

Kaos og periodiske baner

Per E. Rosenqvist
Niels Bohr Institutet.

Introduktion

Efter udgivelsen af Newtons Principia Mathematica i 1687 blev det hurtigt klart hvilket storslået værktøj man her havde fået i hænde. Hele universets udvikling kunne tilsyneladende beregnes deterministisk i enhver detalje i al frem- og fortid, hvis man blot havde kendskab til alle positioner og hastigheder til et enkelt tidspunkt, og kendte alle kræfters natur. Det var dog også klart, at dette kun lod sig gøre principielt, da de store mængder af data aldrig ville lade sig behandle, end ikke ved millioner af års arbejde.

Selv i det principielle er der imidlertid problemer: ethvert kendskab til begyndelsesbetingelserne er behæftet med en vis usikkerhed; men hvis systemets udvikling blot kan forudsiges med en tilsvarende nøjagtighed, må bevægelsesligningerne siges at have opfyldt deres formål. Ofte vokser fejlen imidlertid med det tidsrum, som forudsigelsen skal udstrækkes over, exponentielt endda (uanset hvor lille fejlen er i starten); i så fald har vi systemer der er fuldstændig uforudsigelige - *kaotiske*. Dette træk kan vise sig, selv i ganske simple systemer med få partikler.

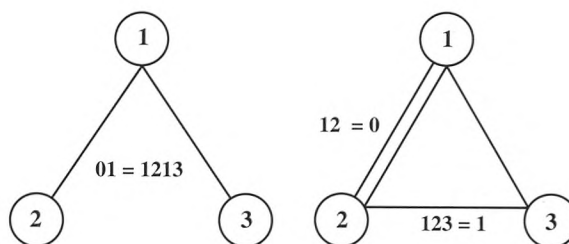
I systemer med mange partikler, såsom galakser eller gasser, bliver det umuligt at følge den enkelte partikel på langt sigt. Efterhånden er der udviklet metoder, især den statistiske mekanik, til at beregne gennemsnitsværdier af interessante størrelser som tryk og temperatur for sådanne systemer. Mange af den statistiske fysiks resultater bygger imidlertid på en antagelse, der til tider er lidt tvivlsom, og vi skal i denne artikel kigge lidt på hvordan man med den nyligt udviklede *periodiske baneteori* kan udregne sådanne termodynamiske gennemsnit eksakt for kaotiske dynamiske systemer.

Statistisk mekanik

Lad os først kigge lidt på grundlaget for den klassiske statistiske mekanik. De makroskopiske (målelige) termodynamiske størrelser som tryk, temperatur og densitet udregnes teoretisk som et tidsgennemsnit ved at følge en enkelt partikelkonfigurations udvikling i uendelig lang tid. Dette tidsgennemsnit kan altid erstattes med et gennemsnit over systemets *faserum* (d.v.s. et mange-dimensionalt rum, hvor man afbilder alle partiklers sted- og impuls koordinater), hvis man blot vægter det enkelte punkt i henhold til hvor ofte det besøges.

Da en sådan fordeling sjældent kan opstilles på en overskuelig måde, er det fristende at antage, at alle punkter besøges lige ofte og altså blot beregne gennemsnitsværdien af den søgte obser-

vation med jævn vægt over hele faserummet. Systemer hvor dette skridt er lovligt, kaldes *ergodiske*.



Figur 1. 3-skivesystemet. Nogle periodiske baner er beskrevet ved den symboldynamik, som forklares i det følgende. Vist er banerne '01', '1' og '01'.

At antagelsen om ergodicitet ikke altid holder, ses let ved at betragte *3-skive systemet* (se fig. 1). Her forestiller man sig at sende en partikel ind imod tre cirkulære, reflekterende skiver og søger at følge dens videre skæbne langt ud i fremtiden. Et eksperiment med fotoner i dette system er udførligt beskrevet i artiklen "Kaotisk spredning"¹ (herefter benævnt K.S.). Det er intuitivt klart at en partikel, hvis startbetingelser ikke tillader den at ramme nogen af skiverne, før den undslipper, ikke kan bidrage til langtidsgennemsnit (som f.eks. partikeltætheden i systemet) i samme grad som en partikel, hvis bane ligger ganske tæt på en periodisk bane, og som derfor bliver i systemet i lang tid. Følgelig vil en jævnt vægtet middelværdiberegning ikke være særlig hensigtsmæssig i dette tilfælde.

