Strengteorien

Jens Lyng Petersen, Niels Bohr Institutet

Indledning

I løbet af det 20. århundrede har fysikere taget et kæmpeskridt i retning af at forstå "Verden" på "det fundamentale" niveau: Hvad er stoffet "lavet af"? — og hvordan vekselvirker det? Denne "fundamentale" viden er indeholdt i elementarpartikelfysikkens "Standardmodel"[1]. Fysikere har i vores århundrede præsteret meget andet, der indtil videre er langt mere *nyttigt*, men nu er det altså denne fundamentale indsigt, der optager os her.

Standardmodellen baserer sig på den specielle relativitetsteori og kvanteorien, og på en fortåelse af "stof" som opbygget af kvarker og leptoner, der vekselvirker med hinanden via "gauge-felter": det elektromagnetiske felt, gluon-feltet i QCD og $W^{\pm}$- og Z^0-felter. "Felterne" afslører sig ofte som felt-kvanter: fotoner, gluoner, $W^{\pm}$- og Z^0-partikler. Til alt dette kommer Einsteins almene relativitetsteori for tyngdekræfterne eller *gravitationskræfterne*.

Særlig når denne sidste teori tages med, bliver det meget fristende at formulere den tese, at den mest centrale opdagelse i alt dette er, at naturens fundamentale frihedsgrader er "geometriske" (se for eksempel reference 2), snarere end "numeriske": Felternes værdier afhænger af noget, der naturligt fortolkes som et koordinatvalg: et "gauge"-valg, og det geometriske aspekt fastlægger næsten entydigt de tilhørende "naturlove".

Standardmodellen stemmer med stort set alle kendte observationer. Alligevel: Standardmodellen kan *ikke* være den endelige sandhed om "fundamental fysik". Der er for mange ubesvarede spørgsmål: Hvorfor er der 3 kvarkfarver, 8 gluoner, 2 *W*-bosoner, én *Z*-boson og én foton? Hvorfor er der 3 fermion-familier? Hvad er det for noget med Higgsmesonerne[1]? Hvorfor er fermionernes masser så forskellige? — og så små i forhold til Planck-massen (se lidt senere)?

Helt galt er det med Einsteins almene relativitetsteori: For at den kan forenes med kvantetorien, må der postuleres helt nye vekselvirkninger, som ved de anslagsenergier, vi idag kan præstere, er usynlige, men som vil spille en dominerende rolle ved energier højere end Planck-energien[2],

$$E_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G_N}} = 1{,}22 \cdot 10^{19}\ \mathrm{GeV}$$

($\hbar$ er Plancks konstant divideret med 2π, c er lyhastigheden, G_N er Newtons gravitationskonstant.) Denne karakteristiske energi (pr. partikel) var nok rådende ved universets fødsel ("Big Bang"), men den er ca. 10^{16} gange højere end vore dages acceleratorenergier, og det er absurd at forestille sig at man (nogensinde?) skulle blive i stand til at producere sådanne anslagsenergier. Det har ikke skortet på tanker om, hvad kvantegravitation kunne betyde, men det er først med strengteorien, tankerne har fået et mere seriøst indhold. Enhver forståelse vil dog nødvendigvis føre til en revolutionerende ny opfattelse af rum og tid: ved afstande mindre en *Planck-længden:*

$$L_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\frac{G_N \hbar}{c^3}} = 1{,}62 \cdot 10^{-35}\ \mathrm{m}$$

vil det ikke længere have nogen mening at tale om rum og tid! Disse begreber er fuldstædigt bundet til kvante-gravitations-teoriens *klassiske grænse.*

Strenge

I strengteorien, specielt siden 1984, ses alle "fundamentale" partikler som særligt simple tilstande af én og samme kvante-*streng*. En redegørelse for strengteoriens historiske udvikling fra sidst i 1960'erne vil her føre for vidt. Der henvises til litteraturlisten[2,3].

Strengteorien har en tendens til at dele fysikere i "tilhængere og skeptikere".

"Skeptikerne" fremfører, at for at *ekscitere* (anslå) strengen kræves en energi af størrelsesorden Planck-energien tilført en enkelt elementarpartikel, og det kommer vi "aldrig" til at kunne. Men det er jo strengt taget først når man har påvist en sådan ekscitation, at man begynder at se tegn på : en streng. Man kan forestille sig strengene som bittesmå gummibånd (her tænkes kun på lukkede strenge) af udstrækning omtrent som Planck-længden. Strengene kan være i deres grundtilstand med lavest mulig energi (i.e. masse), men de kan også eksciteres til højere og højere svingningstilstande med fononer, der løber den ene eller den anden vej rundt langs strengen. Disse anslagsformer er aldeles afgørende for mange af strengteoriens vidunderlige egenskaber, men det er altså også lige netop dem, vi ingen chance har for at undersøge eksperimentelt! Det er klart en alvorlig indvending.

