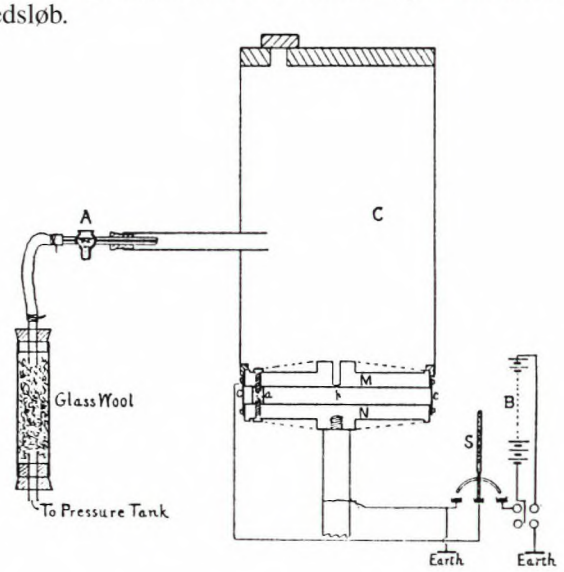
Fra oliedråber til kvantelåse

Thorsten Holst, NKT Research Center.

Tanken om at elektricitet skulle være kvantiseret opstod i 1800-tallet, og i 1892 kunne hollænderen H.A. Lorentz fremlægge sin elektronteori. Undersøgelser fra den tid viste, at katodestråler var det samme som Lorentz's elektroner. I årene 1909-1910 udførte den amerikanske fysiker R.A. Millikan fra universitet i Chicago en række berømte eksperimenter med elektrisk ladning på oliedråber[1]. Han iagttog, at den totale ladning på en oliedråbe altid var et helt antal af en mindste ladningsenhed, elektronens ladning e, og målte denne fundamentale størrelse til $-1,630 \times 10^{-19}$ C, hvilket er tæt på den i dag accepterede værdi på $e = -1,6022 \times 10^{-19}$ C.

Siden Millikans tid er det blevet muligt i vakuum vel at mærke både at detektere og kontrollere elektroner enkeltvis. Derimod er manipulationen med de enkelte elektroner i faste stoffer bestemt ikke så ligetil, fordi afstanden mellem elektronerne er sammenlignelig med udstrækningen af deres bølgefunktion. I dag, hundrede år efter at Lorentz opstillede sin teori om elektroner, har en række eksperimenter med ultrasmå metalliske tunneldioder vist, at effekten af én elektron lader sig detektere i et elektrisk kredsløb, hvilket igen danner grundlaget for at transportere elektroner enkeltvis gennem elektriske kredsløb.



Figur 1. Millikans tegning af forsøgsopstillingen til måling af elektronens ladning.