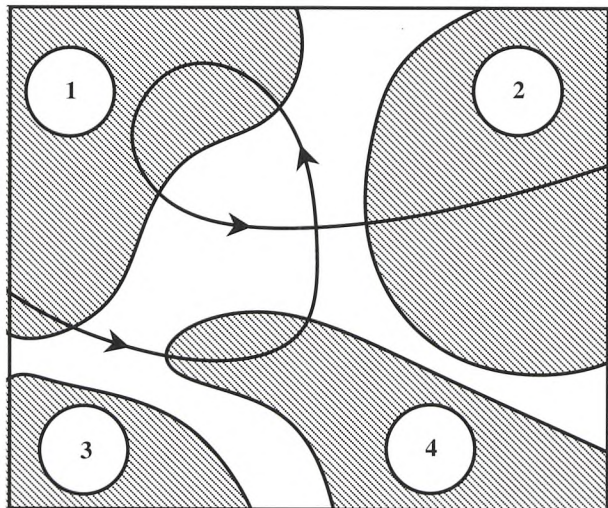
Ideen i den nye periodisk-bane-teori er derfor netop at vægte punkterne i faserummet efter fortjeneste. De periodiske baner udgør her et grundlæggende skelet for dynamikken og vægtes efter deres stabilitet. En bane der ikke er periodisk, men som alligevel aldrig forlader systemet (en kaotisk bane), vægtes indirekte ved at medtage vægten på den periodiske bane den til et givet tidspunkt ligger tættest på.

På denne måde kan termodynamiske gennemsnit nu udregnes deterministisk og uden antagelse om ergodicitet. Hjørnестenen i vores udregning udgøres af systemets periodiske baner eller, som vi også vil kalde dem, systemets *cykler*.

Symbolisk dynamik

Da vores teori baserer sig på cyklerne er det meget vigtigt at erhverve sig et værktøj der sikrer at alle disse kan findes. Blot en enkelt manglende cykel vil jo medføre, at

man totalt udelader alle de baner den skulle approksimere. Et sådant redskab til beskrivelse af et systems baner er den såkaldte *symboldynamik*. Ideen her er at inddele faserummet i adskilte regioner med forskellige dynamiske egenskaber. Disse regioner navngives med symboler fra et alfabet, og partiklens bane kan nu groft beskrives ved at opremse følgen af symboler der svarer til de regioner den passerer igennem på sin rejse (se fig. 2).



Figur 2. Princippet i symboldynamik: de forskellige regioner i faserummet repræsenterer forskellige egenskaber ved partiklens bane. Partiklens rejse kan her beskrives med sekvensen ..1412... Tegningen er meget skematisk. I den virkelige verden er banen ikke altid helt glat, og det kan være meget svært at opstille skarpe grænser for de forskellige symbolregioner.

Et simpelt eksempel på en sådan symbolsk dynamik fås ved at nummerere de tre skiver i 3-skive systemet 1, 2 og 3. Alle baner kan dermed entydigt beskrives ved en talstreng : '...23212...'. Denne symboldynamik er imidlertid ikke den mest hensigtsmæssige, idet strenge indeholdende ..11.. , ..22.. og ..33.. ikke er fysisk realiserbare, da de svarer til at den samme skive rammes to gange i træk. Sådanne "umulige" baner siges at være *beskåret*, og fjernes derfor fra vores liste over cykler. For en given symboldynamik er det derfor vigtigt at have en *grammatik*, som fjerner de symbolstreng, der ikke svarer til en fysisk realiserbar cykel. I 3-skive eksemplet er det let at finde et alfabet, der ikke kræver beskæring. Lader vi nemlig '0' betyde en refleksion tilbage til den skive partiklen kom fra, og '1' betyde, at partiklen fortsætter til den næste skive, har vi en symbolsk dynamik, hvor alle baner også beskrives entydigt (pånær start punkt og begyndelsesretning). For at erkende hvilke periodiske baner, der hører til vores system, kan vi nu blot generere endelige binære talstreng som så umiddelbart kan oversættes til en cykel i vores 3-skive system (se fig. 1).