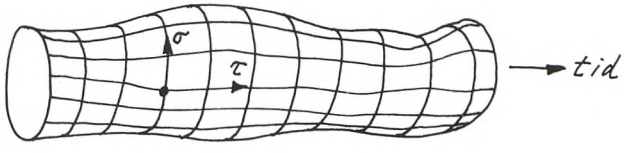
Heroverfor peger "tilhængerne" f.eks. på følgende forhold:

- De laveste strengtilstande (og dem *kan* vi studere), opfører sig forbløffende nok som partikler, der vekselvirker dels netop via gauge-kræfter, dels via gravitationskræfter! Disse kvalitative forhold er *uundgåelige* i en strengteori. Og streng-gravitationskræfterne ser ud til netop at *kunne* forenes med kvanteteorien. Strenge "forklarer" hvorfor verdens frihedsgrader er geometriske.
- I det teoretiske arbejde med strengteorien har det vist sig igen og igen, at matematiske vanskeligheder, der umiddelbart så uhyrlige ud, har kunnet løses og har givet anledning til særdeles interessant ny matematisk forskning.

- Strengteorien har været med til at udvikle andre discipliner, som feks i studiet af kritiske fænomener i overflader, der er noget tættere på "rigtig fysik".
- Her vil jeg forsøge at fremhæve nogle principielle forhold i forbindelse med det begrebsmæssige grundlag for *kvantegravitation.* Det er måske i strengteoriens evne til at kaste skarpt nyt lys over fundamentale aspekter af kvantefysik, at dens største værdi foreløbigt ligger.

Hvad er rum og tid?

Lad os først minde om partikel-bølge-dualiteten: Den pointe, at et *kvantefelt* undertiden kan anslås så det næsten opfører sig som klassiske *partikler*, undertiden så det næsten opfører sig som et klassisk *felt*. Hvis vi derfor i strengteori har forstået visse *partikler* som visse streng-tilstande, så har vi også (via kvantefysik) forstået de tilhørende felter! At en strengtilstand kobler til andre ligesom en foton, betyder så, at strengteorien indeholder det elektromagnetiske *felt*. Endnu mere grundlæggende for tanken: At vi i strengteorien altid finder en graviton (tyngdebølge-kvant, der formidler gravitationen) betyder, at vi også har (en generalisering af) hele Einsteins almene relativitetsteori for tyngde-*felter*. Men Einsteins indsigt var, at tyngdefelterne var udtryk for rummets og tidens geometri, specielt, at et tyngdefelt repræsenterer en *afvigelse* fra Euklidisk geometri (eller bedre: *Minkowskisk geometri*, da tidskoordinaten hører med). Altså : det "medium" (rum og tid), som strengen bevæger sig igennem, er selv et felt hørende til én af strengens egne tilstande! Tilsvarende for alle andre felter og strengtilstande: Strengteori er enten en *teori for alting* (hvis den er rigtig) eller en *teori for ingenting* (hvis den er forkert), men den kan ikke være en teori for noget og ikke for andet. Herved indtager den en særligt pretentiøs stilling.



Figur 1. En streng, der "rejser" gennem rum og tid udspænder en "verdensflade" i Minkowski-rummet. Fladen parametriseres ved 2 koordinater, (σ,τ).

Lad os prøve at uddybe lidt. Fig. 1 viser en streng, der "bevæger sig gennem rum og tid". Vi kan parametrisere et punkt på den lukkede streng ved en parameter, σ, som kunne løbe på en enhedscirkel, og ved en "tids-agtig" koordinat, τ. Dette punkt på strengen befinder sig så i et bestemt rum-tids-punkt med koordinaterne, $X^\mu(\sigma,\tau)$, hvor μ=0 er tidskoordinaten og μ = 1,2,...,d er rumkoordinater og hvor d "synes" at være 3. Et berømt "problem" for strengteori har været, at d måtte være 25, så d+1=26 (for "superstrenge", som vi ellers ikke vil gå ind på her, var tallet 10 i stedet for 26). Siden midten af 1980'erne har vi forstået at dette slet ikke behøver at være tilfældet. Vi kan nu beskrive strenge, der bevæger sig gennem langt mere komplicerede "rum", hvor (populært sagt) nogle af dimensionerne er "krøllet op", så for eksempel kun 4 dimensioner "overlever" som rum-tids-dimensioner. Tallet 26 består i den forstand, at den mikroskopiske "dimension" skal have denne værdi. De opkrøllede dimensioner er uhyre velkomne: det er detaljer ved dem, der giver anledning til fastlæggelse af præcis, hvad det er for en gauge-teori, strengen beskriver etc. Men mange muligheder er her tilstede.