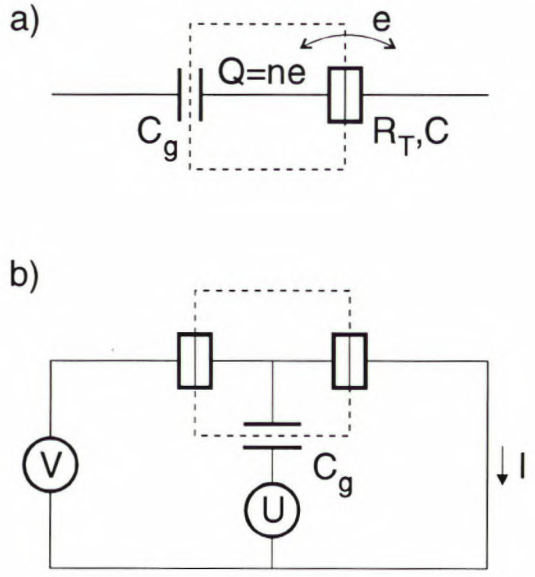
Millikans oliedråber

Princippet bag Millikans måleopstilling, der er vist på figur 1, er simpelt. Ved at sprøjte olie gennem en dyse **A** opstår en sky af små oliepartikler. Under denne proces gnider oliedråberne mod hinanden, hvorved en del af elektronerne omfordeler sig, så de enkelte dråber ikke længere er ladningsneutrale. Efter et stykke tid er en eller flere oliedråber faldet ned i selve målekammeret, som består af to kondensatorplader **M** og **N**. Ved at påtrykke pladerne en spænding fra batteriet **B** på mellem 3 og 8 kV/cm kan en oliedråbe trækkes opad mod tyngdekraften af det elektriske felt. Lige før dråben når toppladen afbrydes spændingen på kontakten **S**, og oliedråben falder langsomt ned igen. Lyset fra en kulbuelampe får oliedråberne til at lyse op som små stjerner på en mørk baggrund, og med et mikroskop kan de individuelle oliedråber nu tydeligt følges. Med et stopur noteres nu stigtiden og faldtiden over en veldefineret afstand på omkring 1 cm. Faldtiden siger noget om massen af oliedråben og gnidningen mellem luftmolekylerne og dråben. Derimod afhænger stigtiden også af den elektriske ladning på oliedråben. Millikan målte, at stigtiderne kun kunne antage værdier, som nøje svarede til, at ladningen Q på dråben var ne. Antallet n af overskydende eller manglende elektroner på oliedråben kunne variere fra godt et hundrede helt ned til én enkelt elektron.

Millikans succes beroede på, at han var i stand til at holde den samme oliedråbe under observation i timevis. Andre fysikere havde i samme periode lavet lignende forsøg men uden Millikans grundighed og præcision. Nogle havde målt på den gennemsnitlige bevægelse af en sky af små ladede partikler, mens andre godt nok kunne observere de enkelte partikler men kun i få minuter; så var dråberne enter fordampede eller blevet forstyrret i deres bane af støvpartikler eller luftstrømninger. Belært af disse erfaringer havde Millikan koncentreret sig om dels at fjerne støv og dels at undgå luftstrømninger, som skyldes temperaturforskelle. Eksempelvis blev lyset fra kulbuelampen filtreret gennem to fod vand og kun lejlighedsvis tændt for at følge oliedråbens bevægelse. Et andet vigtigt element i eksperimentet er at holde dråbens masse konstant under forsøget. Derfor skal man bruge en væske med et meget lavt damptryk, så fordampningen er mindst mulig. Selv for de mest ikke-flygtige væsker var det vigtigt at have dråberne i ligevægt med deres mættede damptryk.

Til udregning af elektronens ladning skal man kende et udtryk for gnidningskraften på oliedråben, når den bevæger sig gennem luften. Bruger man Stokes lov, er gnidningskraften proportional med dråbens diameter d. Oliedråberne i Millikans forsøg havde en diameter, der spændte fra godt en halv mikrometer op til godt ti mikrometer. Da den fri middelvejlængde l for luftmolekyler ved stuetemperatur og atmosfærisk tryk er af størrelsesorden 10^{-7} m og altså sammenlignelig med de mindste dråber, var det nødvendigt for Millikan at indføre

en korrektion til Stokes lov, som var proportional med l/d. Hvis oliedråberne bliver alt for små, vil sammenstød med luftmolekylerne give dråberne en ujævn bane, som svarer til Brownske bevægelser. Det nærmeste Millikan kom på en egentlig kontrol med antallet af elementarladninger på dråberne, var ved at ionisere en del af luftmolekylerne med stråling fra en radioaktiv radiumkilde. Hvis f.eks. oliedråben skulle tilføres ekstra negativ ladning, blev dråben ved hjælp af det elektriske felt holdt tæt på den positivt opladede kondensatorplade. Derved er sandsynligheden størst for, at dråben indfanger en negativ ion.



Figur 2. a) Metalelektroden mellem kondensatoren til venstre og tunneldioden til højre former en isoleret ø (indrammet med stiplet linje). Den elektrisk ladning på øen, $Q = ne$, kan kun ændres ved, at elektroner tunnellerer gennem tunneldioden. Tunneldioden er karakteriseret ved en kapacitans C og en tunnelmodstand R_T. Den totale kapacitans af øen er $C_\Sigma = C + C_g$. **b)** Elektrometer opbygget med to ultrasmå tunneldioder. Selv tilstedeværelsen af ekstra elektrisk ladning på gate-kondensatoren C_g svarende til en brøkdel af en elektronladning, vil resultere i en målelig ændring af strømmen gennem elektrometeret.