Zetafunktionen

Lad os antage, at vi til et bestemt tidspunkt skyder en masse partikler ind i vores 3-skivesystem. Nogle af disse forsvinder straks, mens andre springer frem og tilbage mellem de

tre skiver et stykke tid, før de undslipper. Hvordan sker henfaldet af partikler i 3-skive systemet, og til hvilket "termodynamisk" gennemsnit kan vi relatere dette?

Når systemet sættes i gang er der for en given begyndelsesbetingelse to muligheder : enten undslipper partiklen systemet uden at ramme nogen af skiverne, eller også rammer den mindst én skive. Vi interesserer os nu mest for partikler, der forbliver i systemet i nogen tid (eventuelt uendeligt lang tid). En sådan partikel, der f. eks. først rammer skive 1, har efter første stød igen to muligheder: den reflekteres enten imod skive 2 eller imod skive 3. Dette betyder, at faserummet for en enkelt partikel ved første stød med en skive splitter op i to striber - svarende til at hver af de to andre skiver rammes lidt efter. Ved næste stød splitter hver af disse striber op i to nye, svarende til at partiklen reflekteres tilbage hvor den kom fra, eller at den fortsætter til næste skive. Hvis partiklen på et tidspunkt ikke rammer en af disse striber, betyder det at den undslipper fra systemet.

Striberne kan direkte navngives ved hjælp af vores binære symboldynamik, idet hver stribe svarer til en serie af valg om at reflekteres eller at fortsætte svarende til '0' og '1'. Efter n stød er der således 2^n striber navngivet ved en endelig binær symbolstreng. Processen er illustreret på fig. 15 og 17 i KS.

Da "udtyndings-processen" er den samme ved hvert stød, vil der fra en jævn begyndelsesfordeling af mange partikler omtrentligt fjernes den samme brøkdel af partikler ved hvert beregningsskridt. Vi forventer derfor at antallet $N(t)$ af resterende partikler vil være en aftagende eksponentialfunktion af tiden t :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\gamma t}. \quad (1)$$

γ kaldes systemets *escape rate*.

Escape raten er et eksempel på et langtids-gennemsnit for systemet, som det kan være interessant at beregne. Via symboldynamikken har man udviklet en systematisk beregningsmetode, der betjener sig af den dynamiske *zeta-funktion*. Zetafunktionen er første gang benyttet af Euler i forbindelse med talteori. Zetafunktionen er givet som et uendeligt produkt hvortil hver cykel bidrager med en faktor svarende til sin betydning for det pågældende gennemsnit. Zetafunktionen er således udgangspunktet for det søgte alternativ til den ordinære statistiske fysik. Udledningen af zetafunktionen er ikke vanskelig men pladskrævende. En nogenlunde tilgængelig udledning kan f.eks. findes i reference 2,3 og 5.

Zetafunktionen (2) er et af de vigtigste resultater i den nye periodisk-bane-teori. For et system med en given symboldynamik beregnes et vilkårligt gennemsnit med den *samme* zetafunktion - kun *vægtfunktionen* t_p skal udskiftes.

Box: Zetafunktionen.

