Nogle problemer i tid og rum

Kay Akselbo

De problemer, som denne artikel handler om, er baseret på den gravitationsteori, som man kalder Einsteins almene relativitetsteori, og der skal derfor indledningsvis skitseres nogle elementer af denne set i forhold til den almindelige Newtonske teori.

Hos Newton er tid og rum uafhængige af hinanden - de er ''absolutte''. Verden er et selvstændigt eksisterende tredimensionalt rum, *hvori* tiden går af sig selv, og hvori dens materielle indhold befinder sig. Frie legemers baner i rummet bestemmes af de gravitationskræfter, der påvirker dem. Gravitation er en kraft, hvormed legemer (masser) momentant tiltrækker hinanden på afstand efter Newtons love, og til bestemmelse af det Newtonske gravitationspotential et sted i rummet i afhængighed af massetætheden findes en enkelt differentialligning (Poissons ligning).

Til forskel fra dette scenario er verden i den almene relativitetsteori et firedimensionalt tid-rum, hvor tid og rum er uløseligt sammenknyttet, idet tiden formelt indgår som en fjerde dimension på lige fod med de tre rumlige. Tid-rummet er en geometrisk struktur, som bestemmes af dets indhold af masse-energi, og det eksisterer kun i kraft af dette. Gravitation er her en konsekvens af tid-rummets struktur, idet frie legemers baner i rummet bestemmes af, at deres ''verdenslinier'' i tid-rummet må følge dettes form (krumning) - må være ''geodætiske linier'' i dette. Når to masser tiltrækker hinanden, sker det ikke ''på afstand'', men ved, at de hver for sig skaber en bule i tid-rummet omkring sig, og at bulerne breder sig, overlapper og løber sammen til én.

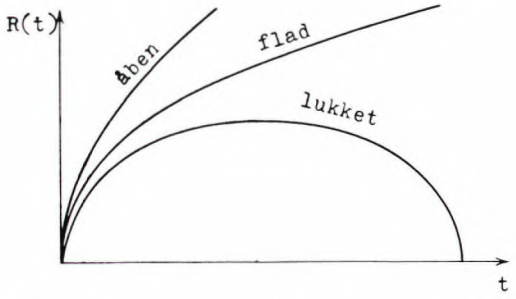
Svarende til det ene potential hos Newton findes der her seksten og derfor også 16 differentialligninger til deres bestemmelse (Einsteins feltligninger). Af disse er dog heldigvis kun 10 uafhængige, og er der tale om sfærisk symmetrisk massefordeling, kan man nøjes med 4.

Potentialerne bestemmer fuldstændigt universets struktur og bevægelse, men der er mange frihedsgrader, og vil man fx betragte relativitetsteorien som en matematisk legeplads, kan man løse ligningerne under mere eller mindre vilkårlige forudsætninger og få besynderlige konstruktioner frem. Ønsker man imidlertid at anvende teorien som ledetråd i jagten på det aktuelle univers, må man nødvendigvis indføre elementer af den fysiske virkelighed som randbetingelser, og den første, der havde succes med dette, var *Alexander Friedmann*, som allerede i 1922 - syv år efter teoriens fremkomst - opstillede de matematiske modeller af et *ekspanderende* univers, som stadig er de teoretiske rammer for moderne kosmologi.

Freidmanns modeller

Det er som bekendt den almindelige antagelse, at universet opstod ved ''det store brag'' for måske 15 milliarder år siden - ud af intet eller en ''punktsingularitet'' - og har udvidet sig lige siden, idet galakserne fjerner sig fra os med hastigheder proportionalt med deres afstand. Antagelsen grunder sig på *Edwin Hubbles* påvisning i 1929 af, at lyset fra galakserne er rødforskudt ved dopplereffekt. Ydermere hælder man på basis af astronomiske observationer til ''det kosmologiske princip'', hvorefter universet i stor (kosmologisk) målestok er ens overalt i alle retninger - det er isotropt og homogent. Anvender man nu ved sine beregninger et koordinatsystem, som ligger fast i universet og udvider sig isotropt sammen med dette, så indholdet har konstante rumkoordinater (den såkaldte R-W metrik efter *Robertson og Walker* 1935, skønt Friedmann opfandt den 15 år før), får man de tre Friedmannske standardløsninger til Einsteins feltligninger: den ''flade'', den ''åbne'' og den ''lukkede'' universmodel, i hvilke rummets ekspansion sker med henholdsvis kritisk, overkritisk og underkritisk hastighed. Ved kritisk hastighed forstås frigørelseshastigheden i relation til universets selvgravitation, hvorved ekspansionen i løbet af uendelig lang tid går i stå, idet dens kinetiske energi kun lige netop kan overvinde gravitationens nedbremsende virkning. Ved overkritisk hastighed er der overskud, og ved underkritisk hastighed er der underskud, så den efterhånden går i stå, hvorefter universet styrter sammen (fig.1). Ekspansionen karakteriseres ved ligningen, $R = f(t)$, hvor R er ''skalaparameteren'', som er et udtryk for universets ''størrelse'', idet den er proportional med gennemsnitsafstanden mellem ''fundamentalpartiklerne'' (galakser eller galaksegrupper), og t er tiden.