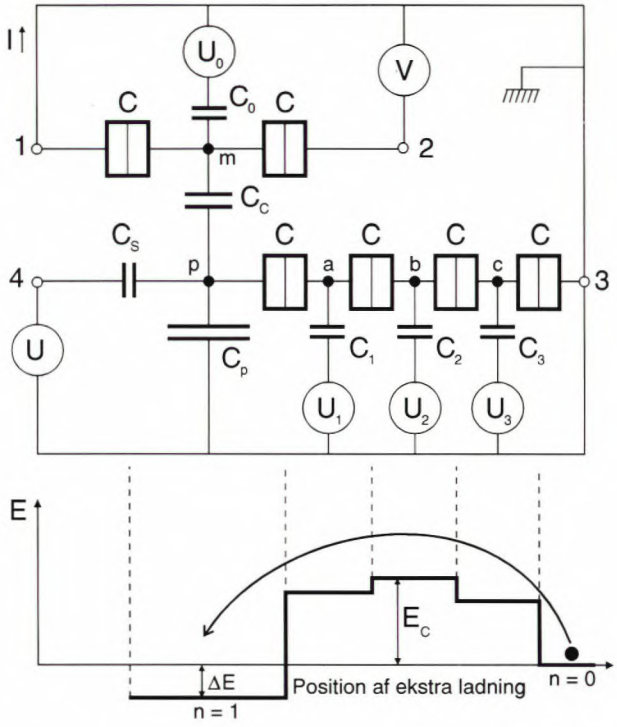
Effekten fra én elektron

I elektriske kredsløb kan Millikans oliedråber erstattes med små isolerede metaløer. Vi antager, at ladningstransporten til og fra en ø kun kan ske ved kvantemekanisk tunnellering af elektroner gennem en tunneldiode som vist på figur 2a. For at sikre et veldefineret antal elektroner på metaløen, må vi kræve, at tunneldiodens tunnelmodstand R_T er meget større end modstandskvantet $R_K = h/e^2 \approx 25,8k\Omega$. I modsat fald er tunnelbarrieren for "gennemsigtig", og man må tage hensyn til kvantefluktuationer af den nu kun delvis lokaliserede elektriske ladning på øen. Tunnelmodstanden er ikke en modstand i gængs betydning (der er ingen tunnellering i almindelige ohmske modstande, og strømmen flyder derfor kontinuert) men kan relateres til transmissionssandsynligheden τ gennem det rene tunnelelement (dvs. uden kapacitansen C) og antallet af uafhængige elektronkanaler p gennem tunnelbarrieren: $R_T \propto (\tau p)^{-1}$. Jo større forholdet er mellem R_T og R_K, jo bedre en "kvantelås" er tunneldioden.

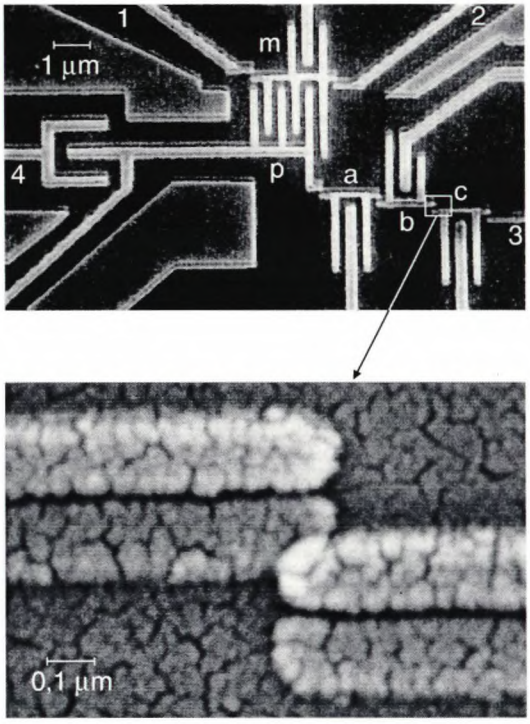
En anden afgørende betingelse for at kunne manipulere elektroner enkeltvis er, at energien nødvendig for at oplade metaløen med én ekstra elektron, $E_c = e^2/2C_\Sigma$, er meget større end energien af de termiske vibrationer k_BT. Denne betingelse sikrer, at ændringen af metaløens potential, der stammer fra tilstedeværelsen af én ekstra elektron på metaløen, virker tilbage på sandsynligheden for, at andre elektroner tunnellerer. Med moderne elektronstrålelitografi har man i dag fået mulighed for at lave veldefinerede ultrasmå tunneldioder med en tilstrækkelig lille kapacitans, så $E_c >> k_BT$. Ultrasmå tunneldioder laves ved, at to elektroder overlapper hinanden med typisk $50 \times 50\text{nm}^2$. Den isolerende tunnelbarriere dannes ved at oxidere den underste elektrode, inden den øverste elektrode pådampes (se ref. 2 for flere detaljer). Kapacitansen i så små tunneldioder er nede på omkring 5×10^{-16} F, og selv da er det nødvendigt at køle tunneldioderne ned til temperaturer i millikelvinområdet for at dæmpe de termiske svingninger tilstrækkeligt.