Zetafunktionen har det generelle udseende:

$$\zeta(z) \equiv \prod_p (1 - t_p), \quad (2)$$

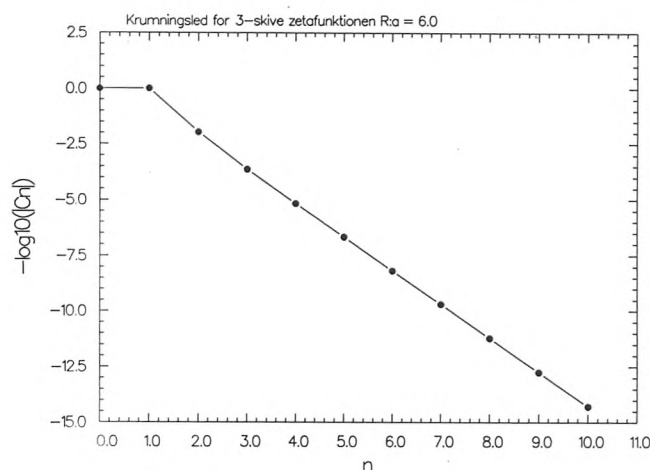
hvor produktet er over alle forskellige cykler p . Vægten $t_p = t_p(z)$ er en funktion af den løbende variabel z . Dens grundform afhænger af den middelværdi der skal beregnes. F.eks. er vægtfunktionen svarende til udregning af escape raten givet ved: $t_p = z^{T_p} \cdot |\lambda_p|$, hvor T_p er banens længde, og λ_p er cyklens stabilitet. Stabiliteten er et mål for hvor godt partiklen holder sig til sin bane, selv om den udsættes for små forstyrrelser. Er stabiliteten f.eks. stor, betyder det at et lille skub kun får partiklen til at gå væk fra sin oprindelige bane meget langsomt.

Zetafunktionen har nu den bemærkelsesværdige egenskab, at det eftertragtede gennemsnit γ kan findes ved at sætte $\zeta(z)$ lig med nul og finde den mindste, positive løsning z_0 til den fremkomne ligning. γ er så lig med logaritmen til z_0 .

Udregnes det uendelige produkt i (2) fremkommer to væsentlige generelle træk ved zetafunktionen:

$$\begin{aligned} \zeta &= 1 - t_0 - t_1 - [t_{10} - t_1 t_0] \\ &\quad - [(t_{100} - t_{10} t_0) + (t_{110} - t_1 t_{10})] - \dots \\ &= 1 - \sum_f t_f - \sum_n c_n. \end{aligned} \quad (3)$$

I nederste linie tages den første sum over de *fundamentale* cykler '0' og '1', der "fanger" systemets essentielle egenskaber. Den anden sum omfatter *krumningsleddene* c_n , hvor hvert c_n er summen af alle led med samme totale potens af z (c_n samler altså alle produkter af vægtfaktorer hørende til samme totale banelængde). I (3) er de første to krumningsled omkranset af firkant-parenteser. Krumningsleddene er af formen $t_{ab} - t_a t_b$, og symboldynamikken er valgt således, at cyklen 'ab' først ligger tæt på 'a' og dernæst er godt approksimeret med cyklen 'b'. Dermed forventer vi også at vægtene opfylder: $t_{ab} \simeq t_a \cdot t_b$, og ideen er altså, at krumningsleddene derfor aftager eksponentielt med n . Denne effekt benævnes *skygning*. Skygning medfører meget gode konvergenssegenskaber for zetafunktionen, og krumningsleddene bidrager således kun med dynamikkens forfinede træk. At skygning faktisk finder sted i vores 3-skive dynamik er eksemplifieret ved fig. 1: den V-formede cykel '01' udfører skiftesvis et '0'-agtigt stød vinkelret på en skive, og et stød af '1'-agtig karakter ved overgangen til den tredje skive. Banerne '0' og '1' vil derfor tilsammen danne en god approksimation af cyklen '01'.



Figur 3. $\log_{10}(|c_n|)$ versus n . Den maksimale symbol længde af cykler inkluderet i beregningen er n .

Numeriske resultater

Lad os prøve at benytte ovenstående zetafunktions opskrift til at skitsere udregningen af escape raten for vores 3-skive system. Først fastlægger vi systemets geometri, d.v.s. forholdet mellem centerafstand R og skiveradius a . Herefter skal de periodiske baner findes. Dette er en lidt mere besværlig opgave, men da partiklerne adlyder refleksionsloven kan vi beskrive deres bevægelse med geometrisk optik (jvnfr. fotoneksperimentet i K.S.). I optikken gælder *Fermat's princip*, der udsiger, at lyset bevæger sig ad den korteste optiske vej. De periodiske baner kan derfor findes ved at minimere partiklernes banelængde, under den betingelse at de følger "rejseplanen" angivet af symboldynamikken. Cyklernes stabilitet kræver lidt mere teknik. Man indfører her en afbildning f der sender begyndelsesbetingelser på én skive over i nye begyndelsesbetingelser på den skive der rammes. Cyklernes stabilitet kan så udregnes ved en analyse af f .