Man benytter altså tiden som uafhængig variabel - hvad der jo iøvrigt er en forudsætning for, at man i det hele taget kan afbilde de tre løsninger, som man plejer.



Imidlertid er relativitetsteoriens hele grundlag jo rummets og tidens ikke-absoluthed, og den nævnte stiltiende antagelse af, at tiden bare går af sig selv, fører da også til forskellige inkonsistenser, af hvilke den mest spektakulære er følgende:

I den lukkede model har man et rum, der ekspanderer, standser, trækker sig sammen og igen forsvinder i et stort krasj (the big crunch). Derefter står vi tilbage med et éndimensionalt univers, udelukkende bestående af tid (!)

Det nytter ikke noget at indvende at kurven jo er en cykloide og at der vel så kommer en repetition, for det siger

teoriens matematik ikke noget om. $R = 0$ er en singularitet - når man altså lige undtager tiden. Den går videre.

Den eneste redning er at indføre som randbetingelse, at tiden ikke i en universel sammenhæng kan anvendes som uafhængig variabel. Så er der kun en løsning, og det er uheldigvis ikke en af standardløsningerne, men derimod $R = t$, idet tiden da er *defineret* ved ekspansionen, som altså er jævn (egentlig: $R = ct$, hvor c er en proportionalitetskonstant, men vi vælger en målestok, så $c = 1$).

Hvad mere er: Det behøver ikke engang at overraske nogen. Da man ikke ved observation har kunnet afgøre, om ekspansionen accelererer eller decelererer, kan det ikke være helt urimeligt at antage, at den måske kunne ligge midt imellem.

Da tid og rum jo nu naturligvis lige så lidt kan begynde som slutte hver for sig, kommer man forståeligt nok til samme resultat ved at betragte forholdene omkring tidrummets opståen. Ved det store brag sattes rummet i gang med at ekspandere. Hvad satte tiden i gang med at gå?

I et tid-rum er tid og rum uadskillelige, og rummet kan derfor ifølge sagens natur ikke være statisk, da tiden så måtte gå af sig selv og altså være absolut. Der findes ikke bevægelse uden tid og ikke tid uden bevægelse, så da ekspansionen gik i gang, gjorde tiden det også - og vice versa. De to er synonyme: $R = t$.

Det ses igen, at universet ikke kan være statisk, da alt uden undtagelse så ville stå bomstille ($t = R$ = konstant), så når den elektromagnetiske stråling er i stand til at udbrede sig og fortabe sig i rummets dybder og entropien er i stand til at vokse, hænger det sammen med, at rummet ekspanderer. Som bekendt er det et problem for nogle, at tiden kun går "forlæns" til trods for at mekanikkens love er tidsreversible (man kan for eksempel ikke sige, om et pendul svinger forlæns eller baglæns), og man diskuterer, hvilket af de tre lige nævnte forløb (strålingen, entropivæksten eller ekspansionen), der bestemmer retningen (tidens pil). Men der turde altså også her blot være tale om flere aspekter af det samme fænomen.

Det forstås i øvrigt ret så umiddelbart, at ekspansionshastigheden ($\frac{dR}{dt} = 1$) principielt ikke kan overskrides, da man ved at "indhente" ekspansionen måtte forsvinde "ud" af universet. Vi må altså identificere den med den konstante lyshastighed.

Den afgørende prøve er jo nu, om vi kan få et samtykke fra feltligningerne.

Einsteins feltligninger

Disse er alle af nøjagtigt samme form og kan derfor sammenfattes i følgende formligning:

$$K = \kappa M$$

som udtrykker at kilden (κM) til tid-rummets krumning (K) er dets masse-energiindhold. κ er den relativistiske gravitationskonstant.

I sin bog "Relativity"[1] er Einstein overordentlig omhyggelig med at forklare, at tid-rummet i den almene relativitetsteori ikke har selvstændig eksistens uafhængigt af sit indhold, og at hvis vi fjerner dette, har vi ikke som i den specielle relativitetsteori et tomt tid-rum tilbage, men "absolutely nothing". Han bruger faktisk hele 22 sider på at forklare denne ene ting.

Men, hvis vi sætter $M = 0$ (definitionen på vakuum), fås:

$$K = 0$$

og der er altså et tomt tid-rum tilbage, som har krumningen 0 (!).

Dette kunne være acceptabelt lokalt, hvor vi kan befinde os langt fra eksisterende masser, men jo bestemt ikke i kosmologisk sammenhæng idet det netop ville betyde, at der eksisterede en tom, flad baggrund for universet.

Der mangler åbenbart igen en randbetingelse, nemlig den, at ligningerne ikke kosmologisk må kunne give tomme løsninger, og dette kan opnås ved at antage, at tid-rummet under alle omstændigheder er fladt i kosmologisk målestok - altså også med indholdet intakt. Det er da nødvendigt at tilføje et nyt led på højre side:

$$K = \kappa M - A$$

hvor A kosmologisk er lig med κM og ændrer sig med *ekspansionen* (fortyndes) på samme måde. Det har nu ikke længere nogen relevans at sætte $M = 0$ kosmologisk, da det jo kun giver os den oplysning, at $0 = 0$.