På figur 2b er vist et kredsløb med to tunneldioder, som tillader en strøm at passere gennem metaløen. Ved at påtrykke kondensatoren C_g en kontrolspænding U kan man polarisere metaløen og dermed regulere øens elektrostatiske potential. Hvis U sættes til 0, vil det koste en elektron energien E_c at tunnellere ind på øen. Er spændingen V over de to tunneldioder så lille, at $eV << E_c$, har elektronerne ikke tilstrækkelig med energi og vil derfor være forhindret i at passere gennem systemet. Fænomenet kaldes *Coulomb blokade*, da strømmen I gennem tunneldioderne er blokeret, indtil energien eV bliver sammenlignelig med E_c. Ændres kontrolspændingen, så $C_gU \approx e/2$, gør man det energimæssigt muligt for en elektron først at tunnellere ind på øen fra f.eks. den venstre side og derefter forlade øen igen gennem endnu en tunnelproces til den højre side. Ud over at en elektron er transporteret fra venstre til højre, er den elektrostatiske tilstand uændret efter tunnelleringsprocessen, og en ny cyklus kan starte igen. Det forbløffende er, at man kan åbne eller lukke for en strøm i størrelsesorden 10^9 elektroner per sekund ved at polarisere gate-kondensatoren med en halv elektronladning (ladningen på en kondensator kan ændres kontinuert). Kredsløbet bruges derfor som et *elektrometer* med en helt unik følsomhed på 10^{-4} $e/\text{Hz}^{1/2}$ ved 1 kHz.

Selvom princippet i elektrometeret involverer den elektrostatiske energi af én elektron, er selve strømmen gennem kredsløbet ikke kontrolleret på niveauet af en enkelt elektron men tilfældig. Kontrol med strømmen på enkelt-elektron niveau kræver mindst to øer med hver sin kontrolspænding. Nu består spillet i periodisk at hæve og sænke potentialet på øerne ved hjælp af kontrolspændingerne i en sådan rækkefølge, at elektronerne enkeltvis transporteres fra den ene ø til den anden. Efter hver cyklus er der overført præcis én elektron gennem kredsløbet, og strømmen gennem en sådan *elektronpumpe* er $I = ef$, hvor f er frekvensen, hvormed kon-



Figur 3. Øverst er vist blokdiagrammet over kvantelås-eksperimentet. Adgang til øen **p** sker udelukkende gennem de fire tunneldioder til højre. Et elektrometer bruges til at måle potentialændringen og dermed ladningsændringen på øen. Nederst er princippet bag kohærent tunnellering skitseret. For de viste energiniveauer ($C_s U \approx e/2$) kan fire elektroner samtidig tunnellere én plads til venstre gennem de fire tunneldioder og effektivt overføre én elektron til øen (vist med pilen). Energien af Coulomb blokaden er E_c og er næsten ens for de tre øer **a**, **b** og **c**.



Figur 4. Øverst er vist et SEM-billede af prøvestykket til kvantelås-eksperimentet med fire serieforbundne tunneldioder og et elektrometer. Bogstaver og tal er henvisninger til figur 3. Nederst er en af de ultrasmå tunneldiode vist i forstørrelse. De to overlappende elektroder er adskilt af en isolerende barriere og former tilsammen tunneldioden. De to overskydende elektroder stammer fra den brugte fremstillingsteknik.

trolspændingerne moduleres. Den interesserede læser henvises til oversigtsartiklen i Nature[3] og referencerne deri for en mere komplet beskrivelse af elektriske kredsløb med enkelt-elektron effekter.