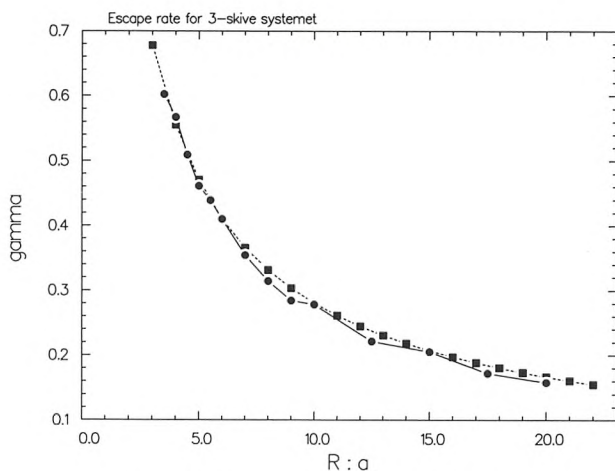
De udregnede banelængder og stabiliteter indsættes i udtrykket for zetafunktionen, og nulpunktet findes med numeriske metoder. Tabel 1 giver et indtryk af zetafunktionens konvergenssegenskaber.

n_p	N_{tot}	γ
1	2	0.4076937
2	3	0.4102804
3	5	0.4103367
4	8	0.4103383
5	14	0.4103384
6	23	0.4103384

Tabel 1. De tre kolonner angiver h.h.v. den maksimale symbol længde medtaget i zetafunktionen, det totale antal cykler medtaget i beregningen og den estimerede escape rate.

Som det ses er der tale om en imponerende konvergens. Blot de 8 korteste cykler estimerer γ med 6 betydende cifre! I dette tilfælde fremgår det tydeligt, at skygningen har en meget effektiv virkning. Kigger vi på krumningsleddene evalueret i det fundne nulpunkt, ser vi da også at disse går eksponentielt ned, som illustreret på fig. 3. Escape raten er derfor hurtigt bestemt med al tænkelig nøjagtighed.

Som en kontrol af zetafunktionens resultater kan vi sammenligne vores resultater med computer simulationer⁴ af typen beskrevet i K.S. Vi har beregnet γ ved hjælp af de 8 korteste cykler, mens simulationerne er foretaget med $10^5 - 10^6$ partikler! Resultatet er vist på fig. 4, og som det ses er der god overensstemmelse. Fordelen ved zetafunktionen er blot, at resultaterne beregnes 100 gange hurtigere end ved en simulation.



Figur 4. Escape raten som funktion af R/a . Cirkler/kvadrater angiver escape rate fra h.h.v. simulationen og zetafunktionens beregningerne.

Kvantekaos

Hvordan forholder det sig nu med kvantesystemer i relation til periodiske baner og kaos? Oprindeligt brugte vi karakteriseringen "kaotisk" om systemer, hvis udvikling på langt sigt ikke kunne forudsiges, selv om de var klassiske systemer, hvor det giver god mening at tale om sted og bevægelsesmængde for en partikel til et vilkårligt (begyndelses-)tidspunkt. Men i kvantemekanikken ved vi, at det er principielt umuligt at tillægge en partikel bestemte, samtidige værdier af både sted og bevægelsesmængde. Så i den sammenhæng er kaos slet ikke defineret. Det man snarere kan spørge om er, hvordan systemer, der klassisk betragtes som kaotiske, opfører sig ved overgangen til kvantemekanikken. Det er undersøgelsen af denne overgang der lægges i ordet "kvantekaos".