Ligningernes Friedmannske løsning bliver nu $R = t$.

Da Einstein opstillede relativitetsteorien, troede han, at universet var statisk og så sig derfor nødsaget til - for at modvirke en sammenstyrtning på grund af selvgravitation - at indføre "det kosmologiske led" på ligningernes venstre side:

$$K + \Lambda g = \kappa M$$

hvor Λ er den såkaldte "kosmologiske konstant" og g er det pågældende gravitationspotential.

I den forbindelse kommer leddet til at repræsentere en krumning af en i forvejen eksisterende tom baggrund (et tomt univers - udelukkende bestående af metrik), og er altså i strid med teoriens forudsætninger. Dette var Einstein godt klar over, og han var da også den første til at afskaffe det igen, men med bagklogskab kan det undre, at han lod sig nøje hermed. Som *konstant* kommer Λ til at repræsentere et nøjagtigt balancepunkt mellem tiltrækning og frastødning, hvorved universet bliver ustabilt med tendens til at løbe løbsk til en af siderne. Man ville have følt det naturligt, om en generalist som Einstein havde indført noget generelt og variabelt, som kunne følge med i begge retninger og således holde universet stabilt. Når han ikke gjorde det, kan det have været fordi indførelsen af en enkel variabel som $\Lambda = \Lambda(t)$ medfører, at energi- og impulssætningen ikke kan opfyldes identisk (man udtrykker det ved, at ligningernes "divergensfrihed" går tabt).

Den ovenfor indførte led A opfylder betingelserne til en "variabel Λ". Den holder universet stabilt og er divergensfri. Som Λ hindrede en sammenstyrtning af et statisk

univers, hindrer A en deceleration af ekspansionen, men også en slags sammenstyrtning, idet det simpelthen forhindrer en meningsløs sammenstyrtende løsning som den i begyndelsen omtalte.

Har alt dette nogen større betydning?

Det vil jo være af stor interesse at kende den nøjagtige formel for ekspansionen og i alle tilfælde vil en anerkendelse af, at den er jævn, være et så dybt indgreb i relativitetsteorien, at det vil komme til at ændre vort syn på kosmos. Her skal blot nævnes følgende fra den kosmologiske forsknings hverdag:

Universets "kritiske massetæthed" er den tæthed, der ville medføre at ekspansionshastigheden netop var kritisk. Den *kendte* aktuelle massetæthed er så nær ved den kritiske, at det ville være langt mere sandsynligt, om den netop var lig med denne men så mangler der over 90 % af den nødvendige masse og man leder derfor intenst efter "the missing mass" - eller "dark matter", som den også kaldes da den ikke synes at kunne være baryonisk eller at kunne ligne andre kendte former for stof. Men hvis tid-rummet a priori er fladt og ekspansionen altså principielt jævn, betyder det, at der ikke er nogen gravitation i kosmologisk målestok og så er begrebet kritisk massetæthed irrelevant.

Det, der dybere set sker ved indførelsen af A, er, at universets isotropi bliver principiel (et univers er isotropt).

Den isotropi, der ligger til grund for Friedmann-modellerne, er hypotetisk - en arbejdshypotese. Den er ikke indbygget i selve feltligningerne, men indføres først med R-W metrikken.

Occam's ragekniv

Plurilatis non est ponenda sine necessitate
Forudsæt ikke flere omstændigheder end nødvendigt.

William Occam, 1300-1347.

Hvis universet har en iboende *tendens* til isotrop fordeling, må det primært have en tendens til fordeling, dvs. til spredning (A). Denne må da iflg. det økonomiprincip, vi kalder "Occam's ragekniv", ophæves af en lige så stor og modsat rettet tendens til sammentrækning (vi søger kun isotropien). Derfor bliver $A = \kappa M$.

Det tilbageblevne udtryk

$$K = 0$$

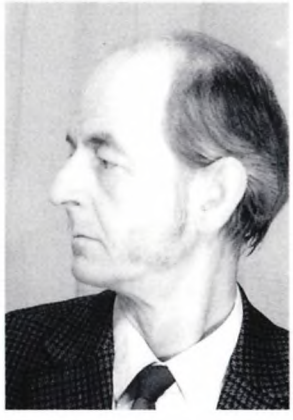
er nu i et ekspanderende univers ensbetydende med R-W metrik, og isotropien er således indbygget i feltligningerne som en slags udspilingsfænomen - omtrent som når en ballon holder sin form ved en ligevægt mellem tryk og membranspænding.

Af denne universets principielle symmetri kan dynamikkens love udledes på samme måde, som man ved hjælp af symmetriprincipper har udledt mikrofysikkens vekselvirkninger.

Men det er en anden historie.

Reference.

1) Albert Einstein: *Relativity*. The Special and the General Theory. Methuen, London. Fifteenth Edition, January 1954. NOTE, pag. vi. APPENDIX V, pag. 135-157.



Kay Akselbo civilingeniør