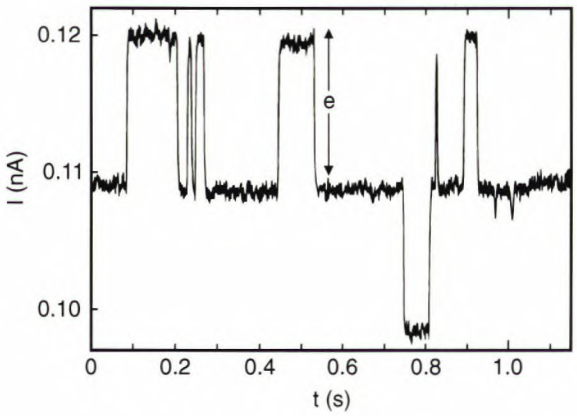
Med elektronpumpen kan man lave en ny standard for amperen, hvis den nuværende relative usikkerhed på 10^{-2} kan mindskes til f.eks. 10^{-8}. Det har selvfølgelig metrologernes interesse som beskrevet i et tidligere nummer af KVANT[2]. En anden indfaldsvinkel er at "pumpe" præcis n elektroner over på en kalibreret kondensator C_k og derefter måle spændingen V_c over kondensatoren med et voltmeter, som er kalibreret efter Josephsonstandarden; altså $V_c = ne/C_k = hf/2e$, hvor h er Plancks konstant. En sådan måling kan bruges til en alternativ bestemmelse af finstrukturkonstanten α, hvilket er nyttigt inden for metrologien[4]. Finstrukturkonstanten kan udtrykkes som $\alpha = \mu_0 ce^2/2h = \mu_0 cfC_k/4n$, hvor μ_0 er permeabiliteten af vakuum, og c er lyshastigheden i vakuum.

Kvantelås-eksperimentet

Hvor længe er det muligt at holde præcis n elektroner fangne på en metalø, før forskellige processer tillader en elektron at tunnellere til eller fra øen ? Teoretiske analyser forudsiger, at den vigtigste flugtmekanisme ved lave temperaturer ($k_B T << eV << E_c$) er kvantefluktuationerne i antallet af elektroner på øen; altså den kendsgerning at forholdet R_K/R_T er småt men ikke præcist nul. Heldigvis falder raten Γ, hvormed elektronerne "siver", drastisk, hvis man serieforbinder N tunneldioder: $\Gamma \propto (R_K/R_T)^N$. Alene kan en elektron ikke flygte fra øen, og det er nødvendigt at etablere et samarbejde mellem flere elektroner for at sikre en flugtvej. Processen kaldes *kohærent* tunnellering, da N elektroner samtidig tunnellerer én plads til samme side, hvilket effektivt svarer til, at én elektron undslipper eller indfanges på metaløen.

Den franske gruppe ved *Service de Physique de l'Etat Condensé*, CEA Saclay, har designet et eksperiment[5], hvor en metalø **p** er forbundet til et ladningsreservoir gennem fire tunneldioder i serie som vist på figur 3. Med et elektrometer måles den elektriske ladningsændring på metaløen med en tilstrækkelig følsomhed til, at man kan skelne de enkelte tunnelleringshændelser fra hinanden. Hver af øerne **a**, **b** og **c** er koblet gennem en kondensator C_i = 0,08 fF til en spændingskilde U_i. Spændingskildernes funktion her er kun at udkompensere den uundgåelige baggrundsladning på øerne og derved etablere Coulomb blokaden. Øen **p** er koblet til en spændingskilde U, både gennem kondensatoren C_s = 0,08 fF men også gennem