Den pointe, vi særligt ønsker at fremhæve er følgende: Strengens bevægelse gennem sin baggrunds-rum-tid giver anledning til en *afbildning* $(\sigma,\tau) \rightarrow X^\mu(\sigma,\tau)$ af et 2-dimensionalt område ind i denne baggrund. Afbildningen selv *er* et 2-dimensionalt felt! Streng-teori bliver på denne måde en teori, hvor de basale størrelser (frihedsgrader) er *2-dimensionale feltteorier.* Og dette ganske uanset hvad dimensionen er af rum-tid.



Figur 2. Spredningsamplituder beregnes i kvantefeltteori og i strengteori efter analoge regler. I fig. 2a ses et Feynman-diagram i kvante-elektrodynamik, og i fig. 2b et tilsvarende strengdiagram. I grænsen hvor "rørene" i strengdiagrammets verdensflade bliver meget tynde, går dets værdi over i resultatet fra sædvanlig feltteori.

Fig. 2 antyder hvordan spredningsamplituder beregnes i strengteori, henholdsvis almindelig kvantefeltteori. De beskrives i feltteori ved en sum af Feynman-diagrammer. For at beregne ét Feynman-diagram, skal der principielt udføres et stykke matematisk arbjede, der svarer til at løse et (lidt kompliceret) problem i en *klassisk* feltteori. I strengteori skal der tilsvarende udføres et stykke matematisk arbejde, der svarer til at løse en 2-dimensional *kvante*-feltteori. Begge resultater skal integreres passende.

Men hvilken 2-dimensional kvantefeltteori skal benyttes? På dette punkt er der de senere år sket en betydelig afklaring i vores forståelse. Før ca. 1984 kendte man kun et par stykker, der overhovedet kunne komme på tale, og der var et vist håb om, at strengteorien mere eller mindre éntydigt selv fastlagde hvilke muligheder, der var. Forskellige muligheder omtaltes som forskellige "strengteorier". Idag er forståelsen helt forandret. Vi kender *uendeligt* mange 2-dimensionale teorier, der er relevante. Men de repræsenterer forskellige konfigurationer for én og samme strengteori, og forholdet er iøvrigt følgende:

Vi har fremhævet, at den "baggrundsmangfoldighed", som strengen bevæger sig "igennem" *selv* er at opfatte som

en del af strengteorien. Vores sædvanlige rum og tid er blot det simpleste eksempel. Lad os spørge: Hvad er betingelsen for, at disse "streng-baggrundsfelter" tilfredsstiller *klassiske* bevægelsesligninger (så vi "klassiske" mennesker kan "mærke" dem på sædvanlig vis)? Det har været muligt at formulere et meget smukt svar herpå : Betingelsen er, at den 2-dimensionale kvantefeltteori hører til en særlig udsøgt klasse: De såkaldte *konforme* feltteorier. Det fører desværre for vidt, at begrunde dette forhold i detalje, men lad os give en forestilling om, hvad det betyder. Hertil er det bekvemt at betragte det nært forbundne problem, hvor vi "analytisk fortsætter" vores feltteori til imaginær tid. En sådan "Wick-rotation" spiller en central rolle i al moderne feltteori. Denne procedure relaterer éntydigt kvantefeltteori-problemet til et vist problem i statistisk mekanik, her vedrørende et 2-dimensionalt overfladesystem. At vores teori er konform invariant, betyder, at det 2-dimensionale overfladesystem er *kritisk* og undergår en 2. ordens faseovergang. Specielt, at der ingen karakteristisk korrelationslængde optræder. En sådan teori besidder en enorm symmetri beskrevet ved den uendelig-dimensionale konforme gruppe (beslægtet med gruppen af alle vinkeltro kortprojektioner). Det har vist sig, at dette forhold tillader at løse de tilhørende kvantefeltteorier eksakt. Der er blevet udviklet en imponerende mængde ny matematisk fysik hertil. Grunden til at konform feltteori er så analyserbar beror utvivlsomt på dens nære slægtskab med teorien for analytiske komplekse funktioner, der jo blev et af de store matematiske bygningsværker i forrige århundrede.