Hvis man f.eks. forestiller sig vores kaotiske 3-skive system skrumpet ind i størrelse, vil vi efterhånden blive nødt til at inddrage træk af kvantemekanikken for at få en konsistent beskrivelse. I første omgang er det måske ikke nødvendigt at inddrage hele kvantemekanikkens formalisme, men i sidste ende bliver det nødvendigt at gen-

nemføre den fuldstændige kvantisering, d.v.s. opstille potentialfunktionen, løse Schrödingerligningen etc.

Rent intuitivt er det imidlertid ikke så svært at forstå karakteren af kvantemekanikkens bølgeløsninger for 3-skive systemet. De svarer nemlig til stående lydølger mellem tre telefonpæle opstillet i trekantformation på en øde mark: på pælernes overflader må der være svingningsknuder, og en given løsning er karakteriseret ved antallet af knudepunkter mellem pælene. Ligesom lydølgerne mellem pælene hurtigt vil dø ud, vil amplituden af den kvantemekaniske bølgeløsning hurtigt aftage, da systemet ikke er lukket. Dette svarer til en med tiden aftagende sandsynlighed for, at en partikel befinder sig indenfor systemet (ligesom for klassiske partikler mellem de tre skiver).

En anden analogi er, at da lydølgerne adlyder refleksionsloven, må også de klassiske bølgeløsninger følge de periodiske baner. F.eks. vil der være en stående bølge, der fortrinsvis følger den trekantformede bane givet ved symbolstrengen '1', samt en løsning svarende banen '0' (se fig. 1). Det vil være naturligt at forvente, at de to løsninger har (lidt) forskellige egenfrekvenser, f_0 og f_1 .

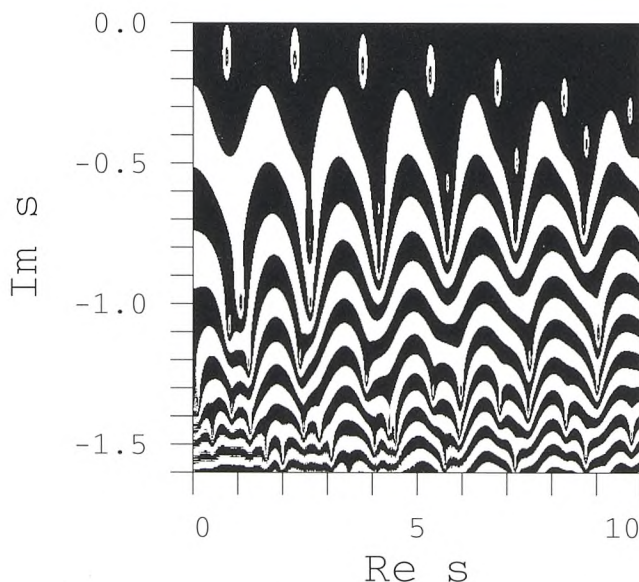
Box Komplekse tal.

Mange fysiske fænomener beskrives lettest ved benyttelse af komplekse tal. Et komplekst tal har to reelle komponenter, a og b , og skrives $a + ib$, hvor i betyder $\sqrt{-1}$. Komplekse tal adderes, subtraheres og multipliceres efter den sædvanlige algebraes regler, blot skal man hele tiden benytte sig af, at $i^2 = -1$. Indenfor de komplekse tal kan man altså uddrage kvadratroden af negative tal. Det bevirker f. eks. at enhver andengradslikning her kan løses. Et komplekst tal $k = a + ib$ kan afbildes som et punkt $(x, y) = (a, b)$ i et almindeligt retvinklet koordinatsystem. De reelle tal (som har $b = 0$) afbildes i punkter på x -aksen. Punkterne på y -aksen symboliserer *de rent imaginære tal* $k = ib$. Til at skelne mellem de to komponenter af det komplekse tal k bruger man hyppigt skrivemåderne $\text{Re } k$ (om a) og $\text{Im } k$ (om b); se f.eks. artiklens sidste figurer.