C_p = 2 fF >> C_s. Energien nødvendig for at placere en ekstra elektron på øen **p** er derfor væsentlig mindre end energien, som skal til for at addere en elektron til enhver af øerne **a**, **b** og **c**. I et forsøg hvor finstrukturkonstanten ønskes bestemt, er C_p i princippet den kondensator, hvorpå man pumper n elektroner ved periodisk at polarisere de forskellige øer. Øverst i blokdiagrammet på figur 3 er vist elektrometeret med øen **m**, som er kapacitivt koblet til øen **p** gennem C_c = 0,24 fF. Har man valgt den rigtige polarisationsspænding U_0 for elektrometeret, vil strømmen I være proportional med ladningsændringen på øen **p**. Ved en biasspænding U = 0, er den stabile tilstand for systemet en tilstand, hvor der ikke er ladning på nogle af øerne. Øges biasspændingen vil tilstanden med én ekstra elektron på **p** falde i energi, indtil ved C_sU = e/2 den har en energi, som er lig med den oprindelige tilstand. Vokser biasspændingen yderligere, har tilstanden med én elektron ekstra på **p** en lavere energi end den oprindelige tilstand og tilstandene med én elektron på **a**, **b** og **c**. Under disse forhold er det nu muligt for en elektron at passere fra højre side af kredsløbet hen på **p** ved hjælp af en kohærent tunnelleringsproces. Forsøget her var med fire serieforbundne tunneldioder, som skulle blokere kvantefluktuationerne på **p** så effektivt, at raten af kohærent tunnellering bliver så lav, at de individuelle tunnelleringshændelser let skulle kunne observeres.



Figur 5. Strømmen gennem elektrometeret som funktion af tiden. De pludselige skift svarer til, at én enkelt elektron tunnellerer gennem kvantelåsen.

Metalmønstret med tunneldioderne befinder sig på en silicium-chip og er vist på figur 4. Tunneldioderne er lavet som en sandwich af Al-Al_2O_3-Al og har $R_T \approx 300$ kΩ. Prøvestykket er monteret i en ^{3}He-^{4}He blandingskøler for at nå en tilstrækkelig lav temperatur - her 16 mK. Alle ledningen til prøvestykket er omhyggeligt skærmet og filtreret for at undgå elektromagnetiske forstyrrelser fra omgivelserne. Selv meget små støjbidrag kan udvaske de fænomener, som man ønsker at observere.

På figur 5 er vist det tidslige forløb af strømmen gennem elektrometeret for en fastholdt biasspænding således, at $C_sU \approx e/2$. De pludselige ændringer i elektrometerstrømmen skyldes, at elektroner enkeltvis hopper over de fire tunneldioder. En detaljeret sammenligning med den af teorien forudsagte tunnelleringsrate[6] og den målte rate viser en alvorlig uoverensstemmelse. Den målte rate er 10^5 gange højere end forventet, og det selv om man antager, at temperaturen af øerne **a**, **b**, **c** og **p** er 30 mK højere end termometertemperaturen på 16 mK. Denne temperaturforskel er den højeste, som man kan få ved at vurdere de mulige varmebidrag til øerne. Hverken ekstra filtre eller injektion af ekstra støj gennem ledningerne havde nogen virkning på elektronernes levetid på øen. Det tyder på, at der er en uventet støjkilde internt i systemet, som endnu ikke er forstået. På trods af uoverensstemmelse med teorien, har dette eksperiment vist, at metrologiske målinger, der involverer tælling af elektroner, sandsynligvis snart kan udføres med en fejl på omkring én fejlplaceret elektron per sekund.



Thorsten Holst. Født 1963. Civilingeniør (1988) og ph.d. (1991) fra Danmarks Tekniske Højskole. Arbejdede derefter som post-doc med enkelt-elektron effekter i submikrone kredsløb ved CEA Saclay, Frankrig. Nu ansat hos NKT Research Center, hvor han varetager udviklingen af elektronik baseret på superledende keramiske materialer.

Referencer:

1) R.A.Millikan, *Phys. Rev.* **32**, 349 (1911).

2) J.Mygind, *KVANT* **3**, 7 (1991).

3) M.H.Devoret, D.Esteve og C.Urbina, *Nature* **360**, 547 (1992).

4) E.R.Williams, R.N.Ghosh og J.M.Martinis, *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.* **97**, 299 (1992).

5) P.Lafarge, P.Joyez, H.Pothier, A.Cleland, T.Holst, D.Esteve, C.Urbina og M.H.Devoret, *C.R. Acad. Sci. Paris* **314**, 883 (1992).

6) D.V.Averin og A.A.Odintsov, *Phys. Lett. A* **140**, 251 (1989).