Af særlig betydning viser de tilfælde sig at være, hvor teorien er invariant under en endnu større (uendelig-dimensional) gruppe end den konforme, specielt med såkaldte supersymmetriske udvidelser. Man kan argumentere for, at de baggrundsmangfoldigheder, der har størst chance for at svare til vores kendte verden (dvs Standardmodellen) må involvere såkaldte Calabi-Yau mangfoldigheder, der først for relativt nylig er blevet kendt af matematikerne. Man kender endnu ikke nogen koordinatfremstilling for dem, så det kunne se ret håbløst ud at anvende dem i strengteori. Men her har et at de mange mirakler i strengteorien manifesteret sig: Visse superkonforme, eksakt løsbare 2-dimensionale kvantefeltteorier svarer præcist til sådanne fænomenologisk interessante mangfoldigheder. Forbindelsen er uhyre indirekte, men rummer et tankevækkende eksempel på hvordan information om naturens frihedsgrader og dynamik er indkodet i en sådan fundamental kvantefysisk ramme. For eksempel er disse (super-)konforme feltteorier *ikke* konstrueret ved at "kvantisere" visse klassiske teorier først. De er "født" i deres fuldt kvantiserede skikkelse, og det bliver for så vidt et sekundært (men nok så vigtigt!) spørgsmål at forstå den fysiske fortolkning af deres frihedsgrader i diverse klassiske grænser. Specielt er det ikke altid à priori klart hvilke frihedsgrader, der skal fortolkes som "rum og tid"! Det kommer an på en nærmere analyse, hvad den fysiske fortolkning er af alle den konforme feltteoris operatorer, herunder også de, der repræsenterer rum og tid.

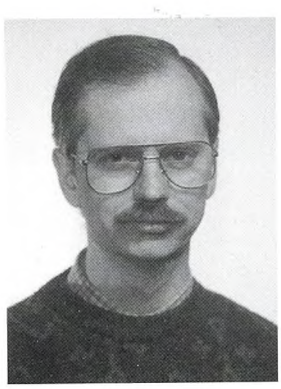
Det er måske et af de mest tilfredsstillende træk ved strengteorien og dens forhold til kvantegravitation, at den *ikke* baserer sig på en formulering, der forudsætter en parametrisering af rum og tid. Det eneste, vi nemlig på forhånd kan sige med sikkerhed om en teori for kvantegravitation er, at rum- og tids-begreber er klassiske idealiseringer, der uvægerligt bryder sammen ved afstande under Planck-skalaen. Rum og tid bør derfor netop fremstå som sekundære størrelser knyttet til visse klassiske grænser i en endelig, tilfredsstillende teori.

Vi ser altså, at strengteoriens *klassiske* løsninger svarer éntydigt til 2-dimensionale konforme kvantefeltteorier (begrænset til at have "effektiv" dimension 26). Spredningsamplituden for strengtilstande, der bevæger sig gennem denne klassiske baggrund, beskrives af eksakte løsninger til den 2-dimensionale kvantefeltteori. Mere præcist: Hvis den 2-dimensionale konforme kvantefeltteori er formuleret på en flade med kugletopologi, fås den *klassiske løsning* til spredningsproblemet, og hvis den 2-dimensionale teori formuleres på en (Riemann-) flade med en eller flere "hanke" (se fig. 2b), fås højere og højere ordens kvantekorrektioner til spredningsamplituden. På den måde forstår vi ret detaljeret kvante-streng-perturbations-teori.

Forskningen har de seneste år især været optaget af nye udviklinger i retning af at forstå strengens kvantiseringsproblem ud over denne perturbative formulering. Det er først når dette problem er forstået, at man kan håbe på at forstå f.eks. hvilke klassiske strengløsninger, dynamikken vil foretrække. Foreløbigt har det kun været muligt at behandle konforme feltteorier svarende til fysisk set meget urealistiske situationer, men håbet er, at den indsigt, der herved opnås, kan benyttes mere generelt. Foreløbigt har denne forskning på ny afdækket et mylder af "mirakuløse" forbindelser mellem diverse områder i matematisk fysik. Men en nærmere behandling fortjener en særlig artikel ved lejlighed.

Referencer.

1) J.D. Hansen, *Elementarpartikelfysikkens Standardmodel*, KVANT (dette nummer).
J.L. Petersen, *Elementarpartikler, om felter, kvarker og kvanter*, Gyldendals intro (1991)
2) J.L. Petersen, *Superstrenge* Fysisk Tidsskrift **85**, 103 (1987)
3) M.B. Green, J.H. Schwarz and E. Witten, *Superstring Theory vols. I & II*, Cambridge University Press (1987).
J. Sidenius, *Strengteorien*, Gyldendals intro (forår 1992)



Jens Lyng Petersen er lektor i teoretisk fysik ved Niels Bohr Institutet siden 1975. Han blev cand. scient. i 1966 og havde flere tidsbegrænsede ansættelser ved NBI, Nordita og på CERN inden 1975. Siden har han bl.a. været visiting scientist på CERN 1988-1989.