Lydølger kan overlejres ved simpel addition (superpositionsprincippet). Med næsten ens frekvenser f_0 og f_1 i de to fundamentale baner vil man derfor kunne observere stødtoner. Samme princip gælder for de kvantemekaniske bølger, og man kan da vente at se analoge interferensfænomener. Man skal dog passe på ikke at lade denne analogi gå for vidt. Kvantesystemet indeholder et uendeligt antal frekvenser svarende til hver af de klassiske periodiske baner, og på grund af de klassiske baners kaotiske natur er det ikke umiddelbart indlysende, hvordan den resulterende superposition vil opføre sig.

I kvantemekanikken er bølgefunktionerne komplekse størrelser. Derfor antager den tilsvarende kvantezetafunktion ligeledes komplekse værdier. I kvanteanalo-

gien til escape raten benyttes ikke blot én, men et uendeligt produkt af almindelige zetafunktioner, det såkaldte *Selberg* produkt. Vægten der benyttes i dette produkt er: $t_p \propto e^{-izT_p}$, og zetafunktionen får dermed pludselig et uendeligt system af komplekse nulpunkter i stedet for blot en enkelt escape rate ! Hvordan skal nu dette enorme system af nulpunkter tolkes ? I den kvantemekaniske beskrivelse af 3-skive systemet vil amplituden af den udsendte bølgefunktion stort set kun være en funktion af afstanden r til dette samt af spredningsvinklen θ . I visse ganske bestemte retninger vil amplituden imidlertid være særligt kraftig, svarende til en særligt stor sandsynlighedsflux, og man taler om *spredningsresonanser*. Det viser sig nu at disse spredningsresonanser er funktioner af zetafunktionens nulpunkter, og man har hermed den kvantemekaniske analog til escape raten.



Figur 5. Niveauplot af kvante-Selberg-zetafunktionen som funktion af $z = x + iy$. Symbolerne Re og Im er forklaret i boksen om komplekse tal. Nulpunkterne findes i centrum af ringsystemerne, og lokaliseres v.h.j.a. numeriske metoder.

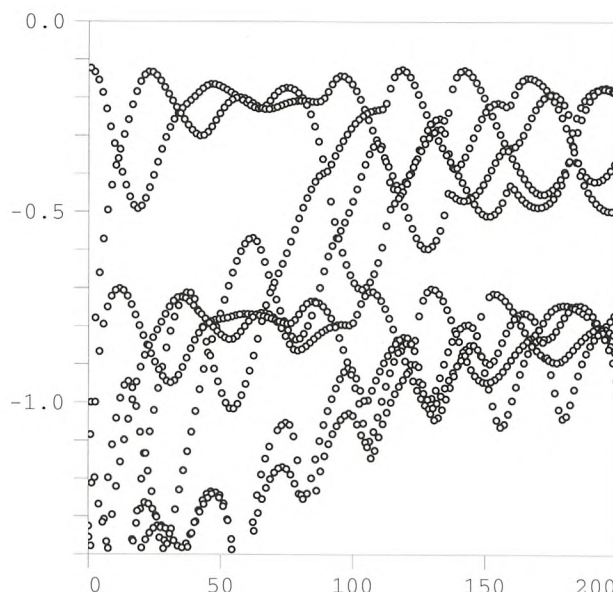
Selv om vore nulpunkts-algoritmer også virker for komplekse funktioner, må man på grund af det enorme rodsystem danne sig et overblik over beliggenheden af de vigtigste resonanser, for at få dem alle med i sin nulpunktssøgning. Dette kan f.eks. gøres ved at lave et niveauplot af absolutværdien af Selbergproduktet som funktion af den nu *komplekse* variabel z . Da absolutværdien af zetafunktionen vokser i alle retninger ud fra et nulpunkt, vil nulpunkterne være omkranset af cirkel- eller ellipseformede konturer, der kan markeres som sort/hvide områder. Et sådant plot er vist på fig. 5.

Læg mærke til hvor kompliceret en struktur der kan genereres af det tilsyneladende meget simple system.

Med udgangspunkt i de lokale minima fundet ved denne skanning, kan man så køre sine nulpunktsrutiner. Det endelige nulpunktssystem (eller rettere en del af det) er vist på fig. 6.

