inlärningspsykologiskt argument.)

Matematisk logik är inte absolut utan en social konstruktion.

- Individens matematiska logik är också en konstruktion. Den utvecklas ur kontextuell variation (inklusive social växelverkan), och kan ha stora inslag av icke-matematisk logik. Att förutsätta att en elev skall resonera i enlighet med bestämda logiska principer är oförenligt med varje variant av konstruktivism.

Elevens tänkande är inte en avbild av någon annans sätt att tänka; det har originalitet och en egen samhällelig funktion.

- En ökande förmåga att reflektera över det egna tänkandet kan befrämjas genom att man gör eleven uppmärksam på hur han tänker och på att andra personer kan tänka på ett annat sätt.
- Egna konstruktioner ("kreativitet") kan uppmuntras som någonting centralt vid matematikinläring.

- I matematiken är det ofta möjligt att ställa sig frågan ”Vad skulle hända om vi inte accepterar ett visst tänkesätt?” i stället för att hänvisa till sanningar genom att säga ”Så är det ju inte!”

Livskraft i elevens kunskap utgör utgångspunkten vid utvärdering av matematikinläring.

- Läraren analyserar elevtänkandet och förutser effekterna då det konfronteras med i samhället rådande sätt att tänka. Uppfattningar som kan kommuniceras noggrant till andra har potentiellt större livskraft. Precision i den matematiska kommunikation som eleverna förmedlar är ofta viktig.
- Läraren bedömer elevernas uppfattningar i avseende på deras kvalitet, utgående från sin egen kunskapssyn och sin vision av matematikens plats i samhället i framtiden.

Utvärdering utgående från kunskapens livskraft är inte nödvändigtvis mindre likriktande än traditionell utvärdering av matematikprestationer. Det bör dock finnas utrymme för uppskattning av genuin kreativitet.

Generellt kan sägas att svårigheterna med utvärdering utgående från ett konstruktivistiskt synsätt ännu inte är lösta. Det behövs någon typ av kompromiss mellan matematikdidaktikens intressen och samhällets behov av ”objektivitet” i utvärderingen. Läroplanerna kan formuleras konstruktivistiskt, men det är inte förrän sådana inslag ingår i utvärderingen, t ex i studentexamen, som de tas på allvar. Den sociala konstruktivismens betoning av matematikens roll i samhälle och kultur kan vara ägnad att befrämja sådana lösningar.

Referenser

- Björkqvist, O. (1990). Generativ inläring som didaktisk utgångspunkt. I K. Baalsrud m. fl. (Red.), *Naturfag i skolen. Framskritt og fornyelse* (s 259-263), Oslo: Universitetet i Oslo.
- Björkqvist, O. (1992). *Forskning och utvecklingsarbete i de matematiska ämnenas didaktik* (Rapport nr 2, 1992). Vasa: Pedagogiska fakulteten, Åbo Akademi.
- Bloor, D. (1976). *Knowledge and social imagery*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Ernest, P. (1990). Social constructivism as a philosophy of mathematics. Radical constructivism rehabilitated? In G. Booker, P. Cobb, & T. N. de Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth PME Conference, Volume I* (p. 221), México.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Basingstoke: The Falmer Press.
- von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier. (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 3-17). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Keranto, T. (1990) Kontekstuaalinen lähestymistapa matematiikanopetukseen. *Dimensio*, **54**(4), 16-20.
- Lakatos, I. (1978). *Mathematics, science and epistemology* (Philosophical Papers Vol. 2). Cambridge: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (1989). Constructivism, mathematics, and mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, **20**, 211-223.
- Osborne, R., & Wittrock, M. (1983). Learning science: A generative process. *Science Education*, **67**(4), 489-508.
- Popper, K. (1979). *Objective knowledge*. Oxford: Oxford University Press.
- Restivo, S. (1988). The social construction of mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, **20**(1), 15-19.
- Solomon, J. (1987). Social influences on the construction of pupils' understanding of science. *Studies in Science Education*, **14**, 63-82.
- Weinberg, D., & Gavelek, J. (1987). A social constructivist theory of instruction and the development of mathematical cognition. In J. C. Bergeron, N. Herscovies, & C. Kieran (Eds.), *Proceedings of the Eleventh PME Conference, Volume III* (pp. 346-352), Montréal.
- Wheatley, G. (1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning. *Science Education*, **75**(1), 9-21.

Social constructivism as a foundation for the teaching of mathematics

Abstract

Setting out from a presentation of the main ideas of some varieties of constructivism, social constructivism is chosen as the starting point for a deduction of didactical principles for mathematics education. Mathematics is seen as a social construction, a distinctive part of the collective knowledge that has been constructed by humans to enable him to survive as a species and which lives on and develops tied to a certain culture. The interaction between this collective knowledge and the construction of knowledge in the individual is central to the didactical consequences.

Author

Ole Björkqvist (Ed. D.) is associate professor of mathematics and science education at the Department of Teacher Education, Åbo Akademi, Vasa, Finland.

Address

Department of Teacher Education, Åbo Akademi,
PB 311, SF-65101 Vasa, Finland.