Det ses at systemet besidder en ret tydelig struktur, der minder om førømtalte stødtonefænomen. Denne struktur, som altså her er beregnet ud fra *klassiske baner* findes også ved en eksakt kvanteberegning !

I de seneste år har man mange steder opnået gode kvantemekaniske resultater ud fra disse betragtninger af klassiske baner. F.eks. er det for nyligt⁶ lykkedes at beregne heliums energiniveauer for høje hovedkvantetal v.h.j.a. systemets klassiske (og kaotiske) "planetbaner". Udregningerne (der er relativt simple sammenlignet med at løse Schrödingerligningen eksakt) giver resultater af en nøjagtighed på en procent eller bedre !



Figur 6. Selbergproduktets nulpunktsystem for den kvantemekaniske version af 3-skivesystemet. Første- og andenaksen er h.h.v. real- og imaginærdelen af den komplekse variabel z .

I den "gamle" (Bohr-Sommerfeld) kvanteteori gik man ud fra, at elektronerne i et atom bevægede sig i baner, der lignede klassiske planetbaner. Trods mange indledende succes'er spillede denne betragtningsmåde fallit ved beregningen af de ovennævnte niveauer i heliumatomet, og man skulle altså udvikle symbolodynamik og kaosteori, førend der kunne skabes orden ad denne vej. Men det var vanskelighederne den gang, der ledte til udviklingen af den kvantemekanik, som vi kender idag, og som ligger bagved al moderne teknologi.



Per Rosenqvist er Ph. D. studerende ved Niels Bohr Institutets kaosgruppe, hvor han beskæftiger sig med bl. a. kvantekaos, samt kaos i klassiske spredningssystemer som f.eks. 3-skivesystemet.

Referencer:

- 1) K. Lindemann, H. Lorensen og J. Nygård, "Kaotisk spredning", *KVANT* 3, 1993
- 2) P. Cvitanović, *The Power of Chaos*, in J.H. Kim and J. Stringer, eds., *Applied Chaos, EPRI workshop*, (John Wiley & Sons, New York 1992)
- 3) P. Rosenqvist, "Dynamical Chaos and Periodic Orbits", Master thesis, *NBI*, July 1992
- 4) P. Gaspard and S.A. Rice, *J. Chem. Phys.* **90**, 2225 (1989); **90**, 2242 (1989); **90**, 2255 (1989)
- 5) F. Christiansen, "Kaos for cyklister", *Gamma* 78, *NBI*, 1989
- 6) D. Wintgen, K. Richter and G. Tanner, *"The semiclassical Helium atom"*, *CHAOS* 2, 19 (1992)

Sorøddage 94

19. - 27. juni 1994.

Takket være støtte fra Novo Nordisk og universiteterne i Aarhus, Odense og København, er det lykkedes at skabe økonomisk grundlag for fortsat afholdelse af fysik sommerkurserne i serien af tilbud, der indledtes i 1988 i et samarbejde mellem dansk Fysisk Selskab og Fysiklærerforeningen. I lighed med tidligere afholdes kurset på Sorø Akademi i den første uge af skoleferien, i år i dagene 19. - 27. juni. Deltagerantallet begrænses til 24, og tilbuddet gælder alle elever, som til sommer afslutter 2.g.

Sommerens to hovedemner bliver "KAOS og andre uregelmæssigheder" (ved Tomas Bohr) og "DEN LEVENDE JORD" (ved Dorthe Dahl-Jensen og Klaus Mosegaard), som suppleres med aktuelle indslag indenfor områderne astronomi, fysik og geofysik. Tilmeldingsfristen er 10. maj og prisen 950 kr. Et mindre antal fripladser er til rådighed. Foldere med indbydelse og tilmeldingsblanketter udsendes omkring påske til alle gymnasier via Fysiklærerforeningens kontaktpersoner. De kan også bestilles ved at skrive til Nils O. Andersen, Niels Bohr Institutet, Ørsted Laboratoriet, Universitetsparken 5, 2100 København Ø, eller ved henvendelse på telefon 35 32 04 69 eller 35 32 04 00.